REBOUND 1939

Library of the Museum

OF

COMPARATIVE ZOÖLOGY,

AT HARVARD COLLEGE, CAMBRIDGE, MASS.

The gift of THE AKADEMIE

No. 11,704

DEC. 21, 1888

DENKSCHRIFTEN

DER

KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

DREIUNDFÜNFZIGSTER BAND.

MIT 1 KARTE, 42 TAFELN UND 19 HOLZSCHNITTEN.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN,

BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

DENKSCHRIFTEN

DER

KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

LIBRARY
MUS. COMP. ZOÖLOGY,
CAMBRIDGE, MASS.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

DREIUNDFÜNFZIGSTER BAND.

WIEN.

AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

1887.

LIBRARY
MUS. COMP. ZOÖLOGY
CAMBRIDGE, MASS.

11,704

XII /21/88

INHALT.

Erste Abtheilung.

Abhandlungen von Mitgliedern der Akademie.

Seite

Oppolzer v.: Über die astronomische Refraction 1

Weiss: Über die Berechnung der Präcession mit besonderer Rücksicht auf die Reduction eines Sternkataloges auf eine andere Epoche. (Mit 1 Holzschnitt.) 53

Ettingshausen Frh. v.: Beiträge zur Kenntniss der Tertiärflora Australiens. Zweite Folge. (Mit 8 Tafeln.) 81

Ettingshausen Frh. v.: Beiträge zur Kenntniss der fossilen Flora Neuseelands. (Mit 9 Tafeln.) . . . 143

Rollett: Beiträge zur Physiologie der Muskeln. (Mit 11 Tafeln.) 193

Steindachner und Döderlein: Beiträge zur Kenntniss der Fische Japan's. (IV.) (Mit 4 Tafeln.) . . . 257

Zweite Abtheilung.

Abhandlungen von Nicht-Mitgliedern.

Sersawy: Über den Zusammenhang zwischen den vollständigen Integralen und der allgemeinen Lösung bei partiellen Differentialgleichungen höherer Ordnung 1

Skibiński: Der Integrator der Prof. Dr. Żmurko in seiner Wirkungsweise und praktischen Verwendung. (Mit 2 Tafeln und 18 Holzschnitten.) 35

Heimerl: Beiträge zur Anatomie der Nyctagineen. I. Zur Kenntniss des Blüthenbaues und der Fruchtentwicklung einiger Nyctagineen (*Mirabilis Jalapa* L. und *longiflora* L., *Oxybaphus nyctagineus* Sweet). (Mit 3 Tafeln.) 61

Merk: Die Mitosen im Centralnervensysteme. Ein Beitrag zur Lehre vom Wachsthume desselben. (Mit 4 Tafeln.) 79

Bobek: Über Curven vierter Ordnung vom Geschlechte Zwei, ihre Systeme berührender Kegelschnitte und Doppeltangenten 119

Igel: Zur Theorie der Combinanten und zur Theorie der Jerrard'schen Transformation 155

Wettstein v.: Monographie der Gattung *Hedraeanthus*. (Mit 1 Tafel und 1 Karte.) 185

Erste Abtheilung.

Abhandlungen von Mitgliedern der Akademie.

Mit 32 Tafeln und 1 Holzschnitt.

ÜBER

DIE ASTRONOMISCHE REFRACTION.

VON

HOFRATH PROF. THEODOR RITTER V. OPPOLZER,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 20. MAI 1886.

§. 1. Vorbemerkungen.

Die in der folgenden Abhandlung zur Entwicklung gelangende Theorie der astronomischen Refraction soll hauptsächlich in der Richtung einen Fortschritt anbahnen, dass auf die Verhältnisse, wie dieselben durch die untersten Luftschichten dargeboten werden, gehörige und ausreichende Rücksicht genommen werden kann, und dass ferner auf die Bestimmung jener kleinen Glieder, welche man gewöhnlich in den bisherigen Refractionstheorien zu vernachlässigen pflegt, eingegangen werden soll.

Die in der vorliegenden Theorie der Refraction über die Constitution der Atmosphäre gemachten Annahmen schliessen sich einerseits den bekannten Thatsachen in sehr befriedigender Weise an und gestatten anderseits den für die Berechnung der Refraction in der Nähe des Horizontes bisher üblichen nicht selten sehr schwerfälligen Rechnungsmechanismus mit Benützung weniger Hilfstafeln durch elegante und bequeme Methoden zu ersetzen; die zweckmässige Wahl eines Parameters f gestattet nämlich, wenn es nicht auf die äusserste Genauigkeit ankommt, die Refraction durch eine einzige unvollständige Gammafunction darzustellen.

Es mag hier noch erwähnt werden, dass ich den Einfluss der Luftfeuchtigkeit auf die Refraction vorerst nicht in Betracht gezogen habe, weil sich darüber gegenwärtig keine genügenden Angaben machen lassen; jedenfalls ist der Einfluss derselben sehr klein und vermischt sich mit anderweitigen nicht leicht durch Rechnung zu ermittelnden Anomalien; sollte die Berücksichtigung der Luftfeuchtigkeit seinerzeit als wünschenswerth erscheinen, so werden sich die nöthigen Correctionen leicht nach den hier entwickelten Methoden berechnen lassen.

Die Construction von Refractionstafeln soll erst dann in Angriff genommen werden, bis ich jene Hilfsmittel, welche mir geeignet erscheinen, die in dem Problem auftretenden Parameter sicher zu bestimmen, in Anwendung gezogen habe.

§. 2. Vorbereitende Transformationen der Differentialgleichung für die Refraction.

Die bekannte Differentialgleichung für die Refraction lautet:

$$\partial R = \frac{(1-s)\sin z\,\partial\mu}{\mu\left\{\cos z^2-\left(1-\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right)+(2s-s^2)\sin z^2\right\}^{1/2}}; \qquad 1)$$

dieselbe ist aber nur so lange als streng zu bezeichnen, als man das Snellius'sche Brechungsgesetz als völlig zutreffend annimmt und eine dem angenommenen Krümmungsradius entsprechende concentrische Schichtung der Luft voraussetzt. Die Richtigkeit des Brechungsgesetzes wird wohl gegenwärtig nicht bezweifelt werden können, wohl aber die letztere hypothetische Annahme besonders für grosse Zenithdistanzen, bei denen der Lichtstrahl lange Zeit nahe über die Erdoberfläche hinwegstreift, die mehrfach uneben ist und ein sehr verschiedenes Wärmestrahlungsvermögen besitzt; doch selbst für wenig grosse Zenithdistanzen können starke Störungen in dem Gleichgewichte der Atmosphäre und besonders die ungleichen Temperaturverhältnisse zwischen dem Beobachtungsraum und dem äusseren Medium ganz merkliche Unregelmässigkeiten bewirken, die sich kaum mit Sicherheit berechnen lassen; zeigen demnach die Luftschichten eine wesentliche Abweichung von dem in der Differentialgleichung supponirten Parallelismus, so können besonders für sehr grosse Zenithdistanzen beträchtliche Abweichungen entstehen.

In der Gleichung 1) stellt μ den Brechungsindex der Luft für das in Betracht kommende Element der Refractionscurve, μ_0 aber den Brechungsindex für die unterste Luftschichte vor, in welcher die Richtung des einfallenden Strahles mit der Lothlinie den Winkel z einschliesst; es ist sonach z die scheinbare Zenithdistanz des beobachteten Objectes am Beobachtungsorte; ist a der Krümmungsradius der Erdoberfläche, und sei r der Abstand der in Betracht gezogenen Luftschichte von dem Krümmungsmittelpunkte, so ist s bestimmt durch die Relation:

$$s = \frac{r-a}{r}, \qquad 2)$$

s ist sonach die Höhe der Luftschichte, ausgedrückt in Einheiten der Entfernung derselben vom Krümmungsmittelpunkte. R stellt die zu ermittelnde Refraction vor, und die Differentialgleichung 1) ist so angesetzt, dass nach erfolgter Integration als untere Grenze die für den Weltraum, als obere Grenze die für den Beobachtungsort geltenden Werthe eingesetzt werden müssen. Um diese letztere Bemerkung anschaulich zu machen, möge eine ganz genäherte Integration der Gleichung 1) versucht werden. Ist $\cos z$ nicht sehr klein, so wird das Glied $\cos z^2$ gegen die folgenden Glieder des obigen Wurzelausdruckes überwiegen, da $\left(1-\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right)$ und s selbst für die obersten Luftschichten, denen man noch eine merkliche brechbare Wirkung zuschreiben kann, nur sehr kleine Beträge darstellen; man kann sohin mit einer gewissen Annäherung, so lange man dem Horizonte nicht zu nahe kommt, statt 1) schreiben:

$$\partial R = \operatorname{tg} z \frac{\partial \mu}{\mu}.$$

Die Integration dieser Gleichung und die Einsetzung der oben angegebenen Grenzen gibt sofort:

$$R = (\log \operatorname{nat} \mu_0) \operatorname{tg} z.$$

Dieses Resultat gibt zu einer nicht unwichtigen Bemerkung Veranlassung; es wird nämlich die Refraction, wenigstens für nicht allzu grosse Zenithdistanzen, von der Constitution der Atmosphäre, sobald man die concentrische Schichtung als vorhanden annimmt, so gut als unabhängig sein und fast nur eine Function des Luftdruckes und der Temperatur jener Luftschichte werden, in der sich der Beobachter befindet. Diese Betrachtungen lehren, dass man im Allgemeinen gut thun werde, bei der Berechnung der Refraction jene Thermometer- und Barometerstände, welche in unmittelbarer Nähe des Beobachtungsinstrumentes stattfinden, in Anwendung zu ziehen und nicht, wie dies so häufig geschieht, Temperaturen, die ausserhalb des Beobachtungsraumes abgelesen werden, hiezu zu verwenden; denn wenn auch bei fundamentalen Beobachtungen darauf Bedacht genommen werden muss, dass die Temperaturen innerhalb des Beobachtungsraumes mit den äusseren möglichst ausgeglichen seien, so wird sich im Allgemeinen ein völliger Ausgleich nicht herstellen lassen, und meist wird ein Unterschied in dem Sinne bestehen, dass am Tage der Beobachtungsraum kühler, in der Nacht wärmer sein wird als die äussere Luft. So z. B. geben die so genauen Pulkowaer Beobachtungsreihen selbst mässig grosse Zenithdistanzen am Tage kleiner als in der Nacht, welcher Unterschied

sich aus den vorangehenden Bemerkungen leicht erklärt, wenn man beachtet, dass bei der Reduction der Pulkowaer Beobachtungen die äusseren Lufttemperaturen angewendet werden; allerdings ist angesichts eines solchen Verhältnisses bei dem Übergange des Lichtstrahles in den inneren Raum auf eine völlig horizontale Schichtung, wie die Theorie dieselbe voraussetzt, nicht mit Sicherheit zu rechnen; doch wird auch hier diese Hypothese die plausibelste sein, da die zweifellos gesetzmässigen Änderungen unterworfene Krümmung der Schichten sich wohl kaum annähernd genau bestimmen lassen wird. Es soll gleich hier darauf hingewiesen werden, dass die folgende Abhandlung das Resultat zu Tage fördert, es zeige die Refraction selbst eine tägliche Periode, die in ähnlicher Weise bei heiterem Wetter am Tage die Refractionsbeträge vermindert und in der Nacht vermehrt; doch kommen diese Variationen für den hier berührten Gegenstand nicht in Betracht, da dieselben nur für grosse Zenithdistanzen merklich werden können; für Zenithdistanzen selbst bis 70° sind sie völlig verschwindend.

Für die weitere Behandlung der obigen Differentialgleichung ist es förderlich, den Brechungsindex μ mit der Dichte der Luft ϱ in Zusammenhang zu bringen; es scheint, dass man ohne merklichen Fehler μ als einfache Function von ϱ darstellen kann, wenn auch neuere Untersuchungen darauf hinzuweisen scheinen, dass für dieselbe Luftdichte bei verschiedenen Temperaturen eine geringe Verschiedenheit von μ vorhanden sei; jedenfalls sind diese Abweichungen so gering, dass man der Form:

$$\mu^2 - 1 = f(\varrho), \tag{3}$$

welche μ als eine Function der Luftdichte darstellt, eine Berechtigung wird nicht absprechen können Bezeichnet man mit ϱ_0 die Dichte der Luftschichte am Beobachtungsorte und bestimmt α durch die Relation:

$$2\alpha = \frac{f(\varrho_0)}{1+f(\varrho_0)}, \tag{4}$$

so wird α jene Grösse darstellen, die für bestimmte Thermometer- und Barometerstände gemeiniglich als Constante der Refraction bezeichnet wird. Setzt man überdies, um die Schreibweise möglichst zu vereinfachen:

$$\frac{f(\varrho)}{f(\varrho_0)} = x, \tag{5}$$

so erhält man zunächst durch die Differentiation der Gleichung 3) mit Benützung der Relation 5):

$$2\mu\,\partial\mu = f(\varrho_0)\,\partial x;$$

es ist also, da $\mu_0^2 - 1 = f(\varrho_0)$ wird:

$$\frac{\partial\mu}{\mu} = \frac{f(\varrho_0)}{2\mu^2}\,\partial x = \frac{1}{2}\cdot\frac{f(\varrho_0)}{1+f(\varrho_0)}\cdot\frac{1+f(\varrho_0)}{\mu^2}\,\partial x = \alpha\frac{\mu_0^2}{\mu^2}\,\partial x. \tag{6}$$

Weiter ist:

$$\frac{\mu^2}{\mu_0^2} = \frac{1+f(\varrho)}{1+f(\varrho_0)} = 1 - \frac{f(\varrho_0)}{1+f(\varrho_0)}\left\{1 - \frac{f(\varrho)}{f(\varrho_0)}\right\} = 1 - 2\alpha(1-x),$$

daher:

$$1 - \frac{\mu^2}{\mu_0^2} = 2\alpha(1-x). \tag{7}$$

Mit Rücksicht auf diese Transformationen nimmt die oben angeführte Differentialgleichung der Refraction die Gestalt:

$$\partial R = \frac{\alpha(1-s)\sin z\,\partial x}{\{1-2\alpha(1-x)\}\{\cos z^2 - 2\alpha(1-x) + (2s-s^2)\sin z^2\}^{1/2}} \tag{8}$$

an. Mag die Form der Function f wie immer beschaffen sein, so wird als untere Grenze für x der Werth Null. als obere Grenze die Einheit zu nehmen sein, denn der Brechungsindex μ für den Weltraum wird der Einheit gleich werden [also $f(\varrho) = 0$], für die Erdoberfläche wird aber $f(\varrho) = f(\varrho_0)$.

Über die Form der Function f sind die Ansichten der Physiker bislang getheilt; auf Grundlage der Emanationstheorie hatte man früher angenommen, dass $\mu^2-1=c\rho$ sei, in welchem Ausdrucke c eine für ein bestimmtes Gas geltende Constante darstellt; in neuerer Zeit neigt man sich mehr der Ansicht zu, dass die Form $\mu-1=c'\rho$, in welchem Ausdrucke c' eine Constante vorstellt, eine grössere Berechtigung habe; beachtet man aber, dass im Maximum etwa μ den Werth 1·0003 erhält, so wird man sofort einsehen, dass es praktisch ganz gleichgiltig ist, welche der beiden Hypothesen man wählt; denn man findet:

$$c=c'(1+\mu),$$

es ist sonach, wenn die letztere Form die richtige ist, c sehr nahe constant, indem die maximalen Unterschiede nur von der Ordnung des Quadrates des Überschusses von μ über die Einheit sind. Es soll daher in der Folge:

$$x=\frac{\rho}{\rho_0} \qquad 9)$$

angenommen werden.

§. 3. Differentialgleichung zwischen s und x.

Bei der im vorangehenden Absatze angeführten Differentialgleichung 8) wird nur dann an eine Integration derselben geschritten werden können, wenn der Zusammenhang der beiden in derselben auftretenden Variabeln s und x erkannt ist. Es wird sich aber hiebei bald herausstellen, dass dieser Zusammenhang nur dann mit Sicherheit ermittelt werden kann, wenn das Gesetz der Temperaturabnahme der Luft mit der Erhebung über die Erdoberfläche, also der Zusammenhang von s und t bekannt ist, eine Relation, die im folgenden Absatze näher behandelt werden wird. Vorerst soll nur der Zusammenhang zwischen s und x, soweit dies ohne Kenntniss der bezüglichen Temperaturverhältnisse möglich ist, entwickelt werden.

Da die Dichte der Luft nur mittelbar durch die Beobachtung des Luftdruckes bestimmt wird, so ist es die nächste Aufgabe, die hiebei auftretenden Verhältnisse klarzulegen. Ist B die vollständig corrigirte, auf 0° reducirte Barometerlesung, q die Dichte des Quecksilbers bei 0°, g die Schwere am Beobachtungsorte, so hat man offenbar als Maass des Luftdruckes p (die elastische Kraft der Luft) die Gleichung:

$$p=gqB. \qquad 1)$$

Weiter lehrt das Mariotte'sche Gesetz, welches für die vorliegenden Untersuchungen als streng richtig angesehen werden kann, dass das Volumen eines Gases bei gleicher Temperatur sich umgekehrt verhält, wie die auf dasselbe wirkenden Druckkräfte, oder, was auf dasselbe hinauskommt, dass sich bei gleicher Temperatur die Dichten wie die Druckkräfte verhalten; diese letztere Relation folgt sofort aus der ersteren, wenn man sich vergegenwärtigt, dass mit der Vergrösserung des Volumens eines Gases nothwendig die Dichte in linearer Weise zu derselben abnimmt. Ändert sich dagegen die Temperatur, so ist, wie dies Gay-Lussac zuerst experimentell nachgewiesen hat, die Ausdehnung für alle permanenten Gasarten sehr nahe proportional der Temperatur und für alle Temperaturen sehr nahe constant. Bezeichnet man den Ausdehnungscoëfficienten der Volumeinheit atmosphärischer Luft für 1° Celsius Temperaturzunahme mit m, für welchen Werth die neueren Bestimmungen 0·003670 ergaben, das Volumen der Luft bei 0° mit (V_0), so werden die Volumina V_0 und V für die beziehungsweise stattfindenden Temperaturen t_0 und t (Celsius) bestimmt sein durch:

$$\left.\begin{aligned} V_0&=(V_0)(1+mt_0)\\ V&=(V_0)(1+mt).\end{aligned}\right\} \qquad 2)$$

Nennt man die zu V_0 und V gehörenden Dichten ρ_0 und ρ', so wird, da sich die Dichten umgekehrt wie die Volumina verhalten, sich ergeben:

$$\frac{\rho'}{\rho_0}=\frac{1+mt_0}{1+mt}, \qquad 3)$$

welche Relation jedoch nur gilt, so lange der Barometerstand constant bleibt.

Geht aber der Luftdruck von p_0 ohne eine Temperaturänderung auf p über, so wird sich die Dichte ϱ' abändern und etwa den Werth ϱ annehmen. Beachtet man das Mariotte'sche Gesetz, so wird sein:

$$\varrho' : \varrho = p_0 : p,$$

woraus man in Verbindung mit der Gleichung 3) erhält:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\varrho}{\varrho_0} \cdot \frac{1+mt}{1+mt_0}, \qquad 4)$$

welche Relation sofort zeigt, dass in der That eine Relation zwischen Druck und Dichte hergestellt werden kann, wenn die zugehörigen Temperaturen gegeben sind.

Um nun die Differentialgleichung für die Abnahme des Luftdruckes $(-\partial p)$ mit der Höhe zu erhalten, beachte man, dass dieselbe bestimmt wird durch das Product der differentiellen Höhenänderung ∂h in die Dichte der Luft ϱ und die Schwere. Bezeichnet man mit g die am Beobachtungsorte stattfindende Schwere, mit h die Höhe über dem Beobachtungsorte, in welcher die Änderung des Druckes in Betracht gezogen wird, mit a den Krümmungsradius der Erdoberfläche für den Beobachtungsort, so wird man für den gesuchten Ausdruck mit einem hohen Grade der Annäherung annehmen dürfen:

$$\partial p = -g\left(\frac{a}{a+h}\right)^2 \varrho\, \partial h,$$

in welcher Formel jedoch die Zunahme der Fliehkraft mit der Höhe, die Abänderung der Schwerkraft durch die locale Dichte der Erdoberfläche und auch der Zuwachs an Schwerkraft, der aus den unter dem Elemente liegenden Luftschichten entsteht, als zu unbedeutend völlig übergangen wird.

Führt man in dieser Gleichung für h die Grösse s, welche in der Differentialgleichung der Refraction auftritt, durch die Relation:

$$s = \frac{h}{a+h}, \quad \text{also } \partial s = \frac{a\partial h}{(a+h)^2},$$

ein, so findet sich:

$$\partial p = -ag\varrho\, \partial s. \qquad 5)$$

Die Differentiation der Gleichung 4) liefert, wenn man bedenkt, dass p eine Function von ϱ und t ist:

$$\partial p = \frac{p_0}{\varrho_0(1+mt_0)} \partial\{\varrho(1+mt)\}.$$

Eliminirt man also mit Hilfe der Gleichung 5) ∂p, so findet sich sofort, wenn man sich an die oben (pag. 4, Gl. 9) angenommene Bedeutung von x erinnert, und abkürzend:

$$L(1+\xi) = \frac{p_0}{ag\varrho_0(1+mt_0)}, \qquad 6)$$

setzt, die gesuchte Differentialgleichung:

$$-\partial s = L(1+\xi)\frac{\partial\{x(1+mt)\}}{x}. \qquad 7)$$

Die Gleichung 7) ist aus zwei wesentlich verschiedenen Factoren zusammengesetzt. Der Factor $L(1+\xi)$, dessen hier gewählte Schreibweise durch die unten folgenden Entwicklungen klar werden wird, ist durchaus nur von Grössen abhängig, die sich unmittelbar aus der Lage des Beobachtungsortes und durch Beobachtungen an geeigneten Instrumenten (Baro- und Thermometer) ableiten lassen; der Factor $\frac{\partial\{x(1+mt)\}}{x}$ wird aber nur dann näher bestimmt werden können, wenn bestimmte Annahmen über die Constitution der Atmosphäre gemacht werden, auf welchen Gegenstand erst die Betrachtungen des folgenden Abschnittes näher eingehen werden. An die Definirung des ersten Factors, nämlich $L(1+\xi)$, soll aber hier sofort geschritten

werden. In diesem Ausdrucke erscheint zuerst rechts vom Gleichheitszeichen der reciproke Werth des Krümmungsradius für den Beobachtungsort. Derselbe wird mit ausreichender Annäherung durch Addition der Höhe des Beobachtungsortes über der Meeresfläche h_0 zum Krümmungsradius der letzteren (a) gefunden. Derselbe ist aber nicht nur mit der Polhöhe φ veränderlich, sondern auch mit dem Azimuthe A. Bezeichnet man mit $\varkappa$ die Abplattung der Erde, deren numerischer Werth nach Bessel:

$$\frac{1}{\varkappa} = 299{\cdot}1528,$$

angenommen werden kann, so findet sich daraus die Excentricität einer Meridianellipse bekanntlich durch die Relation:

$$e^2 = 2\varkappa - \varkappa^2, \quad \log e = 8{\cdot}912\ 2052 - 10.$$

Für den Krümmungsradius der Meeresfläche (a) findet sich aber, wenn man den Äquatorhalbmesser der Erde als Einheit annimmt, für die Polhöhe φ und das Azimuth A setzt, der Ausdruck:

$$(a) = \frac{1-e^2}{(1-e^2+e^2\cos\varphi^2\cos A^2)\sqrt{1-e^2\sin\varphi^2}}.$$

Beachtet man, dass e^2 einen mässigen Werth darstellt (annähernd $2:300$), so dürfte es dem hier gestellten Problem angemessen erscheinen, sich auf die ersten Potenzen dieser Grösse zu beschränken, indem durch die Vernachlässigung der Glieder zweiter Ordnung (also von der Ordnung e^4) im Logarithmus von (a) nur Fehler von einigen Einheiten der sechsten Decimale bewirkt werden können. Man wird ohne Schwierigkeit, wenn man die Entwicklung in der angedeuteten Weise ausführt und anstatt der Potenzen der trigonometrischen Functionen die vielfachen Winkel einsetzt, für den reciproken Werth von (a) finden:

$$\frac{1}{(a)} = 1 + \frac{e^2}{2}\cos 2\varphi + \frac{e^2}{4}\cos 2A\{1+\cos 2\varphi\}. \qquad 8)$$

Die weiteren Glieder zweiter Ordnung, welche wie die noch höherer Ordnung vernachlässigt werden sollen, sind:

$$\frac{11}{64}e^4 + \frac{5}{16}e^4\cos 2\varphi + \frac{1}{64}e^4\cos 4\varphi + \frac{1}{4}e^4\cos 2A\left\{\frac{7}{8} + \cos 2\varphi + \frac{1}{8}\cos 4\varphi\right\} + \ldots$$

Will man $1:(a)$ in Metern ausgedrückt erhalten, so wird man rechts vom Gleichheitszeichen in 8) mit dem Äquatorhalbmesser, in Metern ausgedrückt, zu dividiren haben. Bessel gibt für den Äquatorhalbmesser der Erde den Werth 3272077·14 Toisen an; mit dem Verwandlungsfactor:

$$\log\frac{\text{Toise}}{\text{Meter}} = 0{\cdot}2898199300,$$

erhält man also für den Äquatorhalbmesser 6377397·16 Meter, und hiemit kann man der Gleichung 8) die folgende numerische Form geben, in der die überstrichenen Zahlen Logarithmen derselben vorstellen:

$$\frac{1}{(a)} = (\overline{3{\cdot}195357-10}) + (\overline{0{\cdot}718737-10})\cos 2\varphi + (\overline{0{\cdot}417707-10})\{1+\cos 2\varphi\}\cos 2A. \qquad 8)^*$$

Um nun den Übergang auf den reciproken Werth von a zu machen, beachte man die oben als zulässig bezeichnete Näherung:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{(a)+h_0}.$$

Da aber h_0 nothwendig stets sehr klein im Verhältniss zu (a) ist, darf man hiefür mit genügender Annäherung schreiben:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{(a)} - \frac{h_0}{(a)^2}; \qquad 9)$$

drückt man also die Meereshöhe für den Beobachtungsort durch h_0 in Metern aus und beachtet, dass man ohne Nachtheil für die Genauigkeit die Producte von h_0 in e^2 übergehen darf, so wird man haben:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{(a)} - \overline{(6\cdot 3907 - 20)}\, h_0 \qquad 9)^*$$

womit in Verbindung mit 8)* der Factor $1 : a$ im Ausdrucke für $L(1+\xi)$ erledigt erscheint. Der Factor $p_0 : g\varrho_0$ im Ausdrucke $L(1+\xi)$ wird sich in ähnlicher Weise entwickeln lassen. Man wird sich gegenwärtig zu halten haben, dass hier unter p_0, ϱ_0 und g beziehungsweise der Luftdruck, die Luftdichte und die Schwere für den Beobachtungsort verstanden wird. Bezeichnet man mit (ϱ_0) die Dichte der Luft, die unter dem 45. Breitengrade an der Meeresfläche bei 0° Temperatur und unter einem auf 0° reducirten Barometerstand von 0·76 Meter Quecksilber stattfindet, so hat man, wenn der Luftdruck unter diesen Bedingungen mit (p_0) bezeichnet wird, nach 1):

$$(p_0) = 0\cdot 76(g)q, \qquad 10)$$

in welchem Ausdrucke (g) die Schwerkraft unter dem 45. Parallel vorstellt. Wendet man nun, um das Verhältniss der Dichte (ϱ_0) zu ϱ_0 zu bestimmen, die Gleichung 4) an, nachdem man in dieselbe statt p, ϱ und t die Werthe (p_0), (ϱ_0) und 0 eingesetzt hat, so resultirt:

$$\frac{p_0}{\varrho_0} = \frac{(p_0)}{(\varrho_0)}(1+mt_0);$$

dividirt man beiderseits mit $ag(1+mt_0)$, so findet sich mit Rücksicht auf 10):

$$L(1+\xi) = \frac{p_0}{ag\varrho_0(1+mt_0)} = \left[0\cdot 76\,\frac{q}{(\varrho_0)}\right]\frac{(g)}{ag}. \qquad 11)$$

Der in den eckigen Klammern stehende Ausdruck ist nichts anderes, als der gewöhnlich mit dem Namen der Höhe der homogenen Atmosphäre bezeichnete Werth und stellt das Verhältniss der Dichte des Quecksilbers zur Luft, multiplicirt mit 0·76 vor.

In der Gleichung 11) muss nun der Quotient $\frac{(g)}{g}$ näher betrachtet werden. Bezeichnet man mit g' die Schwere am Meeresniveau in der Breite φ, so besteht zur Bestimmung der Schwere der Ausdruck:

$$g' = (g)\{1 - 0\cdot 0025791\cos 2\varphi\}. \qquad 12)$$

Dieser numerische Coëfficient ist entlehnt aus Jelinek's „Anleitung zur Anstellung meteorologischer Beobachtungen" (2. Aufl., p. 198) und daselbst abgeleitet aus dem Resultate, welches Baily aus einer sorgfältigen Discussion der an verschiedenen Orten ausgeführten Messungen der Länge des Secundenpendels gefunden hat. Anderseits wird auch ein Unterschied zwischen g' und g darin bestehen, dass sich der Beobachtungsort in einer Höhe h_0 über der Meeresfläche befindet; die Anwendung des Factors:

$$\left(\frac{(a)}{(a)+h_0}\right)^2,$$

zu dieser Reduction würde wenig genaue Resultate liefern, da hiebei die Voraussetzung gemacht wird, dass sich der Beobachtungsort frei, ohne anziehende Unterlage, in der Höhe h_0 befinde; da aber die meisten Observatorien in mehr oder minder ebenem Terrain liegen, so wird es zweckmässig sein, auf die Dichte der über dem Meere gelegenen Erdschichten Rücksicht zu nehmen. Poisson gibt hiefür den folgenden Ausdruck:

$$g = g'\left(1 - \frac{2h_0}{(a)} + \frac{3}{2}\,\frac{h_0}{(a)}\,\frac{\delta}{\Delta}\right),$$

in welchem Ausdrucke δ die Dichte des Erdkörpers an seiner Oberfläche, Δ seine mittlere Dichte vorstellt; für das Verhältniss beider Zahlen kann man nach Chisholm:

$$\frac{\delta}{\Delta} = \frac{5}{11},$$

annehmen; mit diesen Zahlen erhält man, wenn h_0 in Metern angesetzt gedacht ist, und das Product dieser Grösse in e^2 übergangen wird, den Ausdruck:

$$g = g'\{1 - (\overline{3 \cdot 31533 - 10})\, h_0\}. \qquad 13)$$

Vereinigt man die Resultate der Gleichungen 12) und 13), so findet sich, wenn man wieder die zweiten Potenzen der kleinen Correctionsgrössen übergeht, mit mehr als ausreichender Genauigkeit:

$$\frac{(g)}{g} = 1 + (\overline{7 \cdot 411468 - 10}) \cos 2\varphi + (\overline{3 \cdot 31533 - 10})\, h_0. \qquad 14)$$

Hiemit ist also die Bedeutung der Grösse $L(1+\xi)$ in allen ihren Theilen klargelegt, und es wird nur erübrigen, die Theilresultate zusammenzufassen und die numerischen Werthe von q und (ϱ_0) einzuführen; für die letzteren sollen Regnault's Bestimmungen als massgebend betrachtet werden. Derselbe findet als Gewicht eines Liters trockener Luft unter $0{\cdot}76^m$ Quecksilberdruck im 45. Parallel bei $0°$ Temperatur am Meeresniveau:

$$(\varrho_0) = 1{\cdot}292743 \text{ Gramm},$$

als Gewicht für einen Liter Quecksilber unter denselben Bedingungen:

$$q = 13595{\cdot}93 \text{ Gramm}.$$

Hieraus resultirt, den Meter als Einheit genommen:

$$\log\left[\frac{q}{(\varrho_0)} 0{\cdot}76\right] = 3{\cdot}902711. \qquad 15)$$

Vereinigt man nun die Resultate aus den Gleichungen 9)*, 14) und 15), und übergeht wieder die unmerklichen Producte, die aus den zweiten Potenzen der kleinen Correctionsglieder entstehen, so erhält man schliesslich:

$$\left.\begin{aligned} \log L &= 7{\cdot}098068 - 10 \\ \xi &= (\overline{7 \cdot 772049 - 10}) \cos 2\varphi + (\overline{7 \cdot 222350 - 10})(1 + \cos 2\varphi) \cos 2A + (\overline{2 \cdot 6981 - 10}) h_0. \end{aligned}\right\} \qquad 16)$$

Durch diese Form erscheint die Abtrennung der Grösse ξ erklärt, indem L als constanter Haupttheil auftritt, während ξ mit der Polhöhe, dem Azimuthe und der Meereshöhe des Beobachtungsortes variabel erscheint; es wird daher die Refraction, wenn auch innerhalb sehr mässiger Grenzen von der Polhöhe, der Meereshöhe des Beobachtungsortes und dem Azimuthe abhängig sein. Der Coëfficient von h_0, wobei h_0 die Meereshöhe in Metern darstellt, ist sehr klein und gibt eben nur merkliches für sehr bedeutende Erhebungen, die kaum bei Observatorien in Betracht kommen.

§. 4. Über die in der vorliegenden Refractionstheorie angenommene Constitution der Atmosphäre.

Um den Factor:

$$\frac{\partial\{x(1+mt)\}}{x},$$

der Gleichung 7) des dritten Abschnittes entwickeln zu können, bedarf es der Kenntniss des Zusammenhanges zwischen x und t. In dieser Forderung liegt die Hauptschwierigkeit der Theorie der Refraction, und die von verschiedenen Autoren zu verschiedenen Zeiten aufgestellten genaueren Theorien unterscheiden sich fast nur in Bezug auf die hierüber gemachten Annahmen, die jedoch in sehr differenter Weise sich den bekannten

Thatsachen anschliessen; die Unterschiede zwischen den gemachten Annahmen und den hiefür aus den Beobachtungen folgenden Resultaten sind oft ganz beträchtlich, doch kann fast stets innerhalb der den Beobachtungen zugänglichen, nicht allzu grossen Zenithdistanzen die astronomische Refraction durch geeignete Bestimmung der dem Probleme zu Grunde gelegten Parameter sehr befriedigend dargestellt werden; denn wie schon oben bei der Eingangs versuchten näherungsweisen Integration bemerkt wurde, ist das dort gewonnene Resultat fast unabhängig von der Constitution der oberen Luftschichten, und wird sich dieser Umstand selbst für noch weiter gehende Entwicklungen in der Folge bestätigen; in der That sind die Bessel'schen Annahmen über die Temperaturverhältnisse selbst in den unteren Luftschichten ausserordentlich fehlerhaft, doch der strenge Anschluss der hieraus abgeleiteten Refractionstafeln an die Beobachtungen selbst bis zu Zenithdistanzen von 85° hat dieselben stets den gebührenden Platz behalten lassen, und es sind fast allein diese Tafeln bis auf die neueste Zeit in Gebrauch geblieben. Bei dieser Sachlage scheint es wohl zulässig, eine Untersuchung in dem Sinne durchzuführen, dass man die Temperaturverhältnisse in der Atmosphäre in eine analytische Form bringt, die sich einerseits von den beobachteten Thatsachen nicht allzu weit entfernt, andererseits aber die grossen Complicationen, welche die Integration der Differentialgleichung der Refraction in den meisten Theorien bietet und den schliesslichen Rechnungsmechanismus schwerfällig gestaltet, möglichst aus dem Wege räumt. Allerdings wird zunächst die Aufgabe in der einfacheren Form behandelt werden, indem vorerst die durchschnittlichen Temperaturverhältnisse in Betracht gezogen werden sollen; auf jene hauptsächlich in täglicher und in zweiter Linie in jährlicher Periode auftretenden Abweichungen von diesem Durchschnittsverhältnisse wird erst weiter unten eingegangen werden.

Würde die Temperatur der Luft in allen Höhen die gleiche sein, so könnte nach der bekannten Theorie der Gase die Berechnung der Dichte und des Brechungsindex der Luft in den verschiedenen Schichten mit hinreichender Annäherung ausgeführt werden; da aber die Temperatur mit der Höhe im Allgemeinen abnimmt, und vorerst keine Möglichkeit vorhanden ist, diese Abnahme theoretisch zu erschliessen, so ist man genöthigt, auf die unmittelbaren Beobachtungen zurückzugreifen und aus diesen in empirischer Weise die gesetzmässige Temperaturvertheilung zu ermitteln. Aber auch diesem letzteren Wege stellen sich beträchtliche Schwierigkeiten und Hindernisse entgegen; zunächst ist uns nur ein kleiner Bruchtheil der Atmosphäre zugänglich: die grösste Erhebung über die Erdoberfläche, welche Glaisher durch Ballonfahrten erreicht hat, beträgt etwa 8 bis 9 Kilometer, während man zufolge der Dämmerungserscheinungen die Höhe der Atmosphäre, so weit derselben eine merklich reflectirende, somit auch brechende Kraft zukommt, in minimaler Annahme auf 100 Kilometer veranschlagen muss, und das Aufleuchten der Sternschnuppen auf eine Ausdehnung von 500 Kilometer Höhe und darüber hinweist; ferner hat man als brauchbares Material eigentlich nur die relativ spärlichen Resultate der Ballonfahrten zur Verfügung, da die aus den Bergstationen hiefür abzuleitenden Zahlen bei relativ geringen Niveaudifferenzen durch locale Störungen und Bodenstrahlungen wohl allzu sehr beeinflusst sind.

Es stellt sich nunmehr die Aufgabe, aus den eben erwähnten, durch die Ballonfahrten gelieferten Beobachtungen das Gesetz über den Zusammenhang zwischen der Erhebung und der Temperatur abzuleiten; bei der Vielheit der möglichen Formen tritt hier eine Unbestimmtheit auf, nämlich welche Wahl für den analytischen Ausdruck zu treffen sei; gerade aber in diesem Punkte kann durch entsprechende Wahl der zu Grunde gelegten Function sehr förderliches geleistet werden. Im Allgemeinen ist man in den Naturwissenschaften geneigt, sobald man einer theoretischen Grundlage entbehrt, für solche unbekannte Functionen algebraische Formen vorauszusetzen, die nach Potenzen der einen Variabeln fortschreiten, um sich bei der Anwendung auf wenige Anfangsglieder dieser Reihe zu beschränken. So nützlich im Allgemeinen eine solche auf den Taylor'schen Satz gegründete Entwicklung sein kann, so sehr muss man doch vor derselben warnen, besonders wenn durch die Natur des Problems die assymptotische Annäherung an einen Grenzwerth erwartet werden darf, denn in diesen Fällen wird die eben besprochene Function bei der Mitnahme weniger Anfangsglieder keine genügenden Resultate liefern, daher der empirischen Bestimmung einer grossen Zahl von Parametern, deren Ermittlung in solchen Fällen mit der steigenden Anzahl an Unsicherheit zunimmt, bedürfen, um nur

halbwegs innerhalb eines weiteren Gebietes sich den Resultaten der Beobachtungen anzuschliessen. Es wird deshalb dem vorliegenden Zweck sehr wenig entsprechen, wie dies so häufig geschieht, einen linearen Zusammenhang zwischen der Temperatur und der Erhebung anzunehmen, etwa in der Form:

$$t = t_0 + ah,$$

in welchem Ausdrucke, analog wie früher, t_0 die Temperatur der untersten Luftschichte, von der aus die Höhe h, bei welcher die Temperatur t stattfindet, gemessen wird, darstellt; a ist ein empirisch zu bestimmender Coëfficient, der so zu wählen ist, dass die in den verschiedenen Höhen beobachteten Temperaturen möglichst gut dargestellt werden; für a wird stets ein negativer Werth gefunden werden. Wohl gelingt es mit Hilfe dieses Ausdruckes die Beobachtungen, wenigstens für nicht allzu bedeutende Erhebungen, genügend darzustellen, man wird aber diese Form keineswegs als die richtige betrachten können; selbst für uns relativ leicht zugängliche Höhen zeigt sich mit grosser Bestimmtheit, dass die Temperaturabnahme mit der Zunahme der Erhebung sich verlangsamt, dass also der Werth von a mit der Höhe abnimmt. Man hat daher dem obigen Ausdrucke ein weiteres Glied mit quadratischem Factor hinzugefügt und angenommen:

$$t = t_0 + ah + bh^2,$$

in welchem Ausdrucke b, durch die Beobachtungen bestimmt, stets einen positiven Werth erhält. Diese Form hat bereits die nöthige Schmiegsamkeit, um sich den Beobachtungen anzuschliessen, und es gelingt in der That durch passende Wahl für die beiden Parameter a und b das vorgelegte Beobachtungsmaterial in genügender Weise darzustellen, so dass man kaum Veranlassung hätte, die eben hingeschriebene Form zu verlassen, wenn man Temperaturen innerhalb einer Erhebung von nur einigen Kilometern in Betracht ziehen wollte. Will man aber Schlüsse ziehen auf die Temperaturen in weit höheren Luftschichten, dann wird man von diesen Formeln abgehen müssen; wären nämlich diese Temperaturen bekannt, so könnte man allenfalls durch weitere Hinzufügung von mit h^3, h^4, ... multiplicirten Gliedern wohl sich wieder den Beobachtungen in genügender Weise anschliessen, aber im vorliegenden Falle fehlt das hiezu nothwendige Beobachtungsmaterial und ist auch dessen Beschaffung kaum zu erwarten. Dass die zuletzt hingeschriebene Formel in der That für bedeutende Erhebungen ungenügend sein muss, lehrt die folgende Betrachtung: Ist a negativ und b positiv, wie dies thatsächlich der Fall ist, so wird sich für h ein positiver Werth angeben lassen, welcher der Gleichung:

$$a + 2bh = 0,$$

genügt; für diesen Werth von h wird die Temperatur der benachbarten Luftschichten constant; für grössere Werthe von h wird dann die Temperatur mit der Erhebung zunehmen, und für den Werth von h, der aus Gleichung:

$$a + bh = 0,$$

folgt, wird t gleich der Temperatur an der Erdoberfläche, Folgerungen, die wohl die gewählte Form für die höchsten Luftschichten als unzulässig zurückweisen lassen. Anderseits kann man allerdings auch, wenn b genügend klein ist, leicht für t auf Temperaturen hingeführt werden, die den absoluten Nullpunkt erreichen; in der That führen zahlreiche Annahmen über die Constitution der Atmosphäre auf derartige Werthe, und man hat sich für dieselben entschlossen, an jene Stelle die Grenze der Atmosphäre zu setzen; dass eine derartige Grenzbestimmung für die Höhe der Atmosphäre absolut keinen Werth hat, ja sogar eine solche numerisch falsche Angabe als schädlich bezeichnet werden muss, ist klar, denn einerseits gründet sich dieselbe auf falsche Annahmen über die Constitution der Atmosphäre und anderseits auf die Realität des absoluten Nullpunktes, dessen Existenz und Bestimmung theilweise auch auf die bereits gerügte Ausdehnung der für beschränkte Intervalle geltenden linearen Verhältnisse auf die Grenzfälle sich gründet.

Wollen wir daher für die Temperaturvertheilung in den höheren Schichten der Atmosphäre bessere Anhaltspunkte haben, so müssen wir auf Formen Bedacht nehmen, die von diesen eben auseinandergesetzten Nachtheilen frei sind; die Analyse bietet uns deren in unendlicher Mannigfaltigkeit dar, und da die Theorie

die analytische Form uns zu liefern bislang versagt, so wird man auf Hypothesen über dieselben hingedrängt, deren Berechtigung oder Fehlerhaftigkeit a posteriori an den Beobachtungen geprüft werden muss. Ich habe meine Theorie der Refraction auf die Voraussetzung aufgebaut, dass die durchschnittliche Temperaturänderung der Dichteänderung proportional sei; diese Annahme ist zwar nicht völlig grundlos,[1] doch erscheint mir deren theoretische Begründung so zweifelhaft und unsicher, dass ich diese Voraussetzung vorerst nur als Hypothese aufgefasst sehen möchte, deren Berechtigung allerdings durch die weiter folgenden Auseinandersetzungen, welche den nahen Anschluss an die Beobachtungen erweisen, theilweise gerechtfertigt erscheint. Diese Hypothese setzt voraus, dass nur die mittleren Verhältnisse, wie dieselben bei heiterem, also für astronomische Beobachtungen geeignetem Himmel stattfinden, dargestellt werden sollen und starke Störungen, wie dieselben z. B. bei Niederschlagsbildungen gewiss eintreten, nicht vorhanden seien. Kleidet man die eben aufgestellte Hypothese in eine analytische Form und bezeichnet mit t die Temperatur, mit ϱ die Luftdichte, so wird dieselbe definirt sein durch:

$$\frac{\partial t}{\partial \varrho} = \varepsilon, \qquad 1)$$

in welchem Ausdrucke ε eine Unbekannte darstellt, deren Werth zunächst so zu bestimmen wäre, dass den Temperaturbeobachtungen, welche bei den Ballonfahrten erhalten wurden, möglichst genügt wird. Integrirt man die Gleichung 1), so ergibt sich, mit C die Integrationsconstante bezeichnend, zunächst:

$$t = \varepsilon\varrho + C, \qquad 2)$$

Bezeichnet man mit t_0 und ϱ_0 die diesbezüglichen für die unterste Luftschichte geltenden Werthe, so muss auch die Gleichung:

$$t_0 = \varepsilon\varrho_0 + C \qquad 3)$$

bestehen; eliminirt man ε aus den Gleichungen 2) und 3), so resultirt die Form:

$$t = C + (t_0 - C)\frac{\varrho}{\varrho_0}, \qquad 4)$$

in welcher Gleichung C so zu bestimmen wäre, dass den in verschiedenen Höhen beobachteten Temperaturen möglichst genügt wird. Dass diese Form der Wahrheit sehr nahe kommen wird, kann sofort daraus erschlossen werden, dass J. Herschel und Mendelejew in empirischer Weise festgestellt haben, die Temperatur ändere sich der Luftdrucksänderung sehr nahe proportional; diese letztere aber wird in den allgemeinen Umrissen der Änderung der Dichte beiläufig proportional sein. Um zu zeigen, wie nahe sich die von mir aufgestellte Hypothese den vorhandenen Beobachtungen anschliesst, führe ich hier die Bestimmung des Werthes von C an, wie sich derselbe aus der Glaisher'schen Ballonfahrt am 5. September 1862 ergibt, bei welcher die enorme Höhe von 29.000 englischen Fussen erreicht wurde, und gebe die Vergleichung der Beobachtungsresultate in den verschiedenen Höhen mit den Resultaten aus der obigen Formel. Setzt man $C = -40°4$ C. und $t_0 = 11°2$ C., so ergibt sich die folgende Tabelle, in welcher die angesetzten Beobachtungszahlen aus Mendelejew's Abhandlung über die Temperatur in den höheren Luftschichten entlehnt sind:

[1] Nach Abfassung dieses Manuscriptes bin ich zur Kenntniss gelangt, dass Dr. J. Maurer in dem Mai-Heft 1886 der meteorologischen Zeitschrift in eleganter Weise zeigt, unter welchen theoretischen Voraussetzungen man zu der von mir („Über den Zusammenhang der Refraction mit der Temperaturvertheilung in der Atmosphäre", Beilage zum Mai-Heft 1886 der meteorol. Zeitschrift) bereits publicirten, weiter unten zur Entwicklung kommenden Formel 4) gelangen kann; ich war übrigens auf ganz anderem Wege zu diesem Resultate geführt worden.

Beob. Luftdruck	Beob. Temperatur	Berechn. Temperatur	Beob.—Rechn.
27·5 engl. Zoll	+11°5 Cels.	+11°2 Cels.	+0°3
25·0 „	+ 7·2 „	+ 7·2 „	0·0
22·5 „	+ 2·9 „	+ 3·1 „	—0·2
20·0 „	— 0·9 „	— 1·2 „	+0·3
17·5 „	— 5·4 „	— 5·5 „	+0·1
15·0 „	—10·1 „	— 9·9 „	—0·2
12·5 „	—14·4 „	—14·6 „	+0·2.

Man sieht daher, dass die Übereinstimmung zwischen der Beobachtung und der supponirten Hypothese eine sehr befriedigende ist, und in der That geben verschiedene ähnliche Beobachtungsreihen kaum minder befriedigende Resultate, so lange nicht Wolkenschichten oder Gebiete starker Niederschläge bei der Ballonfahrt durchsetzt werden. Ich habe im Mittel aus den von Gay-Lussac, Welsh und Glaisher erhaltenen Beobachtungen für C in verhältnissmässig guter Übereinstimmung den Werth —45° C. gefunden; Hann hat auf Grundlage der Mendelejew'schen Formeln auch für C ganz gut übereinstimmende Werthe aus den Resultaten der Bergstationen erhalten, die aber doch für C etwas niedrigere Werthe ergaben. Mit Rücksicht auf den Umstand, dass bei den Ballonfahrten möglicherweise die niederen Temperaturen in dem Sinne beeinflusst sein können, dass dieselben etwas zu hoch gefunden werden, und auf die etwas niedereren Zahlen, die Hann gefunden hat, möchte ich für C den Werth:

$$C = -50° \text{ Celsius},$$

ansetzen.

Es unterliegt daher keinem berechtigten Zweifel, dass durch die aufgestellte Hypothese, sofern man die in unmittelbarer Nähe der Erdoberfläche localen Störungen unterworfenen Temperaturverhältnisse ausser Acht lässt, für die ersten 10 Kilometer Höhe bei Abwesenheit von Niederschlagsschichten ein sehr einfaches Gesetz der Temperaturvertheilung in der Atmosphäre gefunden ist; da aber innerhalb dieser Grenzen wohl auch mit Hilfe der Formel: $t = t_0 + ah + bh^2$ ein eben so genügender Anschluss erreicht werden kann, so fragt es sich nur, ob man nicht für die höheren Luftschichten durch die obige Formel, ähnlich wie früher, auf mehr oder minder widersinnige Resultate geführt wird.

Zunächst ist es offenbar, dass sich die Temperatur mit der Erhebung stetig vermindere, und zwar in einem immer mehr und mehr verlangsamten Maasse; für den Grenzfall $\varrho : \varrho_0 = 0$, welcher Werth bei der Atmosphärengrenze nahe erreicht sein wird, findet sich $t = C$, d. h. für die Grenze der Atmosphäre hätte man etwa die Temperatur —50° C. anzunehmen, welche Temperatur wohl als zu hoch bezeichnet werden kann; doch schätzt Fourier — allerdings auf nicht völlig bindenden theoretischen Beobachtungen fussend — die Temperatur des Weltraumes auf —50° bis —60°, ein Werth, welcher sich nicht sehr wesentlich von dem für C angenommenen Werth unterscheidet. In Bezug auf die Temperatur des Weltraumes, wenn es gestattet ist, von einer solchen zu sprechen, haben wir durch die Beobachtungen O. Frölich's werthvolle Anhaltspunkte erhalten; derselbe hat durch Strahlungsversuche mit einer berussten Fläche Resultate erhalten, welche, so lange man das Gebiet des unmittelbar Beobachteten nicht verlässt, dahin formulirt werden können, dass der Himmel in der Nähe des Zeniths des Beobachtungsortes eine Strahlung zeige, welche einer schwarzen Fläche von etwa —57° Temperatur gleichkomme, einem Werthe, der zwar mit Fourier's Angaben und mit dem für C gefundenen Werthe in erträglicher Übereinstimmung steht, wenngleich er wohl nur als oberer Grenzwerth betrachtet werden darf, und die Temperatur des Weltraumes wahrscheinlich wesentlich niedriger, unter —100°, anzunehmen sein wird. Diese Betrachtungen lehren, dass zwar die durch die obige Formel für die Grenze der Atmosphäre gefundenen Temperaturangaben zu hoch sein werden, aber nicht in so bedeutendem Maasse, dass man nicht innerhalb des Gebietes, in welchem die Atmosphäre eine für unsere Instrumente merklich brechende Kraft besitzt, den eben aufgestellten Ausdruck für die Temperaturverhältnisse der höheren Luftschichten als brauchbaren Näherungsausdruck betrachten dürfte, umsomehr, da für die grössten Zenithdistanzen selbst

sehr fehlerhafte Annahmen über die Temperaturverhältnisse in den oberen Luftschichten auf den Betrag der Refraction fast ohne Einfluss sind.

Der Differentialausdruck 1) und die daraus abgeleitete analytische Form 4) genügt also im grossen Ganzen den bestehenden Verhältnissen, doch werden in demselben die bereits erwähnten Störungen in der Nähe des Erdbodens vorerst gar nicht berücksichtigt; ehe ich somit denselben der ferneren Rechnung zu Grunde lege, werde ich ihm eine solche Form geben, dass an seiner allgemeinen Giltigkeit nicht gezweifelt werden kann, so lange man annimmt, dass in der Atmosphäre kein labiles Gleichgewicht vorhanden ist, also stets die oberen Schichten weniger dicht als die unteren sind.

Ich setze:

$$\frac{\partial t}{\partial \rho} = \varepsilon + \Sigma k' \rho^{\sigma-1}, \qquad 5)$$

in welchem Ausdrucke unter dem Summenzeichen Glieder zu verstehen sind, die aus dem Producte des näher zu bestimmenden Factors k' und einem Potenzausdrucke der Dichte ρ bestehen, dessen Exponent $(\sigma—1)$ wie der Factor k' für die verschiedenen Glieder des Summenausdruckes beliebige Werthe annehmen kann. Lässt man noch die Erweiterung gelten, dass sowohl k' als auch σ Functionen des atmosphärischen Zustandes und der Beobachtungslocalität seien, die überdies mit der Zeit veränderlich gedacht werden können, so wird man zugeben müssen, dass ein Ausdruck von der eben gewählten Form stets aufgestellt werden kann, um den thatsächlichen Verhältnissen der Atmosphäre mit einer beliebigen Annäherung zu genügen. Indem ich also diese Form meiner Theorie der Refraction zu Grunde lege, ist die mathematische Behandlung derselben eine allgemeine und kann unter der Einschränkung, dass die Summenglieder zusammengenommen klein seien, also eine Entwicklung nach steigenden Potenzen dieser letzteren auf convergente Ausdrücke führt, als gemeinsame Grundlage für eine beliebige Annahme über die Constitution der Atmosphäre gelten. Die eben gemachte Einschränkung ist aber für die Verhältnisse, wie sie die Erde bietet, völlig irrelevant, da die vorangegangenen Betrachtungen lehren, dass das erste durch ε dargestellte Glied in 5) den vorhandenen Verhältnissen der Hauptsache nach genügt, also in der That die Summenglieder nur Correctionsgrössen von geringem Betrage hinzufügen. Allerdings muss man sich aber gegenwärtig halten, dass damit nicht gesagt sein soll, dass die durch die folgende Theorie ermittelte Refraction mit einem beliebigen Grade der Annäherung erhalten werden könne, denn abgesehen von den Mängeln und Unsicherheiten, die in der Differentialgleichung für die Refraction selbst bestehen, und auf welche bereits oben hingewiesen wurde, fehlt uns eben bei der unvollkommenen Kenntniss der Temperaturverhältnisse in der Atmosphäre die Möglichkeit, die verschiedenen k' und σ Grössen mit dem nöthigen Grade von Sicherheit zu bestimmen.

Die Integration der Gleichung 5) gibt:

$$t = \varepsilon\rho + \Sigma \frac{k'}{\sigma} \rho^{\sigma} + C.$$

Die Integrationsconstante C bestimmt sich wie oben; für $\rho = \rho_0$ muss $t = t_0$ werden, wenn mit ρ_0 und t_0 die am Beobachtungsorte stattfindende Dichte und Temperatur bezeichnet werden soll; es ist also auch:

$$t_0 = \varepsilon\rho_0 + \Sigma \frac{k'}{\sigma} \rho_0^{\sigma} + C.$$

Eliminirt man wieder wie früher ε und setzt der Kürze halber:

$$\frac{k'}{\sigma} \rho_0^{\sigma} = k,$$

welcher Coëfficient für ein gegebenes Glied des Summenausdruckes für einen speciellen Fall als bekannt vorausgesetzt werden kann, und führt wie oben x durch:

$$x = \frac{\rho}{\rho_0},$$

ein, so findet man leicht den gesuchten Ausdruck:

$$t = (t_0 - C)x + C + \Sigma k(x^\sigma - x). \qquad 6)$$

Nach den gemachten Bemerkungen unterliegt es keinem Zweifel, dass die Allgemeinheit dieses Ausdruckes nichts zu wünschen übrig lässt. Über die Bedeutung der verschiedenen k und σ Grössen soll vorerst nichts Näheres bestimmt werden, indem erst nach Vergleichung der Theorie der Refraction mit den Beobachtungen in Verbindung mit anderweitig feststehenden meteorologischen Thatsachen die Hilfsmittel angegeben werden können, von Fall zu Fall auf die Bestimmung der numerischen Werthe einzugehen. Die beiden ersten Glieder der obigen Gleichung sind mit dem früher gefundenen Ausdruck identisch; wir wissen schon, dass C sehr nahe dem Werthe $-50°$ der Celsiusscala gleichkommt, und es ist klar, dass allfällige Fehler in diesen Annahmen durch geeignete Bestimmung in den Summengliedern unschädlich gemacht werden können.

Man kann nun daran gehen, den Zusammenhang zwischen s und x, welcher durch die Differentialgleichung 7) des Abschnittes 3 (pag. 5) gegeben ist, vollständig der hier gewählten Form für die Constitution der Atmosphäre entsprechend zu entwickeln.

Zunächst findet sich:

$$x(1+mt) = x + m(t_0 - C)x^2 + mCx + m\Sigma k(x^{\sigma+1} - x^2).$$

Differentiirt man diesen Ausdruck nach x und dividirt nachher durch x, so erhält man:

$$\frac{\partial\{x(1+mt)\}}{x} = (1+mC)\frac{\partial x}{x} + 2m(t_0 - C)\partial x + m\Sigma k[(\sigma+1)x^{\sigma-1} - 2]\partial x,$$

und wenn man abkürzend setzt:

$$\left.\begin{aligned} L(1+\xi)(1+mC) &= B \\ 2L(1+\xi)(t_0 - C)m &= \beta \\ mL(1+\xi) &= \lambda, \end{aligned}\right\} \qquad 7)$$

erhält die Gleichung 7) des dritten Abschnittes die Gestalt:

$$-\partial s = B\frac{\partial x}{x} + \beta\partial x + \lambda\Sigma k[(\sigma+1)x^{\sigma-1} - 2]\partial x,$$

deren Integral sich aber leicht finden lässt, nämlich:

$$-s = B\log\text{nat}\, x + \beta x + \lambda\Sigma k\left[\frac{\sigma+1}{\sigma}x^\sigma - 2x\right] + J.$$

Die Integrationsconstante J muss offenbar so bestimmt werden, dass für $x = 1$, also die Dichte an der Erdoberfläche $s = 0$ wird, also ist auch:

$$0 = \beta + \lambda\Sigma k\left[\frac{\sigma+1}{\sigma} - 2\right] + J.$$

Die Subtraction dieses Ausdruckes von dem obigen Integrationsresultat ergibt daher:

$$s = -B\log\text{nat}\, x + \beta(1-x) - \lambda\Sigma k\left[\frac{\sigma-1}{\sigma} - 2x + \frac{\sigma+1}{\sigma}x^\sigma\right],$$

womit der letzte die Integration der Differentialgleichung der Refraction vorbereitende Schritt ausgeführt erscheint. Man wird zu beachten haben, dass das letzte Glied die Correctionsglieder, welche die oben aufgestellte Annahme über die Constitution der Atmosphäre bedarf, enthält; ich will dieselben kurz mit P bezeichnen und daher schreiben:

$$\left.\begin{aligned} P &= \lambda\Sigma k\left[\frac{\sigma-1}{\sigma} - 2x + \frac{\sigma+1}{\sigma}x^\sigma\right] \\ s &= -B\log\text{nat}\, x + \beta(1-x) - P, \end{aligned}\right\} \qquad 8)$$

welcher Ausdruck für s in die Differentialgleichung der Refraction [Gleichung 8) des ersten Abschnittes] eingeführt, den rechts vom Gleichheitszeichen stehenden Ausdruck nur von der einzigen Variabeln x abhängig macht. Die Integration der vorgelegten Differentialgleichung, welche schon die Form einer Quadratur hat, stösst aber auf mannigfaltige Schwierigkeiten, es sollen daher in dem folgenden Abschnitte einige Reductionsformeln für die auftretenden Integrale zunächst in Betracht gezogen werden, um dann die ferneren Entwicklungen möglichst einfach zu gestalten.

§. 5. Formeln zur Reduction der auftretenden Integrale auf Entwicklung einiger Gammafunctionen.

Die in den nachfolgenden Entwicklungen zur Behandlung kommenden bestimmten Integrale lassen sich auf die Form:

$$\int_0^\infty \frac{y^m e^{-ny}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2B'y)^{\frac{r+1}{2}}}, \tag{1}$$

zurückführen, in welcher m und r ganze positive Zahlen vorstellen, e die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet, und n beliebige ganze oder gebrochene Werthe annehmen kann. Die Transformation dieser Form auf Gammafunctionen soll die nächste Aufgabe sein.

Zuerst soll der Fall erledigt werden, wenn m und r die Werthe 0 annehmen. Setzt man:

$$y = \frac{\operatorname{cotg} z}{\sqrt{2B'}}, \tag{2}$$

und führt die neue Variable t ein durch:

$$\left.\begin{aligned} n\operatorname{cotg} z^2+2nB'y &= 2B't^2 \\ ny &= t^2-ng^2 \\ \partial y &= \frac{2t}{n}\partial t, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

so wird man unter den gemachten Voraussetzungen über m und r aus 1) ohne Schwierigkeit erhalten:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ny}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2B'y)^{1/2}} = \sqrt{\frac{2}{nB'}}\cdot e^{ng^2}\int_{g\sqrt{n}}^\infty e^{-u}\partial t, \tag{4}$$

wodurch die Integration des speciellen Falles der obigen Formel 1) mit Hilfe der unvollständigen Gammafunctionen erreicht ist. Da für diese letztere Hilfstafeln bestehen, so kann die Aufgabe als gelöst betrachtet werden; setzt man der Kürze halber:

$$e^{n\varrho^2}\int_{\varrho\sqrt{n}}^\infty e^{-t^2}\partial t = \Psi_n, \tag{5}$$

so kann man auch statt 4) schreiben:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ny}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2B'y)^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{2B'}}\int_0^\infty \frac{e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{1/2}} = \sqrt{\frac{2}{nB'}}\Psi_n. \tag{6}$$

Es stellt sich nun die Aufgabe, die allgemeine Formel 1) auf die specielle 4) durch geeignete Reductionsformeln zurückzuführen. Vor Allem wird man schreiben dürfen:

$$\int_0^\infty \frac{y^m e^{-ny}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2B'y)^{\frac{r+1}{2}}} = \frac{1}{(2B')^{\frac{r+1}{2}}}\int_0^\infty \frac{y^m e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{r+1}{2}}}. \tag{7}$$

Differentiirt man den Ausdruck:

$$\frac{y^{m-1}e^{-ny}}{(g^2+y)^{\frac{2r-1}{2}}},$$

nach y, so erhält man leicht:

$$\partial\frac{y^{m-1}e^{-ny}}{(g^2+y)^{\frac{2r-1}{2}}} = \left(\frac{2r-1}{2}\right)\frac{y^{m-1}e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} - \frac{ny^{m-1}e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r-1}{2}}} + \frac{(m-1)y^{m-2}e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r-1}{2}}}; \qquad 8)$$

multiplicirt man in den beiden letzten Gliedern Zähler und Nenner mit (g^2+y) und vereinigt alles Zusammengehörige, so findet sich zunächst:

$$\frac{ny^m e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} = -\partial\left\{\frac{y^{m-1}e^{-ny}}{(g^2+y)^{\frac{2r-1}{2}}}\right\} - \frac{y^{m-1}e^{-ny}}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}}\left\{ng^2+\frac{2r-1}{2}-(m-1)\right\}\partial y + \frac{(m-1)g^2y^{m-2}e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}};$$

integrirt man unter Berücksichtigung der Grenzen, so findet sich sofort die wichtige Relation:

$$\int_0^\infty \frac{y^m e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} = -\left(g^2+\frac{2(r-m)+1}{2n}\right)\int_0^\infty \frac{y^{m-1}e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} + (m-1)\frac{g^2}{n}\int_0^\infty \frac{y^{m-2}e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}}, \qquad 9)$$

durch welche man in die Lage gesetzt ist, die Potenzen von y im Zähler herabzumindern, ohne den Exponenten des Nenners zu ändern. Die wiederholte Anwendung von 9) muss demnach unter den gemachten Voraussetzungen Integrale von der einfacheren Form:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} \qquad 10)$$

finden lassen. Eine Ausnahme jedoch wird der Fall $m=1$ bedingen, der in der Reductionsformel auf eine Unbestimmtheit hinführen würde. Setzt man in der Gleichung 8) aber $(m-1)$ der Null gleich und integrirt nachher, so findet sich sofort für den erwähnten Ausnahmefall $(m=1)$:

$$\int_0^\infty \frac{ye^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} = \frac{1}{ng^{2r-1}} - \left(g^2+\frac{2r-1}{2n}\right)\int_0^\infty \frac{e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}}. \qquad 11)$$

Mit Rücksicht auf die Resultate der Gleichungen 9) und 11) bedarf demnach nur die Form 10) allein weiterer Reductionen, um die Form 1) auf Gammafunctionen zurückzuführen. Kehrt man zu Gleichung 8) zurück und setzt in derselben $m-1=0$, so erhält man:

$$\frac{e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} = -\left(\frac{2}{2r-1}\right)\partial\left\{\frac{e^{-ny}}{(g^2+y)^{\frac{2r-1}{2}}}\right\} - \frac{2n}{2r-1}\frac{e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r-1}{2}}};$$

integrirt man nun und setzt die Grenzen ein, so findet sich:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} = \frac{2}{(2r-1)g^{2r-1}} - \frac{2n}{2r-1}\int_0^\infty \frac{e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r-1}{2}}}, \qquad 12)$$

womit die Möglichkeit geboten ist, durch fortgesetzte Anwendung dieser Reductionsformel den Exponenten des Nenners auf die einfache Quadratwurzel zurückzuführen und hiemit die in 6) auf Gammafunctionen reducirte Form zu erreichen. Mit Hilfe der Formeln 9), 11) und 12) hat also die Reduction der Integrale von der Form 1) auf unvollständige Gammafunctionen, deren numerische Werthe tabulirt sind, keine weiteren Schwierigkeiten. Hilfstafeln dieser Art sind mehrfach veröffentlicht, auf 10 Stellen berechnet findet sich eine

solche als Tafel X im II. Bande meines „Lehrbuches zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten"; dieselbe gibt den numerischen Werth des Integrals

$$\int_0^T e^{-u}\partial t$$

mit dem Argumente T; um diese Tafel auf den vorliegenden Fall anwenden zu können, erinnere man sich, dass:

$$\int_0^\infty e^{-u}\partial t = \frac{\sqrt{\pi}}{2},$$

ist, es wird also:

$$\int_T^\infty e^{-u}\partial t = \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \int_0^T e^{-u}\partial t.$$

Wiewohl also das Problem für den vorliegenden Zweck allseitig gelöst erscheint, so sollen doch noch einige Entwicklungen vorgenommen werden, welche die später noch auszuführenden mehrfachen Reductionen wesentlich erleichtern.

Wendet man nämlich die Reductionsformel 12) so lange an, bis der Exponent des Nenners auf den Werth $\frac{1}{2}$ herabgedrückt erscheint, so erhält man mit Rücksicht auf die Gleichung 6) (pag. 15):

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} = \frac{2}{(2r-1)g^{2r-1}} - \frac{2^2 n}{(2r-1)(2r-3)g^{2r-3}} + \ldots + \frac{(-1)^r 2^{r+1} n^{\frac{2r-1}{2}}}{(2r-1)(2r-3)\ldots 3.1} \cdot \Psi_{(n)}. \qquad 13)$$

Ist nun die Form:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ny}(1-e^{-y})^p \partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}},$$

vorgelegt, wo p eine beliebige ganze positive Zahl vorstellt, so wird sich auch diese Form leicht auf bereits bekannte Formen zurückführen lassen, wenn man den Potenzausdruck entwickelt. Schreibt man die hiebei auftretenden Binomialcoëfficienten in der bekannten Weise, so erhält man:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ny}(1-e^{-y})^p \partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} = \binom{p}{0}\int_0^\infty \frac{e^{-ny}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} - \binom{p}{1}\int_0^\infty \frac{e^{-(n+1)y}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} + \ldots +$$

$$+(-1)^{p-1}\binom{p}{p-1}\int_0^\infty \frac{e^{-(n+p-1)y}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} + (-1)^p\binom{p}{p}\int_0^\infty \frac{e^{-(n+p)y}\partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}}.$$

Wendet man die in 13) angezeigte Reduction auf alle diese Integrale an, so erhält man, da r für alle in Betracht kommenden Integrale gleich ist, durch die diesbezügliche Entwicklung eine gleiche Anzahl von Gliedern, bei denen überdies die Nenner und bezüglichen Potenzen von 2 für die analogen Glieder in den Zählern gemeinsam sind, da jene von n und p unabhängig erscheinen. Summirt man nun alle analogen Glieder (die den gleichen Factor haben) und bezeichnet, um allgemein vorgehen zu können, die Zähler, die den verschiedenen Reihen von 13) angehören, der Reihe nach mit A_0, A_1, $A_2\ldots$, so wird im Allgemeinen als Ausdruck des Zählers zu einem gemeinsamen Nenner die Form:

$$\binom{p}{0}A_0 - \binom{p}{1}A_1 + \binom{p}{2}A_2 \ldots + (-1)^{p-1}\binom{p}{p-1}A_{p-1} + (-1)^p\binom{p}{p}A_p, \qquad 14)$$

erhalten, welcher Ausdruck nichts anderes ist, als der allgemeine Ausdruck für die Anfangsglieder der $p$ten Differenz der durch A_0, A_1, $A_2\ldots$ gebildeten Reihe. Gehört nun die Werthreihe A_0, A_1, $A_2\ldots$ einer arithmetischen Reihe $m$ter Ordnung an, so wird der Ausdruck 14) stets so lange der Null gleichbleiben müssen, so

lange $p > m$ ist, da ja für eine arithmetische Reihe m^{ter} Ordnung die $(m+1)^{\text{te}}$ und die folgenden Differenzreihen der Null gleich sein müssen. Nun gehören in den von der Gammafunction freien Gliedern in 13) die für die verschiedenen n geltenden Zähler bis zum vorletzten Gliede inclusive nur einer arithmetischen Reihe $(r-1)^{\text{ter}}$ Ordnung zu; man kann daher behaupten, dass die Relation gilt:

$$p \gtrless r.$$

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ny}(1-e^{-y})^r \partial y}{(g^2+y)^{\frac{2r+1}{2}}} = \frac{(-1)^r 2^{r+1}}{1.3.5\ldots(2r-1)} \left\{ \binom{r}{0} n^{\frac{2r-1}{2}} \Psi_{(n)} - \binom{r}{1} (n+1)^{\frac{2r-1}{2}} \Psi_{(n+1)} + \binom{r}{2} (n+2)^{\frac{2r-1}{2}} \Psi_{(n+2)} \ldots \right. \tag{15}$$

In der Folge spielt der specielle Fall $n=1$, $p=r$ die wichtigste Rolle; specialisirt man dem entsprechend die Formel 15) und führt statt g^2 den Ausdruck nach 2) ein, so findet sich

$$\int_0^\infty \frac{e^{-y}(1-e^{-y})^r \partial y}{(\operatorname{cotg} z^2 + 2B'y)^{\frac{2r+1}{2}}} = \frac{(-1)^r \sqrt{\frac{2}{B'}}}{1.3.5\ldots(2r-1)B'^r} \left\{ \Psi_{(1)} - \binom{r}{1} 2^{\frac{2r-1}{2}} \Psi_{(2)} + \binom{r}{2} 3^{\frac{2r-1}{2}} \Psi_{(3)} \ldots \right\}. \tag{16}$$

Schliesslich führe ich einige der bekannten Reihenausdrücke, die unter Umständen bei der Entwicklung der Gammafunctionen von Nutzen sind, hier kurz an:

$$\int_0^T e^{-y} \partial t = T - \frac{T^3}{3} + \frac{1}{2}\frac{T^5}{5} - \frac{1}{2.3}\frac{T^7}{7} + \ldots \tag{17}$$

$$\int_T^\infty e^{-y} \partial t = \frac{e^{-TT}}{2T} \left\{ 1 - \frac{1}{2T^2} + \frac{1.3}{(2T^2)^2} - \frac{1.3.5}{(2T^2)^3} + \ldots \right\}; \tag{18}$$

letztere Reihe gehört in die Kategorie der halbconvergenten Reihen.

§. 6. Entwicklung des Hauptgliedes der Refraction.

Die schon im §. 2 angeführte Differentialgleichung für die Refraction lautet:

$$\partial R = \frac{\alpha(1-s)\sin z \partial x}{\{1-2\alpha(1-x)\}\{\cos z^2 - 2\alpha(1-x) + (2s-s^2)\sin z^2\}^{1/2}}. \tag{1}$$

In dieser Differentialgleichung ist nun für s die in §. 4 dargestellte Relation 8) (pag. 14) einzuführen; hiedurch ist rechter Hand vom Gleichheitszeichen alles durch Functionen der einen Variablen x ausgedrückt; integrirt man demnach den Ausdruck nach x und setzt die Grenzen 0 und 1 ein, so ist der Ausdruck für die Refraction gefunden. Die Integration würde indessen bei der eben hingeschriebenen Form auf einige Schwierigkeiten stossen, die aber wesentlich vermindert werden können, wenn man einige kleine Glieder ablöst, die im Endresultate wenig ausmachen und schliesslich als Zusatzglieder in Rechnung gebracht werden können.

Vorerst kann man schreiben:

$$\frac{\alpha}{1-2\alpha(1-x)} = \frac{\alpha}{1-\alpha} + \frac{\alpha^2(1-2x)}{(1-\alpha)^2} + \ldots, \tag{2}$$

wobei man mit den angesetzten Gliedern der Reihe ausreicht, da der numerische Werth von $\alpha:(1-\alpha$, die „Constante der Refraction", klein ist und den Werth einer Bogenminute unter mittleren Temperaturverhältnissen nicht erreicht.

Weiter wird man beachten, da s nothwendig innerhalb der merklich dichten Luftschichten klein sein muss, dass man, ohne mehr als Grössen dritter Ordnung von s zu vernachlässigen, schreiben kann:

$$\left.\begin{aligned}\frac{(1-s)\sin z}{\{\cos z^2-2\alpha(1-x)+(2s-s^2)\sin z^2\}^{1/2}} &= \frac{\sin z}{\{\cos z^2-2\alpha(1-x)+2s\sin z^2\}^{1/2}} - \\ &- \frac{s\sin z}{\{\cos z^2-2\alpha(1-x)+2s\sin z^2\}^{1/2}} + \\ &+ \frac{{}^1/_2 s^2\sin z^3}{\{\cos z^2-2\alpha(1-x)+2s\sin z^2\}^{3/2}} - \\ &- \ldots\ldots\end{aligned}\right\} \quad 3)$$

Es wird sich später herausstellen, dass die letzten beiden Glieder in Bezug auf s, wenn $\cos z = 0$ wird (Horizontalrefraction), und der Einfluss der untersten Luftschichten auf die Refration berechnet werden soll [also $(1-x)$ nahe gleich 0 ist], gleicher Ordnung sind, aber nur wenig merkbares hinzufügen; man kann daher die Glieder der nächst höheren Ordnung unbedenklich fortlassen. Vereinigt man die Resultate aus 2) und 3) und übergeht, wie dies gestattet ist, die Producte der kleinen Zusatzglieder ineinander, so erhält man statt 1) die Relation:

$$\partial R = \partial R_1 + \partial R_2 + \partial R_3 + \partial R_4, \qquad 4)$$

wobei gesetzt ist:

$$\left.\begin{aligned}\partial R_1 &= +\frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{\sin z\,\partial x}{\{\cos z^2-2\alpha(1-x)+2s\sin z^2\}^{1/2}} \\ \partial R_2 &= +\frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{{}^1/_2 s^2\sin z^3\partial x}{\{\cos z^2-2\alpha(1-x)+2s\sin z^2\}^{3/2}} \\ \partial R_3 &= -\frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{s\sin z\,\partial x}{\{\cos z^2-2\alpha(1-x)+2s\sin z^2\}^{1/2}} \\ \partial R_4 &= +\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^2\frac{(1-2x)\sin z\,\partial x}{\{\cos z^2-2\alpha(1-x)+2s\sin z^2\}^{1/2}}.\end{aligned}\right\} \quad 5)$$

Die letzten beiden Glieder geben für sehr grosse Zenithdistanzen mehrere Zehntheile der Bogensecunden, dR_2 beeinflusst die Refraction bei grossen Zenithdistanzen ebenfalls um einige Zehntel der Bogensecunde und nimmt zudem mit der Verminderung der Zenithdistanz nicht schnell ab, so dass sein Einfluss bei 70° noch 0″2 beträgt. Dieses Glied ist bisher bei den meisten Theorien der Refraction völlig übersehen worden, indem man glaubte, dasselbe werde nur für die grössten Zenithdistanzen merkbar und verschwinde rasch mit der Abnahme derselben. In Nr. 2186, Bd. 92 der „Astron. Nachr." habe ich schon eine diesbezügliche Note gegeben.

Das erste Glied bildet den wesentlichen Theil der Refraction, und soll dessen Integration zuerst vorgenommen werden. Setzt man in ∂R_1 für s die Gleichung 8) §. 4, so erhält man:

$$\partial R_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{\partial x}{\{\cot g z^2-2B\log\mathrm{nat}\,x+2\gamma(1-x)-2P\}^{1/2}}, \qquad 6)$$

wobei abkürzend gesetzt ist:

$$\gamma = \beta - \frac{\alpha}{\sin z^2}.$$

Das Glied P wird nothwendig klein, da das Gesetz der Temperaturabnahme in den Luftschichten im Allgemeinen durch die angenommene Form sehr nahe dargestellt wird. Entwickelt man daher den Ausdruck 6) nach Potenzen dieser Grösse, so findet sich leicht:

$$\partial R_1 = \partial R_1' + \partial R_1'' + \partial R_1''' + \ldots,$$

wobei gesetzt ist:

$$\partial R_1' = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\partial x}{\{\operatorname{cotg} z^2 - 2B \log \operatorname{nat} x + 2\gamma(1-x)\}^{1/2}}$$

$$\partial R_1'' = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{P\partial x}{\{\operatorname{cotg} z^2 - 2B \log \operatorname{nat} x + 2\gamma(1-x)\}^{3/2}}$$

$$\partial R_1''' = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{{}^3/_2 P^2 \partial x}{\{\operatorname{cotg} z^2 - 2B \log \operatorname{nat} x + 2\gamma(1-x)\}^{5/2}}.$$

Die grosse Unsicherheit, die den Werthen von P anhaftet, wird die Entwicklung des Gliedes dR_1''' kaum mehr nöthig erscheinen lassen; man wird sich daher später mit Vortheil auf das Glied dR_1'' beschränken dürfen, d. h. man berücksichtigt nur die ersten Potenzen der Änderungen der Constitution der Atmosphäre gegen die in dieser Abhandlung gemachte Annahme; es hat aber die Integration der vernachlässigten Glieder nach den in dieser Abhandlung als massgebend angenommenen Principien keine Schwierigkeit, so dass die theoretische Bestimmung der Refraction mit einem beliebigen Grade der Annäherung durchgeführt werden kann, wenn nur die in P auftretenden Coëfficienten gegeben sind.

Das Glied R_1' nenne ich das Hauptglied der Refraction, und die hiefür erforderliche Integration bildet die Aufgabe dieses Abschnittes. Um nun $\partial R_1'$ auf integrable Formen zurückzuführen, kann man eine neue Variable einführen, die bestimmt erscheint durch:

$$\left.\begin{aligned} x &= e^{-y} \\ \log \operatorname{nat} x &= -y \\ \partial x &= -e^{-y}\partial y, \end{aligned}\right\} \quad 9)$$

und erhält zunächst:

$$\partial R_1' = -\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{e^{-y}\partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2 + 2By + 2\gamma(1-e^{-y})\}^{1/2}}. \quad 10)$$

Die Behandlung dieses Ausdruckes 10) ist aber mit Hilfe der im vorangehenden Paragraphen gegebenen Entwicklungen leicht genug auszuführen, wenn γ im Verhältniss zu B eine kleine Grösse ist, weil dann eine Entwicklung nach den Potenzen von $\gamma : B$ ausgeführt, auf integrable Formen hinführt. In der That sind die Verhältnisse in unserer Athmosphäre so beschaffen, dass diese Form der Entwicklung mit Vortheil angewendet werden könnte, doch wird, wie man sich leicht überzeugen kann, für hohe Temperaturen die Convergenz eine sehr langsame, und man muss wohl für grosse Zenithdistanzen bis zur sechsten Potenz dieses kleinen Moduls vorschreiten, um eine genügende Annäherung zu erhalten. Eine einfache Transformation des Nenners wird aber die Convergenz wesentlich verbessern. Setzt man:

$$B' = B + \gamma f, \quad 11)$$

so ist f vorerst ein willkürlicher, aber constanter Factor; aus Gründen, die später klar hervortreten werden, nehme ich:

$$f = 2(\sqrt{2} - 1) = 0{\cdot}8284271 \quad 12)$$

an und erhalte so:

$$\operatorname{cotg} z^2 + 2By + 2\gamma(1 - e^{-y}) = \operatorname{cotg} z^2 + 2B'y + 2\gamma(1 - e^{-y} - fy).$$

Führt man diesen Ausdruck in den Nenner von 10) ein und entwickelt nach Potenzen von $(1 - e^{-y} - fy)$ und zeigt die erforderlichen Integrationen an, so wird, indem man die Grenzen der obigen Substitution 9) entsprechend bestimmt:

$$R_1' = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-y}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2 + 2B'y)^{1/2}} - \gamma\int_0^\infty \frac{(1-e^{-y}-fy)e^{-y}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2 + 2B'y)^{3/2}} + \frac{1.3}{1.2}\gamma^2\int_0^\infty \frac{(1-e^{-y}-fy)^2 e^{-y}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2 + 2B'y)^{5/2}} - \ldots\right\}, \quad 13)$$

mit welchen Gliedern man ausreicht, wenn man die Horizontalrefraction, so weit es das Hauptglied betrifft, bei nicht allzuhohen Temperaturen auf 0″1 theoretisch erhalten will. Ich werde diese drei Glieder der Reihe nach mit *I*, *II* und *III* bezeichnen, so dass

$$R'_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}(I+II+III)$$

ist, und die Integration dieser einzelnen Glieder vornehmen.

I findet sich nach Formel 6) §. 5 sofort:

$$I = \sqrt{\frac{2}{B'}}\,\Psi_{(1)}$$

oder, indem man setzt:

$$\left.\begin{aligned}\Psi_{(1)} &= \Phi_0\\ I &= \sqrt{\frac{2}{B'}}\,\Phi_0.\end{aligned}\right\} \quad 14)$$

Der Logarithmus von Φ_0 findet sich in der Tafel I mit dem Argumente:

$$y = \frac{\operatorname{cotg} z}{\sqrt{2B'}},$$

tabulirt; die Berechnung bietet keine Schwierigkeit, denn nach Formel 5) §, 5 (pag. 15) ist:

$$\Phi_0 = e^{y^2}\int_y^\infty e^{-t^2}\partial t;$$

y wird für Zenithdistanzen, die grösser als 90° sind, negativ; um demnach auch diese berechnen zu können, ist für die untere Grenze von y der Werth $-0{\cdot}5$ angesetzt. Um der Tafel die möglichste Bequemlichkeit und Kürze zu geben, ist y als Argument zwischen den Grenzen $-0{\cdot}5$ und $+1{\cdot}0$ angenommen, für die weiteren Werthe von y gilt als Argument $\log y$ zwischen den Grenzen 0 und 1·0. Die Grenzen weiter auszudehnen erschien überflüssig, weil die Bestimmung der Refraction in jenen Fällen, wo $y > 10$ wird, bequemer nach anderen Formeln vorgenommen werden kann, die später betrachtet werden sollen. Zum Schlusse finden sich die Ergänzungstafeln für die Argumente $-0{\cdot}6$ bis $-0{\cdot}5$, um auch die Refractionsbeträge für Zenithdistanzen, die wesentlich grösser als 90° sind, berechnen zu können.

Für *II* findet sich:

$$-II = \gamma\int_0^\infty \frac{(1-e^{-y^2})e^{-t^2}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2B'y)^{3/2}} - f\gamma\int_0^\infty \frac{ye^{-t^2}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2B'y)^{3/2}}.$$

Die Formel 16) §. 5 gibt aber für den ersten Theil sofort:

$$\gamma\int_0^\infty \frac{(1-e^{-y^2})e^{-t^2}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2B'y)^{3/2}} = \frac{\gamma}{B'}\sqrt{\frac{2}{B'}}\left\{2^{1/2}\Psi_{(2)} - \Psi_{(1)}\right\}.$$

Für den zweiten Theil erhält man ohne Schwierigkeit nach 11) und 13) §. 5:

$$-\gamma f\frac{1}{(2B')^{3/2}}\int_0^\infty \frac{ye^{-t^2}\partial y}{(y^2+y)^{3/2}} = -\frac{\gamma}{B'}f\sqrt{\frac{2}{B'}}\left\{\left(y^2+\frac{1}{2}\right)\Psi_{(1)} - \frac{y}{2}\right\}.$$

Setzt man also:

$$\Phi_1 = \left\{\left(y^2+\frac{1}{2}\right)\Psi_{(1)} - \frac{y}{2}\right\}f - \left\{2^{1/2}\Psi_{(2)} - \Psi_{(1)}\right\}, \quad 15)$$

so lässt sich $\log \Phi_1$ mit dem Argumente:

$$y = \frac{\operatorname{cotg} z}{\sqrt{2B'}},$$

tabuliren, und diese Werthe sind neben jenen von $\log \Phi_0$, welche beide dasselbe Argument haben, in die Tafel I aufgenommen. Über die Werthe und die Grenzen des Argumentes y gelten die früher gemachten Bemerkungen. Es ist jetzt ersichtlich, wesshalb oben f der Werth $2(\sqrt{2}-1)$ zugeschrieben wurde, denn für die Grenze $y = 0$ ($z = 90°$) ist $\Psi_{(2)} = \Psi_{(1)}$ und es wird Φ_1 für die Horizontalrefraction der Null gleich und erreicht daher für andere Zenithdistanzen nur sehr mässige Werthe, so dass dem ersten mit Hilfe von Φ_0 berechneten Gliede selbst bei grossen Zenithdistanzen nur wenige Bogensecunden zuzulegen sind. Auf dieser Wahl für f beruht der Näherungsausdruck, den ich in Nr. 2135 Bd. 89 der „Astron. Nachr." publicirt habe. In der That vernachlässigt man durch diesen Ausdruck in allen Zenithdistanzen nur ganz geringe Grössen, die durch die Beobachtungen kaum mit Sicherheit verbürgt werden können; die Variation von γ mit der Zenithdistanz ist in grossen Zenithdistanzen ($\sin z$ nahe gleich 1) sehr gering, da gesetzt wurde:

$$\gamma = \beta - \frac{\alpha}{\sin z^2};$$

für kleine Zenithdistanzen wird aber der Einfluss von γ auf die Refraction fasst ganz unmerklich. Das zweite und dritte der Hauptglieder der Refraction gibt nur für sehr grosse Zenithdistanzen, für welche $\sin z$ nahe der Einheit gleich ist, merkliche Werthe. Das zweite Glied erscheint mit γ, das dritte mit γ^2 multiplicirt; für grosse Zenithdistanzen wird aber γ sehr nahe der Null gleich, wenn $\beta = \alpha$ ist. Da indessen α von der Temperatur und dem Barometerstand abhängig ist, so wird bei geeigneter Wahl für die Barometer- und Thermometerstände diese Gleichheit stets bewirkt werden können. In diesem Falle der Gleichheit ist die in Nr. 2135 der "Astron. Nachr." publicirte einfache Form der Refraction nahezu völlig streng; es wird nach derselben der bezeichnete Fall eintreten bei $-12°$ Celsius und einem Barometerstande von 760^{mm}. Bei höheren Temperaturen sind die Abweichungen etwas merkbarer, bleiben aber selbst für sehr grosse Zenithdistanzen nur auf sehr mässige Werthe beschränkt, so dass in der That, wenn es nicht auf die grösste Genauigkeit ankommt, die Refraction durch eine unvollständige Gammafunction allein dargestellt werden kann.

Nach diesen Bemerkungen über den bezeichneten Näherungsausdruck kehre ich zu der Gleichung 15) zurück; dieselbe gibt für die Bestimmung von II den Werth:

$$II = \frac{\gamma}{B'}\sqrt{\frac{2}{B'}}\Phi_1. \qquad 16)$$

Die Reduction von III gestaltet sich etwas weitläufiger, doch ist die Ermittlung nicht schwierig und die Berechnung mittelst einer Hilfstafel sehr leicht. Es ist:

$$III = \frac{1.3}{2^4}\left(\frac{\gamma}{B'}\right)^2\sqrt{\frac{2}{B'}}\left\{\int_0^\infty \frac{(1-e^{-y})^2 e^{-y}\partial y}{(y^2+y)^{5/2}} - 2f\int_0^\infty \frac{(1-e^{-y})ye^{-y}\partial y}{(y^2+y)^{5/2}} + f^2\int_0^\infty \frac{y^2e^{-y}\partial y}{(y^2+y)^{5/2}}\right\}.$$

Die Anwendung der Formel 15) §. 5 gibt sofort für das erste Integral:

$$\int_0^\infty \frac{(1-e^{-y})^2 e^{-y}\partial y}{(y^2+y)^{5/2}} = \frac{2^3}{3}\left\{\Psi_{(1)} - 2.2^{3/2}\Psi_{(2)} + 3^{3/2}\Psi_{(3)}\right\}. \qquad 17)$$

Für das zweite Integral erhält man unter Benützung der Formeln 11) und 13) §. 5:

$$\int_0^\infty \frac{ye^{-y}\partial y}{(y^2+y)^{5/2}} - \int_0^\infty \frac{ye^{-2y}\partial y}{(y^2+y)^{5/2}} = -\frac{2^3}{3}\left\{\frac{y}{2} + \Psi_{(1)}\left[y^2+\frac{3}{2}\right] - 2^{3/2}\Psi_{(2)}\left[y^2+\frac{3}{4}\right]\right\}. \qquad 18)$$

Für das dritte Integral gibt die Formel 9) §. 5 sofort:

$$\int_0^\infty \frac{y^2e^{-y}\partial y}{(y^2+y)^{5/2}} = -\left(y^2+\frac{1}{2}\right)\int_0^\infty \frac{ye^{-y}\partial y}{(y^2+y)^{3/2}} + y^2\int_0^\infty \frac{e^{-y}\partial y}{(y^2+y)^{5/2}},$$

und mit Benützung von 11) und 13) §. 5 folgt:

$$\int_0^\infty \frac{y^2 e^{-y^2} dy}{(g^2+y)^{5/2}} = \frac{2^3}{3}\left\{ -\frac{5}{4}g - \frac{g^3}{2} + \Psi_{(1)}\left[\frac{3}{4}+3g^2+g^4\right]\right\}. \qquad 19)$$

Vereinigt man die Resultate aus 17), 18) und 19) und setzt:

$$\left.\begin{aligned}\Phi_2 = \frac{1}{2}\Big\{3^{3/2}\Psi_{(3)} - 2.2^{3/2}\Psi_{(2)} + \Psi_{(1)}\Big\{+\frac{f}{2}\Big\}g + \Psi_{(1)}[3+2g^2] - 2^{3/2}\Psi_{(2)}\Big[\frac{3}{2}+2g^2\Big]\Big\} + \\ + \frac{f^2}{2}\Big\{-\frac{5}{4}g - \frac{g^3}{2} + \Psi_{(1)}\Big[\frac{3}{4}+3g^2+g^4\Big]\Big\},\end{aligned}\right\} \qquad 20)$$

so wird:

$$III = \left(\frac{\gamma}{B'}\right)^2 \sqrt{\frac{2}{B'}}\,\Phi_2,$$

wobei $\log \Phi_2$ mit dem Argumente g aus der Tafel I entlehnt werden kann. Dieses Glied ist schon so klein, dass man dasselbe fast ohne Nachtheil hätte ganz übergehen können, indem es für die Horizontalrefraction bei mittleren Verhältnissen den Werth von beiläufig $1''$ erreicht.

Als das Resultat der Integration des Hauptgliedes der Refraction ergibt sich somit der Ausdruck:

$$R_1' = \frac{\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2}{B'}}\left\{\Phi_0 + \frac{\gamma}{B'}\Phi_1 + \left(\frac{\gamma}{B'}\right)^2 \Phi_2\right\}. \qquad 21)$$

Die Werthe von $\log \Phi_0$, $\log \Phi_1$ und $\log \Phi_2$ sind, wie bemerkt, in der Tafel I vereinigt und mit dem Argumente g oder $\log g$ zu entlehnen; g wird bestimmt durch:

$$g = \frac{\operatorname{cotg} z}{\sqrt{2B'}}.$$

Die Rechnung der Refraction wird durch die angeführten Formeln und mit Benützung der Tafel I derartig einfach, dass sie in wenigen Minuten beendet werden kann. Zu der Tafel I habe ich hinzuzufügen, dass dieselbe von den Herren Anton und Schram sorgfältig berechnet wurde, so dass die letzten Stellen selten um mehr als eine Einheit fehlerhaft sein dürften; um die Interpolation des Werthes Φ_1 in der Nähe des Nullwerthes der Grenze g einfach zu gestalten, ist zu Tafel I an der entsprechenden Stelle neben den Werthen von $\log \Phi_1$ zusätzlich noch der Werth von Φ_1 selbst angefügt.

Ich will die Berechnung des Hauptgliedes der Refraction durch ein Beispiel erläutern. Es sei ein Zustand der Atmosphäre angenommen, welcher bedingt, dass:

$$\log B = 7\cdot 01898-10$$
$$\log \beta = 6\cdot 70766-10$$
$$\log \alpha = 6\cdot 45008-10,$$

wird; die scheinbare Zenithdistanz sei $90°20'$ und dafür die Refraction zu bestimmen. Es findet sich sonach:

$$\gamma = \beta - \frac{\alpha}{\sin z^2}, \quad \log \gamma = 6\cdot 35834-10,$$

also:

$$B' = B + \gamma f, \qquad \log B' = 7\cdot 09122-10, \qquad f = 0\cdot 8284271,$$

und:

$$g = \frac{\operatorname{cotg} z}{\sqrt{2B'}}, \qquad g = -0\cdot 11712,$$

demnach wird, wenn man:

$$\log \frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{\sqrt{2}}{\text{arc}\,1''} = 1\cdot 91514,$$

ansetzt (der Division mit arc 1″ entsprechend wird die Refraction in Bogensecunden erhalten), und wenn weiters:

$$(A_1) = \frac{\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2}{B'}},$$

$$(A_2) = (A_1)\frac{\gamma}{B'},$$

$$(A_3) = (A_2)\frac{\gamma}{B'},$$

geschrieben wird, sich die vollständige Rechnung des Hauptgliedes der Refraction, wie folgt, gestalten:

$\log(\gamma : B') = 9{\cdot}26712$
$\log(A_1) = 3{\cdot}36953$
$\log \Phi_0 = 0{\cdot}00718$ (Tafel I Arg. y)
$\log(A_2) = 2{\cdot}6366$
$\log \Phi_1 = 8{\cdot}4612$ („ „ „ aus Columne Φ_1)
$\log(A_3) = 1{\cdot}904$
$\log \Phi_2 = 8{\cdot}227$ („ „ „)

$(A_1)\Phi_0 = +2380''72$
$(A_2)\Phi_1 = -\ 12{\cdot}53$
$(A_3)\Phi_2 = +\ 1{\cdot}35$
$R_1' = 39'29''54$

§. 7. Integration der Correctionsglieder.

Der vorstehende Paragraph enthält die Bestimmung des Hauptgliedes der Refraction, die anderen Glieder mit Ausnahme von ∂R_2 fügen wenig Merkbares zu und dies nur in jenen Fällen, wenn die Zenithdistanzen sehr gross werden; ich werde dieselben der Reihe nach vornehmen. Übergeht man die Producte von P' in die Glieder R_2, R_3 und R_4, was wegen der Kleinheit dieser Glieder (die meisten Refractionstheorien beschäftigen sich gar nicht mit der Entwicklung derselben) gestattet ist, so hat man für s in den Ausdrücken 5) §. 6 zu setzen:

$$s = -B \log\text{nat}\, x + \beta(1-x),$$

und es wird:

$$\partial R_2 = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)} \frac{B^2(\log\text{nat}\, x)^2 - 2B\beta(1-x)\log\text{nat}\, x + \beta^2(1-x)^2}{(\operatorname{cotg} z^2 + 2\gamma[1-x] - 2B\log\text{nat}\, x)^{3/2}}\,\partial x,$$

oder durch Einführung der Variablen y nach 9) §. 6

$$\partial R_2 = -\frac{\alpha}{2(1-\alpha)} \frac{\{B^2 y^2 + 2B\beta y(1-e^{-y}) + \beta^2(1-e^{-y})^2\}e^{-y}\partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2 + 2By + 2\gamma(1-e^{-y})\}^{3/2}}.$$

Setzt man nun wie früher in 11) §. 6:

$$B' = B + \gamma f,$$

wobei f derselbe numerische Werth wie früher zukommt, so nimmt der Nenner des obigen Ausdruckes die Gestalt an:

$$\{\operatorname{cotg} z^2 + 2B'y + 2\gamma(1-e^{-y} - fy)\}^{3/2}.$$

Entwickelt man diesen Nenner nach steigenden Potenzen von $2\gamma(1-e^{-y}-fy)$ und beachtet die rasche Convergenz, die man bei der analogen Entwicklung des Hauptgliedes zu bemerken Gelegenheit hatte, so ist

leicht einzusehen, dass man bei der Bestimmung der Correctionsglieder die Producte dieses Moduls in die letzteren übergehen kann. Man hat demnach mit genügender Genauigkeit:

$$R_2 = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)} \int_0^\infty \frac{\{B^2 y^2 + 2B\beta y(1-e^{-y}) + \beta^2(1-e^{-y})^2\} e^{-y} \partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2 + 2B' y\}^{3/2}} . \qquad 1)$$

Ganz denselben Weg verfolgend wird man finden:

$$R_3 = -\frac{\alpha}{1-\alpha} \int_0^\infty \frac{\{By + \beta(1-e^{-y})\} e^{-y} \partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2 + 2B' y\}^{1/2}} , \qquad 2)$$

und ebenso:

$$R_4 = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^2 \int_0^\infty \frac{(1-2e^{-y}) e^{-y} \partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2 + 2B' y\}^{1/2}} . \qquad 3)$$

Die Integration dieser Ausdrücke hat mittelst der in §. 5 gegebenen Reductionsformeln keine Schwierigkeit, ich gehe desshalb nicht weiter hierauf ein. Um die Resultate übersichtlich zu schreiben, setze man:

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= \left\{\frac{y}{2} + \left(\frac{1}{2} - y^2\right)\Psi_{(1)}\right\}, & \varphi_4 &= \left\{\frac{y}{8} + \frac{y^3}{4} + \left(\frac{1}{8} - \frac{y^2}{2} - \frac{y^4}{2}\right)\Psi_{(1)}\right\} \\
\varphi_2 &= -\left\{\Psi_{(1)} - \frac{\Psi_{(2)}}{\sqrt{2}}\right\}, & \varphi_5 &= \left\{y^2(\Psi_{(1)} - \sqrt{2}.\Psi_{(2)}) + \frac{1}{2}\left(\Psi_{(1)} - \frac{\Psi_{(2)}}{\sqrt{2}}\right)\right\} \\
\varphi_3 &= \left\{\Psi_{(1)} - \sqrt{2}.\Psi_{(2)}\right\}, & \varphi_6 &= \frac{1}{2}\left\{-\Psi_{(1)} + 2\sqrt{2}.\Psi_{(2)} - \sqrt{3}.\Psi_{(3)}\right\}.
\end{aligned} \qquad 4)$$

Alle diese Glieder lassen sich mit dem schon definirten Argumente:

$$y = \frac{\operatorname{cotg} z}{\sqrt{2B'}},$$

leicht in Tafeln bringen und finden sich in der Tafel II aufgenommen, deren letzte Ziffer aber nicht durchaus verbürgt erscheint; hiebei sind, um die Interpolation zu erleichtern, für die negativen Werthe des Argumentes y (Zenithdistanz grösser als 90°) die Coëfficienten selbst angesetzt, mit Ausnahme von φ_3, welches logarithmisch gegeben ist, für die positiven und logarithmischen Argumente von y die Logarithmen der Coëfficienten. Die Reihenfolge der φ-Werthe ist so gewählt, dass in den praktisch wichtigen Fällen (y positiv) die drei ersten Coëfficienten das negative, die drei letzten das positive Vorzeichen haben. Die Tafeln selbst sind weiter als nöthig ausgedehnt, indem innerhalb der in Betracht kommenden Grenzen ($y < 10$) manche derselben dem Resultate nur Unmerkbares hinzufügen. Die Fortsetzung über $y > 10$ erscheint überflüssig, da sich in solchem Falle, bei welchem die Zenithdistanzen kleiner als 65° werden, für die Refraction wesentlich bequemere Formen durch Reihenentwicklungen der Gammafunctionen herstellen lassen.

Berechnet man überdies:

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= \frac{\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2}{B'}}.B, & \gamma_4 &= \frac{\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2}{B'}}\frac{B^2}{B'} \\
\gamma_2 &= \frac{\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2}{B'}}.\beta, & \gamma_5 &= \frac{\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2}{B'}}\frac{\beta B}{B'} \\
\gamma_3 &= \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^2\sqrt{\frac{2}{B'}}, & \gamma_6 &= \frac{\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2}{B'}}\frac{\beta^2}{B'},
\end{aligned} \qquad 5)$$

so ist:

$$R_2 + R_3 + R_4 = \gamma_1\varphi_1 + \gamma_2\varphi_2 + \gamma_3\varphi_3 + \gamma_4\varphi_4 + \gamma_5\varphi_5 + \gamma_6\varphi_6 , \qquad 6)$$

womit die Bestimmung der obigen Correctionsglieder auf eine sehr kurze Rechnung zurückgeführt erscheint. Bei der Ermittlung der Coëfficienten 5) kann man ohne Nachtheil B' als constant betrachten, denn B' ist zwar mit der Zenithdistanz veränderlich, aber man begeht, wenn für B' der bei $z = 90°$ geltende Werth angenommen wird, nur unmerkliche Fehler. Für einen gegebenen Zustand der Atmosphäre sind also die obigen γ-Coëfficienten constant; bei den unten folgenden Rechnungen habe ich von dieser Vereinfachung keinen Gebrauch gemacht. Mit Hilfe der bereits bei der Rechnung des Hauptgliedes benützten Zahlen ist die Bestimmung der Coëfficienten sehr einfach; es ist nämlich:

$$\left.\begin{aligned} \gamma_1 &= (A_1)\,B\,, & \gamma_4 &= \gamma_1 \frac{B}{B'} \\ \gamma_2 &= (A_1)\,\beta\,, & \gamma_5 &= \gamma_4 \frac{\beta}{B} = \gamma_2 \frac{B}{B'} \\ \gamma_3 &= (A_1)\,\frac{\alpha}{1-\alpha} & \gamma_6 &= \gamma_5 \frac{\beta}{B} = \gamma_2 \frac{\beta}{B'}. \end{aligned}\right\} \quad 7)$$

Ich will nun das oben begonnene Beispiel ($y = -0{\cdot}1171$) fortsetzen. Man erhält bei einer vollständigen Rechnung die folgenden Zahlen:

$\log(A_1) = 3{\cdot}370$	$\log(B : B') = 9{\cdot}928$	$\gamma_1\varphi_1 = -1{\cdot}066$
$\log \gamma_1 = 0{\cdot}389$	$\log(\beta : B') = 9{\cdot}616$	$\gamma_2\varphi_2 = -0{\cdot}303$
$\log \varphi_1 = 9_n639$	$\log \gamma_4 = 0{\cdot}317$	$\gamma_3\varphi_3 = -0{\cdot}337$
$\log \gamma_2 = 0{\cdot}078$	$\log \varphi_4 = 9{\cdot}021$	$\gamma_4\varphi_4 = +0{\cdot}218$
$\log \varphi_2 = 9_n403$	$\log \gamma_5 = 0{\cdot}006$	$\gamma_5\gamma_5 = +0{\cdot}122$
$\log \gamma_3 = 9{\cdot}820$	$\log \varphi_5 = 9{\cdot}079$	$\gamma_6\varphi_6 = +0{\cdot}019$
$\log \varphi_3 = 9_n708$	$\log \gamma_6 = 9{\cdot}694$	$R_2 + R_3 + R_4 = -1{\cdot}35.$
	$\log \varphi_6 = 8{\cdot}580.$	

Durch Hinzufügung dieser geringen Correctionsglieder zu dem im vorigen Paragraphe gefundenen Hauptgliede der Refraction resultirt die Refraction:

$$39'\,28''19.$$

Nimmt man also die oben angeführte Constitution der Atmosphäre an, die sich vielleicht besser, mindestens aber ebensogut den Thatsachen anschliesst als irgend eine der gemachten Aufstellungen, ohne auf eventuelle Correctionen bei dieser Annahme Rücksicht zu nehmen, so ist die ermittelte Zahl der vollständige Betrag der Refraction und theoretisch auf höchstens $0''03$ ungenau. Die Kürze und Leichtigkeit der Rechnung muss demnach dieser Methode als besonderer Vorzug gegen anderweitige Methoden eingeräumt werden, in Bezug auf Genauigkeit steht sie keiner nach und übertrifft wohl die meisten derselben.

Will man aber eventuelle Correctionen in Bezug auf die angenommene Constitution der Atmosphäre eintreten lassen, die übrigens nur für die grössten Zenithdistanzen merkbare Werthe annehmen werden, so bedarf es noch der Integration der Glieder dR_1'' und dR_1''', wobei es aber bei der Unsicherheit, die dem eingeführten numerischen Coëfficienten anhaftet, praktisch hinreichend sein wird, sich auf das erstere Glied allein zu beschränken.

Vernachlässigt man überdies das Product dieses Correctionsgliedes in $2\gamma(1 - e^{\,y} - fy)$, wiewohl die Mitnahme theoretisch ohne Schwierigkeit bewerkstelligt werden könnte, so erhält man sofort, wenn für P der Werth aus 8) §. 4 eingeführt wird:

$$R_1'' = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \Sigma k \frac{\lambda}{B'} \sqrt{\frac{2}{B'}} \left\{ -\frac{\sigma-1}{\sigma} \Psi_{(1)} + 2\sqrt{2}\Psi_{(2)} - \frac{(\sigma+1)^{3/2}}{\sigma} \Psi_{(\sigma+1)} \right\}. \quad 8)$$

Der Ausdruck innerhalb der Klammer kann wieder mit dem Argumente y tabulirt werden; bezeichnet man ihn mit φ_3, so gibt die Tafel III die Beträge von $\log \varphi_3$ für verschiedene Werthe von $\log \sigma$. Die letzte

Stelle dieser Tafelwerthe ist aber als nicht völlig sicher zu bezeichnen. Der Gebrauch der Tafel III wird später vorgenommen werden, nur so viel ist hier hervorzuheben, dass R_1'' mittelst derselben auf die Form gebracht werden kann:

$$\left.\begin{aligned} F &= \frac{\alpha}{1-\alpha}\cdot\frac{\lambda}{B'}\sqrt{\frac{2}{B'}} \\ R_1'' &= F\Sigma k\varphi_s. \end{aligned}\right\} \quad 9)$$

§. 8. Entwicklung der Refraction nach den ungeraden Potenzen von tg z.

Die Darstellung der Refraction durch eine Reihe der ungeraden Potenzen der Tangente der Zenithdistanz ist sehr vortheilhaft, so lange die Zenithdistanz nicht 70° überschreitet; es soll diese Entwicklung nun dadurch erreicht werden, dass in den obigen Integralen statt der Gammafunctionen die Reihe 18) §. 5 derselben substituirt wird. Es wird danach sein:

$$\Psi_{(n)} = \frac{1}{2g\sqrt{n}} - \frac{1}{2^2(g\sqrt{n})^3} + \frac{1.3}{2^3(g\sqrt{n})^5} - \frac{1.3.5}{2^4(g\sqrt{n})^7} + \ldots \quad 1)$$

Die Entwicklung wird etwas kürzer und eleganter, wenn man von der Einführung der Grösse B (Gl. 11, §. 6) Umgang nimmt; die unmittelbare Entwicklung des Hauptgliedes der Refraction (Gl. 10, §. 6) nach Potenzen von $2\gamma(1-e^{-y})$ ergibt:

$$R_1' = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left\{\int_0^\infty \frac{e^{-y}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2By)^{1/2}} - \gamma\int_0^\infty \frac{e^{-y}(1-e^{-y})\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2By)^{3/2}} + \frac{1.3}{1.2}\gamma^2\int_0^\infty \frac{e^{-y}(1-e^{-y})^2\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2By)^{5/2}} - \ldots\right\}.$$

Führt man die Integration nach 16) §. 5 aus, so kann man das Resultat derselben sofort hinschreiben; es wird nämlich:

$$R_1' = \frac{\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2}{B}}\left\{\Psi_{(1)} - \frac{\gamma}{B}[2^{1/2}\Psi_{(2)} - \Psi_{(1)}] + \frac{1}{1.2}\left(\frac{\gamma}{B}\right)^2[3^{3/2}\Psi_{(3)} - 2.2^{3/2}\Psi_{(2)} + \Psi_{(1)}] - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{1.2.3}\left(\frac{\gamma}{B}\right)^3[4^{5/2}\Psi_{(4)} - 3.3^{5/2}\Psi_{(3)} + 3.2^{5/2}\Psi_{(2)} - \Psi_{(1)}] \ldots\right\}. \quad 2)$$

Substituirt man in diesem Ausdrucke für die verschiedenen Ψ-Functionen der Reihe nach 1) und beachtet, dass (2), §. 5):

$$g = \frac{\operatorname{cotg} z}{\sqrt{2B}},$$

in welchem Ausdrucke der Bedeutung der Formel entsprechend B und nicht B' einzusetzen ist, so gibt die Entwicklung bis zur fünften Potenz von tg z inclusive (also bis auf die dritten Potenzen der Refraction) durchgeführt zunächst:

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{\frac{2}{B}}\Psi_{(1)} &= \operatorname{tg} z - B\operatorname{tg} z^3 + 1.3B^2\operatorname{tg} z^5 - \ldots \\ \sqrt{\frac{2}{B}}\Psi_{(2)} &= \frac{\operatorname{tg} z}{2^{1/2}} - B\frac{\operatorname{tg} z^3}{2^{3/2}} + 1.3B^2\frac{\operatorname{tg} z^5}{2^{5/2}} - \ldots \\ \sqrt{\frac{2}{B}}\Psi_{(3)} &= \frac{\operatorname{tg} z}{3^{1/2}} - B\frac{\operatorname{tg} z^3}{3^{3/2}} + 1.3B^2\frac{\operatorname{tg} z^5}{3^{5/2}} - \ldots, \\ &\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad 3)$$

und es wird:

$$\sqrt{\frac{2}{B}}\{2^{1/2}\Psi_{(2)} - \Psi_{(1)}\} = \frac{1}{2}B\operatorname{tg} z^3 - \frac{9}{4}B^2\operatorname{tg} z^5 + \ldots$$

$$\sqrt{\frac{2}{B}}\{3^{3/2}\Psi_{(3)} - 2.2^{3/2}\Psi_{(2)} + \Psi_{(1)}\} = B^2\operatorname{tg} z^5 - \ldots\ldots;$$

man erhält somit für das Hauptglied der Refraction die Reihe:

$$R_1' = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left\{\operatorname{tg} z - \left(B+\frac{\gamma}{2}\right)\operatorname{tg} z^3 + \left(3B^2+\frac{9}{4}\gamma B+\frac{1}{2}\gamma^2\right)\operatorname{tg} z^5 - \ldots\right\}. \quad 4)$$

In dieser Formel erscheint γ als Function der Zenithdistanz; es ist nämlich oben (§. 6):

$$\gamma = \beta - \frac{\alpha}{\sin z^2} = (\beta-\alpha) - \alpha \operatorname{cotg} z^2$$

gesetzt worden; es ist also:

$$\gamma^2 = (\beta-\alpha)^2 - 2\alpha(\beta-\alpha)\operatorname{cotg} z^2 + \alpha^2 \operatorname{cotg} z^4.$$

Ersetzt man γ in der Gl. 4) durch diese Relationen, so erhält man für das Hauptglied der Retraction den folgenden Ausdruck, der bis auf Grössen dritter Ordnung der Refraction richtig ist:

$$R_1' = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left\{\operatorname{tg} z\left(1+\frac{\alpha}{2}+\frac{\alpha^2}{2}\right) - \operatorname{tg} z^3\left(B+\frac{1}{2}[\beta-\alpha]+\alpha\left[\frac{9}{4}B+\beta-\alpha\right]\right) + \right.$$
$$\left. + \operatorname{tg} z^5\left(3B^2+\frac{9}{4}B[\beta-\alpha]+\frac{1}{2}[\beta-\alpha]^2\right)\right\}. \quad 5)$$

Hätte man die Substitution auf die Glieder zweiter Ordnung beschränkt und führt für B und β die früher angenommenen Ausdrücke §. 4, Gl. 7)' ein, so fände sich:

$$R_1' = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left\{\operatorname{tg} z\left(1+\frac{1}{2}\alpha\right) - \operatorname{tg} z^3\left(L[1+\xi][1+mt_0]-\frac{1}{2}\alpha\right)\right\}. \quad 6)$$

Dieser Ausdruck kommt dem Wesen nach mit Laplace's Satz überein, dass die Refraction, wenn sie nach den ungeraden Potenzen von tg z entwickelt wird, mit Beschränkung auf die ersten zwei Glieder ganz ohne irgend eine Annahme über die Constitution der Atmosphäre angegeben werden kann; richtiger aber wäre es zu sagen: Man kann das Hauptglied der Refraction bis auf Grössen zweiter Ordnung inclusive genau angeben, ohne eine Annahme über die Temperaturvertheilung in der Atmosphäre zu machen, die concentrische Schichtung der Atmosphäre vorausgesetzt. Das erste Glied hängt nur von der Dichte der Luft am Beobachtungsorte ab, das zweite enthält bereits die Krümmung der Luftschichten, bedingt durch die Gestalt der Erde. Diese letzteren Betrachtungen geben wichtige, nicht immer hinreichend gewürdigte Fingerzeige zur Bestimmung der Refractionsconstanten. Da man die Refraction mit Hilfe der beiden ersten Glieder der Reihe bis auf Unwesentliches bis zu 70° Zenithdistanz darstellen kann, so wird man zu dem Schlusse gelangen, dass Refractionsbeobachtungen in kleineren Zenithdistanzen als 70° keinen Beitrag zur Ermittlung der Constitution der Atmosphäre liefern können; anderseits wird man schliessen dürfen, und dies ist wesentlich, dass die Constante $\alpha:(1-\alpha)$ der Refraction aus solchen Beobachtungen ($z < 70°$) frei von jeder Hypothese über die Constitution der Atmosphäre erhältlich ist. Es wird sich daher empfehlen, zur Bestimmung der Refractionsconstante und deren Änderung durch die Temperatur aus den Beobachtungen die allzu grossen Zenithdistanzen auszuschliessen; Beobachtungen in sehr kleinen Zenithdistanzen werden an sich wegen der Kleinheit von tg z keinen wesentlichen Beitrag zu derartigen Bestimmungen liefern. Will man dagegen aus Refractionsbeobachtungen Schlüsse in Bezug auf die Constitution der Atmosphäre ziehen, so können hiezu nur die grössten Zenithdistanzen herangezogen werden, wobei man die Constante der Refraction keiner Correction unterziehen darf, sondern so anzunehmen hat, wie sie aus den Beobachtungen kleiner Zenithdistanzen folgt. Diese Schlüsse bleiben sehr unsicher, da die Refraction in grossen Zenithdistanzen starken localen Störungen unterworfen ist, die grösser sind als der Einfluss der allgemeinen Temperaturvertheilung in der Luft. Es wird desshalb auch vortheilhaft sein, das aus den meteorologischen Beobachtungen abgeleitete allgemeine Gesetz der Temperaturabnahme, also die Constante C, unverändert beizubehalten und die Refractionen aus sehr grossen Zenithdistanzen zur Bestimmung der localen Störungen zu verwerthen. In den praktisch wichtigen

Fällen ist daher die Refraction bestimmt durch die Dichte der Luftschichte, in welcher die Beobachtung angestellt wird, vorbehaltlich der in die Differentialgleichung eingeführten Bedingung der horizontalen Schichtung der Luft. Über diese Schichtung wird man wohl kaum je eine andere Annahme machen dürfen; selbst in solchen Fällen, wo der Lichtstrahl eine Spalte zu passiren hat, um zum Beobachtungsinstrumente zu gelangen, wird im Allgemeinen die Hypothese über die Horizontalität der Schichten der Wahrheit nahe kommen; es ist demnach für die Bestimmung der Refraction die Temperatur der Luft im Beobachtungsraume (vor dem Objectiv) massgebend und die Benützung der äusseren Thermometer zu diesem Zwecke jedenfalls weniger zu empfehlen. Manche Anomalien, die sich bei sonst sehr genauen Refractionsbeobachtungen herausstellen, erklären sich aus der Nichtbeachtung dieses Umstandes.

Es erübrigt noch, das Resultat der obigen Reihenentwicklung für die Correctionsglieder, die in §. 7 näher behandelt wurden, zu verbessern. Man wird bemerken, dass man sich auf die Entwicklung der Glieder, die aus φ_1 und φ_2 entstehen, beschränken könnte, denn die anderen beeinflussen selbst bei 70° Zenithdistanz die Refraction nur um wenige Tausendtheile der Bogensecunde; der Vollständigkeit halber will ich aber die übrigen Correctionsglieder mitnehmen. Auch in diesem Falle ist die Entwicklung eleganter, wenn man von der Einführung der Grösse B' Umgang nimmt, doch sind die erforderlichen Integrationen weitläufig; ich ziehe es desshalb vor, bei der Berechnung der Correctionsglieder von den Formeln auszugehen, die von B' Gebrauch machen. Die Substitution der Reihe 1), pag. 27 in die Gl. 4) §. 7 ergibt:

$$\varphi_1 = -\left\{\frac{1}{2g} - \frac{1}{2g^3} + \frac{9}{8g^5}\right\}, \qquad \varphi_4 = \frac{1}{4g^3} - \frac{9}{8g^5}$$

$$\varphi_2 = -\left\{\frac{1}{4g} - \frac{3}{16g^3} + \frac{21}{64g^5}\right\}, \qquad \varphi_5 = \frac{3}{16g^3} - \frac{21}{32g^5}$$

$$\varphi_3 = -\left\{\frac{1}{8g^3} - \frac{9}{32g^5}\right\}, \qquad \varphi_6 = \frac{1}{24g^3} - \frac{11}{96g^5};$$

wobei zu setzen ist:

$$g = \frac{\operatorname{cotg} z}{\sqrt{2B'}};$$

es ist also:

$$\gamma_1\varphi_1 = -\frac{\alpha}{1-\alpha}B\{\operatorname{tg} z - 2B' \operatorname{tg} z^3\}$$

$$\gamma_2\varphi_2 = \frac{\alpha}{1-\alpha}\beta\left\{\frac{\operatorname{tg} z}{2} - \frac{3}{4}B' \operatorname{tg} z^3\right\}$$

$$\gamma_3\varphi_3 = -\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^2 B' \operatorname{tg} z^3$$

$$\gamma_4\varphi_4 = \frac{\alpha}{1-\alpha}B^2 \operatorname{tg} z^3$$

$$\gamma_5\varphi_5 = \frac{3}{4}\frac{\alpha}{1-\alpha}\beta B \operatorname{tg} z^3$$

$$\gamma_6\varphi_6 = \frac{1}{6}\frac{\alpha}{1-\alpha}\beta^2 \operatorname{tg} z^3.$$

Die ersten drei Ausdrücke enthalten B'; substituirt man in dieselben

$$B' = B + \left(\beta - \frac{\alpha}{\sin z^2}\right)f = B + (\beta - \alpha - \alpha \operatorname{cotg} z^2)f,$$

so findet sich:

$$\gamma_1\varrho_1 = -\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\{\operatorname{tg} z(1+2\alpha f)B - 2\operatorname{tg} z^3(B^2+Bf[\beta-\alpha])\}$$

$$\gamma_2\varrho_2 = -\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\{\operatorname{tg} z\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\alpha f\right)\beta - \frac{3}{4}\operatorname{tg} z^3(B\beta+\beta f[\beta-\alpha])\}$$

$$\gamma_3\varrho_3 = +\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^2\alpha f\operatorname{tg} z - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^2(B+f[\beta-\alpha])\operatorname{tg} z^3.$$

Addirt man die Resultate der Entwicklung der Correctionsglieder zum Hauptgliede Gl. 5) und schreibt in den Gliedern dritter Ordnung statt $\frac{1}{1-\alpha}$ die Einheit, so findet sich die Refraction bestimmt durch:

$$\begin{aligned} R = \frac{\alpha}{1-\alpha}\{&\operatorname{tg} z\left[\left(1+\frac{\alpha}{2}-B-\frac{\beta}{2}\right)+\alpha\left(\frac{\alpha}{2}-f\left[2B+\frac{3}{4}\beta-\frac{1}{2}\alpha\right]\right)\right]- \\ &-\operatorname{tg} z^3\left[\left(B+\frac{1}{2}\beta-\frac{1}{2}\alpha\right)+\alpha\beta+\frac{11}{4}B\alpha-\alpha^2-3B^2-\frac{3}{2}\beta B-\frac{1}{6}\beta^2+\right. \\ &\left.+f(\alpha-\beta)\left(2B+\frac{3}{4}\beta-\frac{1}{2}\alpha\right)\right]+ \\ &+\operatorname{tg} z^5\left[3B^2+\frac{9}{4}B(\beta-\alpha)+\frac{1}{2}(\beta-\alpha)^2\right]\}. \end{aligned} \qquad 7)$$

Zu diesen Gliedern wären noch jene Correctionsglieder hinzuzufügen, welche aus den veränderten Annahmen über die Constitution der Atmosphäre entstehen. Da aber diese nur für sehr grosse Zenithdistanzen merklich werden können, bei denen dann die Benützung der Formel 9), §. 7 vortheilhafter ist, so gehe ich auf deren Entwicklung nicht näher ein.

Setzt man

$$\left.\begin{aligned} L' &= L(1+\xi) \\ B &= L'+mL'C \\ \beta &= 2mt_0L'-2mCL' \end{aligned}\right\} \text{ vergl. Gl. 7), §. 4.}$$

und ferner:

$$\left.\begin{aligned} (I) &= 1+\frac{\alpha}{2}+\frac{\alpha^2}{2}(1+f) \quad -L'\left(1+2\alpha f+mt_0\left[1+\frac{3}{2}\alpha f\right]\right)-\frac{1}{2}\alpha fL'mC, \\ (II) &= -\frac{1}{2}\alpha-\alpha^2\left(1+\frac{1}{2}f\right)+L'\left\{1+\alpha\left[\frac{11}{4}+2f\right]+mt_0\left[1+2\alpha+\frac{5}{2}\alpha f\right]\right. \\ &\quad -L'^2\left\{3+mt_0\left[3+4f\right]+m^2t_0^2\left[\frac{2}{3}+3f\right]\right\} \\ &\quad +L'\left\{\frac{3}{4}\alpha\left(1-\frac{2}{3}f\right)-L'\left[3-4f+mt_0\left(\frac{5}{3}-2f\right)\right]\right\}mC \\ &\quad +L'^2\left\{-\frac{2}{3}+f\right\}m^2C^2, \\ (III) &= -\frac{1}{2}\alpha^2-L'\alpha\left\{\frac{9}{4}+2mt_0\right\} \\ &\quad +L'^2\left\{3+\frac{9}{2}mt_0+2m^2t_0^2\right\} \\ &\quad +L'\left\{-\frac{1}{4}\alpha+\frac{L'}{2}[3+mt_0]\right\}mC \\ &\quad +L'^2\left\{\frac{1}{2}m^2C^2\right\}, \end{aligned}\right\} \qquad 8)$$

so ist:

$$R = \frac{\alpha''}{1-\alpha}\{(I)\operatorname{tg} z - (II)\operatorname{tg} z^3 + (III)\operatorname{tg} z^5\}; \qquad 9)$$

in dieser Formel ist α'' gleich $\alpha : \text{arc } 1''$ zu setzen.

§. 9. Änderung der Refraction durch kleine Änderungen in den Werthen der zu Grunde gelegten Constanten.

Die Bestimmung der Refraction zu einer gegebenen Zenithdistanz bedarf, wie die Ansicht der Formeln lehrt, der Kenntniss der Werthe α, β und B. Jede dieser Grössen hängt von Werthen ab, die den Beobachtungen entlehnt werden müssen, kann also unter Umständen Veränderungen erfahren, welche etwa aus einer correctiven Bestimmung der zu Grunde gelegten Werthe resultirt. Es wird daher zweckmässig erscheinen, den Einfluss von Änderungen in diesen Grössen auf differentiellem Wege zu ermitteln, wobei hier gleich erwähnt werden kann, dass von den so entstandenen Formeln, bei denen es sich um die Bestimmung der Refractionscorrectionen wegen Temperatur und Barometerstand handelt, nicht Gebrauch gemacht werden soll; die Correctionen sind nämlich in der Regel so gross, dass die blosse Berücksichtigung der ersten Potenz der Änderungen nicht völlig ausreichend ist, wiewohl man sich in den meisten Theorien damit begnügt hat.

Es sei q jene Grösse, welche die Änderung δq erfährt, so ist mit ausreichender Näherung, da nur geringe Änderungen vorausgesetzt werden:

$$\left.\begin{aligned} \delta\alpha &= \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)\delta q \\ \delta\beta &= \left(\frac{\partial\beta}{\partial q}\right)\delta q \\ \delta B &= \left(\frac{\partial B}{\partial q}\right)\delta q. \end{aligned}\right\} \qquad 1)$$

Die Bestimmung der in diesen Gleichungen auftretenden Differentialquotienten wird in der Regel keine Schwierigkeit haben, da der Zusammenhang zwischen α, β, B und den der Bestimmung derselben zu Grunde gelegten Werthen ein sehr einfacher ist. Indem ich mich bei der folgenden Untersuchung auf den Einfluss der Correction auf das Hauptglied der Refraction beschränke, setze ich zuerst die bezügliche Differentialgleichung (Gl. 10, §. 6) an:

$$\partial R_1' = -\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{e^{-y}\partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2 + 2By + 2\gamma(1-e^{-y})\}^{1/2}}.$$

In derselben erscheint β nicht unmittelbar, sondern ist mit γ verbunden durch die Relation:

$$\gamma = \beta - \frac{\alpha}{\sin z^2};$$

es wird also zu setzen sein:

$$\partial R_1' = -\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{e^{-y}\partial y}{\left\{\operatorname{cotg} z^2 + 2By + 2\beta(1-e^{-y}) - \frac{2\alpha}{\sin z^2}(1-e^{-y})\right\}^{1/2}}.$$

Variirt man also der Reihe nach diesen Ausdruck nach α, β, B, so erhält man:

$$\partial\frac{\partial R_1'}{\partial\alpha} = \frac{\partial R_1'}{\alpha(1-\alpha)} - \frac{\alpha}{(1-\alpha)\sin z^2}\frac{(1-e^{-y})e^{-y}\partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2 + 2By + 2\gamma(1-e^{-y})\}^{3/2}}$$

$$\partial\frac{\partial R_1'}{\partial\beta} = +\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{(1-e^{-y})e^{-y}\partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2 + 2By + 2\gamma(1-e^{-y})\}^{3/2}}$$

$$\partial\frac{\partial R_1'}{\partial B} = +\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{ye^{-y}\partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2 + 2By + 2\gamma(1-e^{-y})\}^{3/2}},$$

und durch die Integration findet sich:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial R_1'}{\partial \alpha} &= \frac{R_1'}{\alpha(1-\alpha)} + \frac{\alpha}{(1-\alpha)\sin z^2}\int_0^\infty \frac{(1-e^{-y})e^{-y}\partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2+2By+2\gamma(1-e^{-y})\}^{3/2}}\\
\frac{\partial R_1'}{\partial \beta} &= -\frac{\alpha}{1-\alpha}\int_0^\infty \frac{(1-e^{-y})e^{-y}\partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2+2By+2\gamma(1-e^{-y})\}^{3/2}}\\
\frac{\partial R_1'}{\partial B} &= -\frac{\alpha}{1-\alpha}\int_0^\infty \frac{ye^{-y}\partial y}{\{\operatorname{cotg} z^2+2By+2\gamma(1-e^{-y})\}^{3/2}}.
\end{aligned}\right\} \quad 2)$$

Führt man wieder B' nach 11), §. 6 ein und begnügt sich mit dem ersten Gliede der Entwicklung, lässt also die in Potenzen von $(1-e^{-y}-fy)$ multiplicirten Glieder weg, ein Verfahren, das bei der Bestimmung von Correctionsgliedern zulässig erscheint, so findet sich, dass die Ermittlung der obigen Werthe von zwei Integralen abhängt, die bereits in den vorhergegangenen Entwicklungen (pag. 21) enthalten sind, nämlich:

$$\left.\begin{aligned}
\int_0^\infty \frac{(1-e^{-y})e^{-y}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2B'y)^{3/2}} &= \frac{1}{B'}\sqrt{\frac{2}{B'}}\{2^{1/2}\Psi_{(2)}-\Psi_{(1)}\}\\
\int_0^\infty \frac{ye^{-y}\partial y}{(\operatorname{cotg} z^2+2B'y)^{3/2}} &= \frac{1}{B'}\sqrt{\frac{2}{B'}}\left\{\left(g^2+\frac{1}{2}\right)\Psi_{(1)}-\frac{1}{2}g\right\}.
\end{aligned}\right\} \quad 3)$$

Setzt man diese Werthe in 2) ein und macht, was sich als zweckmässig erweist, den Übergang auf:

$$\partial \log R_1' = \frac{\partial R_1'}{R_1'}\,\text{Mod.},$$

so findet sich:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \log R_1'}{\partial \alpha} &= \frac{\text{Mod}}{\alpha(1-\alpha)} + \frac{\alpha}{(1-\alpha)\sin z^2}\,\frac{\text{Mod}}{R_1'}\,\frac{1}{B'}\sqrt{\frac{2}{B'}}\{2^{1/2}\Psi_{(2)}-\Psi_{(1)}\}\\
\frac{\partial \log R_1'}{\partial \beta} &= -\frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{\text{Mod}}{R_1'}\,\frac{1}{B'}\sqrt{\frac{2}{B'}}\{2^{1/2}\Psi_{(2)}-\Psi_{(1)}\}\\
\frac{\partial \log R_1'}{\partial B} &= -\frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{\text{Mod}}{R_1'}\,\frac{1}{B'}\sqrt{\frac{2}{B'}}\left\{\left(g^2+\frac{1}{2}\right)\Psi_{(1)}-\frac{1}{2}g\right\}.
\end{aligned}$$

Innerhalb der bereits als zulässig betrachteten Genauigkeitsgrenzen kann man in diesen Ausdrücken setzen:

$$R_1' = \frac{\alpha}{1-\alpha}I = \frac{\alpha}{1-\alpha}\sqrt{\frac{2}{B'}}\cdot\Phi_0.$$

Schreibt man daher:

$$\left.\begin{aligned}
\text{Mod.}\,\frac{\Psi_{(1)}-\Psi_{(2)}\sqrt{2}}{\Phi_0} &= \varphi_\beta\\
-\text{Mod.}\,\frac{(g^2+{}^1/_2)\Psi_{(1)}-{}^1/_2 g}{\Phi_0} &= \varphi_B,
\end{aligned}\right\} \quad 4)$$

so kann man diese Grössen leicht mit dem Argumente:

$$g = \frac{\operatorname{cotg} z}{\sqrt{2B'}},$$

in Tafeln bringen. Tafel IV gibt in hinreichender Annäherung diese Coëfficienten mit dem Argumente y oder $\log y$; mit Benützung dieser Tafel schreiben sich die gesuchten Differentialquotienten wie folgt:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \log R_1'}{\partial \alpha} &= \frac{\mathrm{Mod}}{\alpha} - \frac{\varphi_3}{B' \sin z^2}\\ \frac{\partial \log R_1'}{\partial \beta} &= \frac{\varphi_3}{B'}\\ \frac{\partial \log R_1'}{\partial B} &= \frac{\varphi_B}{B'}.\end{aligned}\right\} \quad 5)$$

Für kleinere Zenithdistanzen sind diese Formeln wenig bequem, und deren Anwendung dadurch beschränkt, dass der grösste Werth von y, 10 ist, für welchen die Tafel gerechnet erscheint; hier wird aber die Benützung von Gl. 9) §. 8 in diesem Falle besonderen Vortheil bieten: In den Gliedern (I), (II), (III) treten nämlich unmittelbar die Werthe ein, die einer eventuellen Verbesserung unterworfen sind; da sich in diesem Falle das Resultat der Differentiation so überaus einfach gestaltet, so gehe ich auf die diesbezüglichen Formen hier nicht näher ein.

§. 10. Ein Beispiel für die Berücksichtigung der aus den modificirten Temperaturverhältnissen entstehenden Correctionsglieder.

Die Gleichung 9) des siebenten Abschnittes lässt jene Correctionen in der Refraction finden, welche dadurch entstehen, dass das allgemeine Gesetz für die Temperaturabnahme besonders in den unteren Luftschichten mehrfacher Modificationen bedarf. Es ist noch keineswegs der Zeitpunkt als gekommen zu betrachten, der eine vollständige Lösung dieses Theiles des Problems vom praktischen Standpunkte aus ermöglicht, doch will ich in ganz provisorischer Weise zeigen, wie man etwa diese Correctionsglieder dazu verwerthen kann, um die tägliche Periode in der Refraction in genäherter Weise zu ermitteln; in ähnlicher Weise liessen sich anderweitige Correctionen behandeln, doch wird sowohl zur strengeren und genaueren Behandlung des vorliegenden, als auch der anderweitigen Probleme geschritten werden können, bis die in der Theorie der Refraction auftretenden Parameter durch geeignete Hilfsmittel genauer bestimmt sein werden, als dies gegenwärtig der Fall ist.

Ich will die bekannten Argelander'schen Refractionsbeobachtungen hiezu verwerthen; doch will ich nochmals hier hervorheben, dass die folgenden Zahlen nur als Beispiele zu betrachten sind, in welcher Weise die obigen Formeln der Verwerthung zugeführt werden können. In den „Astron. Beobachtungen auf der Universitätssternwarte bei Königsberg", 8. Abth., p. XV, findet sich nach den von Bessel mitgetheilten Resultaten der mittlere Unterschied zwischen den an den Sternen und der Sonne beobachteten Refractionsbeträgen wie folgt:

z	Refr. $*$ − Refr. $\odot$	$(t_0 - t_m)*$	$(t_0 - t_m)\odot$
85° 0′	+ 1′0	−2°39Cels.	+2°41Cels.
85 30	+ 5·2	−2·18	+2·79
86 0	+ 3·3	−1·92	+2·58
86 30	0·0	−1·86	+1·48
87 0	+ 1·8	−2·38	+1·59
87 30	+ 5·0	−3·28	+1·59
88 0	+ 6·2	−3·21	+1·58
88 30	+ 9·7	−3·01	+1·11
89 0	+22·9	−2·84	+1·11
89 30	+30·4	−3·28	+0·37.

Die Columnen $(t_0 - t_m)*$ und $(t_0 - t_m)\odot$ geben die im Mittel stattgehabten Abweichungen der Lufttemperatur von dem Mittelwerthe für die Tagestemperatur, welch' letztere Werthe allerdings nur nach ihren

aus langjährigen Königsberger Beobachtungen bestimmten Mittelwerthen angenommen werden konnten; übrigens wird auch ein Fehler in dieser Richtung nicht allzusehr schädigend wirken, da derselbe der Hauptsache nach aus der Differenz der für die Sterne geltenden Temperaturabweichungen gegen jene der Sonne herausfallen wird. Man wird bemerken, dass, wie dies auch zu erwarten war, für die Sternbeobachtungen die Temperaturen unter, für die Sonnenbeobachtungen über dem Tagesmittel sich bewegten. Gibt man nun dem von der täglichen Periode abhängigen Gliede k die Form:

$$k = k_0(t_0 - t_m),$$

so wird man nach 9) des siebenten Abschnittes für σ und k_0 jene Werthe zu suchen haben, welche den Beobachtungen sehr nahe genügen; hierbei wird man $\log F = 0{\cdot}944$ setzen können und φ_σ aus der Tafel III mit dem Argument g zu entlehnen haben.

Zunächst wird man zu bemerken haben, dass die Unterschiede, die zwischen den Sonnen- und Sternbeobachtungen zwischen 85°—87° auftreten, nur zum geringsten Theile als der täglichen Periode entstammend angesehen werden können und vielleicht aus Fehlerquellen hervorgehen, die der hier zu bestimmenden Grösse fremd sind; es scheint für die vorliegende Untersuchung daher am zweckmässigsten, etwa die fünf ersten Werthe im Mittel zu vereinigen und dieses Mittel als constante Fehlerquelle in Rechnung zu ziehen, nur wird es zweckmässig sein, sofort das Mittel in der zu ermittelnden Correction entsprechenden Weise zu corrigiren. Das Mittel der ersten fünf Zahlen ist: $+2''26$, die allerdings nur durch eine vorläufige Rechnung bekannte Correctur dieser Zenithdistanzunterschiede wurde mit $-0'\,76$ angenommen, man hat sonach die obigen Unterschiede um $1''5$ zu vermindern und erhält so:

	$\ast - \odot$		$\ast - \odot$
85° 0′	$-0''5$	87°30′	$+\ 3''5$
85 30	$+3{\cdot}7$	88 0	$+\ 4{\cdot}7$
86 0	$+1{\cdot}8$	88 30	$+\ 8{\cdot}2$
86 30	$-1{\cdot}5$	89 0	$+21{\cdot}4$
87 0	$+0{\cdot}3$	89 30	$+28{\cdot}9.$

Nimmt man nun $\log \sigma = 0{\cdot}8$, $\log B' = 7{\cdot}091$, $\log F = 0{\cdot}944$ an und führt die Rechnung für die fünf letzten Werthe durch, da dieselben fast allein massgebend für die Bestimmung des fraglichen Coëfficienten sind, so stellt sich dieselbe wie folgt:

	$\log \sigma = 0{\cdot}8$				
z	87°30′	88°0′	88°30′	89°0′	89°30′
g	$+\ 0{\cdot}879$	$+\ 0{\cdot}703$	$+\ 0{\cdot}527$	$+\ 0{\cdot}351$	$+\ 0{\cdot}176$
$\log \varphi_\sigma$(Tafel III)	$8_n 498$	$8_n 741$	$9_n 009$	$9_n 303$	$9_n 632$
$\log F'(t_\ast - t_\odot)$	$1_n 632$	$1_n 624$	$1_n 559$	$1_n 541$	$1_n 506,$

man hat also die logarithmisch angesetzte Bedingungsgleichung zur Bestimmung von k_0:

$$\begin{aligned} 0{\cdot}544 &= 0{\cdot}130\, k_0 \\ 0{\cdot}672 &= 0{\cdot}365\, k_0 \\ 0{\cdot}914 &= 0{\cdot}569\, k_0 \\ 1{\cdot}330 &= 0{\cdot}844\, k_0 \\ 1{\cdot}461 &= 1{\cdot}138\, k_0. \end{aligned}$$

Daraus bestimmt man $\log k_0 = 0{\cdot}362$ und erhielt hiermit die folgenden, für die verschiedenen Zenithdistanzen geltenden Correctionen, neben welchen ich sofort die Unterschiede gegen die beobachteten Werthe angesetzt habe:

z	R.	B—R.	z	R.	B—R.
85° 0′	+0″3	—0″8	87° 30′	+ 3″1	+0″4
85 30	+0·5	+3·2	88 0	+ 5·3	—0·6
86 0	+0·7	+1·1	88 30	+ 8·5	—0·3
86 30	+0·8	—2·3	89 0	+16·1	+5·3
87 0	+1·5	—1·2	89 30	+31·6	—2·7.

Die Übereinstimmung ist, wie man sieht, eine vollkommen befriedigende und übersteigt in keiner Weise die oft ganz beträchtliche Unsicherheit, welche den Beobachtungen anhaftet.

Es könnte noch gefragt werden, ob die so gefundenen Werthe auch die direct beobachteten Refractionswerthe darstellen, da die obigen Coëfficienten nur aus differentiellen Beobachtungen erhalten wurden. Reducirt man die in den Tabulis regiomontanis gegebenen Refractionswerthe auf die von mir gewählten Normalverhältnisse ($t = 10°$ Cels., Bar. $= 0^m76$) und beachtet, dass dieselben für die grössten Zenithdistanzen aus Argelander's Beobachtungen empirisch abgeleitet sind, so findet man, wenn die aus meiner Theorie folgenden Werthe angesetzt und dieselbe den oben gefundenen Coëfficienten entsprechend corrigirt (Columne Corr.) werden, folgende Zahlen:

z	Argel.	Oppolz.	Corr.	B—R
85° 0′	589″7	590″6	+ 0″2	—1″1
86 0	705·0	703·5	+ 0·3	+1·2
87 0	861·9	862·3	+ 0·9	—1·3
88 0	1097·8	1096·7	+ 3·6	—2·5
89 0	1476·9	1463·1	+11·5	+2·3
89 30	1758·0	1727·7	+28·5	+1·8,

so dass hier eine vollkommen befriedigende Übereinstimmung zu Tage tritt, und selbst für die Horizontalrefraction, welche nur auf zwei Sonnenbeobachtungen, die fast um eine Bogenminute von einander abweichen, beruht, keine grössere Differenz als 21″ gegen diesem so unsicheren Mittelwerthe übrig bleibt. Es möchte daher scheinen, dass durch die vorliegende provisorische Untersuchung jenes Glied, welches die mittlere tägliche Periode der Refraction darstellt, einigermassen festgestellt sei, doch will ich gleich hier bemerken, dass dies keineswegs der Fall sein kann, denn die aus diesen Annahmen für k und σ folgenden Temperaturverhältnisse in der Atmosphäre finden durch die meteorologischen Beobachtungen in keiner Weise eine Bestätigung, so dass man den obigen Zahlen keine andere Bedeutung als die einer empirischen Ausgleichung der betrachteten Differenz zuschreiben darf; es liessen sich allerdings wesentlich zusammengesetztere Formeln finden, welche eine Harmonie zwischen den astronomischen und meteorologischen Resultaten herstellen würden, doch würde dies zunächst den beabsichtigten Zwecken ferne liegen, auch müsste eine erneuerte Reduction der Beobachtungen vorgenommen werden, da die hier vorliegende Theorie, auf dieselben angewandt, wesentlich verschiedene Zahlen zu Tage fördern würde, denn z. B. gibt die hier entwickelte Theorie für die bekannte Bessel'sche λ-Grösse bei 90° Zenithdistanz nahezu 1·92, während nach Bessel 1·73 hiefür anzunehmen ist, so dass die für die Horizontalrefraction erhältlichen Bessel'schen Temperaturcorrectionen um nahezu den neunten Theil zu vergrössern wären.

Schliesslich wäre darauf noch aufmerksam zu machen, dass die hier ermittelte tägliche Periode ihren Einfluss nur für sehr grosse Zenithdistanzen geltend machen kann, für Zenithdistanzen bis zu 70° ist dieselbe selbst für die strengste Rechnung unmerklich; es ist schon oben (im zweiten Abschnitte) darauf aufmerksam gemacht worden, dass die hie und da beobachtete tägliche Periode der Refraction in verhältnissmässig kleinen Zenithdistanzen durch ganz andere Ursachen ihre Erklärung findet.

Tafel I.

y	$\log \Phi_0$		$\log \Phi_1$		$\log \Phi_2$	
−0·50	0·23810	−682	9„6672	− 251	9·459	−37
−0·49	0·23128	−679	9„6421	− 253	9·422	−37
0·48	0·22449	−673	9„6168	− 253	9·385	36
−0·47	0·21776	−669	9„5915	− 254	9·349	−37
−0·46	0·21107	−665	9„5661	− 256	9·312	−37
−0·45	0·20442	−660	9„5405	− 257	9·275	−37
−0·44	0·19782	−655	9„5148	− 259	9·238	−36
−0·43	0·19127	−651	9„4889	− 260	9·202	−37
−0·42	0·18476	−646	9„4629	− 262	9·165	−36
−0·41	0·17830	−642	9„4367	− 264	9·129	36
−0·40	0·17188	−638	9„4103	− 266	9·093	−36
−0·39	0·16550	−633	9„3837	− 269	9·057	−36
−0·38	0·15917	−629	9„3568	− 270	9·021	−35
−0·37	0·15288	−625	9„3298	− 273	8·986	36
−0·36	0·14663	−620	9„3025	− 276	8·950	36
−0·35	0·14043	−616	9„2749	− 278	8·914	−35
−0·34	0·13427	−612	9„2471	− 282	8·879	−35
−0·33	0·12815	−608	9„2189	− 285	8·844	−34
−0·32	0·12207	−604	9„1904	− 288	8·810	−34
−0·31	0·11603	−600	9„1616	− 293	8·776	−34
−0·30	0·11003	−595	9„1323	− 296	8·742	−33
−0·29	0·10408	−592	9„1027	− 301	8·709	−33
−0·28	0·09816	−587	9„0726	− 306	8·676	−32
−0·27	0·09229	−584	9„0420	− 311	8·644	−32
−0·26	0·08645	−580	9„0109	− 317	8·612	−32
−0·25	0·08065	−576	8„9792	− 324	8·580	−31
−0·24	0·07489	−572	8„9468	− 330	8·549	−30
−0·23	0·06917	−568	8„9138	− 338	8·519	−30
−0·22	0·06349	−565	8„8800	− 340	8·489	−29
−0·21	0·05784	−560	8„8454	− 355	8·460	−28
−0·20	0·05224	−557	8„8099	− 366	8·432	−28
−0·19	0·04667	−553	8„7733	− 377	8·404	−27
−0·18	0·04114	−550	8„7356	− 390	8·377	−26
−0·17	0·03564	−546	8„6966	− 404	8·351	−25
−0·16	0·03018	−542	8„6562	− 421	8·326	−24
−0·15	0·02476	−539	8„6141	− 439	8·302	−24
−0·14	0·01937	−535	8„5702	− 462	8·278	−23
−0·13	0·01402	−532	8„5240	− 486	8·255	−22
−0·12	0·00870	−528	8„4754	− 516	8·233	−21
−0·11	0·00342	−525	8„4238	− 551	8·212	−20
−0·10	9·99817	−521	8„3687	− 595	8·192	−19
−0·09	9·99296	−518	8„3092	− 647	8·173	−19
−0·08	9·98778	−514	8„2445	− 710	8·154	−17
−0·07	9·98264	−511	8„1729	− 804	8·137	−17
−0·06	9·97753	−508	8„0925	− 927	8·120	−15
−0·05	9·97245	−505	7„9998	−1103	8·105	−15
−0·04	9·96740	−501	7„8895	−1383	8·090	−14
−0·03	9·96239	−498	7„7512	−1893	8·076	−14
−0·02	9·95741	−495	7„5619	−3143	8·062	−13
−0·01	9·95246	−492	7„2476	−∞	8·049	−12
0·00	9·94754		−∞		8·037	

Φ_1	
−0·06455	+522
−0·05933	+493
−0·05440	+467
−0·04973	+442
−0·04531	+419
−0·04112	+395
−0·03717	+375
−0·03342	+354
0·02988	+334
0·02654	+317
−0·02337	+299
−0·02038	+282
−0·01750	+267
0·01489	+252
0·01237	+237
−0·01000	+225
−0·00775	+211
−0·00564	+199
−0·00365	+188
−0·00177	+177
0·00000	

Tafel I.

g	$\log \Phi_0$		$\log \Phi_1$		$\log \Phi_2$		Φ_1	
0·00	9·94754	−488	−∞	+∞	8·037	−11	0·00000	+166
+0·01	9·94266	−485	7·2213	+2880	8·026	11	+0·00166	+157
+0·02	9·93781	−483	7·5093	+1631	8·015	−10	+0·00323	+147
+0·03	9·93298	−479	7·6724	+1120	8·005	−10	+0·00470	+139
+0·04	9·92819	−476	7·7844	+840	7·995	−9	+0·00609	+130
+0·05	9·92343	−473	7·8684	+663	7·986	−9	+0·00739	+121
+0·06	9·91870	−470	7·9347	+542	7·977	−8	+0·00860	+115
+0·07	9·91400	−467	7·9889	+453	7·969	−8	+0·00975	+107
+0·08	9·90933	−464	8·0342	+385	7·961	−7	+0·01082	+100
+0·09	9·90469	−462	8·0727	+331	7·954	−7	+0·01182	+94
+0·10	9·90007	−458	8·1058	+288	7·947	−7	+0·01276	+87
+0·11	9·89549	−455	8·1346	+253	7·940	−7	+0·01363	+82
+0·12	9·89094	−453	8·1599	+223	7·933	−6	+0·01445	+76
+0·13	9·88641	−450	8·1822	+197	7·927	−6	+0·01521	+71
+0·14	9·88191	−447	8·2019	+176	7·921	−6	+0·01592	+66
+0·15	9·87744	−444	8·2195	+157	7·915	−6	+0·01658	+61
+0·16	9·87300	−441	8·2352	+141	7·909	−5	+0·01719	+56
+0·17	9·86859	−439	8·2493	+126	7·904	−5	+0·01775	+53
+0·18	9·86420	−436	8·2619	+113	7·899	−6	+0·01828	+48
+0·19	9·85984	−434	8·2732	+102	7·893	−5	+0·01876	+44
+0·20	9·85550	−430	8·2834	+91	7·888	−5	+0·01920	
+0·21	9·85120	−428	8·2925	+82	7·883	−5		
+0·22	9·84692	−426	8·3007	+74	7·878	−4		
+0·23	9·84266	−423	8·3081	+65	7·874	−5		
+0·24	9·83843	−420	8·3146	+59	7·869	−5		
+0·25	9·83423	−418	8·3205	+52	7·864	−5		
+0·26	9·83005	−415	8·3257	+46	7·859	−4		
+0·27	9·82590	−413	8·3303	+41	7·855	−5		
+0·28	9·82177	−410	8·3344	+36	7·850	−5		
+0·29	9·81767	−407	8·3380	+31	7·845	−5		
+0·30	9·81360	−406	8·3411	+26	7·840	−4		
+0·31	9·80954	−403	8·3437	+23	7·836	−5		
+0·32	9·80551	−400	8·3460	+19	7·831	−4		
+0·33	9·80151	−398	8·3479	+15	7·827	−5		
+0·34	9·79753	−396	8·3494	+12	7·822	−5		
+0·35	9·79357	−393	8·3506	+9	7·817	−4		
+0·36	9·78964	−391	8·3515	+6	7·813	−5		
+0·37	9·78573	−389	8·3521	+3	7·808	−5		
+0·38	9·78184	−387	8·3524	+1	7·803	−5		
+0·39	9·77797	−384	8·3525	−2	7·798	−5		
+0·40	9·77413	−382	8·3523	−4	7·793	−5		
+0·41	9·77031	−380	8·3519	−6	7·788	−5		
+0·42	9·76651	−377	8·3513	−9	7·783	−5		
+0·43	9·76274	−376	8·3504	−10	7·778	−5		
+0·44	9·75898	−373	8·3494	−12	7·773	−5		
+0·45	9·75525	−371	8·3482	−13	7·768	−5		
+0·46	9·75154	−369	8·3469	−15	7·763	−5		
+0·47	9·74785	−367	8·3454	−17	7·758	−6		
+0·48	9·74418	−365	8·3437	−18	7·752	−5		
+0·49	9·74053	−362	8·3419	−20	7·747	−5		
+0·50	9·73691		8·3399		7·742			

Tafel I.

g	$\log \Phi_0$		$\log \Phi_1$		$\log \Phi_2$	
+0·50	9·73691	−361	8·3399	−21	7·742	−6
+0·51	9·73330		8·3378		7·736	
+0·52	9·72972	358	8·3356	−22	7·731	−5
+0·53	9·72615	−357	8·3333	−23	7·726	−5
+0·54	9·72260	−355	8·3308	−25	7·720	−6
+0·55	9·71908	−352	8·3283	−25	7·715	−5
		−351		−27		−6
+0·56	9·71557		8·3256		7·709	
+0·57	9·71209	−348	8·3228	−28	7·704	−5
+0·58	9·70862	347	8·3200	−28	7·698	−6
+0·59	9·70517	−345	8·3171	−29	7·692	−6
+0·60	9·70174	343	8·3140	−31	7·686	−6
		−341		−31		−5
+0·61	9·69833		8·3109		7·681	
+0·62	9·69494	−339	8·3077	−32	7·675	−6
+0·63	9·69157	−337	8·3045	−32	7·669	−6
+0·64	9·68822	−335	8·3012	−33	7·663	−6
+0·65	9·68488	−334	8·2978	−34	7·658	−5
		−332		−35		−6
+0·66	9·68156		8·2943		7·652	
+0·67	9·67826	−330	8·2908	−35	7·646	−6
+0·68	9·67498	−328	8·2872	−36	7·640	−6
+0·69	9·67172	−326	8·2836	−36	7·634	−6
+0·70	9·66847	−325	8·2799	−37	7·628	−6
		−323		−37		−7
+0·71	9·66524		8·2762		7·621	
+0·72	9·66203	−321	8·2724	−38	7·615	−6
+0·73	9·65884	−319	8·2685	−39	7·609	−6
+0·74	9·65566	−318	8·2647	−38	7·603	−6
+0·75	9·65250	−316	8·2607	−40	7·597	−6
		−314		−39		−6
+0·76	9·64936		8·2568		7·591	
+0·77	9·64623	−313	8·2528	−40	7·584	−7
+0·78	9·64312	−311	8·2487	−41	7·578	−6
+0·79	9·64002	−310	8·2447	−40	7·572	−6
+0·80	9·63694	−308	8·2406	−41	7·565	−7
		−306		−42		−6
+0·81	9·63388		8·2364		7·559	
+0·82	9·63083	−305	8·2323	−41	7·553	−6
+0·83	9·62780	−303	8·2281	−42	7·546	−7
+0·84	9·62479	−301	8·2238	−43	7·540	−6
+0·85	9·62179	−300	8·2196	−42	7·534	−6
		−299		−43		−7
+0·86	9·61880		8·2153		7·527	
+0·87	9·61583	−297	8·2110	−43	7·521	−6
+0·88	9·61288	−295	8·2067	−43	7·514	−7
+0·89	9·60994	−294	8·2024	−43	7·508	−6
+0·90	9·60702	−292	8·1980	−44	7·501	−7
		−291		−44		−6
+0·91	9·60411		8·1936		7·495	
+0·92	9·60121	−290	8·1892	−44	7·488	−7
+0·93	9·59833	−288	8·1847	−45	7·482	−6
+0·94	9·59547	−286	8·1803	−44	7·475	−7
+0·95	9·59261	−283	8·1758	−45	7·469	−6
				−44		−7
+0·96	9·58978		8·1714		7·462	
+0·97	9·58695	−283	8·1669	−45	7·455	−7
+0·98	9·58414	−281	8·1624	−45	7·449	−6
+0·99	9·58135	−279	8·1579	−45	7·442	−7
+1·00	9·57857	−278	8·1534	−45	7·435	−7

Tafel I.

$\log y$	$\log \Phi_0$		$\log \Phi_1$		$\log \Phi_2$	
0·00	9·57857	−643	8·1534	−106	7·435	−16
0·01	9·57214	−650	8·1428	−109	7·419	−15
0·02	9·56564	−658	8·1319	−112	7·404	−16
0·03	9·55900	−665	8·1207	−115	7·388	−17
0·04	9·55241	−672	8·1092	−118	7·371	−17
0·05	9·54569	−680	8·0974	−121	7·354	−18
0·06	9·53889	−687	8·0853	−124	7·336	−18
0·07	9·53202	−694	8·0729	−127	7·318	−18
0·08	9·52508	−701	8·0602	−130	7·300	−19
0·09	9·51807	−708	8·0472	−134	7·281	−20
0·10	9·51099	−710	8·0338	−136	7·261	−20
0·11	9·50383	−722	8·0202	−140	7·241	−20
0·12	9·49661	−729	8·0062	−142	7·221	−21
0·13	9·48932	−730	7·9920	−146	7·200	−21
0·14	9·48190	−743	7·9774	−149	7·179	−22
0·15	9·47453	−749	7·9625	−152	7·157	−22
0·16	9·46704	−756	7·9473	−155	7·135	−22
0·17	9·45948	−763	7·9318	−157	7·113	−23
0·18	9·45185	−769	7·9161	−161	7·090	−23
0·19	9·44416	−775	7·9000	−164	7·067	−24
0·20	9·43641	−781	7·8836	−167	7·043	−25
0·21	9·42860	−788	7·8669	−170	7·018	−25
0·22	9·42072	−794	7·8499	−173	6·993	−26
0·23	9·41278	−799	7·8326	−175	6·907	−26
0·24	9·40479	−806	7·8151	−179	6·941	−27
0·25	9·39673	−811	7·7972	−181	6·914	−27
0·26	9·38862	−817	7·7791	−184	6·887	−27
0·27	9·38045	−822	7·7607	−187	6·860	−28
0·28	9·37223	−828	7·7420	−190	6·832	−28
0·29	9·36395	−833	7·7230	−193	6·804	−29
0·30	9·35562	−838	7·7037	−196	6·775	−29
0·31	9·34724	−844	7·6841	−198	6·746	−29
0·32	9·33880	−848	7·6643	−201	6·717	−30
0·33	9·33032	−854	7·6442	−203	6·687	−31
0·34	9·32178	−858	7·6239	−206	6·656	−31
0·35	9·31320	−863	7·6033	−209	6·625	−32
0·36	9·30457	−867	7·5824	−211	6·593	−32
0·37	9·29590	−872	7·5613	−214	6·561	−32
0·38	9·28718	−876	7·5399	−217	6·529	−33
0·39	9·27842	−881	7·5182	−219	6·496	−34
0·40	9·26961	−884	7·4963	−221	6·462	−3
0·41	9·26077	−889	7·4742	−224	6·43	−3
0·42	9·25188	−893	7·4518	−225	6·40	−4
0·43	9·24295	−896	7·4293	−228	6·36	−4
0·44	9·23399	−900	7·4005	−230	6·32	−3
0·45	9·22499	−904	7·3835	−233	6·29	−4
0·46	9·21595	−907	7·3602	−235	6·25	−4
0·47	9·20688	−910	7·3367	−236	6·21	−3
0·48	9·19778	−914	7·3131	−239	6·18	−4
0·49	9·18864	−917	7·2892	−240	6·14	−4
0·50	9·17947		7·2652		6·10	

Tafel I.

$\log g$	$\log \Phi_0$		$\log \Phi_1$		$\log \Phi_2$	
0·50	9·17947	—920	7·2652	—242	6·10	—4
0·51	9·17027	—924	7·2410	—244	6·06	—3
0·52	9·16103	—920	7·2166	—246	6·03	—4
0·53	9·15177	—928	7·1920	—248	5·99	—3
0·54	9·14249	—932	7·1672	—250	5·96	—4
0·55	9·13317	—934	7·1422	—251	5·92	—4
0·56	9·12383	—937	7·1171	—254	5·88	—4
0·57	9·11446	—939	7·0917	—255	5·84	—4
0·58	9·10507	—942	7·0662	257	5·80	—5
0·59	9·09565	—944	7·0405	-258	5·75	—4
0·60	9·08621	—946	7·0147	—260	5·71	—5
0·61	9·07675	948	6·9887	—262	5·66	- 4
0·62	9·06727	951	6·9625	—263	5·62	4
0·63	9·05776	—952	6·9362	—265	5·58	—4
0·64	9·04824	954	6·9097	—266	5·54	4
0·65	9·03870	—956	6·8831	-267	5·50	—4
0·66	9·02914	958	6·8564	—268	5·46	5
0·67	9·01956	-960	6·8296	-269	5·41	— 4
0·68	9·00996	961	6·8027	—270	5·37	4
0·69	9·00035	963	6·7757	—271	5·33	—4
0·70	8·99072	—965	6·7486	—272	5·29	5
0·71	8·98107	965	6·7214	—274	5·24	4
0·72	8·97142	—968	6·6940	-274	5·20	4
0·73	8·96174	—968	6·6666	-276	5·16	5
0·74	8·95206	—970	6·6390	—277	5·11	—4
0·75	8·94236	—972	6·6113	-278	5·07	—5
0·76	8·93264	—972	6·5835	—279	5·02	4
0·77	8·92292	—974	6·5550	-279	4·98	—5
0·78	8·91318	—974	6·5277	—280	4·93	5
0·79	8·90344	976	6·4997	—281	4·88	—4
0·80	8·89368	—977	6·4716	—282	4·84	—5
0·81	8·88391	978	6·4434	—282	4·79	4
0·82	8·87413	—979	6·4152	—283	4·75	—5
0·83	8·86434	—979	6·3869	—284	4·70	5
0·84	8·85455	—981	6·3585	—285	4·65	—4
0·85	8·84474	—981	6·3300	—285	4·61	—5
0·86	8·83493	—983	6·3015	286	4·56	—5
0·87	8·82510	982	6·2729	—286	4·51	—4
0·88	8·81528	—984	6·2443	—287	4·47	—5
0·89	8·80544	985	6·2156	—287	4·42	—5
0·90	8·79559	—985	6·1869	—288	4·37	—4
0·91	8·78574	—985	6·1581	—289	4·33	—5
0·92	8·77589	—987	6·1292	—289	4·28	— 5
0·93	8·76602	—987	6·1003	—290	4·23	—5
0·94	8·75615	987	6·0713	—290	4·18	—4
0·95	8·74628	—988	6·0423	—290	4·14	—5
0·96	8·73640	—989	6·0133	—291	4·09	—5
0·97	8·72651	989	5·9842	—291	4·04	—5
0·98	8·71662	—989	5·9551	—291	3·99	5
0·99	8·70673	-991	5·9260	—292	3·94	—4
1·00	8·69682		5·8968		3·90	

Tafel II.

y	φ_1		φ_2		$\log \varphi_3$		φ_4		φ_5		φ_6	
0·50	−0·183	15	+0·008	17	0„242	15	−0·148	+10	−0·441	+41	0·279	+25
0·49	−0·198	14	0·009	10	0„227	16	−0·132	+16	−0·400	+38	−0·254	+23
0·48	−0·212	14	−0·025	15	0„211	15	−0·116	+15	−0·362	+35	0·231	+22
0·47	−0·226	13	−0·040	14	0„196	15	−0·101	+14	−0·327	+33	−0·209	+19
0·46	−0·239	12	−0·054	14	0„181	15	−0·087	+13	−0·294	+31	0·190	+19
0·45	−0·251	12	−0·068	13	0„166	15	−0·074	+13	−0·263	+29	−0·171	+17
−0·44	−0·263	11	−0·081	12	0„151	15	−0·061	+12	−0·234	+28	−0·154	+16
0·43	−0·274	11	−0·093	11	0„139	15	−0·049	+11	−0·206	+25	−0·138	+15
−0·42	−0·285	10	−0·104	11	0„121	15	−0·038	+10	−0·181	+24	−0·123	+13
−0·41	−0·295	10	−0·115	10	0„106	14	−0·028	+10	−0·157	+22	−0·110	+13
0·40	−0·305	9	−0·125	10	0„092	15	−0·018	+9	−0·135	+21	−0·097	+12
0·39	−0·314	9	−0·135	9	0„077	14	−0·009	+9	−0·114	+19	−0·085	+11
−0·38	−0·323	8	−0·144	8	0„063	15	0·000	+8	−0·095	+18	−0·074	+10
0·37	−0·331	8	−0·152	8	0„048	14	+0·008	+8	−0·077	+17	−0·064	+9
0·36	−0·339	8	−0·160	8	0„034	15	+0·016	+7	−0·060	+16	−0·055	+9
0·35	−0·347	7	−0·168	7	0„019	14	+0·023	+7	−0·044	+15	−0·046	+8
−0·34	−0·354	6	−0·175	7	0„005	14	+0·030	+7	−0·029	+13	−0·038	+7
−0·33	0·360	7	−0·182	6	9„991	14	+0·037	+6	0·016	+13	−0·031	+7
−0·32	−0·367	5	−0·188	6	9„977	14	+0·043	+5	−0·003	+12	−0·024	+6
0·31	−0·372	6	−0·194	5	9„963	14	+0·048	+6	+0·009	+11	−0·018	+6
−0·30	−0·378	5	−0·199	6	9„949	14	+0·054	+5	+0·020	+10	0·012	+5
0·29	−0·383	5	−0·205	4	9„935	13	+0·059	+4	+0·030	+9	−0·007	+5
0·28	−0·388	5	−0·209	5	9„922	14	+0·063	+5	+0·039	+9	−0·002	+5
0·27	−0·393	5	−0·214	4	9„908	14	+0·068	+4	+0·048	+8	+0·003	+4
−0·26	−0·398	4	−0·218	4	9„894	13	+0·072	+3	+0·056	+7	+0·007	+4
0·25	−0·402	4	−0·222	4	9„881	14	+0·075	+4	+0·063	+7	+0·011	+3
−0·24	−0·406	3	−0·226	3	9„867	13	+0·079	+3	+0·070	+7	+0·014	+3
0·23	−0·409	4	−0·229	3	9„854	13	+0·082	+3	+0·077	+6	+0·017	+3
−0·22	−0·413	3	−0·232	3	9„841	14	+0·085	+3	+0·083	+5	+0·020	+3
−0·21	−0·416	3	−0·235	3	9„827	13	+0·088	+3	+0·088	+5	+0·023	+2
−0·20	0·419	2	−0·238	2	9„814	13	+0·091	+2	+0·093	+4	+0·025	+2
−0·19	−0·421	3	−0·240	3	9„801	13	+0·093	+2	+0·097	+4	+0·027	+2
−0·18	0·424	2	−0·243	2	9„788	13	+0·095	+2	+0·101	+4	+0·029	+2
0·17	−0·426	2	−0·245	2	9„775	13	+0·097	+2	+0·105	+4	+0·031	+2
−0·16	−0·428	2	−0·247	1	9„762	13	+0·099	+2	+0·109	+3	+0·033	+1
0·15	−0·430	2	−0·248	2	9„749	12	+0·101	+1	+0·112	+2	+0·034	+2
0·14	−0·432	2	−0·250	2	9„737	13	+0·102	+2	+0·114	+3	+0·036	+1
−0·13	−0·434	1	−0·252	1	9„724	13	+0·104	+1	+0·117	+2	+0·037	+1
0·12	−0·435	2	−0·253	1	9„711	12	+0·105	+1	+0·119	+2	+0·038	+1
−0·11	−0·437	1	−0·254	1	9„699	13	+0·106	+1	+0·121	+2	+0·039	0
0·10	0·438	1	−0·255	1	9„686	12	+0·107	+1	+0·123	+1	+0·039	+1
−0·09	−0·439	1	−0·256	1	9„674	13	+0·108	0	+0·124	+2	+0·040	+1
0·08	−0·440	1	−0·257	0	9„661	12	+0·108	+1	+0·126	+1	+0·041	0
0·07	−0·441	0	−0·257	1	9„649	12	+0·109	0	+0·127	0	+0·041	+1
0·06	−0·441	1	−0·258	0	9„637	12	+0·109	+1	+0·127	+1	+0·042	0
−0·05	−0·442	0	−0·258	1	9„625	12	+0·110	0	+0·128	+1	+0·042	0
−0·04	−0·442	1	−0·259	0	9„613	12	+0·110	+1	+0·129	0	+0·042	+1
−0·03	−0·443	0	−0·259	0	9„601	12	+0·111	0	+0·129	+1	+0·043	0
0·02	0·443	0	−0·259	1	9„589	12	+0·111	0	+0·130	0	+0·043	0
0·01	−0·443	0	−0·260	0	9„577	12	+0·111	0	+0·130	0	+0·043	0
0·00	−0·443		−0·260		9„565		+0·111		+0·130		+0·043	

Tafel II.

y	$\log \varphi_1$		$\log \varphi_2$		$\log \varphi_3$		$\log \varphi_4$		$\log \varphi_5$		$\log \varphi_6$	
0·00	9„647	0	9„414	0	9„565	−12	9·045	−1	9·113	0	8·630	0
+0·01	9„647	−1	9„414	0	9„553	−12	9·044	0	9·113	−1	8·630	0
+0·02	9„646	0	9„414	0	9„541	11	9·044	−1	9·112	0	8·630	−1
+0·03	9„646	0	9„414	−1	9„530	−12	9·043	−1	9·112	−1	8·629	−2
+0·04	9„646	0	9„413	0	9„518	−12	9·042	−1	9·111	−2	8·627	−2
+0·05	9„646	−1	9„413	−1	9„506	−11	9·041	−1	9·109	−2	8·625	−2
+0·06	9„645	0	9„412	0	9„495	−12	9·040	−1	9·107	−1	8·623	−3
+0·07	9„645	−1	9„412	−1	9„483	−11	9·039	−2	9·106	−3	8·620	−2
+0·08	9„644	−1	9„411	−1	9„472	11	9·037	−2	9·103	−2	8·618	−3
+0·09	9„643	0	9„410	−1	9„401	−12	9·035	−1	9·101	−3	8·615	−3
+0·10	9„643	1	9„409	−1	9„449	−11	9·034	−2	9·098	−2	8·612	−4
+0·11	9„642	−1	9„408	−1	9„438	11	9·032	−3	9·096	−3	8·608	−4
+0·12	9„641	−1	9„407	−1	9„427	−11	9·029	−2	9·093	−3	8·604	−4
+0·13	9„640	0	9„406	−1	9„416	−11	9·027	−3	9·090	−4	8·600	−4
+0·14	9„640	−1	9„405	−2	9„405	−12	9·024	−2	9·086	−3	8·596	−4
+0·15	9„639	1	9„403	−1	9„393	−10	9·022	−3	9·083	−4	8·592	−4
+0·16	9„638	−1	9„402	−1	9„383	−11	9·019	−3	9·079	−3	8·588	−5
+0·17	9„637	−1	9„401	2	9„372	11	9·016	−3	9·076	−4	8·583	−5
+0·18	9„636	−2	9„399	−1	9„361	10	9·013	−3	9·072	4	8·578	−5
+0·19	9„634	−1	9„398	2	9„351	−11	9·010	−3	9·068	−4	8·573	−5
+0·20	9„633	−1	9„396	−1	9„340	−11	9·007	−3	9·064	−4	8·568	−5
+0·21	9„632	−1	9„395	−2	9„329	−10	9·004	−3	9·060	−5	8·563	−5
+0·22	9„631	−1	9„393	−1	9„319	11	9·001	−4	9·055	−4	8·558	−5
+0·23	9„630	−2	9„392	−2	9„308	−11	8·997	−3	9·051	−5	8·553	−6
+0·24	9„628	1	9„390	−2	9„297	10	8·994	−4	9·046	−4	8·547	−5
+0·25	9„627	−1	9„388	−1	9„287	−10	8·990	−3	9·042	−5	8·542	−6
+0·26	9„626	−2	9„387	−2	9„277	−11	8·987	−4	9·037	−4	8·536	5
+0·27	9„624	1	9„385	−2	9„266	−10	8·983	−4	9·033	−5	8·531	−6
+0·28	9„623	−2	9„383	−2	9„256	−10	8·979	3	9·028	−5	8·525	−6
+0·29	9„621	−1	9„381	−2	9„246	−10	8·976	−4	9·023	−5	8·519	−6
+0·30	9„620	−1	9„379	−2	9„236	−11	8·972	−4	9·018	−5	8·513	−6
+0·31	9„619	−2	9„377	−2	9„225	−10	8·968	−4	9·013	−5	8·507	−6
+0·32	9„617	−1	9„375	−1	9„215	−10	8·964	−4	9·008	−5	8·501	6
+0·33	9„616	−2	9„374	−2	9„205	−10	8·960	−4	9·003	−5	8·495	−6
+0·34	9„614	−2	9„372	−2	9„195	−10	8·956	−5	8·998	−5	8·489	−6
+0·35	9„612	−1	9„370	−2	9„185	−10	8·951	−4	8·993	−6	8·483	−7
+0·36	9„611	2	9„368	2	9„175	−9	8·947	−4	8·987	5	8·476	−6
+0·37	9„609	−1	9„366	2	9„166	−10	8·943	4	8·982	−5	8·470	−6
+0·38	9„608	−2	9„364	−2	9„156	−10	8·939	−5	8·977	−5	8·464	−6
+0·39	9„606	−2	9„362	−3	9„146	−10	8·934	−4	8·972	−6	8·458	−7
+0·40	9„604	1	9„359	−2	9„136	−9	8·930	−4	8·966	−5	8·451	−6
+0·41	9„603	−2	9„357	−2	9„127	−10	8·926	−5	8·961	−6	8·445	−7
+0·42	9„601	−2	9„355	2	9„117	−10	8·921	−4	8·955	−5	8·438	−6
+0·43	9„599	−1	9„353	−2	9„107	−9	8·917	−5	8·950	−6	8·432	−7
+0·44	9„598	−2	9„351	−2	9„098	−10	8·912	−4	8·944	−5	8·425	−6
+0·45	9„596	−2	9„349	−2	9„088	−10	8·908	−5	8·939	−6	8·419	−7
+0·46	9„594	−2	9„347	−2	9„078	−9	8·903	−4	8·933	−6	8·412	−6
+0·47	9„592	−1	9„345	−3	9„069	−9	8·899	−5	8·927	−5	8·406	−7
+0·48	9„591	−2	9„342	−2	9„060	−9	8·894	−5	8·922	−6	8·399	−7
+0·49	9„589	−2	9„340	−2	9„051	−9	8·889	−4	8·916	−5	8·392	−6
+0·50	9„587		9„338		9„042		8·885		8·911		8·386	

Tafel II.

q	$\log \gamma_1$		$\log \gamma_2$		$\log \gamma_3$		$\log \gamma_4$		$\log \gamma_5$		$\log \gamma_6$	
+0·50	9,587	—2	9,338	—2	9,042	—10	8·885	—5	8·911	0	8·386	7
+0·51	9,585	—2	9,336	—2	9,032	—9	8·880	—5	8·905	—6	8·379	—6
+0·52	9,583	—1	9,334	—3	9,023	—9	8·875	—5	8·899	—5	8·373	—7
+0·53	9,582	—2	9,331	—2	9,014	—9	8·870	—4	8·894	—6	8·366	—7
+0·54	9,580	—2	9,329	—2	9,005	—9	8·866	—5	8·888	—6	8·359	—6
+0·55	9,578	—2	9,327	—2	8,996	—9	8·861	—5	8·882	—6	8·353	—7
+0·56	9,576	—2	9,325	—2	8,987	—9	8·856	—4	8·876	—6	8·346	—7
+0·57	9,574	—2	9,323	—3	8,978	—9	8·852	—5	8·870	—5	8·339	—7
+0·58	9,572	—1	9,320	—2	8,969	—9	8·847	—5	8·865	—6	8·332	—6
+0·59	9,571	—2	9,318	—2	8,960	—9	8·842	—5	8·859	—6	8·326	—7
+0·60	9,569	—2	9,316	—2	8,951	—9	8·837	—5	8·853	—6	8·319	—7
+0·61	9,567	—2	9,314	—3	8,942	—8	8·832	—5	8·847	—6	8·312	—6
+0·62	9,565	—2	9,311	—2	8,934	—9	8·827	—5	8·841	—5	8·306	—7
+0·63	9,563	—2	9,309	—2	8,925	—9	8·822	—5	8·836	—6	8·299	—7
+0·64	9,561	—2	9,307	—3	8,916	—8	8·817	—4	8·830	—6	8·292	—6
+0·65	9,559	—2	9,304	—2	8,908	—9	8·813	—5	8·824	—6	8·286	—7
+0·66	9,557	—1	9,302	—2	8,899	—9	8·808	—5	8·818	—6	8·279	—7
+0·67	9,556	—2	9,300	—2	8,890	—8	8·803	—5	8·812	—6	8·272	—7
+0·68	9,554	—2	9,298	—3	8,882	—9	8·798	—5	8·806	—6	8·265	—6
+0·69	9,552	—2	9,295	—2	8,873	—8	8·793	—5	8·800	—5	8·259	—7
+0·70	9,550	—2	9,293	—2	8,865	—9	8·788	—5	8·795	—6	8·252	—7
+0·71	9,548	—2	9,291	—2	8,856	—8	8·783	—5	8·789	—6	8·245	—6
+0·72	9,546	—2	9,289	—3	8,848	—8	8·778	—5	8·783	—6	8·239	—7
+0·73	9,544	—2	9,286	—2	8,840	—9	8·773	—5	8·777	—6	8·232	—7
+0·74	9,542	—2	9,284	—2	8,831	—8	8·768	—5	8·771	—6	8·225	—6
+0·75	9,540	—2	9,282	—2	8,823	—8	8·763	—5	8·765	—6	8·219	—7
+0·76	9,538	—2	9,280	—3	8,815	—8	8·758	—5	8·759	—5	8·212	—7
+0·77	9,536	—2	9,277	—2	8,807	—8	8·753	—5	8·754	—6	8·205	—6
+0·78	9,534	—1	9,275	—2	8,799	—8	8·748	—5	8·748	—6	8·199	—7
+0·79	9,533	—2	9,273	—3	8,790	—8	8·743	—5	8·742	—6	8·192	—6
+0·80	9,531	—2	9,270	—2	8,782	—8	8·738	—5	8·736	—6	8·186	—7
+0·81	9,529	—2	9,268	—2	8,774	—8	8·733	—5	8·730	—6	8·179	—7
+0·82	9,527	—2	9,266	—2	8,766	—8	8·728	—5	8·724	—6	8·172	—6
+0·83	9,525	—2	9,264	—3	8,758	—8	8·723	—5	8·718	—5	8·166	—7
+0·84	9,523	—2	9,261	—2	8,750	—8	8·718	—5	8·713	—6	8·159	—6
+0·85	9,521	—2	9,259	—2	8,742	—7	8·713	—5	8·707	—6	8·153	—7
+0·86	9,519	—2	9,257	—2	8,735	—8	8·708	—5	8·701	—6	8·146	—7
+0·87	9,517	—2	9,255	—3	8,727	—8	8·703	—5	8·695	—6	8·139	—6
+0·88	9,515	—2	9,252	—2	8,719	—8	8·698	—5	8·689	—6	8·133	—7
+0·89	9,513	—2	9,250	—2	8,711	—8	8·693	—5	8·683	—5	8·126	—6
+0·90	9,511	—2	9,248	—2	8,703	—7	8·688	—5	8·678	—6	8·120	—7
+0·91	9,509	—2	9,246	—2	8,696	—8	8·683	—5	8·672	—6	8·113	—6
+0·92	9,507	—1	9,244	—3	8,688	—8	8·678	—5	8·666	—6	8·107	—7
+0·93	9,506	—2	9,241	—2	8,680	—7	8·673	—5	8·660	—6	8·100	—6
+0·94	9,504	—2	9,239	—2	8,673	—8	8·668	—5	8·654	—5	8·094	—6
+0·95	9,502	—2	9,237	—2	8,665	—7	8·663	—5	8·649	—6	8·088	—7
+0·96	9,500	—2	9,235	—3	8,658	—8	8·658	—5	8·643	—6	8·081	—6
+0·97	9,498	—2	9,232	—2	8,650	—7	8·653	—5	8·637	—6	8·075	—7
+0·98	9,496	—2	9,230	—2	8,643	—8	8·648	—5	8·631	—5	8·068	—6
+0·99	9,494	—2	9,228	—2	8,635	—7	8·643	—5	8·626	—6	8·062	—6
+1·00	9,492		9,226		8,628		8·638		8·620		8·056	

Tafel II.

log μ	log φ_1		log φ_2		log φ_3		log φ_4		log φ_5		log φ_6	
0·00	9,492	−4	9,220	−5	8,628	−17	8·038	12	8·620	−13	8·050	−15
0·01	9,488		9,221		8,611		8·020		8·607		8·041	
0·02	9,483	−5	9,216	−5	8,593	−18	8·014	12	8·593	−14	8·026	−15
0·03	9,478	−5	9,211	−5	8,575	18	8·002	12	8·580	13	8·011	15
0·04	9,474	−4	9,205	−6	8,558	17	8·590	12	8·566	14	7·995	−16
0·05	9,469	−5	9,200	−5	8,540	−18	8·577	−13	8·551	−15	7·979	−16
0·06	9,464	−5	9,194	−6	8,521	19	8·564	−13	8·536	15	7·963	16
0·07	9,459	−5	9,188	−6	8,503	18	8·551	−13	8·522	14	7·947	−16
0·08	9,454	−5	9,183	−5	8,484	−19	8·538	13	8·506	16	7·930	17
0·09	9,449	−5	9,177	−6	8,465	−19	8·524	14	8·491	−15	7·913	17
0·10	9,443	−6	9,171	−6	8,446	19	8·510	−14	8·475	16	7·896	17
0·11	9,438	−5	9,165	−6	8,426	−20	8·496	−14	8·459	16	7·879	−17
0·12	9,433	−5	9,159	−6	8,407	19	8·481	15	8·443	16	7·861	18
0·13	9,427	−6	9,152	−7	8,387	−20	8·467	14	8·427	16	7·843	18
0·14	9,421	−6	9,146	−6	8,367	−20	8·452	15	8·410	−17	7·825	18
0·15	9,415	−6	9,140	−6	8,346	−21	8·436	16	8·393	17	7·806	−19
0·16	9,410	−5	9,133	−7	8,326	−20	8·421	−15	8·376	17	7·788	18
0·17	9,404	−6	9,127	−6	8,305	−21	8·405	−16	8·358	−18	7·769	−19
0·18	9,398	−6	9,120	−7	8,284	−21	8·389	−16	8·341	−17	7·750	−19
0·19	9,392	−6	9,114	−6	8,263	−21	8·373	−16	8·323	−18	7·730	20
0·20	9,385	−7	9,107	−7	8,241	−22	8·356	−17	8·304	−19	7·710	−20
0·21	9,379	−6	9,100	−7	8,220	−21	8·339	17	8·286	18	7·690	−20
0·22	9,373	−6	9,093	−7	8,198	−22	8·322	−17	8·267	−19	7·670	20
0·23	9,366	−7	9,086	−7	8,176	−22	8·305	−17	8·248	−19	7·650	−21
0·24	9,360	−6	9,079	−7	8,153	−23	8·287	−18	8·229	−19	7·629	21
0·25	9,353	−7	9,071	−8	8,131	−22	8·269	−18	8·209	−20	7·608	−21
0·26	9,346	−7	9,064	−7	8,108	−23	8·251	−18	8·189	−20	7·587	−21
0·27	9,339	−7	9,057	−7	8,085	−23	8·232	−19	8·169	−20	7·566	21
0·28	9,332	−7	9,049	−8	8,062	−23	8·214	−18	8·149	−20	7·544	−22
0·29	9,325	−7	9,042	−7	8,039	−23	8·195	−19	8·128	−21	7·522	−22
0·30	9,318	−7	9,034	−8	8,016	−23	8·175	−20	8·108	−20	7·500	−22
0·31	9,311	−7	9,026	−8	7,992	−24	8·155	−20	8·087	−21	7·478	−22
0·32	9,304	−7	9,019	−7	7,968	−24	8·136	−19	8·065	−22	7·455	−23
0·33	9,297	−7	9,011	−8	7,944	−24	8·116	−20	8·044	−21	7·433	22
0·34	9,289	−8	9,003	−8	7,920	−24	8·096	−20	8·022	−22	7·410	−23
0·35	9,282	−7	8,995	−8	7,896	−24	8·075	−21	8·000	−22	7·387	−23
0·36	9,274	−8	8,987	−8	7,872	−24	8·054	−21	7·978	−22	7·363	−24
0·37	9,267	−7	8,979	−8	7,847	−25	8·033	−21	7·956	−22	7·340	−23
0·38	9,259	−8	8,971	−8	7,822	−25	8·012	−21	7·933	−23	7·316	−24
0·39	9,251	−8	8,963	−8	7,797	−25	7·991	−21	7·910	−23	7·292	−24
0·40	9,243	−8	8,954	−9	7,772	−25	7·969	−22	7·887	−23	7·268	−24
0·41	9,235	−8	8,946	−8	7,747	−25	7·947	−22	7·864	−23	7·244	−24
0·42	9,227	−8	8,938	−8	7,721	−26	7·925	−22	7·840	−24	7·219	−25
0·43	9,219	−8	8,929	−9	7,696	−25	7·903	−22	7·817	−23	7·194	−25
0·44	9,211	−8	8,921	−8	7,670	−26	7·880	−23	7·793	−24	7·170	−24
0·45	9,203	−8	8,912	−9	7,644	−26	7·857	−23	7·769	−24	7·145	−25
0·46	9,195	−8	8,904	−8	7,618	−26	7·834	−23	7·745	−24	7·119	−26
0·47	9,187	−8	8,895	−9	7,592	−26	7·811	−23	7·720	−25	7·094	−25
0·48	9,178	−9	8,886	−9	7,566	−26	7·787	−24	7·696	−24	7·069	−25
0·49	9,170	−8	8,878	−8	7,539	−27	7·763	−24	7·671	−25	7·043	−26
0·50	9,161	−9	8,869	−9	7,513	−26	7·739	−24	7·646	−25	7·017	−26

Tafel II.

log g	log φ_1		log φ_2		log φ_3		log φ_4		log φ_5		log φ_6	
0·50	0·101	— 8	8„869	— 9	8·513	— 27	7·739	25	7·646	25	7·017	—26
0·51	0·153	9	8„860	9	7·480	—27	7·714	24	7·621	25	6·991	—26
0·52	0·144	8	8·851	9	7·459	—27	7·690	25	7·596	26	6·965	—26
0·53	0„130	— 9	8·842	— 9	7·432	27	7·665	—24	7·570	25	6·939	26
0·54	0·127	— 9	8„833	— 9	7·405	—27	7·641	25	7·545	26	6·913	—27
0·55	0·118	8	8„824	— 9	7·378	27	7·616	—24	7·519	—26	6·886	—27
0·56	0·110	9	8„815	9	7„351	—27	7·592	26	7·493	26	6·859	26
0·57	0„101	9	8·806	9	7„324	28	7·566	25	7·467	26	6·833	—27
0·58	0·092	9	8„797	— 9	7·296	—27	7·541	26	7·441	—26	6·806	—27
0·59	0·083	— 9	8·788	— 9	7„269	—28	7·515	25	7·415	27	6·779	27
0·60	0·074	— 9	8„779	— 9	7„241	28	7·490	25	7·388	26	6·752	—28
0·61	0„065	9	8·770	9	7·213	27	7·465	26	7·362	27	6·724	—27
0·62	0·056	9	8·761	10	7·186	28	7·439	26	7·335	27	6·697	—27
0·63	0·047	— 9	8·751	— 9	7·158	28	7·413	—25	7·308	27	6·670	28
0·64	0·038	— 9	8„742	9	7·130	—28	7·388	27	7·281	27	6·642	27
0·65	0„029	9	8„733	10	7„102	28	7·361	26	7·254	—27	6·615	—28
0·66	0„020	10	8·723	9	7„074	28	7·335	27	7·227	27	6·587	—28
0·67	9„010	9	8·714	10	7·045	28	7·308	28	7·200	—28	6·559	28
0·68	0·001	9	8„704	— 9	7„017	28	7·280	26	7·172	27	6·531	—28
0·69	8·992	9	8„695	— 9	6„989	29	7·254	26	7·145	28	6·503	—28
0·70	8·983	—10	8„686	10	6„960	—28	7·228	26	7·117	—28	6·475	—28
0·71	8·973	9	8·676	9	6·932	29	7·202	27	7·089	27	6·447	—28
0·72	8„964	9	8·667	10	6·903	—28	7·175	26	7·062	—28	6·419	28
0·73	8·955	10	8„657	— 9	6„875	29	7·149	—26	7·034	28	6·390	—28
0·74	8·945	— 9	8·648	10	6„846	28	7·123	—27	7·006	28	6·362	—29
0·75	8·936	10	8·638	— 10	6·818	29	7·096	—27	6·978	—28	6·333	—28
0·76	8·926	9	8„628	— 9	6·789	29	7·069	26	6·950	—28	6·305	29
0·77	8·917	—10	8„619	10	6·760	—29	7·043	26	6·922	—29	6·276	—28
0·78	8·907	— 9	8·609	— 9	6·731	—29	7·017	26	6·893	28	6·248	29
0·79	8·898	—10	8„600	—10	6·702	29	6·991	26	6·865	—28	6·219	29
0·80	8„888	— 9	8·590	10	6„673	—29	6·965	26	6·837	—28	6·190	—28
0·81	8·879	—10	8„580	— 9	6„644	29	6·939	26	6·809	28	6·162	28
0·82	8„869	— 9	8·571	—10	6·615	29	6·913	26	6·780	29	6·133	—29
0·83	8·860	—10	8·561	10	6„586	—29	6·887	26	6·752	—29	6·104	—29
0·84	8·850	— 9	8·551	— 9	6·557	29	6·861	26	6·723	28	6·075	—29
0·85	8„841	—10	8·542	10	6·528	—29	6·835	26	6·695	—29	6·046	—29
0·86	8·831	—10	8„532	—10	6„499	—29	6·809	26	6·666	30	6·017	—29
0·87	8·821	— 9	8„522	—10	6„470	30	6·783	—28	6·636	—29	5·988	29
0·88	8·812	10	8·512	10	6„440	29	6·726	—29	6·607	—29	5·959	—29
0·89	8„802	—10	8·503	—10	6·411	29	6·697	—29	6·578	—28	5·930	29
0·90	8„792	—10	8„493	—10	6·382	—29	6·668	28	6·550	—29	5·901	29
0·91	8„782	— 9	8„483	10	6„353	30	6·640	—29	6·521	—29	5·872	—29
0·92	8„773	—10	8·473	10	6·323	—29	6·611	29	6·492	—29	5·843	30
0·93	8·763	10	8·463	— 9	6„294	30	6·582	—29	6·463	29	5·813	—29
0·94	8·753	9	8·454	—10	6·264	29	6·553	—29	6·434	—29	5·784	29
0·95	8·744	10	8„444	—10	6·235	—30	6·524	—29	6·405	29	5·755	30
0·96	8„734	—10	8„434	—10	6„205	—29	6·495	29	6·376	—29	5·725	29
0·97	8·724	10	8„424	—10	6„176	30	6·466	—29	6·347	29	5·696	29
0·98	8·714	10	8·414	—10	6„146	29	6·437	—29	6·318	—29	5·667	30
0·99	8„704	— 9	8·405	—10	6·117	30	6·408	—29	6·289	—29	5·637	29
1·00	8„695		8·395		6„087		6·379		6·260		5·608	

Tafel III.

g	log τ = 0·8		1·0		1·2		1·4		1·6		1·8		2·0	
0·00	0,000	−23	0,183	−26	0,341	−29	0 485	−34	0,619	-40	0,740	−48	0,867	−57
+ 0 01	9,983	−22	0,157	-25	0,312	−29	0 451	−33	0,579	−39	0,698	−46	0,810	−54
+ 0·02	9,901	−22	0 132	−25	0 283	29	0 418	33	0,540	−38	0,652	−44	0,750	- 52
+ 0·03	9,939	-22	0,107	-25	0,254	−28	0 385	−32	0,502	−37	0,608	−43	0,704	−50
+0·04	0 917	−22	0,082	-24	0,220	-28	0,353	31	0,405	−30	0,505	−42	0,054	−48
+ 0·05	9,895	-22	0,058	−24	0,198	−27	0,322	-31	0,429	-30	0,523	−40	0,000	40
+0·00	0,873	-22	0,034	-24	0,171	27	0,291	−31	0,393	-34	0,383	−39	0,500	−44
+ 0 07	9,851	−21	0,010	−24	0,144	-26	0,260	30	0,359	−34	0,444	-38	0,516	−43
+0·08	0,830	−21	9,986	-24	0,118	−26	0,230	-29	0 325	-33	0,406	-37	0,473	41
+ 0·09	9,809	−21	0,902	−23	0,092	-26	0,201	29	0,292	32	0,300	36	0,432	−40
+ 0·10	9,788	−21	9,939	−24	0 000	-26	0,172	−29	0,260	−32	0,333	−35	0,392	- 38
+ 0·11	9,707	-21	9,915	−23	0,040	−25	0,143	-28	0,228	−31	0,298	-34	0,354	−37
+ 0·12	9 740	21	0,892	23	0,015	-25	0 115	-28	0,197	− 30	0 264	33	0 317	30
+ 0·13	9 725	20	9,869	−22	9 990	25	0,087	-27	0,167	30	0 231	-33	0,281	- 30
+ 0·14	9 705	21	9,847	-22	9,965	25	0,060	−27	0,137	−29	0,198	- 32	0,245	−34
+ 0·15	9 084	−20	9,825	−22	9 940	−24	0,033	−20	0,108	−29	0 100	−31	0,211	−34
+0 10	9,664	−20	9,803	- 22	9 910	−24	0,007	-26	0,079	−28	0,135	−31	0,177	32
+ 0 17	9,644	-20	9,781	−21	9,892	23	9,981	−26	0 051	−28	0,104	-30	0 145	−32
+ 0·18	9 024	-20	9,760	−22	9 800	- 24	9,955	-25	0,023	-28	0,074	-29	0,113	−31
+ 0·19	9,604	−19	9 738	−21	9,845	23	9,930	-25	9,995	−27	0,045	-29	0,082	−30
+0.20	9,585	- 20	9,717	−21	9,822	-23	9,905	−25	9,908	−26	0 010	28	0,052	−30
+ 0·21	9 505	−19	9,000	-21	9,799	−22	9,880	−24	9,942	−26	9,988	-27	0,022	29
+0·22	9,540	−19	9,675	−21	9,777	-23	9,850	-24	9,910	29	9,961	−27	9,993	−29
+ 0·23	9,527	- 19	9,054	−20	9,754	−22	9 832	-24	9 800	−25	9,934	-27	9,904	−28
+ 0·24	9 508	−19	9,034	−21	9,732	−22	9,808	-24	9 805	-25	9,097	-27	9,930	-27
+ 0·25	9 480	−19	9 013	−20	9 710	-21	9,784	-23	9 840	-25	9,880	−26	9,000	27
+ 0·20	9,470	19	9 593	−20	9,689	−22	9 701	-23	9 815	−24	9 854	−20	9,882	20
+ 0 27	9 451	− 18	9,573	−20	9 007	-21	9 738	−23	9,701	-24	9,828	−25	9,850	−26
+ 0·28	9,433	−19	9,553	-20	9 040	21	9 715	−22	9,707	-24	9,803	−25	9,830	20
+ 0·29	9,414	− 18	9,533	- 20	9 025	21	9 093	-22	9,743	−23	9,778	- 24	9,804	25
+0·30	9 300	− 19	9 513	−20	9 004	−21	9 071	−22	9,720	-23	9,754	−24	9,779	- 25
+ 0·31	9,377	−18	9,493	−19	9 583	21	9,649	-22	9,697	−23	9,730	−23	9,754	−24
+0 32	9 359	18	9,474	−19	9,502	−20	9,027	-22	9,674	-23	9,707	-23	9,730	−24
+ 0·33	9,341	−18	9,455	−19	9,542	20	9,005	−21	9,051	−22	9,084	-23	9,706	−24
+0·34	9 323	-18	9 430	−19	9 522	20	9,584	− 21	9,629	−22	9,661	−23	9,682	−23
+ 0·35	9,305	−17	9 417	−18	9,502	-20	9,503	−21	9,607	−22	9 038	−22	9,059	−23
0·30	9,288	−18	9,399	−18	9,482	−20	9,542	21	9,585	-21	9,010	-22	9,036	−23
+ 0·37	9 270	−17	9 381	−18	9,402	-19	9,521	−20	9,564	-21	9,594	-22	9,613	−22
+ 0·38	9,253	-17	9 303	−18	9,443	-19	9,501	-20	9,543	21	9 572	-22	9,501	−22
+ 0·39	9,230	17	9,345	-18	9,424	19	9,481	−20	9,522	21	9 550	-21	9,569	−22
+ 0·40	9,219	−17	9 327	-19	9,405	-19	9,401	−20	9,501	-21	9,529	−21	9,547	−22
+ 0·41	9,202	17	9,308	−18	9,386	19	9,441	-19	9,480	-20	9,508	−21	9,525	21
+ 0·42	9 185	−17	9 290	−18	9 307	-19	9,422	−20	9,460	-20	9,487	21	9 504	21
+ 0·43	9 108	−17	9,272	−18	9,348	-19	9,402	-19	9 440	−20	9,466	-21	9 483	−21
+0·44	9 151	−17	9,254	- 18	9 329	−18	9,383	−19	9,420	−20	9,445	−20	9 402	−21
+0·45	9 134	−16	9,236	−17	9,311	-18	9,364	−19	9,400	−19	9 425	−20	9,441	−20
+ 0·40	9 118	17	9 219	17	9 293	−18	9,345	− 19	9 381	-20	9,405	−20	9,421	-20
+ 0·47	9 101	16	9,202	−17	9,275	- 18	9,320	−19	9,301	−19	9,385	−19	9,401	- 20
+0·48	9 085	−17	9,185	−17	9,257	−18	9 307	-19	9,342	− 19	9 300	−20	9,381	−20
+ 0·49	9,068	−16	9,168	−17	9,239	−18	9,288	−18	9,323	−19	9,346	−19	9,301	−19
+0·50	9,052		9,151		9,221		9,270		9,304		9,327		9,342	

Tafel III.

g	log τ = 0·8		1·0		1·2		1·4		1·6		1·8		2·0	
+0·50	9,,052	−16	9,151	−17	9,221	−18	9,270	−18	9,,304	−19	9,,327	−19	9,,342	−19
+0·51	9,,030	−16	9,,134	−17	9,,203	17	9,252	−18	9,285	−18	9,,308	−19	9,,323	−19
+0·52	9,020	−16	9,117	−17	9,,180	−17	9,,234	−18	9,207	−19	9,289	−19	9,304	−19
+0·53	9,,004	−16	9,100	−16	9,169	17	9,210	−18	9,248	−18	9,270	−18	9,285	−19
+0·54	8,,988	−16	9,,084	−17	9,,152	−17	9,,198	18	9,230	−18	9,252	−19	9,,266	19
+0·55	8,972	−15	9,,067	−16	9,135	−17	9,,180	−17	9,,212	18	9,,233	−18	9,,247	−18
+0·56	8,,957	−16	9,,051	−16	9,118	−17	9,163	−17	9,,194	−18	9,,215	−18	9,,229	18
+0·57	8,,941	−15	9,,035	−16	9,,101	−17	9,140	−17	9,170	−17	9,197	−18	9,211	−18
+0·58	8,,926	−16	9,019	−16	9,084	−17	9,,129	−17	9,159	−18	9,,179	18	9,193	18
+0·59	8,,910	−15	9,003	-16	9,,067	−16	9,112	−17	9,141	−17	9,161	17	9,,175	−18
+0·60	8,,895	16	8,,087	−16	9,051	−17	9,,095	−17	9,,124	−17	9,144	18	9,,157	−18
+0·61	8,,879	−15	8,,971	−16	9,034	−16	9,,078	-17	9,,107	−17	9,,126	−17	9,139	17
+0·62	8,,864	−15	8,,955	−16	9,018	-16	9,,061	−17	9,,090	−17	9,,109	−17	9,,122	−18
+0·63	8,,849	−15	8,,939	−15	9,002	−16	9,,044	−16	9,073	−17	9,,092	−17	9,104	17
+0·64	8,,834	15	8,,924	16	8,,986	−16	9,,028	17	9,,050	−17	9,075	-17	9,,087	−17
+0·65	8,,819	−15	8,,908	−15	8,,970	−16	9,,011	−16	9,039	16	9,,058	−17	9,070	-17
+0·66	8,,804	−15	8,893	−16	8,,954	−16	8,,995	−16	9,023	17	9,,041	−17	9,,053	17
+0·67	8,,789	−14	8,,877	−15	8,,938	−16	8,,979	−16	9,,006	−16	9,,024	−16	9,,036	−16
+0·68	8,,775	−15	8,862	−15	8,922	−16	8,,963	−16	8,,990	−16	9,,008	−16	9,,020	-17
+0·69	8,,760	−14	8,847	−15	8,,906	−15	8,,947	−16	8,,974	−16	8,,992	−16	9,,003	−16
+0·70	8,,746	−15	8,,832	15	8,,891	16	8,,931	-16	8,,958	−16	8,,976	−16	8,,987	−16
+0·71	8,,731	−14	8,,817	−15	8,,875	−15	8,,915	−15	8,,942	16	8,,960	−16	8,,971	−16
+0·72	8,,717	−15	8,,802	15	8,,860	−15	8,,900	−16	8,,926	−16	8,,944	16	8,,955	−16
+0·73	8,,702	−14	8,,787	-14	8,,845	−15	8,,884	15	8,910	−15	8,,928	−16	8,,939	−16
+0·74	8,,688	−14	8,,773	15	8,830	−15	8,,869	−15	8,895	−16	8,,912	−16	8,,923	−16
+0·75	8,,674	14	8,758	−14	8,,815	−14	8,,854	−15	8,,879	15	8,,896	−15	8,,907	−16
+0·76	8,,660	−14	8,,744	−15	8,,801	−15	8,,839	−15	8,,864	16	8,881	−16	8,,891	−16
+0·77	8,,646	−14	8,,729	−14	8,,786	−15	8,,824	−15	8,,848	−15	8,,865	−15	8,875	−15
+0·78	8,,632	−14	8,,715	−14	8,771	15	8,,809	−15	8,,833	15	8,,850	−16	8,,860	-16
+0·79	8,,618	−14	8,701	−14	8,,756	−14	8,,794	−15	8,,818	15	8,,834	−15	8,844	−15
+0·80	8,,604	−14	8,,687	−14	8,,742	−15	8,,779	−15	8,,803	−15	8,819	−15	8,,829	−15
+0·81	8,,590	−13	8,,673	−14	8,727	−14	8,,764	−15	8,,788	15	8,,804	−15	8,,814	-15
+0·82	8,,577	14	8,,659	−14	8,713	-15	8,,749	−15	8,,773	15	8,,789	−15	8,,799	15
+0·83	8,,563	13	8,,645	−14	8,,698	−14	8,,734	−14	8,,758	−14	8,774	−15	8,,784	-15
+0·84	8,,550	-14	8,,631	−14	8,684	−14	8,,720	−15	8,,744	15	8,750	−15	8,,769	−15
+0·85	8,,536	−13	8,,617	−14	8,670	14	8,705	−14	8,,729	−14	8,744	−14	8,,754	−14
+0·86	8,,523	−13	8,,603	14	8,650	−14	8,,691	−14	8,,715	−15	8,,730	15	8,,740	-15
+0·87	8,,510	−13	8,,589	13	8,,642	14	8,677	−14	8,,700	14	8,,715	14	8,,725	−14
+0·88	8,,497	−14	8,,576	−14	8,,628	−14	8,,663	14	8,,686	−14	8,,701	−15	8,711	−15
+0·89	8,,483	−13	8,,502	−14	8,614	−14	8,,649	−14	8,,672	14	8,,686	−14	8,,690	−14
+0·90	8,,470	13	8,,548	14	8,600	−14	8,,035	-14	8,,058	−14	8,,672	−14	8,,082	-14
+0·91	8,,457	13	8,,534	−13	8,,586	−13	8,,621	13	8,,644	−14	8,658	14	8,668	14
+0·92	8,,444	13	8,,521	−13	8,,573	14	8,608	−14	8,,030	−14	8,044	−14	8,654	14
+0·93	8,,431	−13	8,,508	13	8,,559	13	8,,594	13	8,,016	−14	8,030	−14	8,640	-14
+0·94	8,,418	−13	8,,495	13	8,,546	13	8,,581	14	8,602	−14	8,616	−14	8,,626	−14
+0·95	8,,405	−12	8,,482	−13	8,,533	−13	8,567	−13	8,588	−13	8,,602	−13	8,612	−14
+0·96	8,,393	13	8,,469	13	8,,520	−13	8,,554	−14	8,,575	14	8,589	−14	8,598	-14
+0·97	8,,380	-13	8,,456	13	8,,507	−13	8,540	13	8,,561	13	8,,575	-13	8,,584	14
+0·98	8,,367	−13	8,,443	13	8,,494	−13	8,527	13	8,,548	−14	8,562	−14	8,570	-14
+0·99	8,,354	12	8,,430	-12	8,,481	−12	8,,514	−13	8,,534	−13	8,,548	−13	8,550	−13
+1·00	8,,342		8,,418		8,,469		8,501		8,,521		8,,535		8,543	

Tafel III.

log g	log τ 0·8		1·0		1·2		1·4		1·6		1·8		2·0	
0·00	8„342	−29	8„418	−30	8„400	−31	8„501	−31	8„521	−31	8„535	−31	8„543	−31
0·01	8„313	−30	8„388	−30	8„438	−31	8„470	−32	8„490	−32	8„504	−32	8„512	−32
0·02	8„283	−30	8„358	−31	8„407	−31	8„438	−31	8„458	−32	8„472	−32	8„480	−31
0·03	8„253	−30	8„327	−31	8„376	−32	8„407	−32	8„426	−32	8„440	−32	8„449	−32
0·04	8„223	−30	8„296	−31	8„344	−31	8„375	−32	8„394	−32	8„408	−32	8„417	−33
0·05	8„193	−31	8„265	−31	8„313	−32	8„343	−33	8„362	−32	8„376	−33	8„384	−33
0·06	8„162	−31	8„234	−32	8„281	−32	8„310	−32	8„330	−32	8„343	−33	8„351	−33
0·07	8„131	−32	8„202	−32	8„249	−33	8„278	−33	8„298	−33	8„310	−33	8„318	−33
0·08	8„099	−32	8„170	−32	8„216	−33	8„245	−33	8„265	−33	8„277	−34	8„285	−34
0·09	8„067	−32	8„138	−33	8„183	−33	8„212	−33	8„232	−34	8„243	−34	8„251	−34
0·10	8„035	−32	8„105	−33	8„150	−34	8„179	−34	8„198	−34	8„209	−34	8„217	−34
0·11	8„003	−33	8„072	−34	8„116	−34	8„145	−34	8„164	−34	8„175	−34	8„183	−34
0·12	7„970	−33	8„038	−34	8„082	−34	8„111	−34	8„130	−34	8„141	−35	8„148	−35
0·13	7„937	−33	8„004	−34	8„048	−34	8„077	−35	8„096	−35	8„106	−35	8„114	−36
0·14	7„903	−34	7„970	−34	8„014	−35	8„042	−35	8„061	−35	8„071	−35	8„078	−35
0·15	7„869	−34	7„936	−35	7„979	−35	8„007	−36	8„026	−36	8„036	−36	8„043	−36
0·16	7„835	−35	7„901	−35	7„944	−35	7„971	−35	7„990	−36	8„000	−36	8„007	−36
0·17	7„800	−35	7„866	−35	7„909	−36	7„936	−36	7„954	−36	7„964	−36	7„971	−37
0·18	7„765	−35	7„831	−36	7„873	−36	7„900	−36	7„918	−37	7„928	−36	7„934	−36
0·19	7„730	−36	7„795	−36	7„837	−37	7„864	−37	7„881	−37	7„892	−37	7„898	−37
0·20	7„694	−36	7„759	−36	7„800	−37	7„827	−37	7„844	−37	7„855	−37	7„861	−37
0·21	7„658	−36	7„723	−37	7„763	−37	7„790	−37	7„807	−38	7„818	−38	7„824	−38
0·22	7„622	−37	7„686	−37	7„726	−37	7„753	−38	7„769	−38	7„780	−38	7„786	−37
0·23	7„585	−37	7„649	−38	7„689	−38	7„715	−38	7„731	−38	7„742	−38	7„749	−38
0·24	7„548	−37	7„611	−37	7„651	−38	7„677	−38	7„693	−38	7„704	−39	7„711	−39
0·25	7„511	−38	7„574	−38	7„613	−38	7„639	−39	7„655	−39	7„665	−39	7„672	−39
0·26	7„473	−38	7„536	−38	7„575	−39	7„600	−39	7„616	−39	7„626	−39	7„633	−39
0·27	7„435	−39	7„498	−39	7„536	−39	7„561	−39	7„577	−39	7„587	−39	7„594	−39
0·28	7„396	−39	7„459	−39	7„497	−39	7„522	−39	7„538	−39	7„548	−39	7„555	−40
0·29	7„358	−38	7„420	−39	7„458	−39	7„483	−40	7„499	−40	7„509	−40	7„515	−40
0·30	7„319	−39	7„381	−39	7„419	−40	7„443	−40	7„459	−40	7„469	−40	7„475	−40
0·31	7„280	−40	7„342	−40	7„379	−40	7„403	−40	7„419	−40	7„429	−40	7„435	−40
0·32	7„240	−40	7„302	−40	7„339	−40	7„363	−40	7„379	−40	7„389	−41	7„395	−41
0·33	7„200	−40	7„262	−40	7„299	−41	7„323	−41	7„339	−41	7„348	−41	7„354	−41
0·34	7„160	−40	7„222	−41	7„258	−41	7„282	−41	7„298	−41	7„307	−41	7„313	−41
0·35	7„120	−41	7„181	−41	7„217	−41	7„241	−41	7„257	−42	7„266	−41	7„272	−41
0·36	7„079	−41	7„140	−41	7„176	−41	7„200	−41	7„215	−42	7„225	−42	7„231	−42
0·37	7„038	−41	7„099	−42	7„135	−42	7„159	−42	7„173	−42	7„183	−42	7„189	−42
0·38	6„997	−41	7„057	−42	7„093	−42	7„117	−42	7„131	−42	7„141	−42	7„147	−42
0·39	6„956	−42	7„015	−42	7„051	−42	7„075	−42	7„089	−42	7„099	−42	7„105	−42
0·40	6„914	−42	6„973	−42	7„009	−42	7„033	−42	7„047	−42	7„057	−43	7„063	−43
0·41	6„872	−42	6„931	−42	6„967	−42	6„991	−43	7„005	−43	7„014	−43	7„020	−43
0·42	6„830	−42	6„889	−43	6„925	−43	6„948	−43	6„962	−43	6„971	−43	6„977	−43
0·43	6„788	−42	6„846	−43	6„882	−43	6„905	−43	6„919	−43	6„928	−43	6„934	−44
0·44	6„745	−43	6„803	−43	6„839	−43	6„862	−43	6„876	−43	6„885	−44	6„890	−44
0·45	6„702	−44	6„760	−44	6„796	−43	6„819	−44	6„833	−44	6„841	−44	6„847	−44
0·46	6„658	−44	6„716	−44	6„753	−44	6„775	−44	6„789	−44	6„797	−44	6„803	−44
0·47	6„614	−45	6„672	−44	6„709	−44	6„731	−44	6„745	−45	6„753	−44	6„759	−44
0·48	6„569	−45	6„628	−44	6„665	−44	6„687	−44	6„700	−45	6„709	−44	6„715	−44
0·49	6„524	−45	6„584	−45	6„621	−44	6„643	−45	6„655	−45	6„665	−45	6„671	−44
0·50	6„479		6„539		6„577		6„598		6„610		6„620		6„626	−45

Tafel III.

log g	log τ 0·8		1·0		1·2		1·6		2·0	
0·50	6_n48	−4	6_n54	−4	6_n58	−4	6_n61	−4	6_n63	4
0·51	6_n44	−5	6_n50	−5	6_n54	−5	6_n57	−5	6_n59	−5
0·52	6_n39	−4	6_n45	−4	6_n49	−4	6_n52	4	6_n54	−4
0·53	6_n35	−5	6_n41	−5	6_n45	−5	6_n48	5	6_n50	−5
0·54	6_n30	−4	6_n36	−4	6_n40	−4	6_n43	−4	6_n45	−4
0·55	6_n20	−5	6_n32	−5	6_n36	5	6_n39	5	6_n41	5
0·56	6_n21	−4	6_n27	−4	6_n31	−5	6_n34	−5	6_n36	−5
0·57	6_n17	−5	6_n23	−5	6_n26	−4	6_n29	−4	6_n31	−4
0·58	6_n12	−4	6_n18	−5	6_n22	−5	6_n25	5	6_n27	−5
0·59	6_n08	−5	6_n13	−5	6_n17	−5	6_n20	−5	6_n22	−5
0·60	6_n03	−4	6_n08	−4	6_n12	−4	6_n15	−4	6_n17	−4
0·61	5_n99	−5	6_n04	−5	6_n08	−5	6_n11	−5	6_n13	−5
0·62	5_n94	−4	5_n99	−4	6_n03	−5	6_n06	−5	6_n08	−5
0·63	5_n90	−5	5_n95	−5	5_n98	−4	6_n01	−4	6_n03	−5
0·64	5_n85	5	5_n90	−5	5_n94	−5	5_n97	−5	5_n98	−4
0·65	5_n80	−4	5_n85	−4	5_n89	−5	5_n92	−5	5_n94	−5
0·66	5_n76	−5	5_n81	−5	5_n84	−4	5_n87	−4	5_n89	−5
0·67	5_n71	−5	5_n76	−5	5_n80	−5	5_n83	−5	5_n84	−5
0·68	5_n66	−4	5_n71	−4	5_n75	−5	5_n78	−5	5_n79	−4
0·69	5_n62	−5	5_n67	−5	5_n70	−4	5_n73	−4	5_n75	−5
0·70	5_n57	−5	5_n62	−5	5_n66	−5	5_n69	−5	5_n70	−5
0·71	5_n52	−4	5_n57	−4	5_n61	−5	5_n64	−5	5_n65	−5
0·72	5_n48	−5	5_n53	−5	5_n56	−4	5_n59	−4	5_n60	−4
0·73	5_n43	−5	5_n48	−5	5_n52	−5	5_n55	−5	5_n56	−5
0·74	5_n38	−4	5_n43	−4	5_n47	−5	5_n50	−5	5_n51	−5
0·75	5_n34	−5	5_n39	−5	5_n42	−5	5_n45	−5	5_n46	−5
0·76	5_n29	−4	5_n34	−5	5_n37	−4	5_n40	−4	5_n41	−4
0·77	5_n25	−5	5_n29	−4	5_n33	−5	5_n36	−5	5_n37	−5
0·78	5_n20	−5	5_n25	−5	5_n28	−5	5_n31	−5	5_n32	−5
0·79	5_n15	−4	5_n20	−5	5_n23	−5	5_n26	−5	5_n27	5
0·80	5_n11	−5	5_n15	−5	5_n18	−4	5_n21	−4	5_n22	−4
0·81	5_n06	−5	5_n10	−5	5_n14	−5	5_n17	−5	5_n18	−5
0·82	5_n01	−4	5_n05	−4	5_n09	−5	5_n12	−5	5_n13	−5
0·83	4_n97	−5	5_n01	−5	5_n04	−5	5_n07	−5	5_n08	−5
0·84	4_n92	−4	4_n96	−4	4_n99	−4	5_n02	−4	5_n03	−4
0·85	4_n88	−5	4_n92	−5	4_n95	−5	4_n98	−5	4_n99	−5
0·86	4_n83	−5	4_n87	−5	4_n90	−5	4_n93	−5	4_n94	−5
0·87	4_n78	−4	4_n82	−5	4_n85	−5	4_n88	−5	4_n89	−5
0·88	4_n74	−5	4_n77	−5	4_n80	−4	4_n83	−4	4_n84	−4
0·89	4_n69	−5	4_n72	−5	4_n76	−5	4_n79	−5	4_n80	−5
0·90	4_n64	−4	4_n67	−4	4_n71	5	4_n74	−5	4_n75	−5
0·91	4_n60	−5	4_n63	5	4_n66	−5	4_n69	−5	4_n70	−5
0·92	4_n55	−4	4_n58	−4	4_n61	−4	4_n64	−4	4_n65	−4
0·93	4_n51	−5	4_n54	−5	4_n57	−5	4_n60	−5	4_n61	−5
0·94	4_n46	−5	4_n49	−5	4_n52	5	4_n55	−5	4_n56	5
0·95	4_n41	−4	4_n44	−4	4_n47	−5	4_n50	−5	4_n51	5
0·96	4_n37	−5	4_n40	5	4_n42	−4	4_n45	−4	4_n46	4
0·97	4_n32	−5	4_n35	−5	4_n38	−5	4_n41	−5	4_n42	−5
0·98	4_n27	−4	4_n30	−4	4_n33	−5	4_n36	−5	4_n37	−5
0·99	4_n23	−5	4_n26	−5	4_n28	−5	4_n31	−5	4_n32	−5
1·00	4_n18		4_n21		4_n23		4_n26		4_n27	

Tafel IV.

g	$\log \varrho_B$		$\log \varrho_3$		g	$\log \varrho_B$		$\log \varrho_3$		g	$\log \varrho_B$		$\log \varrho_3$	
−0·50	9„590	−5	9„042	−8	0·00	9„337	−5	9„255	−7	+0·50	9„103	−5	8„943	−7
−0·49	9„585	−6	9„034	−10	+0·01	9„332	−5	9„248	−7	+0·51	9„098	−4	8„936	−5
−0·48	9„579	−5	9„024	−8	+0·02	9„327	−5	9„241	−6	+0·52	9„094	−4	8„931	−5
−0·47	9„574	−5	9„016	−8	+0·03	9„322	−4	9„235	−7	+0·53	9„090	−5	8„926	−6
−0·46	9„569	−5	9„008	−9	+0·04	9„318	−6	9„228	−8	+0·54	9„085	−4	8„920	−5
−0·45	9„563	−6	9„599	−8	+0·05	9„312	−5	9„220	−8	+0·55	9„081	−5	8„915	−6
−0·44	9„558	−4	9„591	−8	+0·06	9„307	−5	9„214	−8	+0·56	9„076	−4	8„909	−5
−0·43	9„554	−6	9„583	−9	+0·07	9„302	−5	9„206	−6	+0·57	9„072	−4	8„904	−6
−0·42	9„548	−5	9„574	−9	+0·08	9„297	−4	9„200	−6	+0·58	9„068	−4	8„898	−5
−0·41	9„543	−5	9„565	−7	+0·09	9„293	−5	9„194	−7	+0·59	9„064	−5	8„893	−6
−0·40	9„538	−5	9„558	−9	+0·10	9„288	−5	9„187	−7	+0·60	9„059	−5	8„887	−6
−0·39	9„533	−5	9„549	−7	+0·11	9„283	−4	9„180	−6	+0·61	9„054	−3	8„881	−4
−0·38	9„528	−5	9„542	−9	+0·12	9„279	−6	9„174	−7	+0·62	9„051	−5	8„877	−6
−0·37	9„523	−6	9„533	−8	+0·13	9„273	−4	9„167	−6	+0·63	9„046	−4	8„871	−5
−0·36	9„517	−5	9„525	−9	+0·14	9„269	−5	9„161	−8	+0·64	9„042	−4	8„866	−5
−0·35	9„512	−4	9„516	−7	+0·15	9„264	−4	9„153	−5	+0·65	9„038	−5	8„861	−6
−0·34	9„508	−6	9„509	−8	+0·16	9„260	−6	9„148	−7	+0·66	9„033	−3	8„855	−5
−0·33	9„502	−5	9„501	−8	+0·17	9„254	−4	9„141	−6	+0·67	9„030	−5	8„850	−5
−0·32	9„497	−5	9„493	−8	+0·18	9„250	−5	9„135	−6	+0·68	9„025	−5	8„845	−6
−0·31	9„492	−5	9„485	−8	+0·19	9„245	−5	9„129	−7	+0·69	9„020	−4	8„839	−5
−0·30	9„487	−5	9„477	−8	+0·20	9„240	−4	9„122	−6	+0·70	9„016	−3	8„834	−5
−0·29	9„482	−5	9„469	−7	+0·21	9„236	−5	9„116	−6	+0·71	9„013	−5	8„829	−5
−0·28	9„477	−5	9„462	−8	+0·22	9„231	−5	9„110	−7	+0·72	9„008	−4	8„824	−5
−0·27	9„472	−6	9„454	−9	+0·23	9„226	−5	9„103	−7	+0·73	9„004	−5	8„819	−6
−0·26	9„466	−5	9„445	−7	+0·24	9„221	−4	9„096	−5	+0·74	8„999	−4	8„813	−5
−0·25	9„461	−5	9„438	−8	+0·25	9„217	−5	9„091	−6	+0·75	8„995	−4	8„808	−5
−0·24	9„456	−4	9„430	−7	+0·26	9„212	−4	9„085	−7	+0·76	8„991	−4	8„803	−4
−0·23	9„452	−6	9„423	−8	+0·27	9„208	−5	9„078	−6	+0·77	8„987	−4	8„799	−5
−0·22	9„446	−5	9„415	−8	+0·28	9„203	−5	9„072	−6	+0·78	8„983	−4	8„794	−6
−0·21	9„441	−4	9„407	−7	+0·29	9„198	−5	9„066	−6	+0·79	8„979	−4	8„788	−5
−0·20	9„437	−6	9„400	−8	+0·30	9„193	−4	9„060	−7	+0·80	8„975	−4	8„783	−5
−0·19	9„431	−5	9„392	−7	+0·31	9„189	−5	9„053	−6	+0·81	8„971	−5	8„778	−5
−0·18	9„426	−5	9„385	−8	+0·32	9„184	−4	9„047	−6	+0·82	8„966	−4	8„773	−5
−0·17	9„421	−5	9„377	−7	+0·33	9„180	−5	9„041	−6	+0·83	8„962	−4	8„768	−5
−0·16	9„416	−5	9„370	−8	+0·34	9„175	−5	9„035	−6	+0·84	8„958	−4	8„763	−5
−0·15	9„411	−5	9„362	−7	+0·35	9„170	−4	9„029	−6	+0·85	8„954	−4	8„758	−4
−0·14	9„406	−5	9„355	−7	+0·36	9„166	−5	9„023	−5	+0·86	8„950	−4	8„754	−5
−0·13	9„401	−5	9„348	−8	+0·37	9„161	−4	9„018	−6	+0·87	8„946	−4	8„749	−5
−0·12	9„396	−5	9„340	−7	+0·38	9„157	−5	9„012	−6	+0·88	8„942	−4	8„744	−5
−0·11	9„391	−5	9„333	−7	+0·39	9„152	−4	9„006	−6	+0·89	8„938	−4	8„739	−5
−0·10	9„386	−5	9„326	−7	+0·40	9„148	−5	9„000	−6	+0·90	8„934	−4	8„734	−4
−0·09	9„381	−5	9„319	−8	+0·41	9„143	−5	8„994	−6	+0·91	8„930	−4	8„730	−5
−0·08	9„376	−5	9„311	−7	+0·42	9„138	−4	8„988	−6	+0·92	8„926	−4	8„725	−6
−0·07	9„371	−5	9„304	−7	+0·43	9„134	−4	8„982	−5	+0·93	8„922	−4	8„719	−4
−0·06	9„366	−5	9„297	−7	+0·44	9„130	−4	8„977	−6	+0·94	8„918	−4	8„715	−5
−0·05	9„361	−5	9„290	−7	+0·45	9„126	−6	8„971	−7	+0·95	8„914	−4	8„710	−4
−0·04	9„356	−5	9„283	−7	+0·46	9„120	−4	8„964	−5	+0·96	8„910	−4	8„706	−5
−0·03	9„351	−5	9„276	−7	+0·47	9„116	−4	8„959	−5	+0·97	8„906	−4	8„701	−4
−0·02	9„346	−5	9„269	−7	+0·48	9„112	−5	8„954	−6	+0·98	8„902	−5	8„697	−6
−0·01	9„341	−4	9„262	−7	+0·49	9„107	−4	8„948	−5	+0·99	8„897	−3	8„691	−4
0·00	9„337		9„255		+0·50	9„103		8„943		+1·00	8„894		8„687	

Tafel IV.

log g	log ϱ_B		log ϱ_β		log g	log ϱ_B		log ϱ_β	
0·00	8″894	— 8	8″687	—10	0·50	8″247	—10	7″971	—17
0·01	8″886	—10	8″677	—12	0·51	8″231	17	7″954	18
0·02	8″876	— 9	8″665	—11	0·52	8″214	—17	7″936	—18
0·03	8″867	—10	8″654	—11	0·53	8″197	17	7″918	18
0·04	8″857	—10	8″643	—11	0·54	8″180	16	7″900	17
0·05	8″847	— 9	8″632	12	0·55	8″164	—18	7″883	18
0·06	8″838	10	8″620	—11	0·56	8″146	—17	7″865	18
0·07	8″828	—10	8″609	—12	0·57	8″129	—17	7″847	—18
0·08	8″818	—11	8″597	-12	0·58	8″112	—18	7″829	—18
0·09	8″807	—10	8″585	-12	0·59	8″094	—17	7″811	18
0·10	8″797	—11	8″573	—13	0·60	8″077	—18	7″793	—19
0·11	8″786	-11	8″560	—12	0·61	8″059	—17	7″774	—17
0·12	8″775	-12	8″548	—13	0·62	8″042	—18	7″757	—19
0·13	8″763	-10	8″535	—12	0·63	8″024	—18	7″738	—18
0·14	8″753	-12	8″523	—14	0·64	8″006	—18	7″720	—19
0·15	8″741	—11	8″509	—12	0·65	7″988	—18	7″701	—18
0·16	8″730	-12	8″497	—14	0·66	7″970	—18	7″683	—20
0·17	8″718	—11	8″483	-13	0·67	7″952	- 18	7″663	—18
0·18	8″707	—12	8″470	—13	0·68	7″934	—19	7″645	-19
0·19	8″695	—13	8″457	—15	0·69	7″915	—18	7″626	-19
0·20	8″682	—12	8″442	—13	0·70	7″897	—18	7″607	-18
0·21	8″670	—13	8″429	—14	0·71	7″879	—19	7″589	-20
0·22	8″657	—12	8″415	—14	0·72	7″860	-18	7″569	—18
0·23	8″645	-13	8″401	—15	0·73	7″842	-18	7″551	19
0·24	8″632	—13	8″386	—14	0·74	7″824	—19	7″532	-19
0·25	8″619	-13	8″372	—15	0·75	7″805	—19	7″513	—19
0·26	8″606	—14	8″357	—14	0·76	7″786	—18	7″494	—19
0·27	8″592	—12	8″343	—15	0·77	7″768	—19	7″475	—19
0·28	8″580	—14	8″328	—15	0·78	7″749	—19	7″456	—20
0·29	8″566	—14	8″313	—15	0·79	7″730	—19	7″436	—19
0·30	8″552	—13	8″298	—15	0·80	7″711	—18	7″417	—19
0·31	8″539	15	8″283	16	0·81	7″693	—19	7″398	—19
0·32	8″524	15	8″267	—16	0·82	7″674	—20	7″379	-20
0·33	8″509	—13	8″251	—15	0·83	7″654	—19	7″359	19
0·34	8″496	—14	8″236	—15	0·84	7″635	—19	7″340	—19
0·35	8″482	—16	8″221	—16	0·85	7″616	—19	7″321	—19
0·36	8″466	—14	8″205	—16	0·86	7″597	—20	7″302	—19
0·37	8″452	—15	8″189	—16	0·87	7″577	—19	7″283	—20
0·38	8″437	—16	8″173	—17	0·88	7″558	—20	7″263	—20
0·39	8″421	—15	8″156	16	0·89	7″538	—19	7″243	—19
0·40	8″406	—15	8″140	—16	0·90	7″519	—19	7″224	—19
0·41	8″391	—15	8″124	—17	0·91	7″500	-19	7″205	—20
0·42	8″376	—16	8″107	—16	0·92	7″481	—19	7″185	—19
0·43	8″360	—15	8″091	17	0·93	7″462	—19	7″166	20
0·44	8″345	—16	8″074	—17	0·94	7″443	-18	7″146	—19
0·45	8″329	16	8″057	—17	0·95	7″425	—20	7″127	21
0·46	8″313	16	8″040	17	0·96	7″405	—20	7″106	19
0·47	8″297	—17	8″023	17	0·97	7″385	—19	7″087	—19
0·48	8″280	—16	8″006	18	0·98	7″366	—20	7″068	—20
0·49	8″264	—17	7″988	17	0·99	7″346	-19	7″048	—20
0·50	8″247		7″971		1·00	7″327		7″028	

Ergänzungen zu Tafel I.

y	$\log \Phi_0$		$\log \Phi_1$		$\log \Phi_2$	
−0·60	0·30906	−732	9„9137	−244	9·831	−37
−0·59	0·30174	−727	9„8893	−244	9·794	−37
−0·58	0·29447	−722	9„8649	−245	9·757	−38
−0·57	0·28725	−716	9„8404	−245	9·719	−37
−0·56	0·28009	−712	9„8159	−246	9·682	−37
−0·55	0·27297	−707	9„7913	−247	9·645	−37
−0·54	0·26590	−702	9„7666	−247	9·608	−37
−0·53	0·25888	−697	9„7419	−248	9·571	−37
−0·52	0·25191	−693	9„7171	−249	9·534	−37
−0·51	0·24498	−688	9„0922	−250	9·497	−38
−0·50	0 23810		9„6672		9·459	

Ergänzungen zu Tafel II.

y	φ_1		φ_2		$\log \varphi_3$		φ_4		φ_5		φ_6	
−0·60	+0·015	−24	+0·241	−29	0„401	−16	−0·373	+28	−1·028	+77	−0·661	+52
−0·59	−0·009	−23	+0·212	−28	0„385	−16	−0·345	+27	−0·951	+73	−0·609	+48
0·58	−0·032	−22	+0·184	−26	0„369	−16	−0·318	+26	−0·878	+67	−0·561	+45
0·57	−0·054	−21	+0·158	−25	0„353	−16	−0·292	+24	−0·811	+64	−0·516	+42
−0·56	−0·075	−20	+0·133	24	0„337	−16	−0·268	+23	−0·747	+60	−0·474	+39
−0·55	−0·095	−19	+0·109	−23	0„321	−16	−0·245	+22	−0·687	+56	−0·435	+36
−0·54	−0·114	−18	+0·086	−21	0„305	−16	−0·223	+20	−0·631	+52	−0·399	+33
−0·53	−0·132	−18	+0·065	−20	0„289	15	−0·203	+19	−0·579	+49	−0·366	+31
−0·52	−0·150	−17	+0·045	−19	0„274	−16	−0·184	+18	−0·530	+46	−0·335	+29
−0·51	−0·167	−16	+0·026	18	0„258	−16	−0·166	+18	−0·484	+43	−0·306	+27
−0·50	−0·183		+0·008		0„242		−0·148		−0·441		−0·279	

UBER

DIE BERECHNUNG DER PRÄCESSION

MIT

BESONDERER RÜCKSICHT AUF DIE REDUCTION EINES STERNKATALOGES AUF EINE ANDERE EPOCHE.

VON

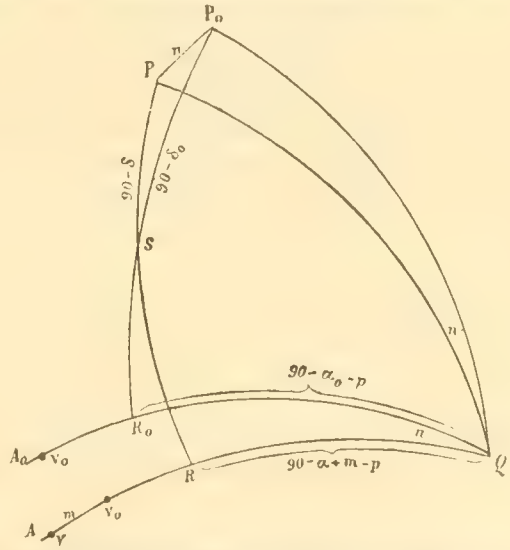
Prof. Dr. E. WEISS,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

(Mit 1 Holzschnitt.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 1. JULI 1886.)

Bezeichnet in der nebenstehenden Figur $A_0 Q$ die Lage des Äquators zur Zeit t_0, und $\aries_0$ die Position des Frühlingsnachtgleichungspunktes in demselben; bezeichnen ebenso AQ und $\aries$ dieselben Grössen für eine andere Zeit t, sowie P_0 und P die Pole der betreffenden Äquatoren, so sind für einen Stern S die Bogen $\aries_0 R_0 = \alpha_0$, $R_0 S = \delta_0$; $\aries R = \alpha$ und $RS = \delta$, dessen Rectascension und Declination zu den Zeiten t_0 und t.



Trägt man den Bogen $\aries_0 Q$ von Q aus auf AQ bis $\aries_0'$ auf, und nennt man, wie allgemein üblich, den Bogen $\aries_0 \aries_0' = m$, $\aries_0 Q = 90 - p$, sowie den Winkel $A_0 QA$, unter dem sich die beiden Äquatoren schneiden n, so lauten die obengenannten Quantitäten:

$$p = [23''030 + 0''00014\ (t_0 - 1850)](t - t_0)$$
$$n = [20.0515 - 0\cdot000087(t_0 - 1850)](t - t_0) - 0\cdot0000433(t - t_0)^2$$
$$m = [46.0593 + 0\cdot000284(t_0 - 1850)](t - t_0) + 0\cdot0001420(t - t_0)^2$$

Dieselben sind nach Bessel's Bestimmung angesetzt, und nur die Säcularvariationen mit Le Verrier's Planetenmassen berechnet. Zur Reduction auf Struve hat man daher an m und n blos die Correctionen anzubringen:

$$\Delta m = +0''0172(t - t_0) \qquad \Delta n = +0''0049(t - t_0).$$

Das Dreieck PSP_0 liefert zunächst:

$$\cos\delta\sin(\alpha+p-m) = \cos\delta_0\sin(\alpha_0+p)$$
$$\cos\delta\cos(\alpha+p-m) = -\sin n\sin\delta_0+\cos n\cos\delta_0\cos(\alpha_0+p)$$

oder auch:

$$\cos\delta\sin(\alpha-\alpha_0-m) = \cos\delta_0\sin(\alpha_0+p)\Big[\operatorname{tg}\delta_0\sin n+2\sin^2\frac{n}{2}\cos(\alpha_0+p)\Big]$$

$$\cos\delta\cos(\alpha-\alpha_0-m) = \cos\delta_0\Big\{1-\cos(\alpha_0+p)\Big[\operatorname{tg}\delta_0\sin n+2\sin^2\frac{n}{2}\cos(\alpha_0+p)\Big]\Big\}.$$

Vervollständigt man diese Gleichungen noch durch die aus demselben Dreiecke mittelst der Neper'schen Analogien folgende Relation:

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\delta-\delta_0) = \frac{\cos\frac{1}{2}(\alpha+\alpha_0+2p-m)}{\cos\frac{1}{2}(\alpha-\alpha_0-m)}\operatorname{tg}\frac{1}{2}n,$$

so gewinnt man sofort:

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{tg}L' &= \frac{\gamma\sin(\alpha_0+p)}{1-\gamma\cos(\alpha_0+p)}\\ \operatorname{tg}\frac{1}{2}(\delta-\delta_0) &= \frac{\cos\left(\alpha_0+p+\frac{1}{2}L'\right)}{\cos\frac{1}{2}L'}\operatorname{tg}\frac{n}{2},\end{aligned}\right\} \quad 1)$$

wenn man zur Abkürzung setzt:

$$\left.\begin{aligned}L' &= \alpha-\alpha_0-m\\ \gamma &= \operatorname{tg}\delta_0\sin n+2\cos(\alpha_0+p)\sin^2\frac{n}{2}\end{aligned}\right\} \quad 2)$$

Diese Formeln ergeben in aller Strenge die Änderung der Rectascension und Declination eines Sternes für den Zeitraum $t-t_0$ und werden auch angewendet, um den Betrag der Präcession für sehr grosse Zwischenzeiten, oder für dem Pole sehr nahe Sterne zu ermitteln. Es scheint aber bisher ganz übersehen worden zu sein, dass aus ihnen auch Ausdrücke entwickelt werden können, die zur Berechnung der Präcession für mässige Zwischenzeiten, besonders in dem Falle sehr brauchbar sind, wenn es sich darum handelt, eine grössere Anzahl von Sternen auf eine andere Epoche zu übertragen.

Unter der Voraussetzung dass γ eine kleine Grösse sei, kann bekanntlich die erste der Gleichungen 1) auch geschrieben werden in der Form:

$$L' = \gamma\sin(\alpha_0+p)+\frac{1}{2}\gamma^2\sin 2(\alpha_0+p)+\frac{1}{3}\gamma^3\sin 3(\alpha_0+p)+\frac{1}{4}\gamma^4\sin^4(\alpha_0+p)\ldots$$

Ferner ist für:

$$\sin n = \nu$$
$$2\sin^2\frac{1}{2}n = \frac{1}{2}\nu^2+\frac{1}{8}\nu^4+\ldots$$

also, wenn man ν als eine Grösse erster Ordnung ansieht, bis auf Grössen 4. Ordnung einschliesslich genau:

$$L' = \Big[\frac{1}{4}\nu^2\sin 2(\alpha_0+p)+\frac{1}{8}\nu^4\sin 2(\alpha_0+p)+\frac{1}{32}\nu^4\sin 4(\alpha_0+p)\Big]+$$
$$+\left[\nu\sin(\alpha_0+p)+\nu^3\sin(\alpha_0+p)\cos^2(\alpha_0+p)\right]\delta_0+$$
$$+\frac{1}{2}\left[\nu^2\sin 2(\alpha_0+p)+\nu^4\sin 3(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)\right]\operatorname{tg}\delta_0^2+\frac{1}{3}\nu^3\sin 3(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^3+\frac{1}{4}\nu^4\sin 4(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^4+\ldots$$

Da indess n im Laufe eines Jahrhundertes nur auf $0°33'4$ ansteigt, sind selbst für einen Zeitraum von 400 bis 500 Jahren die Glieder:

$$\frac{1}{8}\nu^4 \sin 2(\alpha_0+p)+\frac{1}{32}\nu^4 \sin 4(\alpha_0+p)$$

ganz bedeutungslos. Dasselbe gilt auch von dem Gliede:

$$R=\frac{1}{2}\nu^4 \sin 3(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^2$$

wenn man die Formel, was ja in der Praxis fast ausschliesslich vorkommt, nur für Zeitintervalle $t-t_0$, die 150 bis 200 Jahre nicht übersteigen, und für Declinationen kleiner als 80° benöthiget. Denn das Maximum von $\sin 3(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)$ tritt ein, für:

$$16\sin^4(\alpha_0+p)-18\sin^2(\alpha_0+p)+3=0$$

d. h. (blos den Zahlenwerth betrachtend) für:

$$\sin(\alpha_0+p)=\frac{1}{4}\sqrt{9-\sqrt{33}}$$

$$\alpha_0+p=26°49'$$

indem die andere Wurzel:

$$\sin(\alpha_0+p)=\frac{1}{4}\sqrt{9+\sqrt{33}}$$

einem Minimum angehört. Damit wird

$$R_m=\frac{1}{32}\sqrt{\frac{1}{2}(207+33\sqrt{33})}\nu^4\operatorname{tg}\delta_0^2$$

oder in Zeitsecunden ausgedrückt, und den Coëfficienten logarithmisch angesetzt:

$$R_m=\sqrt{3\cdot 78180}\,\nu^4\operatorname{tg}\delta_0^2.$$

Nun ist in runden Zahlen für: $t-t_0=150$, $n=0°50'$ $(\log\nu=8\cdot16268)$ und für: $t-t_0=200$ $n=1°7'$ $(\log\nu=8\cdot28977$; es erreicht also noch bei einer Declination $\delta_0=80°$ selbst im Maximum höchstens:

für $t-t_0=150$ Jahre $R=0^s009$

„ 200 „ $0\cdot028$.

Diese Quantitäten können aber bei so hohen Declinationen wohl schwerlich ins Gewicht fallen. Man kann daher unter den obigen Beschränkungen, mit stets hinreichender Genauigkeit schreiben:

$$L'=\alpha-\alpha_0-m=\frac{1}{4}\nu^2\sin 2(\alpha_0+p)+[\nu\sin(\alpha_0+p)+\nu^3\sin(\alpha_0+p)\cos^2(\alpha_0+p)]\operatorname{tg}\delta_0+$$
$$+\frac{1}{2}\nu^2\sin 2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^2+\frac{1}{3}\nu^3\sin 3(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^3+\frac{1}{4}\nu^4\sin 4(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^4+\ldots$$

Um für die Präcession in Declination einen Ausdruck von ähnlicher Form herzustellen, stellen wir vorerst die zweite der Gleichungen 1) wie folgt:

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\delta-\delta_0)=\left[\cos(\alpha_0+p)-\sin(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\frac{1}{2}L'\right]\operatorname{tg}\frac{n}{2}.$$

Nun ist:

$$\operatorname{tg}\frac{n}{2}=\frac{1-\cos n}{\sin n}=\frac{1-\sqrt{1-\nu^2}}{\nu}=\frac{\nu}{2}+\frac{\nu^3}{8}+\ldots$$

Ferner liefert die obige Gleichung:

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}L' = \frac{1}{8}\nu^2 \sin 2(\alpha_0+p) + \frac{1}{2}[\nu \sin(\alpha_0+p)+\nu^3 \sin(\alpha_0+p)\cos^2(\alpha_0+p)]\operatorname{tg}\delta_0 + \frac{1}{4}\nu^2 \sin 2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^2\delta_0 + \\ + \frac{1}{8}\nu^3[3\sin(\alpha_0+p) - 5\sin^3(\alpha_0+p)]\operatorname{tg}^3\delta_0 \ldots$$

und damit successive:

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\delta-\delta_0) = \frac{\nu}{2}\cos(\alpha_0+p) + \frac{\nu^3}{8}\cos^3(\alpha_0+p) - \frac{1}{4}\nu^2\Big[1+\nu^2\cos^2(\alpha_0+p) + \frac{1}{4}\nu^2\Big]\sin^2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0 - \\ - \frac{\nu^3}{8}\sin(\alpha_0+p)\sin 2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^2\delta_0 - \frac{\nu^4}{16}[4-5\sin^2(\alpha_0+p)]\sin^2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^3\delta_0 + \ldots$$

$$\delta-\delta_0 = \nu\cos(\alpha_0+p) + \frac{1}{6}\nu^3\cos^3(\alpha_0+p) - \frac{1}{8}[4\nu^2+\nu^4(1+3\cos^2(\alpha_0+p))]\sin^2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0 - \\ - \frac{1}{2}\nu^3\sin^2(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^2\delta_0 - \frac{1}{8}\nu^4[4\sin^2(\alpha_0+p) - 5\sin^4(\alpha_0+p)]\operatorname{tg}^3\delta_0 - \ldots$$

Auch diese Gleichung ist bis einschliesslich der 4. Potenzen von ν streng entwickelt; doch wird man beim Beibehalten der früheren Grenzen das Glied 4. Ordnung: $\frac{1}{8}\nu^4[1+3\cos^2(\alpha_0+p)]\sin^2(\alpha+p)\operatorname{tg}\delta_0$ wieder unbedenklich vernachlässigen könen.. Das Hauptmaximum des Ausdruckes:

$$\sin^2(\alpha_0+p)[1+3\cos^2(\alpha_0+p)] = 4\sin^2(\alpha_0+p) - 3\sin^4(\alpha_0+p)$$

fällt nämlich auf $\sin^2(\alpha+p) = \frac{2}{3}$ und beläuft sich auf $\frac{3}{4}$; der Maximalwerth S_m des eben genannten Gliedes beträgt daher:

$$S_m = \frac{1}{6}\nu^4 \operatorname{tg}\delta_0$$

und erreicht selbst für $\delta = 80°$ in 200 Jahren erst 0"03.

Die bisher gewonnenen Ausdrücke lauten daher übersichtlich zusammengestellt:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha-\alpha_0 &= m + \frac{1}{4}\nu^2\sin 2(\alpha_0+p) + [\nu\sin(\alpha_0+p)+\nu^3\sin(\alpha_0+p)\cos^2(\alpha_0+p)]\operatorname{tg}\delta_0 + \\
&\quad + \frac{1}{2}\nu^2\sin 2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^2\delta_0 + \frac{1}{3}\nu^3\sin 3(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^3\delta_0 + \frac{1}{4}\nu^4\sin 4(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^4\delta_0 + \ldots \\
\delta-\delta_0 &= \nu\cos(\alpha_0+p) + \frac{1}{6}\nu^3\cos^3(\alpha_0+p) - \frac{1}{2}\nu^2\sin^2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0 - \frac{1}{2}\nu^3\sin^2(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^2\delta_0 - \\
&\quad - \frac{1}{8}\nu^4[4-5\sin^2(\alpha_0+p)]\sin^2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^3\delta_0 \ldots
\end{aligned}\right\} \quad 3)$$

Diese Ausdrücke haben, wie man sieht, ganz dieselbe Form; welche Argelander den Formeln zur Berechnung der Säcularvariation und des 3. Gliedes der Präcession gegeben hat, nur mit dem Unterschiede, dass die Coëfficienten der einzelnen Potenzen von $\operatorname{tg}\delta_0$ einfacher gebaut sind.

Bei den obigen Ausdrücken ist, wie gesagt, die Annäherung so weit getrieben, dass sie noch für Zwischenzeiten bis zu 200 Jahren, und Declinationen bis zu 80° vollständig ausreichen. Reductionen auf so grosse Zeiträume kommen aber nur ausnahmsweise vor: Für kleinere Zeiträume und grössere Entfernungen vom Pole kann man an ihnen selbstverständlich noch sehr erhebliche Kürzungen vornehmen. So trennen uns von der Epoche der Bessel'schen Zone jetzt etwa 60 Jahre; allein selbst wenn man Positionen aus denselben auf das Ende unseres Jahrhundertes reduciren, also die 75jährige Präcession berechnen wollte, würde man für diese vollkommen ausreichen mit den Gliedern:

$$\left.\begin{aligned}\alpha-\alpha_0 &= m+\frac{1}{2}\nu^2\sin(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)+\nu\sin(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0+\nu^2\sin(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^2\delta_0\\ \delta-\delta_0 &= \nu\cos(\alpha_0+p)-\frac{1}{2}\nu^2\sin^2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0.\end{aligned}\right\}\quad 4)$$

In selbst bei Reductionen auf 100 Jahre, erreicht in Rectascension das für höhere Declinationen bedeutendste der weggelassenen Glieder: $\frac{1}{3}\nu^3\sin 3(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^3\delta_0^2$ in seinem Maximum [$\sin 3(\alpha_0+p)=1$] erst 0ˢ·01 bei $\delta=53°$, und das in der Declination vernachlässigte Hauptglied: $\frac{1}{2}\nu^3\sin^2(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^2$ (dessen Maximum: $\frac{1}{3\sqrt{3}}\nu^3\operatorname{tg}\delta_0^2$ für $\cos^2(\alpha_0+p)=\frac{1}{3}$ eintritt) gar erst 0ˢ·01 bei $\delta=59°$. Ebenso könnte man für Sterne bis 66°·5 Declination diese Formeln durch 60 Jahre anwenden, ohne befürchten zu müssen, Fehler von mehr als 0ˢ·01 und 0ˢ·1 zu begehen. Ein weiterer, nicht ganz unerheblicher Vortheil der Formeln 3) besteht noch darin, dass man, wie wir soeben sahen, wegen der grossen Einfachheit des Baues ihrer einzelnen Glieder mit grosser Leichtigkeit beurtheilen kann, welche Glieder zur Erreichung eines bestimmten Grades von Genauigkeit noch mitzunehmen sind, während man bei grossen Declinationen, wenn man die Übertragung von einer Epoche auf eine andere mittelst der Säcularvariation bewerkstelligt, ohne die immerhin lästige Berechnung des 3. Gliedes der Präcession nicht angeben kann, von welchem Zeitintervalle an es merkbar wird. Es liesse sich daher wohl die Frage aufwerfen, ob man, wenigstens so lange die Formeln 4) ausreichen, was ja meistens der Fall ist, mit diesen die Präcession unter Voraussetzung gewisser Vorarbeiten nicht mindestens ebenso bequem berechnen könnte, wie nach den bisher üblichen Methoden.

Versteht man nämlich unter t_0 das Jahr, auf welches reducirt werden soll, und demgemäss unter t, α und δ Epoche, Rectascension und Declination eines beliebigen Kataloges, wesshalb wir diese Grössen mit α_k und δ_k bezeichnen wollen und schreibt man die Formeln 4) wie folgt:

$$\left.\begin{aligned}\alpha_0 &= \alpha_k-m-\frac{1}{2}\nu^2\sin(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)-\nu\sin(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0-\nu^2\sin(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)\operatorname{tg}^2\delta_0\\ \delta_0 &= \delta_k-\nu\cos(\alpha_0+p)+\frac{1}{2}\nu^2\sin^2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0,\end{aligned}\right\}\quad 5)$$

so würde die Berechnung der Präcession nach denselben sich sehr einfach gestalten, wenn mit dem Beginne jedes Jahres an einem geeigneten Orte die Quantitäten p, $-m$, $\log(-\nu)$, $\log(-\nu^2)$ in Zeitmass, und $\log(-\nu)$ und $\log\frac{1}{2}\nu^2$ in Bogenmass ausgedrückt, für die wichtigsten Katalog-Epochen berechnet, zusammengestellt würden. Eine solche Tabelle für das Jahr 1887 ist die folgende, bei welcher aus Bequemlichkeitsrücksichten statt $-m$, $-\nu$ und $-\nu^2$ die Buchstaben λ, μ, $\varkappa$ eingeführt sind.

t	p	für *AR.* λ	für *AR.* $\log\mu$	für *AR.* $\log\varkappa$	für Decl. $\log\nu$	für Decl. $\log\frac{1}{2}\nu^2$
1800	−2ᵐ13ˢ·0	+4ᵐ27ˢ·132	2·06558	9·9928″	3·24107	0·8070
1810	1 58·2	+3 50·435	2·01255	9·8868″	3·18804	0·7018
1825	−1 35·2	+3 10·385	1·91843	0·0085	3·09452	0·5736
1830	−1 27·5	2 55·034	1·88101	0·0255	3·05800	0·5000
1835	1 19·9	+2 39·083	1·84204	0·5457	3·01813	0·4208
1839	1 13·4	+2 30·013	1·83350	0·5288	3·00965	0·4039
1840	1 12·2	+2 24·331	1·79813	0·4579	2·97422	0·3330
1842	−1 9·1	+2 18·100	1·77924	9·4202″	2·95534	0·2052
1845	1 4·5	+2 8·970	1·74928	9·3602″	2·92537	0·2353
1850	−0 56·8	+1 53·020	1·69423	9·2501″	2·87032	0·1252
1855	−0 49·2	+1 38·273	1·63118	0·1240″	2·80727	0·0701
1860	−0 41·5	+1 22·019	1·55738	8·9704″	2·73347	0·8515
1870	0 26·1	+0 52·210	1·35645	8·5740″	2·53251	0·1400
1875	−0 18·4	0 38·855	1·20517	8·2720″	2·38126	0·1471
1880	−0 10·7	+0 21·490	0·07109	7·8038″	2·14718	8·6789

Zur Reduction auf Struve hat man an λ anzubringen $\Delta\lambda = +0^s00115(1887-t)$, und $\log\mu$ (überall) um 10 Einheiten der 5. Decimale zu vergrössern.

Nach dieser Bezeichnung hat man also:

$$\alpha_0 = \alpha_k + \lambda + \mu\sin(\alpha_0^0+p)\operatorname{tg}\delta_0^0 + \varkappa\sin(\alpha_0^0+p)\cos(\alpha_0^0+p)\operatorname{tg}\delta_0^{02} + \frac{1}{2}\varkappa\sin(\alpha_0^0+p)\cos(\alpha_0^0+p)$$

$$\delta_0 = \delta_k + \mu\cos(\alpha_0^0+p) + \frac{1}{2}\nu^2\sin^2(\alpha_0^0+p)\operatorname{tg}\delta_0^0,$$

wobei auf der rechten Seite α_0^0 und δ_0^0 statt α_0 und δ_0 gesetzt wurde, um anzudeuten, dass hier die genäherten Positionen des Gestirnes für 1887·0 verstanden werden; α_k und δ_k bedeuten die Katalogpositionen.

Ob die Berechnung der Präcession nach dieser Methode, oder auf die jetzt allgemein übliche Art bequemer und schneller sei, mag dahin gestellt bleiben; so viel aber steht wohl zweifellos fest, dass wenn es sich darum handelt, eine grössere Anzahl von Sternen, etwa einen Sternkatalog von seiner Epoche auf eine andere zu reduciren, dies nach den hier entwickelten Formeln bei Anlage von einigen einfachen Hilfstafeln, die ein geübter Rechner in wenigen Stunden herzustellen vermag, sozusagen spielend zu leisten ist. Dabei kommt noch in Betracht, dass hierbei das Zeitintervall, um welches man die Epoche verändert, so gut wie gar keine Rolle spielt. Denn geht man selbst auf die Formeln 3) zurück, und führt man die folgenden Bezeichnungen ein:

$$\left.\begin{aligned}
M &= m + \frac{1}{4}\nu^2\sin 2(\alpha_0+p)[1+2\operatorname{tg}^2\delta_0] + \frac{1}{3}\nu^3\sin 3(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^3 + \frac{1}{4}\nu^4\sin 4(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^4 + \dots \\
N &= \nu\sin(\alpha_0+p) + \nu^3\sin(\alpha_0+p)\cos^2(\alpha_0+p) + \dots \\
M' &= \nu\cos(\alpha_0+p) + \frac{1}{6}\nu^3\cos^3(\alpha_0+p) + \dots \\
N' &= -\frac{1}{2}\nu^2\sin^2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0 - \frac{1}{2}\nu^3\sin^2(\alpha_0+p)\cos(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^2 - \frac{1}{8}\nu^4[4 - 5\sin^2(\alpha_0+p)]\sin^2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0^3 \dots
\end{aligned}\right\} \quad 6)$$

so resultirt:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha &= \alpha_0 + M + N\operatorname{tg}\delta_0 \\
\delta &= \delta_0 + M' + N'
\end{aligned}\right\} \quad 7)$$

Die Grössen $\log N$ und M lassen sich wie man ohne weitere Bemerkung sofort erkennt, mit dem einfachen Argumente α_0 sehr einfach tabuliren, während die Tafeln für M und N' allerdings solche mit doppeltem Eingange α_0 und δ_0 sind. Allein da in ihnen die Glieder, welche vom Sternorte abhängen nicht unter die zweite Ordnung herabgehen, verursacht deren Berechnung und Benützung sehr wenig Mühe, indem in Rectascension, auch für längere Zeiträume Intervalle von 10^m, für kürzere sogar solche von 30^m vollkommen ausreichen, und in Declination etwa bis $\delta = 50°$ Intervalle von 10° genügen, und nur für noch höhere Declinationen diese Intervalle allmälig verengt werden müssen.

Das Vorhandensein solcher Tafeln vorausgesetzt, schrumpft die ganze Reduction eines Sternortes auf eine andere Epoche auf das Entnehmen von vier Tabulargrössen und eine einzige sehr einfache Rechnung zusammen. Und auch diese könnte noch sehr erleichtert werden, wenn in den Sternkatalogen in einer letzten Rubrick $\log\operatorname{tg}\delta$ hinzugefügt würde.

Mit Hilfe von Tafeln, wie sie hier vorgeschlagen werden, wäre es durch ein Zusammenwirken mehrerer Astronomen, und, wie ich glaube, sogar verhältnissmässig leicht möglich, ein Unternehmen ins Werk zu setzen, dessen Ausführung nach den bisher üblichen Rechnungsmethoden der Präcession wohl als unmöglich gelten kann, nämlich die Reduction sämmtlicher Kataloge auf eine einzige oder, was vielleicht noch leichter ginge, wenn man den Himmel in mehrere Zonen abtheilt, auf einige wenige Epochen.

Die riesigen Vortheile eines solchen Unternehmens, wenn es einmal durchgeführt wäre, ausführlicher beleuchten zu wollen, hiesse wohl Eulen nach Athen tragen; ich will mich daher darauf beschränken, nur das

Eine hervorzuheben, dass dann mit sehr geringem Zeitaufwande alljährlich zur Reduction von diesen wenigen Epochen auf das laufende Jahr Hilfstafeln nach den obigen Principien berechnet werden könnten, und damit die Astronomen von den zahlreichen, lästigen und zeitraubenden Präcessionsberechnungen so gut wie vollständig entlastet würden. Ehe aber dieses Ziel erreicht ist, könnten die Herausgeber von Sternkatalogen eine Reihe von Untersuchungen, beispielsweise über das Verhalten ihrer Kataloge zu anderen; über Eigenbewegungen der Fixsterne u. s. w. wesentlich erleichtern, wenn sie ihren Katalogen derartige Hilfstafeln zur Reduction auf die Epochen der wichtigeren anderen, dieselbe Himmelsgegend enthaltenden Sternkataloge anhängen wollten.

Um ein Muster über den Umfang u. s. w. ähnlicher Tafeln zu geben, füge ich hier solche bei, welche für Declinationen bis 60° die Reduction von Sternörtern aus den Epochen 1800·0, 1825·0, 1875·0 und 1880·0 auf 1850·0 vermitteln, und bemerke dazu noch Folgendes:

Das grösste Intervall, auf welches hier zu reducieren kommt, beträgt nur 50 Jahre und auch die Declinationen, bis zu denen die Tafeln ausgedehnt wurden, sind bloss mässige. Bei der Tabulirung konnte daher nicht nur ohne Weiters auf die Formeln 5) zurückgegriffen, sondern auch an diesen noch eine weitere Vereinfachung vorgenommen werden. Schreibt man nämlich die Glieder 2. Ordnung: $\frac{1}{4}\nu^2 \sin 2(\alpha_0+p)[1+2\operatorname{tg}\delta_0^2]$ und $\frac{1}{2}\nu^2\sin^2(\alpha_0+p)\operatorname{tg}\delta_0$ durch Unterdrückung von p einfacher: $\frac{1}{4}\nu^2\sin 2\alpha_0(1+2\operatorname{tg}\delta_0^2)$ und $\frac{1}{2}\nu^2\sin^2\alpha_0\operatorname{tg}\delta_0$, so begeht man Fehler im Betrage von resp. $\frac{1}{4}\nu^2\sin 2p\cos 2\alpha_0(1+2\operatorname{tg}\delta_0^2)$ und $\frac{1}{2}\nu^2\sin p\sin 2\alpha_0\operatorname{tg}\delta_0$ die in ihren Maximalwerthen selbst bei der für 50 Jahre geltenden Tafel und an der Grenze der Declination ($\delta_0=60°$) blos auf $\pm 0^s\!\cdot\!006$ und $\pm 0^s\!\cdot\!03$ ansteigen; diese Vereinfachung ist daher zulässig. Weiters dürfte es sich im Allgemeinen empfehlen, bei der Anlage solcher Tafeln unter α_0, δ_0 die Position des Kataloges, und unter α, δ die jenes Jahres zu verstehen, auf welches man reduciren will; ich habe aber, dem Zwecke entsprechend, der mich bei der Berechnung der vorliegenden Tafeln leitete, α_0, δ_0 als Position des Sternes für 1850·0 gelten lassen, wesshalb hier α, δ die Positionen des betreffenden Kataloges bedeuten, und desshalb ebenso wie früher mit dem Index k versehen werden mögen. Führt man nun noch die Bezeichnungen ein:

$$M = -m - \frac{1}{4}\nu^2 \sin 2\alpha_0^0(1+2\operatorname{tg}\delta_0^{0\,2})$$

$$N = \log[-\nu\sin(\alpha_0^0+p)]$$

$$M' = -\nu\cos(\alpha_0^0+p)$$

$$N' = +\frac{1}{2}\nu^2\sin^2\alpha_0^0\operatorname{tg}\delta_0^0,$$

so hat man:

$$\alpha_0 = \alpha_k + M + N\operatorname{tg}\delta_0^0$$

$$\delta_0 = \delta_k + M' + N',$$

wo wieder rechts vom Gleichheitszeichen α_0^0 und δ_0^0 gesetzt wurde um anzudeuten, dass der Eingang in die Tafeln die genäherte Position des Sternes für 1850·0 ist, daher immer dieselbe Position, wenn der Stern in mehreren Katalogen vorkommt.

Die numerischen Werthe, mit welchen die Tafeln gerechnet sind, sind die nachstehenden:

1. Zur Reduction von 1800·0 auf 1850·0

$$p = -19'\ 11'' \qquad M = +2^m33^s\!\cdot\!507 - \overline{8\cdot 90975}\sin 2\alpha(1+2\operatorname{tg}\delta^2)$$

$$\log(-\nu) = 1\cdot 83047 \text{ in Zeitsecunden}$$
$$= 3\cdot 00116 \text{ in Bogensecunden}$$

$$N' = \overline{0\cdot 38687}\sin^2\alpha\operatorname{tg}\delta$$

2. Zur Reduction von 1825·0 auf 1850·0

$$p = -9'\ 36'' \qquad M = +1^m\ 16^s760 \quad \overline{8\cdot30769}\sin 2\alpha\,(1+2\operatorname{tg}^2\delta)$$
$$\log(-\nu) = 1\cdot52942 \text{ in Zeitsecunden}$$
$$= 1\cdot70011 \text{ in Bogensecunden}$$
$$N' = \overline{9\cdot78481}\sin^2\alpha\operatorname{tg}\delta.$$

3. Zur Reduction von 1875·0 auf 1850·0

$$p = +9'\ 36'' \qquad M = -1^m16^s771 - \overline{8\cdot30769}\sin 2\alpha\,(1+2\operatorname{tg}^2\delta)$$
$$\log(-\nu) = 1\cdot52937_n \text{ in Zeitsecunden}$$
$$= 2\cdot70062_n \text{ in Bogensecunden}$$
$$N' = \overline{9\cdot78481}\sin^2\alpha\operatorname{tg}\delta$$

4. Zur Reduction von 1880·0 auf 1850

$$p = +11'\ 31'' \qquad M = -1^m32^s127 - \overline{9\cdot46605}\sin 2\alpha\,(1+2\operatorname{tg}^2\delta)$$
$$\log(-\nu) = 1\cdot60855_n \text{ in Zeitsecunden}$$
$$= 2\cdot77924_n \text{ in Bogensecunden}$$
$$N' = \overline{9\cdot94317}\sin^2\alpha\operatorname{tg}\delta$$

Die erste der Tafeln ist von mir selbst gerechnet; die übrigen drei verdanke ich den Herren Dr. J. Holetschek, Dr. S. Oppenheim und R. Spitaler, welche auf mein Ersuchen je eine derselben zur Berechnung übernahmen.

Um zum Schlusse die leichte Anwendbarkeit dieser Tafeln an einem speciellen Beispiele darzulegen, will ich mit Hilfe derselben den Stern ι Sculptoris, der unter anderem auch von Piazzi, Brisbane, Stone und Gould beobachtet wurde, auf 1850·0 reducieren. Die genäherte Position desselben für 1850·0 ist:

$$\alpha_0^0 = 0^h\ 14^m\ 14^s \qquad \delta_0^0 = -29^0\ 47'0 \qquad \log\operatorname{tg}\delta_0^0 = 9\cdot75764\,.$$

Damit dürfte das untenstehende Rechnungsschema, das alle Zahlen, die aufzuschreiben und zu berechnen sind, vollständig enthält, ohne weitere Bemerkungen leicht verständlich sein.

Pi. 50: $0^h11^m27^s15$	$-30°\ 5'19''0$	$N=0\cdot5770$	
M $+2\ 33\cdot50$	M' $+16\ 41\cdot1$	$N\operatorname{tg}\delta=0\cdot3346_n$	
$N\operatorname{tg}\delta$ $-2\cdot16$	N' $0\cdot0$		
1850·0: 0 13 58·49	$-29\ 48\ 37\cdot9$		
Gould 399: $0^h15^m14^s24$	$29°40'21''1$		
$-1\ 16\cdot77$	$8\ 20\cdot2$	0·3359	
$+1\cdot24$	$0\cdot0$	0·0935	
1850·0: 0 13 58·71	$-29\ 48\ 41\cdot3$		
Bb.(M) 31: $0^h12^m40^s47$	$-29°57'\ 1''6$	0·2969	
$+1\ 16\cdot76$	$+8\ 20\cdot4$	$0\cdot0545_n$	
$-1\cdot13$	$0\cdot0$		
1850·0: 0 13 56·10	$29\ 18\ 41\cdot2$		
Stone 118: $0^h15^m29^s16$	$29°38'43''1$	0·118	
$-1\ 32\cdot13$	$-10\ 0\cdot2$	0·1761	
$+1\cdot50$	$0\cdot0$		
1850·0: 0 13 58·58	$-29\ 48\ 43\cdot6$		

Wir haben also auf 1850·0 reducirt:

		α	δ	Zahl d. Beob.
Pi.	50	$0^h13^m58^s49$	$-29°\ 48'37''9$	12, 7
Bb.(M)	31	56·10	41·2	2, 4
Gould	399	58·71	41·3	1, 1
Stone	118	58·53	43·6	3, 3

I. Zur Berechnung der Präcession von 1800·0 auf 1850·0.

M	0^h N		M'	1^h N		M'	2 N		M'	M
										0
0^m	9·5717		+10′42″7	1·22 802	+717	+16′ 9″9	1·51 081	331	−14 31″1	1
1	8·9103		42·7	1·23 009	704	8·8	1·52 312	328	29·0	2
2	9·3229		42·7	1 24 313	693	7·7	640	324	26·8	3
3	9·7007		42·6	1 25 006	681	6·5	964	321	24·6	4
4	9·8090		42·6	087	669	5·4	1·53 285	318	22·3	
5	0·0355		42·5	1 26 350	659	4·2	603	315	20·1	5
6	0·1389		42·5	1·27 015	647	3·0	918	311	17·8	6
7	0·2223		42·4	002	638	1·7	1·54 229	309	15·6	7
8	0·2923		42·3	1·28 300	627	0·5	538	305	13·3	8
9	0·3525		42·1	927	618	+15 59·2	843	303	11·0	9
10	0·4054	+471	+16 41·9	1·29 545	+608	+15 57·9	1·55 140	+300	+14 8·6	10
11	0·4525	425	41·8	1·30 153	599	56·6	440	296	6·3	11
12	0·4950	387	41·6	752	590	55·3	742	294	4·0	12
13	0·5337	355	41·4	1·31 342	581	54·0	1·56 036	292	1·6	13
14	0·5692	328	41·1	923	573	52·6	328	288	−13 59·2	14
15	0·6020	305	40·9	1·32 496	565	51·3	616	286	56·8	15
16	0·6325	285	40·6	1·33 061	556	49·9	902	283	54·4	16
17	0·6610	268	40·3	617	549	48·5	1·57 185	280	51·9	17
18	0·6878	252	40·0	1·34 166	541	47·0	465	278	49·5	18
19	0·7130	237	39·7	707	534	45·6	743	275	47·0	19
20	0·7367	+220	+16 39·3	1·35 241	+520	−15 44·1	1·58 018	+273	−13 44·5	20
21	0·7593	214	39·0	767	513	42·6	291	270	42·0	21
22	0·7807	204	38·6	1·36 280	512	41·1	561	267	39·5	22
23	0·8011	195	38·2	798	505	39·6	828	265	37·0	23
24	0·8206	186	37·7	1·37 303	499	38·1	1·59 093	263	34·5	24
25	0·8392	179	37·3	802	492	36·5	356	260	31·9	25
26	0·8571	172	36·8	1·38 294	486	34·9	616	258	29·3	26
27	0·8743	165	36·4	780	480	33·4	874	256	26·7	27
28	0·8908	158	35·9	1·39 260	474	31·8	1·60 130	253	24·1	28
29	0·9066	153	35·3	734	467	30·1	383	251	21·5	29
30	0·9219	+148	+16 34·8	1·40 201	462	−15 28·5	1·60 634	+249	−13 18·9	30
31	0·9367	143	34·3	663	456	26·8	883	249	16·2	31
32	0·9510	138	33·7	1·41 119	451	25·1	1·61 120	244	13·6	32
33	0·9648	134	33·1	570	445	23·4	373	242	10·9	33
34	0·9782	130	32·5	1·42 015	440	21·7	615	240	8·2	34
35	0·9912	120	31·8	455	435	20·0	855	238	5·5	35
36	1·0038	123	31·2	890	429	18·3	1·62 093	230	2·7	36
37	1·0161	118	30·5	1·43 319	425	16·5	329	233	0·0	37
38	1·0279	110	29·8	744	420	14·7	562	232	−12 57·2	38
39	1·0395	113	29·1	1·44 164	414	12·9	794	229	54·5	39
40	1·0508	+109	+16 28·4	1·44 578	+410	−15 11·1	1·63 023	+228	−12 51·7	40
41	1·0617	107	27·6	988	406	9·3	251	225	48·9	41
42	1·0724	104	26·9	1·45 394	401	7·4	476	223	46·1	42
43	1·0828	102	26·1	795	399	5·5	698	222	43·2	43
44	1·0930	99	25·3	1·46 191	392	3·6	921	219	40·4	44
45	1·1029	97	24·5	583	387	1·7	1·64 140	218	37·5	45
46	1·1126	95	23·7	970	384	−14 59·8	358	216	34·7	46
47	1·1221	93	22·8	1·47 354	379	57·9	574	213	31·8	47
48	1·1314	91	21·9	733	375	55·9	787	212	28·9	48
49	1·1405	88	21·0	1·48 108	371	54·0	999	210	26·0	49
50	1·1493	+87	+16 20·1	1·48 479	+397	−14 52·0	1·65 209	+209	−12 23·0	50
51	1·1580	85	19·2	846	393	50·0	418	209	20·1	51
52	1·1665	83	18·2	1·49 209	359	47·9	624	206	17·1	52
53	1·1748	82	17·3	568	350	45·9	829	202	14·1	53
54	1·1830	80	16·3	924	352	43·8	1·66 031	201	11·2	54
55	1·1910	79	15·3	1·50 270	348	41·8	232	200	8·2	55
56	1·1989	77	14·3	624	345	39·7	432	197	5·1	56
57	1·2066	76	13·2	969	341	37·6	629	196	2·1	57
58	1·2142	74	12·1	1·51 310	337	35·4	825	194	+11 59·1	58
59	1·2216	73	11·0	647	334	33·3	1·67 019	193	56·0	59
60	1·2289	+72	+16 9·9	1·51 981	+331	+14 31·1	1·67 212	+191	+11 52·9	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

I.

M	3^h			4^h			5^h			M
	N		M'	N		M'	N		M'	
0^m	1·67 212	+101	+11′52″9	1·70 119	+110	+8′26″2	1·80 936	+51	+4′24″9	0^m
1	403	189	49·9	229	110	22·4	987	51	20·7	1
2	592	187	46·8	339	108	18·6	1·81 038	50	16·5	2
3	779	186	43·6	447	107	14·8	088	48	12·2	3
4	965	184	40·5	554	106	11·0	130	48	8·0	4
5	1·68 149	183	37·4	660	104	7·2	184	47	3·7	5
6	332	181	34·2	764	104	3·4	231	47	+3 59·5	6
7	513	180	31·1	868	103	+7 59·5	278	45	55·3	7
8	693	177	27·9	971	101	55·7	323	44	51·0	8
9	870	177	24·7	1·77 072	101	51·8	367	44	46·7	9
10	1·69 047	+175	+11 21·5	1·77 173	+ 99	+7 47·9	1·81 411	+42	+3 42·5	10
11	222	173	18·3	272	99	44·1	453	42	38·2	11
12	395	172	15·1	371	97	40·2	495	41	33·9	12
13	567	170	11·8	468	96	36·3	536	40	29·7	13
14	737	169	8·6	564	96	32·4	576	40	25·4	14
15	906	167	5·3	660	94	28·5	616	38	21·1	15
16	1·70 073	166	2·0	754	93	34·6	654	37	16·8	16
17	239	164	+10 58 7	847	92	20·6	691	37	12·5	17
18	403	163	55·4	939	92	16·7	728	36	8·2	18
19	566	162	52·1	1 78 031	90	12·8	764	35	3·9	19
20	1·70 728	+160	+10 48·8	1·78 121	+ 89	+7 8·8	1·81 799	+34	+2 59·6	20
21	888	159	45·4	210	88	4.8	833	33	55·3	21
22	1·71 047	157	42·1	298	87	0·9	866	32	51·0	22
23	204	156	38·7	385	86	+6 56·9	898	32	46·7	23
24	360	154	35·3	471	85	52·9	930	31	42 4	24
25	514	153	31·9	556	85	48·9	961	29	38·1	25
26	667	152	28·5	641	83	44·9	990	29	33·7	26
27	819	151	25·1	724	82	40 9	1·82 019	29	29·4	27
28	970	149	21·7	806	81	36·9	048	27	25·1	28
29	1·72 119	148	18·3	887	80	32 9	075	26	20·8	29
30	1·72 267	+140	+10 14·8	1·78 967	+ 80	+6 28·9	1·82 101	+26	+2 16·4	30
31	413	145	11·4	1·79 047	78	24·8	127	25	12·1	31
32	558	144	7·9	125	77	20·8	152	24	7·8	32
33	702	143	4·4	202	76	16.7	176	23	3·4	33
34	845	141	0·9	278	76	12.7	199	22	+1 59·1	34
35	986	140	+ 9 57·4	354	74	8.6	221	21	54·7	35
36	1·73 126	138	53·9	428	74	4·5	242	21	50·4	36
37	264	138	50·3	502	72	0·5	263	20	46·0	37
38	402	136	46·8	574	72	+5 56·4	283	19	41·7	38
39	538	135	43·2	646	71	52·3	302	18	37·3	39
40	1·73 673	+133	+ 9 39·7	1·79 717	+ 69	+5 48·2	1·82 320	+17	+1 33·0	40
41	806	133	36·1	786	69	44·1	337	16	28·6	41
42	939	131	32·5	855	68	40·0	353	16	24·3	42
43	1·74 070	130	28·9	923	67	35·9	369	15	19·9	43
44	200	129	25·3	990	66	31·7	384	13	15·5	44
45	329	127	21·7	1·80 056	65	27.6	397	13	11·2	45
46	456	127	18·1	121	64	23.5	410	13	6·8	46
47	583	125	14·4	185	63	19.3	423	11	2·4	47
48	708	124	10·8	248	62	15·2	434	11	+0 58·1	48
49	832	123	7·1	310	62	11·0	445	9	53·7	49
50	1·74 955	+121	+ 9 3·4	1·80 372	+ 60	+5 6·8	1·82 454	+ 9	+0 49·3	50
51	1·75 076	121	+ 8 59·8	432	60	2·7	463	8	45·0	51
52	197	119	56·1	492	58	+4 58·5	471	8	40·6	52
53	316	118	52·4	550	58	54·3	479	6	36·2	53
54	434	117	48·7	608	57	50·1	485	6	31·8	54
55	551	116	44·9	665	56	46·0	491	5	27·5	55
56	667	115	41·2	721	55	41·8	496	3	23·1	56
57	782	113	37·5	776	54	37·6	499	4	18·7	57
58	895	113	33·7	830	53	33·3	503	2	14·3	58
59	1·76 008	111	29·9	883	53	29·1	505	1	10·0	59
60	1·76 119	110	+ 8 26·2	1·80 936	+ 51	+4 24·9	1·82 506	+ 1	+0 5·6	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

I.

M	6^h N		6^h M'	7^h N		7^h M'	8^h N		8^h M'	M
0^m	1·82 506	+ 1	+0′ 5″6	1·81 066	- 50	−4′14″1	1 76 399	−109	− 8′16″5	0^m
1	507	0	1·2	016	51	18·3	290	109	20·3	1
2	507	— 1	−0 3·2	1·80 965	52	22·6	181	111	24·1	2
3	506	2	7·5	913	53	26·8	070	112	27·8	3
4	504	3	11·9	860	54	31·0	1·75 958	113	31·0	4
5	501	3	16·3	806	54	35·2	845	114	30·4	5
6	498	5	20·7	752	56	39·4	731	115	39·1	6
7	493	5	25·0	696	56	43·6	616	116	42·9	7
8	488	6	29·4	640	57	47·8	500	118	46·6	8
9	482	7	33·8	583	58	52·0	382	119	50·3	9
10	1·82 475	— 7	−0 38·2	1·80 525	— 59	−4 56·2	1·75 263	-119	− 8 54·0	10
11	468	9	42·5	466	60	−5 0·4	144	121	57·7	11
12	469	9	46·9	406	61	4·5	023	123	− 9 1·4	12
13	450	10	51·3	345	62	8·7	1·74 900	123	5·1	13
14	440	11	55·6	283	63	12·8	777	124	8·7	14
15	429	12	−1 0·0	220	63	17 0	653	126	22·4	15
16	417	12	4·4	157	65	21·1	527	127	26·0	16
17	405	14	8 7	092	65	25·3	400	128	19·7	17
18	391	14	13·1	027	67	29·4	212	129	13·3	18
19	377	15	17·5	1·79 960	67	33·0	143	131	26·9	19
20	1·82 362	−16	−1 21·8	893	- 68	−5 37·7	1·74 012	−132	− 9 30·5	20
21	340	17	26·2	825	69	41·8	1·73 880	133	34·1	21
22	329	17	30·5	750	71	45·9	747	134	37·7	22
23	312	19	34·9	685	71	50·0	613	135	41·3	23
24	293	19	39·2	614	72	54·1	478	137	44·8	24
25	274	20	43·0	542	72	58·2	341	138	48·4	25
26	254	21	48·0	470	74	−6 2·3	203	139	51·9	26
27	233	22	52·3	396	75	6·4	064	141	55·4	27
28	211	23	56·6	321	76	10·4	1·72 923	141	58·9	28
29	188	23	−2 1·0	245	77	14·5	782	143	−10 2·4	29
30	1·82 165	−24	−2 5·3	1·79 168	— 78	−6 18·5	1·72 639	−145	−10 5·9	30
31	141	25	9·7	090	78	22·6	494	146	9·4	31
32	116	26	14·0	012	80	26·6	348	147	22·9	32
33	090	27	18·3	1·78 932	81	30·7	201	148	26·3	33
34	063	28	22·7	851	81	34·7	053	150	19·8	34
35	035	28	27·0	770	83	38·7	1·71 903	151	23·2	35
36	007	30	31·3	687	83	42·7	752	152	26·6	36
37	1·81 977	30	35·6	604	85	46·7	600	154	30·1	37
38	947	31	40·0	519	86	50·7	446	155	33·5	38
39	916	32	44·3	433	86	54·7	291	156	36·8	39
40	1 81 884	−33	−2 48·6	1·78 347	— 88	−6 58·7	1·71 135	−158	−10 40·2	40
41	851	33	52·9	259	88	7 2·6	1·70 977	160	43·6	41
42	818	35	57·2	171	90	6·6	817	160	46·9	42
43	783	35	−3 1·5	081	91	10·6	657	162	50·3	43
44	748	36	5·8	1·77 990	91	14·5	495	164	53·6	48
45	712	37	10·1	899	93	18·5	331	165	50 9	45
46	675	38	14·4	806	94	22·4	166	167	−11 0·2	46
47	637	39	18·7	712	94	26·3	1·69 999	168	3·5	47
48	598	39	23·0	618	96	30·2	831	169	6·8	48
49	559	41	27·3	522	97	34·1	662	171	10·0	49
50	1·81 518	−41	−3 31·6	1·77 425	— 98	−7 38·0	1·69 491	−173	−11 13·3	50
51	477	42	35·8	327	98	41·9	318	174	16·5	51
52	435	43	40·1	229	100	45·8	144	175	19·7	52
53	392	44	44·4	129	101	49·7	1·68 969	177	22·9	53
54	348	45	48·6	028	102	53·5	792	179	26·1	54
55	303	46	52·9	1·76 926	104	57·4	613	180	29·3	55
56	257	46	57·1	822	104	−8 1·2	433	182	32·5	56
57	211	48	−4 1·4	718	105	5·0	251	183	35·6	57
58	163	48	5·6	613	106	8·9	068	185	38·8	58
59	115	49	9·9	007	108	12·7	1·67 883	187	41·9	59
60	1·81 066	50	−4 14·1	1·76 399	−109	−8 16·5	1·67 696	−188	−11 45·0	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

I.

M	9^h N		M'	10^h N		M'	11^h N		M'	M
0^m	1·07 096	−188	−11′45″0	1·52 821	−326	−14′25″5	1·2470	− 70	−10′ 7″1	0^m
1	508	190	48·1	495	329	27·7	1·2400	71	8·2	1
2	318	191	51·2	166	332	29·9	1·2329	72	9·3	2
3	127	193	54·3	1·51 834	336	32·1	1·2257	73	10·4	3
4	1·06 934	195	57·4	498	339	34·2	1·2184	75	11·5	4
5	739	197	−12 0·4	159	342	36·4	1·2109	77	12·6	5
6	542	198	3·5	1·50 817	346	38·5	1·2032	77	13·7	6
7	344	200	6·5	471	350	40·6	1·1955	80	14·7	7
8	144	202	9·5	121	354	42·7	1·1875	81	15·7	8
9	1·05 942	204	12·5	1·49 767	357	44·7	1·1794	82	16·7	9
10	1·05 738	−205	12 15·5	410	361	14 46·8	1·1712	− 84	−10 17·7	10
11	533	207	18·4	049	365	48·8	1·1028	86	18·6	11
12	926	209	21·4	1·48 684	369	50·8	1·1542	88	19·6	12
13	117	211	24·3	315	373	52·8	1·1454	89	20·5	13
14	1·04 906	213	27·2	1·47 942	376	54·8	1·1365	92	21·4	14
15	693	215	30·1	566	381	56·8	1·1273	93	22·3	15
16	478	216	33·0	285	386	58·7	1·1180	96	23·2	16
17	262	218	35·9	1·46 799	389	15 0·7	1·1084	98	24·0	17
18	044	221	38·8	410	394	2·6	1·0986	101	24·9	18
19	1·03 823	222	41·6	016	398	4·5	1·0885	102	25·7	19
20	1·03 601	−224	12 44·5	1·45 618	403	15 6·4	1·0783	−106	−10 26·5	20
21	377	227	47·3	215	407	8·2	1·0677	108	27·2	21
22	150	228	50·1	1·44 808	412	10·1	1·0569	111	28·0	22
23	1·02 922	230	52·9	399	417	11·9	1·0458	114	28·7	23
24	692	233	55·7	1·43 979	422	13·7	1·0344	117	29·4	24
25	459	234	58·5	557	427	15·5	1·0227	120	30·1	25
26	225	237	13 1·2	130	432	17·3	1·0107	124	30·8	26
27	1·01 988	238	3·9	1·42 698	437	19·0	0·9983	128	31·5	27
28	750	241	6·7	261	442	20·8	0·9855	131	32·1	28
29	509	243	9·4	1·41 819	448	22·5	0·9724	136	32·8	29
30	1·01 266	−245	13 12·1	1·41 371	453	−15 24·2	0·9588	−140	−10 33·4	30
31	021	248	14·7	1·40 918	458	25·9	0·9448	145	33·9	31
32	1·00 773	250	17·4	460	465	27·6	0·9303	151	34·5	32
33	523	252	20·0	1·39 995	470	29·2	0·9152	155	35·1	33
34	271	254	22·7	525	477	30·8	0·8997	162	35·6	34
35	017	256	25·3	048	482	32·5	0·8835	167	36·1	35
36	1·59 761	259	27·9	1·38 566	489	34·1	0·8668	175	36·6	36
37	502	262	30·5	077	495	35·6	0·8493	182	37·1	37
38	240	264	33·0	1·37 582	501	37·2	0·8311	190	37·5	38
39	1·58 976	266	35·6	081	509	38·7	0·8121	199	37·9	39
40	1·58 710	−269	13 38·1	1·36 572	−515	15 40·3	0·7922	−208	−10 38·4	40
41	441	271	40·6	057	522	41·8	0·7714	219	38·9	41
42	170	273	43·2	1·35 535	529	43·3	0·7495	231	39·2	42
43	1·57 897	277	45·6	000	537	44·8	0·7264	244	39·5	43
44	620	279	48·1	1·34 409	545	46·2	0·7020	259	39·8	44
45	341	281	50·6	1·33 024	552	47·7	0·6761	274	40·2	45
46	060	284	53·0	372	560	49·1	0·6487	294	40·5	46
47	1·56 776	287	55·5	1·32 812	568	50·5	0·6193	315	40·7	47
48	489	290	57·9	244	577	51·9	0·5878	340	41·0	48
49	199	292	14 0·3	1·31 667	585	53·2	0·5538	−368	41·2	49
50	1·55 907	−295	14 2·6	1·31 082	594	15 54·6	0·5170		16 41·5	50
51	612	299	5·0	1·30 488	603	55·9	0·4707		41·7	51
52	313	301	7·3	1·29 885	612	57·2	0·4323		41·9	52
53	012	304	9·7	273	622	58·5	0·3828		42·0	53
54	1·54 708	306	12·0	1·28 651	632	59·8	0·3269		42·2	54
55	402	310	14·3	019	642	16 1·0	0·2027		42·3	55
56	092	313	16·6	1·27 377	652	2·3	0·1874		42·4	56
57	1·53 779	316	18·8	1·26 725	661	3·5	0·0962		42·5	57
58	463	319	21·1	061	674	4·7	9·9806		42·6	58
59	144	323	23·3	1·25 387	686	5·9	9·8226		42·6	59
60	1·52 821	326	−14 25·5	1·24 701	698	16 7·1	9·5717		−16 42·7	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

I.

M

α	$\delta=0°$	$\delta=\pm10°$	$\delta=\pm20°$	$\delta=\pm30°$	$\delta=\pm40°$	$\delta=\pm45°$	$\delta=\pm50°$	$\delta=\pm55°$	$\delta=\pm60°$	α
$21^h\ 0^m\ 9^h$	$+2^m33^s59$	$+2^m33^s59$	$+2^m33^s61$	$+2^m33^s64$	$+2^m33^s70$	$+2^m33^s75$	$+2^m33^s82$	$+2^m33^s92$	$+2^m34^s08$	$9^h\ 0^m21^h$
10	33·59	33·59	33·61	33·64	33·70	33·75	33·82	33·92	34·07	50
20	33·59	33·59	33·61	33·64	33·70	33·75	33·81	33·91	34·07	40
30	33·59	33·59	33·61	33·64	33·70	33·74	33·81	33·91	34·06	30
40	33·58	33·59	33·60	33·63	33·69	33·74	33·80	33·90	34·04	20
50	33·58	33·58	33·60	33·63	33·68	33·73	33·79	33·88	34·02	10
22 0 10	+2 33·58	+2 33·58	+2 33·60	+2 33·62	+2 33·68	+2 33·72	+2 33·78	+2 33·86	+2 34·00	8 0 20
10	33·57	33·58	33·59	33·62	33·67	33·71	33·76	33·84	33·97	50
20	33·57	33·57	33·59	33·61	33·66	33·69	33·75	33·82	33·94	40
30	33·56	33·57	33·58	33·60	33·64	33·68	33·73	33·80	33·91	30
40	33·56	33·56	33·57	33·59	33·63	33·66	33·71	33·77	33·87	20
50	33·55	33·56	33·57	33·58	33·62	33·65	33·69	33·74	33·83	10
23 0 11	+2 33·55	+2 33·55	+2 33·56	+2 33·57	+2 33·61	+2 33·63	+2 33·66	+2 33·71	+2 33·79	7 0 19
10	33·54	33·54	33·55	33·56	33·59	33·61	33·64	33·68	33·75	50
20	33·53	33·54	33·54	33·55	33·57	33·59	33·61	33·65	33·70	40
30	33·53	33·53	33·53	33·54	33·56	33·57	33·59	33·61	33·65	30
40	33·52	33·52	33·53	33·53	33·54	33·55	33·56	33·58	33·61	20
50	33·51	33·51	33·52	33·52	33·52	33·53	33·53	33·54	33·56	10
0 0 12	+2 33·51	+2 33·51	+2 33·51	+2 33·51	+2 33·51	+2 33·51	+2 33·51	+2 33·51	+2 33·51	6 0 18
10	33·50	33·50	33·50	33·49	33·49	33·49	33·48	33·57	33·40	50
20	33·49	33·49	33·49	33·48	33·47	33·47	33·45	33·43	33·41	40
30	33·49	33·48	33·48	33·47	33·46	33·44	33·43	33·40	33·30	30
40	33·48	33·48	33·47	33·46	33·44	33·42	33·40	33·37	33·31	20
50	33·47	33·47	33·46	33·45	33·42	33·40	33·37	33·33	33·27	10
1 0 13	+2 33·47	+2 33·46	+2 33·46	+2 33·44	+2 33·41	+2 33·38	+2 33·35	+2 33·30	+2 33·22	5 0 17
10	33·46	33·46	33·45	33·43	33·39	33·37	33·33	33·27	33·18	50
20	33·46	33·45	33·44	33·42	33·38	33·35	33·31	33·24	33·14	40
30	33·45	33·45	33·43	33·41	33·37	33·34	33·29	33·21	33·10	30
40	33·45	33·44	33·43	33·40	33·36	33·32	33·27	33·19	33·07	20
50	33·44	33·44	33·42	33·40	33·35	33·31	33·25	33·17	33·04	10
2 0 14	+2 33·44	+2 33·43	+2 33·42	+2 33·39	+2 33·34	+2 33·30	+2 33·24	+2 33·15	+2 33·01	4 0 16
10	33·43	33·43	33·41	33·38	33·33	33·29	33·22	33·13	32·99	50
20	33·43	33·43	33·41	33·38	33·32	33·28	33·21	33·12	32·97	40
30	33·43	33·42	33·41	33·38	33·32	33·27	33·21	33·11	32·96	30
40	33·43	33·42	33·41	33·37	33·31	33·27	33·20	33·10	32·95	20
50	33·43	33·42	33·40	33·37	33·31	33·26	33·20	33·10	32·94	10
$3^h\ 0^m15^h$	+2 33·43	+2 33·42	+2 33·40	+2 33·37	+2 33·31	+2 33·26	+2 33·19	+2 33·09	+2 32·94	$3^h\ 0^m15^h$

N'

α	$\delta=\pm10°$	$\delta=\pm20°$	$\delta=\pm30°$	$\delta=\pm40°$	$\delta=\pm45°$	$\delta=\pm50°$	$\delta=\pm55°$	$\delta=\pm60°$	α
$0^h\ 0^m$	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	0″0	±0″0	0″0	$12^h\ 0^m$
30	0·0	0·0	0·0	0 0	0·0	±0·1	0 1	±0·1	30
1 0	0·0	±0·1	±0·1	±0·1	±0·2	0·2	0·2	0·3	13 0
30	±0·1	0·1	0·2	0·3	0·4	0·4	0·5	0·6	30
2 0	0·1	0·2	0·3	0·5	0·6	0·7	0·9	1·1	14 0
30	0·2	0·3	0·5	0·8	0·9	1·1	1·3	1·6	30
3 0	±0·2	±0·4	±0·7	±1·0	±1·2	±1·5	±1·7	±2·1	15 0
30	0·3	0·6	0·9	1·3	1·5	1·8	2·2	2·7	30
4 0	0·3	0·7	1·1	1·5	1·8	2·2	2·6	3·2	16 0
30	0·4	0 8	1·2	1·7	2·1	2·5	3·0	3·6	30
5 0	0·4	0·8	1·3	1·9	2·3	2·7	3·3	3·9	17 0
30	0·4	0·9	1·4	2·0	2·4	2·9	3·4	4·1	30
6 0	±0·4	±0·9	±1·4	±2·0	±2·4	±2·9	±3·5	±4·2	18 0

N'

α	$\delta=\pm10°$	$\delta=\pm20°$	$\delta=\pm30°$	$\delta=\pm40°$	$\delta=\pm45°$	$\delta=\pm50°$	$\delta=\pm55°$	$\delta=\pm60°$	α
$0^h\ 0^m$	±0″4	±0″9	±1″4	±2″0	±2″4	±2″9	±3″5	4″2	$18^h\ 0^m$
30	0·4	0·9	1·4	2·0	2·4	2·9	3·4	4·1	30
7 0	0·4	0·8	1·3	1·9	2·3	2·7	3·3	3·9	19 0
30	0·4	0·8	1 2	1·7	2·1	2·5	3·0	3·6	30
8 0	0·3	0·7	1·1	1·5	1·8	2·2	2·6	3·2	20 0
30	0·3	0·6	0·9	1·3	1·5	1·8	2·2	2·7	30
9 0	±0·2	±0·4	±0·7	±1·0	±1·2	±1·5	±1·7	±2·1	21 0
30	0·2	0·3	0·5	0·8	0·9	1 1	1·3	1·6	30
10 0	0·1	0·2	0·3	0·5	0·6	0·7	0·9	1·1	22 0
30	±0·1	0·1	0·2	0·3	0·4	0·4	0·5	0·6	30
11 0	0·0	±0·1	±0·1	±0·1	±0·2	0·2	0·2	0·3	23 0
30	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	±0·1	±0·1	0·1	30
12 0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0 0

$$\alpha_{1850} = \alpha_{1800} + M + N \operatorname{tg} \delta_0$$
$$\delta_{1850} = \delta_{1800} + M' + N'$$

Reduction auf Struve:
$$\Delta M = +0''06$$
$$\Delta M' = +0''25 \cos\alpha_0$$

N ist um 10 Einheiten der 5. Decimale (numerisch) zu vergrössern.

II. Zur Berechnung der Präcession von 1825·0 auf 1850·0.

M	0^h			1^h			2^h			M
	N		M'	N		M'	N		M'	
0^m	8·9700$_n$		+8′21″3	0·93 246	+709	+8′ 4″6	1·22 088	+328	+7′14″9	0^m
1	8·7201		21·3	955	697	4·0	416	326	13·8	1
2	9·2974		21·3	0·94 652	685	3·5	742	322	12·7	2
3	9·5388		21·3	0·95 337	673	2·9	1·23 064	319	11·5	3
4	9·6902		21·3	0·96 010	662	2·3	383	316	10·4	4
5	9·8033		21·2	672	652	1·7	699	313	9·3	5
6	9·8930		21·2	0·97 324	641	1·1	1·24 012	309	8·2	6
7	9·9672		21·1	965	631	0·4	321	307	7·0	7
8	0·0306		21.0	0·98 596	622	+7 59·8	628	304	5·9	8
9	0·0859		21·0	0·99 218	611	59·2	932	300	4·7	9
10	0·1350$_n$	+440	+8 20·9	0·99 829	+602	+7 58·5	1·25 232	+298	+7 3·6	10
11	0·1790	400	20·8	1·00 431	594	57·9	530	295	2·4	11
12	0·2190	366	20·7	1·01 025	584	57·2	825	292	1·2	12
13	0·2556	338	20 6	609	570	56·5	1·26 117	290	0·0	13
14	0·2894	313	20·5	1·02 185	508	55·9	407	286	+6 58·8	14
15	0·3207	292	20·3	753	559	55·2	693	284	57·6	15
16	0·3499	274	20·2	1·03 312	551	54·5	977	282	56·4	16
17	0·3773	257	20·0	863	544	53·7	1·27 259	278	55·2	17
18	0·4030	242	19·9	1·04 407	530	53 0	537	276	53·9	18
19	0·4272	230	19·7	943	529	52·3	813	274	52·7	19
20	0·4502	+218	+8 19·5	1·05 472	+522	+7 51·5	1·28 087	+271	+6 51·5	20
21	0·4720	208	19·3	994	514	50·8	358	268	50·2	21
22	0·4928	198	19·1	1·06 508	508	50·1	626	266	48·9	22
23	0·5126	190	18·9	1·07 016	501	49·3	992	264	47·7	23
24	0·5316	181	18·7	517	495	48·5	1·29 150	261	46·4	24
25	0·5497	174	18·5	1·08 012	488	47·7	417	259	45·1	25
26	0·5671	167	18·2	500	482	46·9	676	256	43·8	26
27	0·5838	161	18·0	982	476	46·1	932	254	42·5	27
28	0·5999	155	17·7	1·09 458	470	45·3	1·30 186	252	41·2	28
29	0·6154	150	17·5	928	464	44·5	438	250	39·9	29
30	0·6304$_n$	+145	+8 17·2	1·10 393	+458	+7 43·7	1·30 688	+247	+6 38·6	30
31	0·6449	140	16·9	850	453	42·9	935	245	37·2	31
32	0·6589	135	16·6	1·11 303	447	42·0	1·31 180	243	35·9	32
33	0·6724	131	16 3	750	442	41·2	423	241	34·6	33
34	0·6855	128	16·0	1·12 192	436	40·3	664	238	33·2	34
35	0·6983	123	15·7	628	431	39·4	902	237	31·8	35
36	0·7106	120	15·4	1·13 059	427	38·5	1·32 139	234	30·5	36
37	0·7226	117	15·0	486	421	37·7	373	232	29·1	37
38	0·7343	114	14·7	907	417	36·8	605	230	27·7	38
39	0·7457	111	14·3	1·14 324	411	35·8	835	228	26·3	39
40	0·7568$_n$	+108	+8 13·9	1·14 735	+407	+7 34·9	1·33 063	+226	+6 24·9	40
41	0·7676	105	13·6	1·15 142	403	34·0	289	224	23·5	41
42	0·7781	102	13·2	545	398	33·1	513	223	22·1	42
43	0·7883	100	12·8	943	393	32·1	736	220	20·7	43
44	0·7983	98	12·4	1·16 330	389	31·2	950	218	19·3	44
45	0·8081	96	12·0	725	385	30·2	1·34 174	217	17·8	45
46	0·8177	93	11·5	1·17 110	381	29·3	391	214	16·4	46
47	0·8270	91	11·1	491	370	28·3	605	213	14·9	47
48	0·8361	90	10·6	867	373	27·3	818	210	13·5	48
49	0·8451	87	10·2	1·18 240	308	26·3	1·35 028	209	12·0	49
50	0·8538$_n$	+ 80	+8 9·7	1·18 608	+305	+7 25·3	1·35 237	+207	+6 10·6	50
51	0·8624	84	9·3	973	301	24·3	444	205	9·1	51
52	0·8708	82	8·8	1·19 334	357	23·3	649	204	7·6	52
53	0·8790	81	8·3	691	353	22·3	853	202	6·1	53
54	0·8871	79	7·8	1·20 044	349	21·2	1·36 055	200	4·6	54
55	0·8950	78	7·3	393	340	20·2	255	198	3·1	55
56	0·9028	76	6·8	739	342	19·1	453	196	1·6	56
57	0·9104	75	6·2	1·21 081	339	18·1	649	195	0·1	57
58	0·9179	73	5·7	420	336	17·0	844	193	+5 58·4	58
59	0·9252	73	5·1	756	332	15·9	1·37 037	191	57·0	59
60	0·9325$_n$	+ 71	+8 4·6	1·22 088	+328	+7 14·9	1·37 228	+190	+5 55·5	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

II.

M	3^h			4^h			5^h			M
	N		M'	N		M'	N		M'	
0^m	1·37 228	+190	+5′55″5	1·40 084	+110	+4′11″9	1·50 863	+51	+2′11″1	0^m
1	418	188	53·9	194	108	10·0	914	50	9·0	1
2	606	187	52·4	302	108	8·1	964	49	6·9	2
3	793	184	50·8	410	106	6·2	1·51 013	49	4·8	3
4	977	184	49·3	516	105	4·3	062	47	2·6	4
5	1·38 161	181	47·7	621	104	2·4	109	46	0·5	5
6	342	180	46·1	725	103	0·4	155	46	+1 58·4	6
7	522	179	44·5	828	102	+3 58·5	201	45	56·3	7
8	701	177	42·9	930	101	56·6	246	44	54·1	8
9	878	175	41·3	1·47 031	100	54·7	290	43	52·0	9
10	1·39 053	+174	+5 39·7	131	+99	+3 52·7	1·51 333	+42	+1 49·9	10
11	227	172	38·1	230	98	50·8	375	41	47·7	11
12	399	171	36·5	328	96	48·8	416	40	45·6	12
13	570	170	34·9	424	96	46·9	456	40	43·5	13
14	740	167	33·2	520	95	44·9	496	39	41·3	14
15	907	167	31·6	615	93	43·0	535	37	39·2	15
16	1·40 074	165	29·9	708	93	41·0	572	37	37·0	16
17	239	163	28·3	801	91	39·1	609	37	34·9	17
18	402	162	26·6	892	91	37·1	646	35	32·7	18
19	564	161	25·0	983	89	35·1	681	34	30·6	19
20	1·40 725	+159	+5 23·3	1·48 072	+89	+3 33·1	715	+34	+1 28·4	20
21	884	158	21·6	161	87	31·2	749	32	26·3	21
22	1·41 042	156	20·0	248	87	29·2	781	32	24·1	22
23	198	155	18·3	335	85	27·2	813	31	22·0	23
24	353	154	16·6	420	85	25·2	844	30	19·8	24
25	507	152	14·9	505	83	23·2	874	30	17·6	25
26	659	151	13·2	588	83	21·2	904	28	15·5	26
27	810	150	11·5	671	82	19·2	932	28	13·3	27
28	960	148	9·7	753	80	17·2	960	26	11·2	28
29	1·42 108	147	8·0	833	80	15·2	986	26	9·0	29
30	1·42 255	+145	+5 6·3	1·48 913	+78	+3 13·1	1·52 012	+25	+1 6·8	30
31	400	145	4·6	991	78	11·1	037	25	4·7	31
32	545	143	2·8	1·49 069	77	9·1	062	23	2·5	32
33	688	141	1·1	146	75	7·1	085	22	0·3	33
34	829	141	+4 59·3	221	75	5·0	107	22	+0 58·1	34
35	970	139	57·6	296	74	3·0	129	21	56·0	35
36	1·43 109	138	55·8	370	73	1·0	150	20	53·8	36
37	247	136	54·0	443	72	+2 58·9	170	19	51·6	37
38	383	136	52·3	515	71	56·9	189	19	49·4	38
39	419	134	50·5	586	70	54·8	208	17	47·3	39
40	1·43 653	+133	+4 48·7	1·49 656	+69	+2 52·8	1·52 225	+17	+0 45·1	40
41	786	131	46·9	725	68	50·7	242	16	42·9	41
42	917	131	45·1	793	67	48·7	258	15	40·7	42
43	1·44 048	129	43·3	860	67	46·6	273	14	38·6	43
44	177	128	41·5	927	65	44·5	287	13	36·4	44
45	305	127	39·7	992	64	42·5	300	13	34·2	45
46	432	125	37·9	1·50 056	64	40·4	313	12	32·0	46
47	557	125	36·0	120	63	38·3	325	10	29·8	47
48	682	123	34·2	183	61	36·2	335	10	27·6	48
49	805	122	32·4	244	61	34·2	345	10	25·5	49
50	1·44 927	+121	+4 30·5	1·50 305	+60	+2 32·1	1·52 355	+8	+0 23·3	50
51	1·45 048	120	28·7	365	59	30·0	363	8	21·1	51
52	168	118	26·8	424	58	27·9	371	6	18·9	52
53	286	118	25·0	482	57	25·8	377	6	16·7	53
54	404	116	23·1	539	56	23·7	383	5	14·5	54
55	520	115	21·3	595	56	21·6	388	5	12·3	55
56	635	114	19·4	651	54	19·5	393	3	10·2	56
57	749	113	17·5	705	54	17·4	396	3	8·0	57
58	862	112	15·6	759	52	15·3	399	1	5·8	58
59	974	110	13·8	811	52	13·2	400	1	3·6	59
60	1·46 084	+110	+4 11·9	1·50 863	+51	+2 11·1	1·52 401	+0	+0 1·4	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

II.

M	0^h N		M'	7^h N		M'	8^h N		M'	M
0^m	1·52 401	0	+0′ 1″4	1·50 928	— 50	−2′ 8″4	1·46 224	−109	−4′ 9″4	0^m
1	401	0	−0 0·8	878	52	10·5	115	110	11·3	1
2	401	— 2	3·0	826	52	12·6	005	112	13·2	2
3	399	2	5·2	774	54	14·7	1·45 893	112	15·1	3
4	397	3	7·4	720	54	16·8	781	114	17·0	4
5	394	4	9·5	666	55	18·9	667	115	18·9	5
6	390	5	11·7	611	56	21·0	552	116	20·7	6
7	385	6	13·9	555	57	23·1	436	117	22·6	7
8	379	6	16·1	498	58	25·2	319	118	24·5	8
9	373	8	18·3	440	58	27·3	201	120	26·3	9
10	1·52 305	— 8	−0 20·5	1·50 382	60	−2 29·4	1·45 081	−120	−4 28·2	10
11	357	9	22·7	322	61	31·5	1 44 901	122	30·0	11
12	348	10	24·8	261	61	33·6	839	123	31·9	12
13	338	10	27·0	200	62	35·7	716	124	33·7	13
14	328	12	29·2	138	64	37·7	592	125	35·5	14
15	316	12	31·4	074	64	39·8	467	127	37·4	15
16	304	13	33·6	010	65	41·9	340	127	39·2	16
17	291	14	35·8	1·49 945	66	44·0	213	129	41·0	17
18	277	15	37·9	879	67	46·0	084	130	42·8	18
19	262	16	40·1	812	68	48·1	1·43 954	131	44·6	19
20	1·52 246	−16	−0 42·3	1·49 744	— 69	−2 50·1	1·43 823	−133	−4 46·4	20
21	230	17	44·5	675	70	52·2	690	134	48·2	21
22	213	18	46·7	605	70	54·3	556	135	50·0	22
23	195	19	48·8	535	72	56·3	421	136	51·8	23
24	176	20	51·0	463	73	58·4	285	137	53·5	24
25	156	21	53·2	390	73	−3 0·4	148	139	55·3	25
26	135	21	55·4	317	75	2·4	009	140	57·1	26
27	114	23	57·5	242	75	4·5	1·42 869	141	58·8	27
28	091	23	59·7	167	77	6·5	728	143	−5 0·6	28
29	068	24	−1 1·9	090	77	8·5	585	144	2·3	29
30	1·52 044	−25	4·1	1·49 013	— 78	−3 10·6	1·42 441	−145	−5 4·1	30
31	019	25	6·2	1·48 935	80	12·6	296	147	5·8	31
32	1·51 994	27	8·4	855	80	14·6	149	148	7·5	32
33	967	27	10·6	775	81	16·6	001	149	9·3	33
34	940	28	12·7	694	82	18·6	1·41 852	150	11·0	34
35	912	29	14·9	612	84	20·6	702	152	12·7	35
36	883	30	17·0	528	84	22·6	550	154	14·4	36
37	853	31	19·2	444	85	24·6	396	154	16·1	37
38	822	32	21·4	359	86	26·6	242	156	17·8	38
39	790	32	23·5	273	88	28·6	086	158	19·5	39
40	1·51 758	−33	−1 25·7	1·48 185	— 88	−3 30·6	1·40 928	−158	−5 21·2	40
41	725	35	27·8	097	89	32·6	770	161	22·8	41
42	690	35	30·0	008	90	34·6	609	161	24·5	42
43	655	35	32·1	1·47 918	91	36·5	448	163	26·2	43
44	620	37	34·3	827	93	38·5	285	165	27·8	44
45	583	38	36·4	734	93	40·5	120	166	29·5	45
46	545	38	38·6	641	94	42·4	1·39 954	167	31·1	46
47	507	39	40·7	547	96	44·4	787	169	32·8	47
48	468	41	42·9	451	96	46·3	618	171	34·4	48
49	427	41	45·0	355	98	48·3	447	172	36·0	49
50	1·51 380	−41	−1 47·1	1·47 257	— 98	−3 50·2	1·39 275	−173	−5 37·7	50
51	345	43	49·3	159	100	52·2	102	175	39·3	51
52	302	44	51·4	059	100	54·1	1·38 927	176	40·9	52
53	258	44	53·5	1·46 959	102	56·1	751	178	42·5	53
54	224	46	55·7	857	103	58·0	573	180	44·1	54
55	168	46	57·8	754	104	59·9	393	181	45·7	55
56	122	47	59·9	650	104	−4 1·8	212	183	47·2	56
57	075	48	−2 2·0	546	106	3·7	029	184	48·8	57
58	027	49	4·2	440	107	5·6	1·37 845	186	50·4	58
59	1·50 978	50	6·3	333	109	7·5	659	188	51·9	59
60	1·50 928	−50	−2 8·4	1·46 224	−109	−4 9·4	1·37 471	−189	−5 53·5	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

II.

M	9^h			10^h			11^h			M
	N		M'	N		M'	N		M'	
0^m	1·37 471	−189	−5′53″5	1·22 508	−328	−7 13″5	0·0415	− 70	−8′ 3·9	0^m
1	282	191	55·0	180	331	14·5	0·9345	72	4·4	1
2	091	193	50·0	1·21 849	334	15·0	0·9273	73	5·0	2
3	1·36 898	194	58·1	515	338	16·7	0·9200	75	5·5	3
4	704	196	59·6	177	342	17·8	0·9125	76	6·1	4
5	508	198	−0 1·2	1·20 835	345	18·8	0·9049	77	6·6	5
6	310	199	2·7	490	348	19·9	0·8972	79	7·1	6
7	111	201	4·2	142	352	20·9	0·8893	80	7·6	7
8	1·35 910	203	5·7	1·19 790	356	22·0	0·8813	82	8·1	8
9	707	205	7·2	434	360	23·0	0·8731	83	8·6	9
10	1·35 502	−207	−6 8·7	1·19 074	−363	−7 24·0	0·8648	− 85	−8 9·1	10
11	295	208	10·1	1·18 711	368	25·0	0·8563	87	9·6	11
12	087	210	11·6	343	371	26·0	0·8476	89	10·1	12
13	1·34 877	212	13·1	1·17 972	375	27·0	0·8387	91	10·5	13
14	665	214	14·5	597	380	28·0	0·8296	93	11·0	14
15	451	216	16·0	217	383	29·0	0·8203	95	11·4	15
16	235	218	17·4	1·16 834	388	30·0	0·8108	97	11·8	16
17	017	219	18·6	446	393	30·9	0·8011	100	12·3	17
18	1·33 798	222	20·3	053	396	31·9	0·7911	101	12·7	18
19	576	224	21·7	1·15 657	401	32·8	0·7810	105	13·1	19
20	1·33 352	−225	−0 23·1	1·15 250	−400	−7 33·8	0·7705	107	−8 13·5	20
21	127	228	24·5	1·14 850	411	34·7	0·7598	110	13·8	21
22	1·32 899	229	25·9	439	415	35·6	0·7488	113	14·2	22
23	670	232	27·3	024	420	36·5	0·7375	116	14·6	23
24	438	234	28·7	1·13 604	425	37·4	0·7259	119	14·9	24
25	204	235	30·1	179	430	38·3	0·7140	122	15·3	25
26	1·31 969	238	31·5	1·12 749	435	39·2	0·7018	126	15·6	26
27	731	240	32·8	314	440	40·0	0·6892	131	15·9	27
28	491	243	34·2	1·11 874	446	40·9	0·6761	134	16·2	28
29	248	244	35·5	428	451	41·8	0·6627	139	16·5	29
30	1·31 004	−247	−6 36·9	1·10 977	−457	−7 42·6	0·6488	−143	−8 16·8	30
31	1·30 757	249	38·2	520	462	43·5	0·6345	148	17·1	31
32	508	251	39·5	058	468	44·3	0·6197	154	17·4	32
33	257	253	40·8	1·09 590	474	45·1	0·6043	159	17·7	33
34	004	256	42·2	116	481	45·9	0·5884	166	17·9	34
35	1·29 748	258	43·5	1·08 635	486	46·7	0·5718	172	18·2	35
36	490	261	44·7	149	493	47·5	0·5546	179	18·4	36
37	229	263	46·0	1·07 656	499	48·3	0·5367	187	18·7	37
38	1.28 966	265	47·3	157	506	49·1	0·5180	196	18·9	38
39	701	268	48·6	1·06 651	513	49·8	0·4984	204	19·1	39
40	1·28 433	−270	−6 49·8	1·06 138	−519	−7 50·6	0·4780	−216	−8 19·3	40
41	163	273	51·1	1·05 619	527	51·4	0·4564	226	19·5	41
42	1·27 890	275	52·4	092	534	52·1	0·4338	239	19·7	42
43	615	278	53·6	1·04 558	542	52·8	0·4099	253	19·8	43
44	337	281	54·8	016	549	53·5	0·3846	269	20·0	44
45	056	283	56·0	1·03 467	557	54·3	0·3577	286	20·1	45
46	1·26 773	286	57·3	1·02 910	565	55·0	0 3291	307	20·3	46
47	487	288	58·5	345	574	55·7	0·2984	330	20·4	47
48	199	292	59·7	1·01 771	582	56·3	0·2654	358	20·6	48
49	1·25 907	294	−7 0·9	189	590	57·0	0·2296	−390	20·7	49
50	1·25 613	−297	−7 2·1	1·00 599	−600	−7 57·7	0·1906		−8 20·8	50
51	316	300	3·2	0·99 999	609	58·3	0·1478		20·9	51
52	016	303	4·4	390	619	59·0	0·1002		21·0	52
53	1·24 713	306	5·6	0·98 771	628	59·6	0·0468		21·0	53
54	407	308	6·7	143	638	−8 0·3	9·9859		21·1	54
55	099	312	7·9	0·97 505	649	0·9	9·9151		21·2	55
56	1·23 787	315	9·0	0·96 856	659	1·5	9·8303		21·2	56
57	472	318	10·1	197	671	2·1	9·7249		21·3	57
58	154	322	11·2	0·95 526	681	2·7	9·5854		21·3	58
59	1·22 832	324	12·3	0·94 845	694	3·3	9·3787		21·3	59
60	1·22 508	−328	−7 13·5	0·94 151	−705	−8 3·9	8·9700		−8 21·3	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

II.

M

α	δ=0°	δ=±10°	δ=±20°	δ=±30°	δ=±40°	δ=±45°	δ=±50°	δ=±55°	δ=±60°	α
$0^h\ 0^m$	$+1^m16^s76$	$+1^m16^s76$	$+1^m16^s76$	$+1^m16^s76$	$+1^m16^s76$	$+1^m16^s70$	$+1^m16^s76$	$+1^m16^s76$	$+1^m16^s76$	$12^h\ 0^m$
30	16·76	16·75	10.75	16·75	16·75	16·74	10.74	16·73	16·72	30
1 0	16·75	16·75	16·75	16·74	16·74	16·73	16.72	16·71	10·69	13 0
30	16·75	16·75	16·74	16·74	16·73	16·72	10.71	10·69	10·66	30
2 0	16·74	16·74	16·74	16·73	16·72	16·71	16.09	16·67	16·64	14 0
30	16·74	16·74	16·74	16·73	16·71	16·70	10.69	16·66	16·62	30
3 0	+1 16·74	+1 16·74	+1 16·73	+1 16·73	+1 16·71	+1 16·70	+1 16·68	+1 16·66	+1 16·62	15 0
30	16·74	16·74	16·74	16·73	16·71	16·70	10·69	16·66	16·62	30
4 0	16·74	16·74	16·74	16·73	16·72	16·71	16·69	10·67	16·64	16 0
30	16·75	16·75	16·74	16·74	16·73	16·72	16·71	16·69	16·66	30
5 0	16·75	16·75	16·75	16·74	16·74	16·73	16·72	16·71	16·69	17 0
30	16·76	16·75	16·75	16·75	16·75	16·74	16·74	16·73	16·72	30
6 0	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	18 0
30	16·76	10·77	16·77	10·77	16·77	16·78	16·78	16·79	16·80	30
7 0	16·77	16·77	16·77	16·78	16·78	10·79	16·80	16·81	10·83	19 0
30	16,77	16·77	16·78	16·78	16·79	16·80	16·82	16·83	16·86	30
8 0	16·78	16·78	16·78	16·79	16·80	16·81	10·83	16·85	16·88	20 0
30	16·78	16·78	10·78	16·79	16·81	16·82	16·83	16·86	10·90	30
9 0	+1 16·78	+1 16·78	+1 16·79	+1 16 79	+1 10·81	+1 16·82	+1 16·84	+1 16·86	+1 16·90	21 0
30	10·78	16·78	16·78	10·79	16·81	16·82	16·83	16·86	16·90	30
10 0	16·78	16·78	16·78	16·79	16·80	10·81	16·83	10·85	10·88	22 0
30	16·77	16·77	16·78	16 78	16·79	16·80	16·82	16·83	16·86	30
11 0	16·77	16·77	16·77	16·78	16·78	16·79	16·80	16·81	10·83	23 0
30	16·76	16·77	16·77	16·77	16·77	16·78	16·78	16·79	16·80	30
12 0	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·76	+1 16·73	+1 16·76	0 0

N'

α	δ=±10°	δ=±20°	δ=±30°	δ=±40°	δ=±50°	δ=±60°	α
$0^h\ 0^m$	0^s0	0^s0	0^s0	0·0	0·0	0·0	$12^h\ 0^m$
30	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	30
1 0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	±0·1	13 0
30	0·0	0·0	±0·1	±0 1	±0·1	0·2	30
2 0	0·0	±0·1	0·1	0·1	0·2	0·3	14 0
30	0·0	0·1	0·1	0·2	0·3	0·4	30
3 0	±0·1	±0·1	±0·2	±0·3	±0·5	±0·5	15 0
30	0·1	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	30
4 0	0·1	0·2	0·3	0·4	0·5	0·8	16 0
30	0·1	0·2	0·3	0·4	0·6	0·0	30
5 0	0·1	0 2	0·3	0·5	0·7	1·0	17 0
30	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	30
6 0	±0·1	±0·2	±0 4	±0·5	+0·8	±1·1	18 0
30	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	30
7 0	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	19 0
30	0·1	0·2	0·3	0·4	0·6	0·9	30
8 0	0·1	0·2	0·3	0·4	0·5	0·8	20 0
30	0·1	0·1	0·2	0 3	0·5	0·7	30
9 0	±0·1	±0·1	±0·2	±0·3	±0·5	±0·5	21 0
30	0·0	0·1	0·1	0·2	0·3	0·4	30
10 0	0·0	±0·1	0·1	0·1	0·2	0·3	22 0
30	0·0	0·0	±0·1	0·1	±0·1	0·2	30
11 0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	±0·1	23 0
30	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	30
12 0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0 0

$\alpha_{1850} = \alpha_{1825} + M + N \operatorname{tg} \delta_0$

$\delta_{1\ 50} = \delta_{1825} + M' + N'$

Reduction auf Struve:

$\Delta M = +0^s03$

$\Delta M' = +0^s12 \cos \alpha_0$.

N ist um 10 Einheiten der 5. Decimale (numerisch) zu vergrössern.

III. Zur Berechnung der Präcession von 1875·0 auf 1850·0.

M	0^h			1^h			2^h			M
	N		M'	N		M'	N		M'	
0^m	8·9700$_n$		−8′21″3	0·94 147$_n$	+693	−8′ 3″8	1·22 504$_n$	+324	−7′13″4	0^m
1	9·3780		21·3	840	682	3·2	828	321	12·3	1
2	9·5854		21·2	0·95 522	670	2·7	1·23 149	318	11·2	2
3	9·7249		21·2	0·96 192	660	2·1	407	315	10·1	3
4	9·8303		21·2	852	648	1·5	782	312	8·9	4
5	9·9150		21·1	0·97 500	630	0·8	1·24 094	309	7·8	5
6	9·9859		21·1	0·98 139	628	0·2	403	306	6·7	6
7	0·0468		21·0	707	618	7 59·6	709	303	5·5	7
8	0·1002		20·9	0·99 385	609	59·0	1·25 012	300	4·4	8
9	0·1477		20·8	994	600	58·3	312	297	3·2	9
10	0·1906$_n$	+390	−8′20″7	1·00 594$_n$	+591	−7 57·6	1 25 609$_n$	+294	−7 2·0	10
11	0·2296	357	20·6	1·01 185	582	57·0	903	291	6 0 8	11
12	0·2653	331	20·5	767	573	56·3	1·26 194	289	59·6	12
13	0·2984	300	20·4	1·02 340	566	55·6	483	280	58·4	13
14	0·3290	287	20·2	906	557	54·9	769	283	57·2	14
15	0·3577	269	20·1	1·03 463	549	54·2	1·27 052	281	56·0	15
16	0·3846	253	19·9	1·04 012	542	53·5	333	278	54·8	16
17	0·4099	239	19·8	554	534	52·8	611	275	53·6	17
18	0·4338	226	19·6	1·05 088	526	52.0	886	273	52·3	18
19	0·4564	215	19·4	614	520	51·3	1·28 159	270	51·1	19
20	0·4779$_n$	+205	−8 19·2	1·06 134$_n$	+513	7 50·6	1·28 429$_n$	+268	−6 49·8	20
21	0·4984	190	19·0	647	500	49·8	697	205	48·5	21
22	0·5180	187	18 8	1·07 153	499	49·0	962	263	47·3	22
23	0 5367	179	18·6	652	493	48·3	1·29 225	260	46·0	23
24	0·5546	172	18·4	1·08 145	486	47·5	485	258	44·7	24
25	0·5718	165	18·1	631	480	46·7	743	256	43·4	25
26	0·5883	160	17·9	1·09 111	474	45·9	999	254	42·1	26
27	0·6043	153	17·6	585	469	45·1	1·30 253	251	40·8	27
28	0·6196	149	17·4	1·10 054	462	44·2	504	249	39·5	28
29	0·6345	143	17·1	516	457	43·4	753	246	38·2	29
30	0·6488$_n$	+138	−8 16·8	1·10 973$_n$	+451	−7 42·6	1·30 999$_n$	+245	−6 36·8	30
31	0·6626	135	16·5	1·11 424	446	41 7	1·31 244	242	35·5	31
32	0·6761	130	16·2	870	440	40·9	486	240	34·1	32
33	0·6891	126	15·9	1·12 310	435	40·0	720	238	32·8	33
34	0·7017	123	15·5	745	430	39·1	964	230	31·4	34
35	0·7140	119	15·2	1 13 175	425	38·2	1·32 200	234	30·1	35
36	0·7259	116	14·9	600	420	37·4	434	231	28·7	36
37	0·7375	113	14·5	1 14 020	415	36·5	665	230	27·3	37
38	0·7488	110	14·2	435	410	35·5	895	227	25·9	38
39	0·7598	107	13·8	845	406	34·6	1·33 122	226	24·5	39
40	0·7705$_n$	+104	−8 13·4	1·15 251$_n$	+401	−7 33·7	1·33 348$_n$	+224	−6 23·1	40
41	0·7809	102	13·0	652	397	32·8	572	221	21·7	41
42	0·7911	99	12·6	1·16 049	392	31·8	793	220	20·3	42
43	0·8010	98	12·2	441	388	30·9	1·34 013	218	18·8	43
44	0·8108	95	11·8	829	384	29·9	231	215	17·4	44
45	0·8203	92	11·4	1·17 213	379	28·9	446	214	15·9	45
46	0·8295	91	10·9	592	376	28·0	660	212	14·5	46
47	0·8386	89	10·5	968	371	27·0	872	211	13·0	47
48	0·8475	87	10·0	1·18 339	367	26·0	1·35 083	208	11·6	48
49	0·8562	85	9 6	706	364	25·0	291	206	10·1	49
50	0·8647$_n$	+ 84	−8 9·1	1·19 070$_n$	+359	−7 24·0	1·35 497$_n$	+205	−6 8·6	50
51	0·8731	82	8·6	429	350	23·0	702	203	7·1	51
52	0·8813	80	8·1	785	353	21·9	905	201	5·6	52
53	0·8893	79	7·6	1·20 138	348	20·9	1·36 106	200	4·1	53
54	0·8972	77	7·1	486	345	19·8	306	198	2·6	54
55	0·9049	76	6·6	831	341	18·8	504	196	1·1	55
56	0·9125	74	6·0	1·21 172	338	17·7	700	194	−5 59·6	56
57	0·9199	73	5·5	510	335	16·7	894	192	58·1	57
58	0·9272	72	4·9	845	331	15·6	1·37 086	191	56·5	58
59	0·9344	71	4·4	1·22 176	328	14·5	277	190	55·0	59
60	0 9415$_n$	+ 69	−8 3·8	1·22 504$_n$	+324	−7 13·4	1·37 467$_n$	+187	−5 53·5	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

III.

M	3^h N		3^h M'	4^h N		4^h M'	5^h N		5^h M'	M
0m	1·37 407n	+187	−5′53″5	1·40 220n	+108	−4′ 9″4	1·50 924n	+50	−2′ 8″4	0m
1	654	186	51·9	328	107	7·5	974	49	6·3	1
2	840	185	50 3	435	106	5·6	1·51 023	48	4·2	2
3	1·38 025	182	48·8	541	105	3·7	071	47	2·0	3
4	207	182	47·2	646	104	1·8	118	46	−1 59·9	4
5	389	179	45·6	750	103	−3 59·9	164	45	57·8	5
6	568	178	44·0	853	101	58·0	209	44	55·7	6
7	746	177	42·4	954	101	56·0	253	44	53·5	7
8	923	175	40·8	1·47 055	100	54·1	297	43	51·4	8
9	1·39 098	173	39·2	155	98	52·2	340	42	49·3	9
10	1·39 271n	+172	−5 37·0	1·47 253n	+ 97	−3 50·2	1·51 382n	+41	−1 47·1	10
11	443	170	36·0	350	97	48·3	423	40	45·0	11
12	613	169	34·4	447	95	46·3	463	39	42·9	12
13	782	168	32·7	542	95	44·4	502	39	40·7	13
14	950	166	31·1	637	93	42·4	541	37	38·6	14
15	1·40 116	164	29·5	730	92	40·5	578	37	36·4	15
16	280	163	27·8	822	91	38·5	615	36	34·3	16
17	443	162	26·1	913	91	36·5	651	35	32·1	17
18	605	160	24·5	1·48 004	89	34·5	686	34	30·0	18
19	765	159	22·8	093	88	32·6	720	33	27·8	19
20	1·40 924n	+157	−5 21·1	1·48 181n	+ 87	−3 30·6	1·52 753n	+33	−1 25·7	20
21	1·41 081	156	19·5	268	86	28·6	786	32	23·5	21
22	237	155	17·8	354	86	26·6	818	30	21·4	22
23	392	153	16·1	440	84	24·6	848	30	19·2	23
24	545	152	14·4	524	83	22·6	878	29	17·0	24
25	697	151	12·7	607	82	20·6	907	28	14·9	25
26	848	149	11·0	689	82	18·6	935	28	12·7	26
27	997	148	9·2	771	80	16·6	963	26	10·5	27
28	1·42 145	146	7·5	851	79	14·6	989	26	8·4	28
29	291	146	5·8	930	79	12·6	1·52 015	25	6·2	29
30	1·42 437n	+144	−5 4·0	1·49 009n	+ 77	−3 10·5	1·52 040n	+24	−1 4·0	30
31	581	142	2·3	086	77	8·5	064	23	1·9	31
32	723	141	0·6	163	75	6·5	087	22	−0 59·7	32
33	864	141	−4 58·8	238	75	4·4	109	22	57·5	33
34	1·43 005	138	57·0	313	73	2·4	131	20	55·4	34
35	143	138	55·3	386	73	0·4	151	20	53·2	35
36	281	136	53·5	359	71	−2 58·3	171	19	51·0	36
37	417	135	51·7	530	71	56·3	190	18	48·8	37
38	552	134	49·9	601	70	54·2	208	18	46·7	38
39	686	132	48·2	671	69	52·2	226	16	44·5	39
40	1·43 818n	+132	−4 46·4	1·49 740n	+ 68	−2 50·1	1·52 242n	+16	−0 42·3	40
41	950	130	44·6	808	67	48·1	258	14	40·1	41
42	1·44 080	128	42·8	875	66	46·0	272	14	37·9	42
43	208	128	41·0	941	65	43·9	286	14	35·8	43
44	336	127	39·1	1·50 006	64	41·9	300	12	33·6	44
45	463	125	37·3	070	63	39·8	312	11	31·4	45
46	588	124	35·5	133	63	37·7	323	11	29·2	46
47	712	123	33·7	196	61	35·6	334	10	27·0	47
48	835	121	31·8	257	61	33·6	344	9	24·8	48
49	956	121	30·0	318	59	31·5	353	8	22·7	49
50	1·45 077n	+120	−4 28·1	1·50 377n	+ 59	−2 29·4	1·52 361n	+ 7	−0 20·5	50
51	197	118	26·3	436	58	27·3	368	7	18·3	51
52	315	117	24·4	494	57	25·2	375	5	16·1	52
53	432	116	22·6	551	56	23·1	380	5	13·9	53
54	548	115	20·7	607	55	21·0	385	4	11·7	54
55	663	113	18·8	662	54	18·9	389	4	9·5	55
56	776	113	17·0	716	53	16·8	393	2	7·4	56
57	889	111	15·1	769	53	14·7	395	1	5·2	57
58	1·46 000	111	13·2	822	51	12·6	396	+ 1	3·0	58
59	111	109	11·3	873	51	10·5	397	0	−0 0·8	59
60	1·46 220n	+108	−4 9·4	1·50 924n	+ 50	−2 8·4	1·52 397n	− 1	+0 1·4	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

III.

M	6^h N		6^h M'	7^h N		7^h M'	8^h N		8^h M'	M
0m	1·52 397n	− 1	+0′ 1″·4	1·50 859n	− 52	+2′ 11″·1	1·46 080n	111	+4′ 11″·8	0m
1	396	2	3·0	807	53	13·2	1·45 969	111	13·7	1
2	394	2	5·8	754	53	15·3	858	113	15·6	2
3	392	4	8·0	701	55	17·4	745	114	17·5	3
4	388	4	10·2	640	55	19·5	631	116	19·4	4
5	384	5	12·3	591	56	21·0	515	116	21·2	5
6	379	6	14·5	535	57	23·7	399	117	23·1	6
7	373	7	16·7	478	58	25·8	282	119	25·0	7
8	366	7	18·9	420	59	27·9	163	120	26·8	8
9	359	9	21·1	361	60	30·0	043	120	28·7	9
10	1·52 350n	9	+0 23·3	1·50 301n	− 61	+2 32·1	1·44 923n	122	+4 30·5	10
11	341	10	25·5	240	62	34·2	801	124	32·4	11
12	331	11	27·6	178	62	36·2	677	124	34·2	12
13	320	12	29·8	116	64	38·3	553	126	36·0	13
14	308	12	32·0	052	64	40·4	427	126	37·8	14
15	296	13	34·2	1·49 988	66	42·5	301	128	39·7	15
16	283	15	36·4	922	66	44·5	173	130	41·5	16
17	268	15	38·5	856	67	46·6	043	130	43·3	17
18	253	16	40·7	789	69	48·6	1·43 913	132	45·1	18
19	237	16	42·9	720	69	50·7	781	133	46·9	19
20	1·52 221n	−18	+0 45·1	1·49 651n	70	+2 52·8	1·43 648n	−134	+4 48·7	20
21	203	18	47·3	581	71	54·8	514	135	50·4	21
22	185	19	49·4	510	72	56·9	379	137	52·2	22
23	166	20	51·6	438	72	58·9	242	137	54·0	23
24	146	21	53·8	366	74	+3 0·9	105	140	55·8	24
25	125	22	56·0	292	75	3·0	1·42 965	140	57·5	25
26	103	22	58·1	217	75	5·0	825	142	59·3	26
27	081	24	+1 0·3	142	77	7·0	683	143	+5 1·0	27
28	057	24	2·5	065	78	9·1	540	144	2·8	28
29	033	25	4·7	1·48 987	79	11·1	390	146	4·5	29
30	1·52 008n	−26	+1 6·8	1·48 908n	− 79	+3 13·1	1·42 250n	−147	+5 6·3	30
31	1·51 982	27	9·0	829	81	15·1	103	148	8·0	31
32	955	27	11·2	748	81	17·1	1·41 955	149	9·7	32
33	928	29	13·3	667	83	19·2	806	151	11·4	33
34	899	29	15·5	584	83	21·2	655	152	13·1	34
35	870	30	17·6	501	85	23·2	503	154	14·8	35
36	840	31	19·8	416	86	25·2	349	155	16·5	36
37	809	32	22·0	330	86	27·2	194	157	18·2	37
38	777	33	24·1	244	88	29·1	037	157	19·9	38
39	744	33	26·3	156	88	31·1	1·40 880	100	21·6	39
40	1·51 711n	−35	+1 28·4	1·48 068n	− 90	+3 33·1	1·40 720n	−160	+5 23·3	40
41	676	35	30·6	1·47 978	90	35·1	560	162	24·9	41
42	641	36	32·7	888	92	37·1	398	164	26·6	42
43	605	37	34·9	796	92	39·0	234	165	28·3	43
44	568	38	37·0	704	94	41·0	069	166	29·9	44
45	530	38	39·2	610	94	43·0	1·39 903	168	31·6	45
46	492	40	41·3	516	96	44·9	735	169	33·2	46
47	452	40	43·5	420	97	46·9	566	171	34·8	47
48	412	42	45·6	323	98	48·8	395	172	36·5	48
49	370	42	47·7	225	99	50·8	223	174	38·1	49
50	1·51 328n	−43	+1 49·9	1·47 126n	− 99	+3 52·7	1·39 049n	−176	+5 39·7	50
51	285	44	52·0	027	101	54·6	1·38 873	177	41·3	51
52	241	44	54·1	1·46 926	102	56·6	696	178	42·9	52
53	197	46	56·3	824	103	58·5	518	180	44·5	53
54	151	46	58·4	721	104	+4 0·4	338	182	46·1	54
55	105	48	+2 0·5	617	105	2·3	156	184	47·6	55
56	057	48	2·6	512	107	4·2	1·37 972	184	49·2	56
57	009	49	4·7	405	107	6·2	788	186	50·8	57
58	1·50 960	50	6·9	298	108	8·1	602	188	52·3	58
59	910	51	9·0	190	110	10·0	414	190	53·9	59
60	1·50 859n	−52	+2 11·1	1·46 080n	−111	+4 11·8	1·37 224n	−191	+5 55·4	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

III.

M	9^h N		9^h M'	10^h N		10^h M'	11^h N		11^h M'	M
0^m	1·37 224$_n$	+191	+5′55″4	1·22 083$_n$	−332	+7′14″8	0·9324$_n$	72	+8′ 4″5	0^m
1	033	193	57·0	1·21 751	335	15·9	0·9252	73	5·1	1
2	1·36 840	195	58·5	416	339	17·0	0·9179	75	5·6	2
3	645	197	+6 0·0	077	342	18·0	0·9104	76	6 2	3
4	448	198	1·6	1·20 735	346	19·1	0·9028	78	6·7	4
5	250	200	3·1	389	350	20·1	0·8950	79	7·2	5
6	050	201	4·6	039	353	21·2	0·8871	81	7·7	6
7	1·35 849	204	6·1	1·19 686	357	22·2	0·8790	82	8·2	7
8	645	205	7·6	329	301	23·2	0·8708	84	8·7	8
9	440	207	9·0	1·18 968	304	24·3	0·8624	86	9·2	9
10	1·35 233$_n$	−209	+6 10·5	1·18 004$_n$	−309	+7 25·3	0·8538$_n$	− 88	+8 9·7	10
11	024	211	12·0	235	372	26·3	0·8450	89	10·1	11
12	1·34 813	212	13·4	1·17 803	377	27·3	0·8361	91	10·0	12
13	601	215	14·9	486	380	28·2	0·8270	94	11·0	13
14	386	216	16·4	100	385	29·2	0·8176	95	11·5	14
15	170	218	17·8	1 16 721	389	30·2	0·8081	98	11·9	15
16	1·33 952	221	19·2	332	394	31·1	0·7983	100	12·3	16
17	731	222	20·7	1·15 938	398	32·1	0·7883	103	12·7	17
18	509	224	22·1	540	402	33·0	0·7780	105	13·1	18
19	285	226	23·5	138	407	34·0	0·7675	108	13·5	19
20	1·33 059$_n$	−228	+6 24·9	1·14 731$_n$	−412	+7 34·9	0·7567$_n$	−111	+8 13·9	20
21	1·32 831	230	26·3	319	416	35·8	0·7456	113	14·3	21
22	601	233	27·7	1·13 903	422	36·7	0·7343	117	14·6	22
23	368	234	29·1	481	426	37·6	0·7926	120	15·0	23
24	134	236	30·4	055	431	38·5	0·7106	124	15·3	24
25	1·31 898	239	31·8	1·12 624	437	39·4	0·6982	127	15·6	25
26	659	240	33·2	187	442	40·2	0·6855	131	16·0	26
27	419	243	34·5	1·11 745	447	41·1	0·6724	136	16·3	27
28	176	245	35·9	298	453	42·0	0·6588	140	16·6	28
29	1·30 931	248	37·2	1·10 845	458	42·8	0·6448	144	16·9	29
30	1·30 683$_n$	−249	+6 38·5	1·10 387$_n$	−464	+7 43·6	0·6304$_n$	−150	+8 17·2	30
31	434	252	39·9	1·09 923	470	44·5	0·6154	155	17·4	31
32	182	254	41·2	453	476	45·3	0·5999	161	17·7	32
33	1·29 928	256	42·5	1·08 977	481	46·1	0·5838	167	18·0	33
34	672	259	43·8	496	489	46·9	0·5671	175	18·2	34
35	413	261	45·1	007	494	47·7	0·5496	181	18·4	35
36	152	264	46·4	1·07 513	501	48·5	0·5315	189	18·7	36
37	1·28 888	266	47·6	012	508	49·2	0·5126	198	18·9	37
38	622	268	48·9	1·06 504	515	50·0	0·4928	208	19·1	38
39	354	271	50·2	1·05 989	521	50·8	0·4720	218	19·3	39
40	1·28 083$_n$	−274	+6 51·5	1·05 468$_n$	−529	+7 51·5	0·4502$_n$	−230	+8 19·5	40
41	1·27 809	276	52·7	1·04 939	536	52·3	0·4272	243	19·7	41
42	533	279	53·9	403	544	53·0	0·4029	257	19·8	42
43	254	281	55·1	1·03 859	551	53·7	0·3772	273	20·0	43
44	1·26 973	284	56·3	308	560	54·4	0·3499	292	20·1	44
45	689	287	57·6	1·02 748	567	55·1	0·3207	314	20·3	45
46	402	289	58·8	181	576	55·8	0·2893	337	20·4	46
47	113	292	+7 0·0	1·01 605	585	56·5	0·2556	366	20·5	47
48	1·25 821	295	1·2	020	593	57·2	0·2190	400	20·6	48
49	526	298	2·3	1·00 427	602	57·8	0·1790	−441	20·8	49
50	1·25 228$_n$	−301	+7 3·5	0·99 825$_n$	612	+7 58·5	0·1349$_n$		+8 20·8	50
51	1·24 927	304	4·7	213	621	59·1	0·0859		20·9	51
52	623	306	5·8	0·98 592	631	59·8	0·0306		21·0	52
53	317	310	7·0	0·97 961	641	+8 0·4	9·9672		21·1	53
54	007	313	8·1	320	652	1·0	9·8929		21·1	54
55	1·23 694	315	9·3	0·96 668	662	1·6	9·8032		21·2	55
56	379	319	10·4	606	674	2·2	9·6901		21·2	56
57	060	323	11·5	0·95 332	685	2·8	9·5307		21·2	57
58	1·22 737	325	12·6	0·94 647	696	3·4	9·2973		21·3	58
59	412	329	13·7	0·93 951	709	4·0	8·7201$_n$		21·3	59
60	1·22 083$_n$	−332	+7 14·8	0·93 242$_n$	−722	+8 4·5	8·9700		+8 21·3	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

III.

M

α	δ=0°	δ=±10°	δ=±20°	δ=±30°	δ=±40°	δ=±45°	δ=±50°	δ=±55°	δ=±60°	α
0h 0m	−1m16·77	−1m16·77	−1m16·77	−1m16·77	−1m16·77	−1m16·77	−1m16·77	−1m16·77	1m16·77	12h 0m
30	16·78	16·78	16·78	16·78	16·78	16·79	16·79	16·80	16·81	30
1 0	16·78	16·78	16·78	16·79	16·80	16·80	16·81	16·82	16·84	13 0
30	16·78	16·79	16·79	16·79	16·81	16·81	16·83	16·84	16·87	30
2 0	16·79	16·79	16·79	16·80	16·81	16·82	16·84	16·86	16·89	14 6
30	16·79	16·79	16·80	16·80	16·82	16·83	16·85	16·87	16·91	30
3 0	−1 16·79	−1 16·79	−1 16·80	−1 16·81	−1 16·82	1 16·83	−1 16·85	1 16·87	−1 16·91	15 0
30	16·79	16·79	16·80	16·80	16·82	16·83	16·85	16·87	16·91	30
4 0	16·79	16·79	16·79	16·80	16·81	16·82	16·84	16·86	16·89	16 0
30	16·78	16·79	16·79	16·79	16·81	16·81	16·83	16·84	16·87	30
5 0	16·78	16·78	16·78	16·79	16·80	16·80	16·81	16·82	16·84	17 0
30	16·78	16·78	16·78	16·78	16·78	16·79	16·79	16·80	16·81	30
6 0	−1 16·77	−1 16·77	−1 16·77	−1 16·77	16·77	−1 16·77	−1 16·77	−1 16·77	−1 16·77	18 0
30	16·77	16·77	16·76	16·76	16·76	16·76	16·75	16·74	16·73	30
7 0	16·76	16·76	16·76	16·75	16·75	16·74	16·73	16·72	16·70	19 0
30	16·76	16·76	16·75	16·75	16·74	16·73	16·72	16·70	16·67	30
8 0	16·75	16·75	16·75	16·74	16·73	16·72	16·70	16·68	16·65	20 0
30	16·75	16·75	16·75	16·74	16·72	16·71	16·70	16·67	16·63	30
9 0	−1 16·75	−1 16·75	−1 16·74	−1 16·74	−1 16·72	−1 16·71	−1 16·69	−1 16·67	−1 16·63	21 0
30	16·75	16·75	16·75	16·74	16·72	16·71	16·70	16·67	16·63	30
10 0	16·75	16·75	16·75	16·74	16·73	16·72	16·70	16·68	16·65	22 6
30	16·76	16·76	16·76	16·75	16·74	16·73	16·72	16·70	16·67	30
11 0	16·76	16·76	16·76	16·75	16·75	16·74	16·73	16·72	16·70	23 0
30	16·77	16·77	16·77	16·76	16·76	16·76	16·75	16·74	16·73	30
12 0	−1 16·77	−1 16·77	−1 16·77	1 16·77	−1 16·77	−1 16·77	−1 16·77	−1 16·77	−1 16·77	0 0

N

α	δ=±10°	δ=±20°	δ=±30°	δ=±40°	δ=±50°	δ=±60°	α
0h 0m	0s·0	0s·0	0s·0	0s·0	0s·0	0s·0	12h 0m
30	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	30
1 0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	±0·1	13 0
30	0·0	0·0	±0·1	±0·1	±0·1	0·2	30
2 0	0·0	±0·1	0·1	0·1	0·2	0·3	14 0
30	0·0	0·1	0·1	0·2	0·3	0·4	30
3 0	±0·1	±0·1	±0·2	±0·3	±0·5	±0·5	15 0
30	0·1	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	30
4 0	0·1	0·2	0·3	0·4	0·5	0·8	16 0
30	0·1	0·2	0·3	0·4	0·6	0·9	30
5 0	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	17 0
30	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	30
6 0	±0·1	±0·2	±0·4	±0·5	±0·8	±1·1	18 0
30	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	30
7 0	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	19 0
30	0·1	0·2	0·3	0·4	0·6	0·9	30
8 0	0·1	0·2	0·3	0·4	0·5	0·8	20 0
30	0·1	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	30
9 0	±0·1	±0·1	±0·2	±0·3	±0·5	±0·5	21 0
30	0·0	0·1	0·1	0·2	0·3	0·4	30
10 0	0·0	±0·1	0·1	0·1	0·2	0·3	22 0
30	0·0	0·0	±0·1	±0·1	0·1	0·2	30
11 0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	±0·1	23 0
30	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	30
12 0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0 0

$\alpha_{1850} = \alpha_{1875} + M + N \operatorname{tg} \delta_0$

$\delta_{1850} = \delta_{1875} + M' + N'$

Reduction auf Struve:

$\Delta M = -0^s\!\cdot\!03$

$\Delta M' = -0^s\!\cdot\!12 \cos \alpha_0$

N ist um 10 Einheiten der 5. Decimale (numerisch) zu vergrössern.

IV. Zur Berechnung der Präcession von 1880·0 auf 1850·0.

M	0^h			1^h			2^h			M
	N		M'	N		M'	N		M'	
0^m	9·1282$_n$		−10′ 1″·5	1·02 154$_n$	+692	−9′ 40″·5	1·30 463$_n$	+324	−8′ 39″·9	0^m
1	9·4904		1·5	846	680	39·8	787	321	38·6	1
2	9·6851		1·5	1·03 526	669	39·1	1·31 108	318	37·3	2
3	9·8190		1·4	1·04 195	658	38·4	420	314	35·9	3
4	9·9213		1·4	853	647	37·7	740	312	34·6	4
5	0·0039		1·3	1·05 500	637	36·9	1·32 052	308	33·2	5
6	0·0734		1·3	1·06 137	627	36·2	360	305	31·8	6
7	0·1332		1·2	764	618	35·4	665	303	30·4	7
8	0·1858		1·1	1·07 382	608	34·6	908	300	29·0	8
9	0·2326		1·0	990	598	33·8	1·33 208	296	27·6	9
10	0·2749$_n$	+386	−10 0·9	1·08 588$_n$	+590	−9 33·1	1·33 564$_n$	+294	−8 26·2	10
11	0·3135	354	0·7	1·09 178	580	32·3	858	291	24·8	11
12	0·3489	327	0·6	758	572	31·4	1·34 149	288	23·4	12
13	0·3816	304	0·4	1·10 330	565	30·6	437	286	21·9	13
14	0·4120	284	0·3	895	550	29·8	723	283	20·5	14
15	0·4404	267	0·1	1·11 451	548	28·9	1·35 006	280	19·0	15
16	0·4671	251	59·9	999	541	28·1	286	278	17·5	16
17	0·4922	237	59·7	1·12 540	533	27·2	564	275	16·1	17
18	0·5159	225	59·5	1·13 073	526	26·3	839	272	14·6	18
19	0·5384	214	59·3	599	519	25·4	1·36 111	270	13·1	19
20	0·5598$_n$	+203	−9 59·0	1·14 118$_n$	+512	−9 24·5	1·36 381$_n$	+268	−8 11·6	20
21	0·5801	195	58·8	630	505	23·6	649	265	10·0	21
22	0·5996	186	58·5	1·15 135	498	22·7	914	262	8·5	22
23	0·6182	178	58·3	633	492	21·8	1·37 176	260	7·0	23
24	0·6360	171	58·0	1·16 125	486	20·8	430	258	5·4	24
25	0·6531	165	57·7	611	479	19·9	694	256	3·9	25
26	0·6696	158	57·4	1·17 090	473	18·9	950	253	2·3	26
27	0·6854	153	57·1	563	468	17·9	1·38 203	251	0·7	27
28	0·7007	148	56·8	1·18 031	462	16·9	454	248	−7 59·2	28
29	0·7155	143	56·4	493	456	15·9	702	247	57·6	29
30	0·7298$_n$	+138	−9 56·1	1·18 949$_n$	+450	−9 14·9	1·38 949$_n$	+244	−7 56·0	30
31	0·7436	133	55·7	1·19 399	445	13·9	1·39 193	242	54·4	31
32	0·7569	130	55·4	844	440	12·9	435	240	52·7	32
33	0·7699	120	55·0	1·20 284	434	11·9	675	237	51·1	33
34	0·7825	122	54·6	718	429	10·8	912	236	49·5	34
35	0·7947	119	54·2	1·21 147	425	9·7	1·40 148	233	47·8	35
36	0·8066	115	53·8	572	419	8·7	381	232	46·2	36
37	0·8181	113	53·4	991	415	7·6	613	229	44·5	37
38	0·8294	109	52·9	1·22 406	410	6·5	842	227	42·8	38
39	0·8403	107	52·5	816	404	5·4	1·41 069	226	41·2	39
40	0·8510$_n$	+104	9 52·0	1·23 220$_n$	+401	−9 4·3	1·41 295$_n$	+223	−7 39·5	40
41	0·8614	102	51·5	621	390	3·2	518	221	37·8	41
42	0·8716	99	51·1	1·24 017	392	2·0	739	220	36·1	42
43	0·8815	97	50·6	409	387	0·9	959	217	34·4	43
44	0·8912	94	50·1	796	383	−8 59·7	1·42 176	216	32·6	44
45	0·9006	93	49·5	1·25 179	379	58·6	392	213	30·9	45
46	0·9099	90	49·0	558	375	57·4	605	212	29·2	46
47	0·9189	89	48·5	933	371	56·2	817	210	27·4	47
48	0·9278	87	47·9	1·26 304	367	55·0	1·43 027	208	25·7	48
49	0·9365	85	47·4	671	363	53·8	235	207	23·9	49
50	0·9450$_n$	+ 83	−9 46·8	1·27 034$_n$	+359	−8 52·6	1·43 442$_n$	+204	−7 22·1	50
51	0·9533	82	46·2	393	350	51·4	646	203	20·3	51
52	0·9615	80	45·6	749	351	50·1	849	201	18·5	52
53	0·9695	78	45·0	1·28 100	348	48·9	1·44 050	199	16·7	53
54	0·9773	77	44·4	448	345	47·6	249	198	14·9	54
55	0·9850	76	43·8	793	341	46·4	447	195	13·1	55
56	0·9926	74	43·1	1·29 134	337	45·1	642	194	11·3	56
57	1·0000	73	42·5	471	334	43·8	836	193	9·4	57
58	1·0073	72	41·8	805	331	42·5	1·45 029	191	7·6	58
59	1·0145	70	41·2	1·30 136	327	41·2	220	189	5·8	59
60	1·0215$_n$	+ 69	−9 40·5	1·30 463$_n$	+324	−8 39·9	1·45 409$_n$	+187	−7 3·9	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

IV.

M	3h N		3h M'	4h N		4h M'	5h N		5h M'	M
0m	1·45 409n	+187	−7′ 3″·9	1·54 152n	+108	−4′ 59″·0	1·58 848n	+50	−2′ 33″·7	0m
1	596	186	2·0	260	107	56·7	898	49	31·2	1
2	782	184	0·2	367	106	54·4	947	48	28·6	2
3	966	182	−6 58·3	473	104	52·1	995	47	26·1	3
4	1·46 148	181	56·4	577	104	49·8	1·59 042	46	23·6	4
5	329	180	54·5	681	103	47·5	088	45	21·0	5
6	509	178	52·6	784	101	45·2	133	44	18·5	6
7	687	176	50·7	885	101	42·9	177	44	15·9	7
8	863	175	48·8	986	99	40·6	221	42	13·4	8
9	1·47 038	173	46·8	1·55 085	98	38·3	263	42	10·8	9
10	1·47 211n	+172	−6 44·9	1·55 183n	+98	−4 36·0	1·59 305n	+41	−2 8·2	10
11	383	170	42·9	281	96	33·6	346	40	5·7	11
12	553	169	41·0	377	95	31·3	386	39	3·1	12
13	722	167	39·0	472	94	28·9	425	39	0·5	13
14	889	166	37·1	566	94	26·6	464	37	−1 57·9	14
15	1·48 055	164	35·1	660	92	24·2	501	37	55·4	15
16	219	163	33·1	752	91	21·9	538	36	52·8	16
17	382	162	31·1	843	90	19 5	574	34	50·2	17
18	544	160	29·1	933	89	17·1	608	34	47·6	18
19	704	158	27·1	1·56 022	88	14·8	642	34	45·0	19
20	1·48 862n	+157	−6 25·1	1·56 110n	+87	−4 12·4	1·59 076n	+32	−1 42·5	20
21	1·49 019	156	23·1	197	86	10·0	708	31	39·9	21
22	175	155	21·0	283	85	7·6	739	31	37·3	23
23	330	153	19·0	368	85	5·2	770	30	34·7	23
24	483	152	17·0	453	83	2·8	800	29	32·1	24
25	635	150	14·9	536	82	0·4	829	28	29·5	25
26	785	149	12·9	618	81	−3 58·0	857	27	26·9	26
27	934	148	10·8	699	80	55·6	884	27	24·3	27
28	1·50 082	146	8·7	779	79	53·2	911	25	21·7	28
29	228	145	6·7	858	79	50·7	936	25	19·1	29
30	1·50 373n	+144	−6 4 6	1·56 937n	+77	−3 48·3	1·59 961n	+24	−1 16·5	30
31	517	142	2·5	1·57 014	76	45·9	1·59 985	23	13·9	31
32	659	141	0·4	090	76	43·5	1·60 008	22	11·3	32
33	800	140	−5 58·3	166	74	41·0	030	21	8·7	33
34	940	139	56·2	240	73	38·6	051	21	6·1	34
35	1·51 079	137	54·0	313	73	36·1	072	20	3·5	35
36	216	136	51·9	386	71	33·7	092	18	0·9	36
37	352	135	49·8	457	71	31·2	110	18	−0 58·3	37
38	487	134	47·6	528	70	28·8	128	18	55·6	38
39	621	132	45·5	598	68	26·3	146	16	53·0	39
40	1·51 753n	+131	−5 43·4	1·57 666n	+68	−3 23·8	1·60 162n	+15	−0 50·4	40
41	884	130	41·2	734	67	21·4	177	15	47·8	41
42	1·52 014	129	39·0	801	66	18·9	192	14	45·2	42
43	143	127	36·9	867	65	16·4	206	13	42·6	43
44	270	127	34·7	932	64	13·9	219	12	39·9	44
45	397	125	32·5	996	63	11·4	231	12	37·3	45
46	522	124	30·3	1·58 059	62	8·9	243	10	34·7	46
47	646	122	28 1	121	62	6·5	253	10	32·1	47
48	768	122	25·9	183	60	4·0	263	9	29·5	48
49	890	120	23·7	243	60	1·5	272	8	26·8	49
50	1·53 010n	+120	−5 21·5	1·58 303n	+58	−2 59·0	1·60 280n	+7	−0 24·2	50
51	130	118	19·3	361	58	56·5	287	6	21·6	51
52	248	117	17·0	419	57	53·9	293	6	19·0	52
53	365	115	14·8	476	56	51·4	299	5	16·4	53
54	480	115	12·6	532	55	48·9	304	4	13·7	54
55	595	114	10·3	587	54	46·4	308	3	11·1	55
56	709	112	8·1	641	53	43·9	311	2	8·5	56
57	821	111	5·8	694	52	41·3	313	1	5·9	57
58	932	111	3·5	746	52	38·8	314	+1	3·2	58
59	1·54 043	109	1·3	798	50	36·3	315	0	−0 0·0	59
60	1·54 152n	+108	−4 59·0	1·58 848n	+50	−2 33·7	1·60 315n	−1	+0 2·0	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

IV.

M	6^h N		M'	7^h N		M'	8^h N		M'	M
0^m	1·60 315$_n$	− 1	+0′ 2″0	1·58 770$_n$	− 52	+2′ 37″6	1·53 984$_n$	−111	+5′ 2″5	0^m
1	314	2	4·6	718	53	40·2	873	112	4·8	1
2	312	3	7·3	665	53	42·7	761	113	7·0	1
3	309	3	9·9	612	55	45·2	648	114	9·3	3
4	306	5	12·5	557	55	47·7	534	115	11·5	4
5	301	5	15·1	502	57	50 2	419	117	13·8	5
6	296	6	17·8	445	57	52·8	302	117	16·0	6
7	290	7	20·4	388	58	55·3	185	119	18·2	7
8	283	7	23·0	330	59	57·8	066	120	20·5	8
9	276	9	25·6	271	60	+3 0·3	1·52 946	121	22·7	9
10	1·60 267$_n$	− 9	+0 28·2	1·58 211$_n$	− 01	+3 2·8	1·52 825$_n$	122	+5 24·9	10
11	258	10	30·9	150	02	5·3	703	124	27·1	11
12	248	11	33·5	088	03	7·8	579	124	29·3	12
13	237	12	36·1	025	03	10·3	455	126	31·5	13
14	225	13	38·7	1·57 962	05	12·8	329	127	33·7	14
15	212	13	41·3	897	05	15·3	202	128	35·8	15
16	199	14	44·0	832	07	17·7	074	129	38·0	16
17	185	16	46·6	765	07	20·2	1·51 945	131	40·2	17
18	169	16	49·2	698	08	22·7	814	132	42·4	18
19	153	16	51·8	630	70	25·2	682	133	44·5	19
20	1·60 137$_n$	−18	+0 54·4	1·57 560$_n$	− 70	+3 27·6	1·51 549$_n$	- 134	+5 46·7	20
21	119	18	57·0	490	71	30·1	415	135	48·8	21
22	101	20	59·7	419	72	32·5	280	137	50·9	22
23	081	20	+1 2·3	347	73	35·0	143	138	53·1	23
24	001	21	4·9	274	74	37·4	005	139	55·2	24
25	040	22	7·5	200	75	39·9	1·50 866	141	57·3	25
26	018	22	10·1	125	76	42·3	725	142	59·4	26
27	1·59 990	24	12·7	049	76	44·8	583	143	+0 1·5	27
28	972	24	15·3	1·56 973	78	47·2	440	144	3·6	28
29	948	25	17·9	895	79	49·6	296	146	5·7	29
30	1·59 923$_n$	−26	+1 20·5	1·56 810$_n$	− 80	+3 52·0	1·50 150	−147	+0 7·8	30
31	897	27	23·1	730	80	54·5	003	149	9·8	31
32	870	28	25·7	656	82	56·9	1·49 854	150	11·9	32
33	842	29	28·3	574	83	59·3	704	151	14·0	33
34	813	29	30·9	491	83	+4 1·7	553	152	16·0	34
35	784	30	33·5	408	85	4·1	401	154	18·1	35
36	754	31	36·1	323	86	6·5	247	155	20·1	36
37	723	32	38·7	237	86	8·9	092	157	22·1	37
38	691	33	41·3	151	88	11·3	1·48 935	158	24·2	38
39	658	34	43·8	063	88	13·7	777	159	26·2	39
40	1·59 624$_n$	−34	+1 46·4	1·55 975$_n$	− 90	+4 16·0	1·48 618	−161	+0 28·2	40
41	590	35	49·0	885	91	18·4	457	162	30·2	41
42	555	37	51·6	794	91	20·8	295	164	32·2	42
43	518	37	54·2	703	93	23·1	131	165	34·2	43
44	481	38	56·7	610	94	25·5	1·47 966	166	36·1	44
45	443	38	59·3	516	95	27·9	800	169	38·1	45
46	405	40	+2 1·9	421	95	30·2	631	169	40·1	46
47	365	41	4·5	326	97	32·5	462	171	42·0	47
48	324	41	7·0	229	98	34·9	291	173	44·0	48
49	283	42	9·6	131	99	37·2	118	174	45·9	49
50	1·59 241$_n$	−43	+2 12·2	1·55 032$_n$	−100	+4 39·5	1·46 944	−175	+6 47·9	50
51	198	44	14·7	1·54 932	101	41·8	769	177	49·8	51
52	154	45	17·3	831	102	44·2	592	179	51·7	52
53	109	46	19·8	729	103	46·5	413	180	53·6	53
54	063	47	22·4	626	105	48·8	233	182	55·5	54
55	016	47	24·9	521	105	51·1	051	184	57·4	55
56	1·58 969	48	27·5	416	106	53·4	1·45 867	185	59·3	56
57	921	50	30·0	310	108	55·7	682	186	+7 1·2	57
58	871	50	32·6	202	108	57·9	496	188	3·0	58
59	821	51	35·1	094	110	+5 0·2	308	190	4·9	59
60	1·58 770$_n$	−52	+2 37·6	1·53 984$_n$	−111	+5 2·5	1·45 118$_n$	−192	+7 6·7	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

IV.

M	9^h N		9^h M'	10^h N		10^h M'	11^h N		11^h M'	M
0^m	1·45 118$_n$	−192	+7′ 0″7	1·29 959$_n$	−332	+8′41″9	1·0107$_n$	− 72	+9′41″5	0^m
1	1·44 926	193	8·0	627	330	43·2	1·0035	74	42·2	1
2	733	195	10·4	291	339	44·5	0·9961	75	42·9	2
3	538	197	12·3	1·28 952	343	45·8	0·9886	77	43·5	3
4	341	198	14·1	606	347	47·1	0·9809	77	44·1	4
5	143	200	15·9	202	350	48·3	0·9732	80	44·8	5
6	1·43 943	202	17·7	1·27 912	353	49·6	0·9652	81	45·4	6
7	741	204	19·5	559	357	50·8	0·9571	82	46·0	7
8	537	206	21·3	202	362	52·0	0·9489	84	46·5	8
9	331	207	23·1	1·26 840	365	53·3	0·9405	86	47·1	9
10	1·43 124$_n$	−209	+7 24·8	1·26 475$_n$	−369	+8 54·5	0·9319$_n$	− 88	+9 47·7	10
11	1·42 915	211	26·6	106	373	55·7	0·9231	90	48·2	11
12	704	213	28·3	1·25 733	377	56·9	0·9141	91	48·8	12
13	491	214	30·1	356	381	58·0	0·9050	94	49·3	13
14	277	217	31·8	1·24 975	386	59·2	0·8956	95	49·8	14
15	060	219	33·6	589	389	+9 0·4	0·8861	99	50 3	15
16	1·41 841	220	35·3	200	394	1·5	0·8762	100	50·8	16
17	621	222	37·0	1·23 806	399	2·6	0·8662	103	51·3	17
18	399	225	38·7	407	403	3·8	0·8559	106	51·8	18
19	174	226	40·4	004	408	4·9	0·8453	108	52·3	19
20	1·40 948$_n$	−229	+7 42·1	1·22 596$_n$	−412	+9 6·0	0·8345$_n$	−111	+9 52·7	20
21	719	230	43 8	184	417	7 1	0·8234	114	53·2	21
22	489	233	45·4	1·21 767	422	8·2	0·8120	117	53·6	22
23	256	234	47·1	345	427	9·3	0·8003	121	54·0	23
24	022	237	48·7	1·20 918	432	10·3	0·7882	124	54·4	24
25	1·39 785	239	50·4	486	437	11·4	0·7758	128	54·8	25
26	546	241	52 0	049	443	12·4	0·7630	132	55·2	26
27	305	243	53·6	1·19 606	448	13·4	0·7498	136	55·6	27
28	062	245	55·2	158	453	14·5	0·7362	140	55·9	28
29	1·38 817	248	56·8	1·18 705	459	15·5	0·7222	145	56·3	29
30	1·38 569$_n$	−249	+7 58·4	1·18 246$_n$	465	+9 10·5	0·7077$_n$	−151	+9 56·6	30
31	320	252	+8 0·0	1·17 781	470	17·5	0·6926	150	56·9	31
32	068	255	1·6	311	477	18·5	0·6770	161	57·3	32
33	1·37 813	257	3·2	1·16 834	483	19·4	0·6609	169	57·6	33
34	556	259	4·7	351	489	20·4	0·6440	174	57·9	34
35	297	261	6·3	1·15 862	495	21·3	0·6266	183	58·1	35
36	036	264	7·8	307	502	22·3	0·6083	190	58·4	36
37	1·36 772	266	9·3	1·14 805	509	23·2	0·5893	200	58·7	37
38	506	269	10·9	350	515	24·1	0·5693	209	58·9	38
39	237	271	12·4	1·13 841	523	25·0	0·5484	219	59·2	39
40	1·35 966$_n$	−274	+8 13·9	1·13 318$_n$	−529	+9 25·9	0·5265$_n$	−232	+9 59·4	40
41	692	276	15·4	1·12 789	537	26·8	0·5033	244	59·6	41
42	416	280	16·9	252	545	27·7	0·4789	259	59·8	42
43	136	281	18·3	1·11 707	553	28·5	0·4530	276	+10 0·0	43
44	1·34 855	284	19·8	154	560	29·4	0·4254	294	0·2	44
45	571	287	21·2	1·10 594	569	30·2	0·3960	310	0·3	45
46	284	290	22·7	025	577	31·1	0·3644	341	0·5	46
47	1·33 994	293	24·1	1·09 448	585	31·9	0·3303	370	0·6	47
48	701	295	25·6	1·08 863	594	32·7	0·2933	405	0·8	48
49	406	298	27·0	209	604	33·5	0·2528	−446	0·9	49
50	1·33 108$_n$	−302	+8 28·4	1·07 605$_n$	−613	+9 34·3	0·2082$_n$		+10 1·0	50
51	1·32 806	304	29·8	052	622	35·0	0·1584		1·1	51
52	502	307	31·2	1·06 430	632	35·8	0·1022		1·2	52
53	195	310	32·5	1·05 798	643	36·6	0·0376		1·3	53
54	1·31 885	313	33·9	155	653	37·3	9·9010		1·3	54
55	572	316	35·3	1·04 502	664	38·0	9·8695		1·4	55
56	256	319	36·6	1·03 838	675	38·8	9·7525		1·4	56
57	1·31 937	323	38·0	163	686	39·5	9·5917		1·5	57
58	614	326	39·3	1 02 477	698	40·2	9·3337		1·5	58
59	288	329	40·6	1·01 779	711	40·9	8·0089$_n$		1·5	59
60	1·29 959$_n$	−332	+8 41·9	1·01 068$_n$	−723	+9 41·5	9·1282		+10 1·5	60

Für $\alpha > 12^h$ ist der Eingang in die Tafel $\alpha - 12^h$ und das Zeichen von N und M' zu ändern.

IV.

M

α	δ=0°	δ=±10°	δ=±20°	δ=±30°	δ=±40°	δ=±45°	δ=±50°	δ=±55°	δ=±60°	α
0h 0m	−1m32·13	−1m32·13	−1m32·13	1m32·13	-1m32·13	-1'32·13	−1m32·13	1m32·13	−1m32·13	12h 0m
30	32·13	32·13	32·14	32·14	32·14	32·15	32·16	32·17	32·18	30
1 0	32·14	32·14	32·14	32·15	32·16	32·17	32·18	32·20	32·23	13 0
30	32·15	32·15	32·15	32 16	32·18	32·19	32·21	32·23	32·27	30
2 0	32·15	32·15	32·16	32·17	33·19	32·20	32·22	32·26	32·30	14 0
30	32·15	32·16	32·16	32·17	32 19	33·21	32·23	32·27	32·32	30
3 0	−1 32·16	−1 32·16	−1 32·16	-1 32·18	−1 32·20	--1 32·22	−1 32·24	−1 32·28	1 32 33	15 0
30	32·15	32·16	32·16	32·17	32·19	32·21	32·23	32·27	32·32	30
4 0	32·15	32·15	32·16	22·17	32·19	32·20	32·22	32·26	32·30	16 0
30	32·15	32·15	32·15	32·16	32·18	32·19	32·21	32·23	32·27	30
5 0	32·14	32·14	32·14	32·15	32·16	32·17	32·18	32·20	32·23	17 0
30	32·13	32·13	32·14	32·14	32·14	32·15	32·16	32·17	32·18	30
6 0	−1 32·13	−1 32·13	−1 32·13	−1 32·13	-1 32·13	−1 32·13	−1 32·13	−1 32·13	1 32·13	18 0
30	32·12	32·12	32 12	32·11	32·11	32·10	32·10	32·09	32·07	30
2 0	32·11	32·11	32·11	32·10	32·09	32·08	32·07	32·05	32·02	19 0
30	32·11	32·10	32·10	32·09	32·08	32·06	32·05	32·02	31·98	30
8 0	32·10	32·10	32·09	32·08	32·07	32·05	32·03	32·00	31·95	20 0
30	32·10	32·10	32·09	32·08	32·06	32·04	32·02	31·98	31·93	30
9 0	−1 32·10	−1 32·10	−1 32·09	-1 32·08	−1 32·06	−1 32·04	−1 32·01	−1 31·98	1 31·92	21 0
30	32·10	32·10	32·09	32·08	32·06	32·04	32·02	31·98	31·93	30
10 0	32·10	32·10	32·09	32·08	32·07	32·05	32·03	32·00	31·95	22 0
30	32·11	32·10	32·10	32·09	32·08	32 06	32·05	32·02	31·98	30
11 0	32·11	32·11	32·11	32·10	32·09	32 08	32·07	32·05	32·02	23 0
30	32·12	32·12	32·12	32·11	32·11	32·10	32·10	32·09	32·07	30
12 0	−1 32·13	−1 32·13	−1 32·13	−1 32·13	−1 32·13	−1 32·13	−1 32·13	1 32·13	−1 32·13	0 0

N

α	δ=±10°	δ=±20°	δ=±30°	δ=±40°	δ=±50°	δ=±60°	α
0h 0m	0'·0	0"·0	0·0	0'·0	0'·0	0"·0	12h 0m
30	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	30
1 0	0·0	0·0	0·0	0·0	±0·1	±0·1	13 0
30	0·0	0·0	±0·1	±0·1	0·2	0·2	30
2 0	0·0	±0·1	0·1	0·2	0·3	0·4	14 0
30	0·0	0·1	0·2	0·3	0·4	0·6	30
3 0	±0·1	±0·2	±0·2	±0·4	±0·5	±0·8	15 0
30	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	30
4 0	0·1	0·2	0·4	0·5	0·8	1·1	16 0
40	0·1	0·3	0·4	0·6	0·9	1·3	30
5 0	0·1	0·3	0·5	0·7	1·0	1·4	17 0
30	0·1	0·3	0·5	0·7	1·0	1·5	30
6 0	±0·2	±0·3	±0·5	±0·7	±1·0	±1·5	18 0
30	0·1	0·3	0·5	0·7	1·0	1·5	30
7 0	0·1	0·3	0·5	0·7	1·0	1·4	19 0
30	0·1	0·3	0·4	0·6	0·9	1·3	30
8 0	0·1	0·2	0·4	0·5	0·8	1·1	20 0
30	0·1	0·2	0·3	0·5	0·7	1·0	30
9 0	±0·1	±0·2	±0·2	±0·4	±0·5	±0·8	21 0
30	±0·1	0·1	0·2	0·3	0·4	0·6	30
10 0	0·0	±0·1	0·1	0·2	0·3	0·4	22 0
30	0·0	0·0	±0·1	±0·1	0·2	0·2	30
11 0	0·0	0·0	0·0	0·0	±0·1	±0·1	23 0
30	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	30
12 0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0·0	0 0

$\alpha_{1850} = \alpha_{1880} + M + N \operatorname{tg} \delta_0$

$\delta_{1850} = \delta_{1880} + M' + N'$

Reduction auf Struve:

$\Delta M = -0''03$

$\Delta M' = -0''15 \cos \alpha_0$

N ist um 10 Einheiten der 5. Decimale (numerisch) zu vergrössern.

BEITRÄGE ZUR KENNTNISS

DER

TERTIÄRFLORA AUSTRALIENS.

ZWEITE FOLGE.

VON

Prof. Dr. CONSTANTIN Freiherrn von ETTINGSHAUSEN,

CORRESPONDIRENDEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

(Mit 8 Tafeln.)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 7. OCTOBER 1886.

Herr C. S. Wilkinson, Staatsgeologe in Neu-Süd-Wales hatte die Güte, mir seine Sammlung tertiärer Pflanzenreste aus Australien zur Bearbeitung anzuvertrauen, wofür ich demselben hier meinen verbindlichsten Dank ausspreche.

Vorliegende Arbeit schliesst sich der im 47. Bande der Denkschriften enthaltenen Abhandlung über die Tertiärflora Australiens an, deren allgemeine Resultate hiedurch nicht nur bestätigt, sondern auch wesentlich ergänzt werden konnten. Dieselben stützen sich nur auf vollkommen sicher bestimmte Fossilreste. Wenn ich jedoch auch die zweifelhaften oder vorläufig unbestimmbaren Fossilien in Betracht zog und darüber das mittheilte, was ich aus einer nahezu vierzigjährigen Erfahrung auf phyto-paläontologischem Gebiete, sowie aus dem Studium der reichhaltigsten Herbarien zu schöpfen vermochte, ohne aber das Gefundene für die allgemeinen Resultate zu verwerthen, so werden mir wenigstens Jene Recht geben, welche über das ganze Material der zu Tage geförderten fossilen Flora einen möglichst umfassenden Einblick zu erlangen wünschen. Noch habe ich zu bemerken — ebenfalls um Missverständnissen vorzubeugen — dass ich Demjenigen, welcher auf eine grössere Erfahrung gestützt und mit besseren Mitteln versehen, meine Bestimmungen berichtigt, nur dankbar sein werde, nicht aber die Zeit finden kann, mich in eine Polemik einzulassen.

Die im Folgenden beschriebenen 128 Arten stammen grösstentheils von Vegetable Creek nächst Emmaville in Neu-England, Neu-Süd-Wales; 21 Arten sind in Elsmore und 5 in Tingha in Neu-England gesammelt worden, Lagerstätten, welche von Herrn C. S. Wilkinson untersucht und als der unteren Tertiärformation angehörig bezeichnet worden sind. Die Arten vertheilen sich auf 36 Ordnungen, von denen 35 auch in der Tertiärflora Europas vertreten sind und 72 Gattungen, von welchen 52 auch die genannte Flora aufweist. Was die Repräsentation der Hauptabtheilungen des Pflanzenreiches durch die erwähnten Arten betrifft, so enthalten die Kryptogamen 2, die Gymnospermen 12, die Monocotylen 2, die Apetalen 56, die Gamopetalen 11

und die Dialypetalen 40 Species. Von den Ordnungen, welche durch mehrere Arten repräsentirt sind, enthalten die Proteaceen 20, die Cupuliferen 14, die Coniferen 11, die Myrtaceen 10, die Laurineen 7, die Leguminosen 6, die Moreen, Apocynaceen und Celastrineen je 5 Arten.

Der Charakter der Flora bestätigt die Ansicht des Herrn Wilkinson. Auch liegt kein Grund vor, eine Altersverschiedenheit der genannten Localitäten anzunehmen. Die grössere Abweichung der Flora von der jetztlebenden australischen im Charakter deutet schon auf ein grösseres Alter derselben hin und die nahe Verwandtschaft von Arten mit eocänen und Kreidearten weiset dieselbe dem unteren Eocän zu.

Wenn ich nur die nach Früchten, Samen und ausgezeichneten Blattformen bestimmten Fossilien zusammenfasse, so ergeben sich genügend neue Beweise für die von mir schon aus der lebenden Flora (Genetische Gliederung der Flora Australiens, Denkschriften, Bd. 34) abgeleitete Ansicht über die Mischung der Florenelemente in der Tertiärflora Australiens. Diese Beweise bestehen in dem thatsächlichen Zusammenvorkommen von Charaktergattungen der australischen Flora mit Pflanzenformen, die gegenwärtig in Australien nicht repräsentirt, sondern auf verschiedene Florengebiete vertheilt sind. So findet man in der hier beschriebenen Flora neben *Phyllocladus, Santalum,* 6 Proteaceen-Gattungen; *Callicoma, Ceratopetalum, Pomaderris, Boronia* und *Eucalyptus*, welche sämmtlich Phylonen des australischen Florenelementes bilden, Formen von *Sequoia, Myrica, Alnus, Quercus* (9 Arten), *Cinnamomum, Sassafras, Aralia, Acer, Copaifera* u. v. a. Ich darf daher den in den vorhergehenden Beiträgen (Bd. 47) ausgesprochenen Satz, dass nicht blos in der Tertiärflora Europas, der arktischen Zone und Nordamerikas, sondern in der gesammten Tertiärflora der Erde die Elemente der Floren vereinigt sind, hiemit als um einen Schritt weiter begründet hinstellen. Nebenbei bemerkt, bin ich in der Lage, die ursprüngliche Vereinigung der Phylonen auch für die Tertiärflora Neuseelands nachzuweisen, da ich Dank der liberalen Unterstützung meiner Arbeiten, welche mir Herr Dr. Julius von Haast in Christchurch angedeihen liess, ein vorzügliches und reiches Material über neuseeländische Tertiärpflanzen zur Untersuchung und Bearbeitung erhalten habe.

Durch die Gemeinschaft der Florenelemente in den Tertiärfloren verschiedener Gebiete der Erde erklärt sich die nahe Verwandtschaft dieser Floren unter einander. So ist nicht nur die bei weitem grössere Zahl der Ordnungen und Gattungen der bis jetzt untersuchten Tertiärflora Australiens auch in der Europas repräsentirt, sondern es kann von vielen Arten der ersteren gesagt werden, dass sie mehr oder weniger auffallend nahestehende Analogien in der letzteren haben. Nahe Verwandtschaft zeigen *Callitris prisca* mit *C. Brongniarti, Sequoia Australiensis* mit *S. Langsdorfii, Podocarpus prae-cupressina,* mit *P. elegans, Casuarina Cooki* mit *C. sotzkiana, Alnus Mac Coyi* mit *A. Kefersteinii, Quercus Wilkinsoni* mit *Q. chlorophylla, Q. Hartogi* mit *Q. drymeja, Fagus Benthami* mit *F. Feroniae, Ficus Gidleyi* mit *F. arcinervis, F. Solanderi* mit *F. Reussii, F. Wilsii* mit *F. Jynx, Cinnamomum polymorphoides* mit *C. polymorphum, C. Leichardtii* mit *C. spectabile, C. Nuytsii* mit *C lanceolatum Grevillea proxima* mit *G. haeringiana, Banksia Lawsoni* mit *B. Deikeana, B. Horelli* mit *B. haeringeana, B. myricaefolia* und *lancifolia* mit *B. Ungeri, Dryandra Benthami* mit *D. acutiloba, Callicoma primaera* mit *C. pannonica, Ceratopetalum Mac Donaldi* mit *C. bilinicum, Elaeocarpus Muelleri* mit *E. Albrechti, Acer subproductum* mit *A. trilobatum, A. subintegrilobum* mit *A. integrilobum.* Bezüglich vieler anderer Analogien verweise ich auf die nebenstehende Tabelle, in welcher auch die Analogien der australischen Tertiärflora mit der Nordamerikas und der arktischen Zone aufgezählt sind.

Von den zahlreichen neuen Funden glaube ich folgende hervorheben zu sollen.

Eine ausgezeichnete *Anomozamites*-Art, verwandt einem grönländischen *Anomozamites*, spricht für die Annäherung der Flora zur Kreideflora. *Heterocladiscos,* eine eigenthümliche Cypresse, zeigt an ihren älteren cylindrischen Zweigchen abstehende enge spiralig geordnete, lanzettliche, an den jungen vierkantigen Zweigchen aber anliegende vierreihig gestellte rhombisch-eiförmige Blätter und verbindet so den Habitus von *Glyptostrobus* mit dem von *Thuites Mengeanus*, einer Cupressinee aus dem Bernstein. Von ganz besonderem Interesse ist das Erscheinen einer *Pinus* repräsentirenden Gattung, welche möglicherweise eine Untergattung von *Pinus* selbst sein kann. Es haben sich Zapfen, Samen, beblätterte Zweigchen, Zweigspindeln und einzelne Nadelblätter derselben in Vegetable Creek gefunden. Die Zapfen sind kleiner als bei irgend einer lebenden *Pinus*-Art; die

Grösse und Form der Nadeln, sowie die Stellung derselben und die Gestalt der Zweigspindeln erinnern an *Pinus canadensis*. Neben *Phyllocladus* kommen noch zwei besondere phyllodientragende Gattungen vor; *Palaeocladus*, bei welcher sich die Phyllodienbildung auch auf die primären Ästchen erstreckt; und *Ginkgocladus*, eine auch der neuseeländischen fossilen Flora angehörige Gattung, in der sich der Habitus von *Phyllocladus* mit dem von *Ginkgo* verbindet. Eine *Sassafras*-Art schliesst sich einerseits Kreidearten, andererseits einer eocänen Art der europäischen Tertiärflora an und weiset auf die frühe Stufe der Tertiärflora hin, welche die in Rede stehende Flora einnimmt. Das Gleiche gilt auch von einigen *Aralia*-Arten.

Solche Beispiele des Anschlusses der Flora von Vegetable Creek an die Kreideflora stehen jedoch gegenüber ihren zahlreichen Analogien mit echten Tertiärpflanzen nur vereinzelt da.

Eine eigenthümliche Laurineen-Gattung *Dicmenia*, welche die Tracht von *Cinnamomum* mit der anderer Laurineen (*Laurus*, *Persea*) vereinigt, kommt in Elsmore in zwei Arten vor. Neben Proteaceen von echt australischem Typus ist das Erscheinen der tropisch amerikanischen Gattung *Rhopala*, von der zwei Arten aus Vegetable Creek vorliegen, bemerkenswerth, nicht minder aber auch das Erscheinen von Banksien mit zugespitzten Blättern, welche den Banksien der europäischen Tertiärflora sich enge anschliessen. Von *Boronia* fanden sich zwei Arten; eine derselben vereinigt die Merkmale von in Australien lebenden Arten, als deren Stammart sie zu betrachten ist. Von besonderem Interesse ist ferner das Vorkommen eines Blüthenkelches, ähnlich den zu *Getonia* gebrachten Fossilien der europäischen Tertiärflora.

Es dürfte schliesslich noch bemerkenswerth sein, dass von *Fagus*, deren Arten in der Jetztwelt bekanntlich auf beide Hemisphären vertheilt sind, sich in Vegetable Creek nicht nur Formen der Abtheilung *Notofagus* mit lederartigen Blättern fanden, sondern auch eine zu *Eufagus* gehörige Form mit dünnen abfälligen Blättern, welche der nordamerikanischen *F. ferruginea* ausserordentlich nahe steht. Als mit dieser Thatsache in vollem Einklange kann auch die Repräsentation von *Quercus* in der australischen Tertiärflora angesehen werden. Es finden sich nämlich in Vegetable Creek Eichenformen beisammen, welche Arten analog sind die heutzutage in Nordamerika, Mexiko, am Libanon, in Ostindien, in Japan und auf der Insel Hongkong einheimisch sind. Während aber der *Fagus*-Typus sich in der heutigen Flora Australiens noch erhalten hat, scheint der Eichen-Typus daselbst vollkommen erloschen zu sein. Würden wir uns nun gar sehr wundern, wenn doch eine lebende Eiche in Australien entdeckt werden würde, die zu seiner gegenwärtigen Flora nicht passt, nachdem, wie in der oben citirten Abhandlung (Bd. 34) gezeigt worden ist, diese Flora ungeachtet, ihrer so eigenthümlichen Differenzirung mannigfache Überbleibsel von tertiären Florenelementen aufweiset?

So sehr die beschriebene Tertiärflora von der jetztlebenden australischen Flora abweicht, so finden wir doch zahlreiche Verknüpfungspunkte zwischen beiden. Eine *Callitris*-Art nähert sich sehr der *C. robusta* R. Brown; eine *Dammara*-Art der *D. australis* Lamb.; eine *Phyllocladus*-Art, welche die Eigenschaften der drei lebenden australischen Arten in sich vereinigt, schliesst sich zugleich an Formen älterer Floren an; *Casuarina*, *Santalum*, *Persoonia*, *Grevillea*, *Hakea*, *Lomatia*, *Banksia*, *Dryandra*, *Callicoma*, *Ceratopetalum*, *Boronia*, *Eucalyptus* erscheinen hier in Arten, die jetztlebenden australischen mehr oder weniger nahe verwandt sind.

Die aus der Untersuchung der Tertiärflora Australiens bis jetzt geschöpften allgemeinen Resultate lassen sich in folgenden Sätzen zusammenfassen:

Erstens: Zur Tertiärzeit war die Vertheilung der Pflanzenformen in Australien von der gegenwärtigen mannigfach abweichend, so dass zur Untersuchung und Vergleichung der fossilen Pflanzen aus dieser Zeit das in der jetzigen Flora Australiens enthaltene Material bei weitem nicht ausreicht.

Zweitens: Die Tertiärflora Australiens vereinigt Pflanzenformen der südlichen und der nördlichen Hemisphäre; insbesondere sind nordamerikanische Formen zahlreich in derselben vertreten.

Drittens: Die in der Tertiärflora Australiens repräsentirten Florenelemente enthalten grösstentheils Phylonen, welche auch in den übrigen bisher genauer untersuchten Tertiärfloren gefunden worden sind. Demzufolge kann diese Flora nicht als dem Charakter nach von letzteren wesentlich abweichend bezeichnet werden.

Viertens: Die australische Tertiärflora ist demnach nur ein Theil Einer allen lebenden Floren zu Grunde liegenden Stammflora.

Fünftens: Die Vergleichung dieser Stammflora mit den jetzigen Floren zeigt, dass die Differenzirung der Formen in Australien den höchsten Grad erreicht hat.

Sechstens: Dessungeachtet sind in der lebenden australischen Flora viele Anklänge an die tertiäre Stammflora enthalten.

Übersicht der beschriebenen Arten.

Tertiärflora Australiens	Tertiärflora Europas	Tertiärflora der arktischen Zone	Tertiärflora Nordamerikas	Flora der Jetztwelt
Cryptogamae.				
FILICES.				
Pteris Torresii Ett.	*P. bilinica* Ett.	*P. Sitkensis* Heer	*P. Sitkensis*	*P. arguta* Vahl Canarien.
Lygodium Strzeleckii Ett.	*L. Laharpi* Heer	—	*L. Marcinci* Lesq.	*L. pinnatifidum* Sw. Brasilien.
Phanerogamae.				
Gymnospermae.				
CYCADEAE.				
Anomozamites Muelleri Ett.	—	—	—	—
CONIFERAE.				
Callitris prisca Ett.	*C. Brongniarti* Endl.	—	—	*C. robusta* R. Br. Australien.
Heterocladiscos thujoides Ett.	*Thuytes Mengeanus* G.	—	—	—
Pseudopinus Wilkinsoni Ett.	—	—	—	—
Sequoia Australiensis Ett.	*S. Langsdorfii* Br. sp.	*S. Langsdorfii*	*S. Langsdorfii*	*S. sempervirens* Californien.
Dammara intermedia Ett.	—	—	—	*Dammara*-A. Australien.
„ *podozamioides* Ett.		—	—	
Podocarpus prae-cupressina Ett.	*P. elegans* De la Hpe.	—	—	*P. cupressina* R. Br. Neu-Seel.
Dacrydium cupressinoides Ett.	—	—	—	*D. cupressinum* Sol. Neu-Seel.
Palaeocladus cuneiformis Ett.	—	—	—	—
Ginkgocladus Australiensis Ett.	—	—	—	—
Phyllocladus asplenioides Ett.	—	—	—	*Phyllocladus*-A. Australien.
Monocotyledones.				
GRAMINEAE.				
Poacites australis Ett.	—	—	—	—
Bambusites arthrostylinus Ett.	—	—	—	—
Dicotyledones.				
APETALAE.				
PIPERACEAE.				
Piper Feistmantelii Ett.	—	—	—	*P. excelsum* Forst. Neu-Seel.
CASUARINEAE.				
Casuarina Cookii Ett.	*C. sotzkiana* Ett.	—	—	*C. Decaisneana* Muell. Austr.
MYRICEAE.				
Myrica Kowalki Ett.	*M. deperdita* Ung.	—	*M. undulata* Lesq.	*M. cerifera* L. Nord-Amerika.
„ *Pseudo-Salix* Ett.	*M. salicina* Ung.	—	—	
BETULACEAE.				
Alnus Mac Coyi Ett.	*A. Kefersteinii* Goep.	*A. Kefersteinii*	*A. Kefersteinii*	*A. glutinosa* Gaertn. Europa.
CUPULIFERAE.				
Quercus Wilkinsoni Ett.	*Q. chlorophylla* Ung.	—	*Q. cineroides* Lesq.	*Q. virens* Ait. Nord-Amerika.
„ *Greyi* Ett.	*Q. elaena* Ung.	*Q. elaena.*	*Q. elaena.*	*Q. mexicana* H. et B.
„ *Austini* Ett.	*Q. myrtilloides* Ung.	—	—	
„ *Hartogi* Ett.	*Q. drymeja* Ung.	*Q. drymeja.*	*Q. drymeja.*	*Q. castaneaefolia* C. A. M.

Tertiärflora				Flora der Jetztwelt
Australiens	Europas	der arktischen Zone	Nordamerikas	
Quercus Darwinii Ett.	*Q. Bournensis* D. H.		—	*Q. oxyodon* Miq. Ostindien.
„ *hapalocarpa* Ett.	—	—	—	*Q. glauca* Th. Japan.
„ *Edelii* Ett.	*Q. serra* Ung.	—	*Q. serra*	—
„ *Dampieri* Ett.	*Q. Hamadryadum* U.	—		*Q. Hancei* Benth. Hongkong.
„ *Blamingii* Ett.	—	—	—	*Q Eyrei* Benth. Hongkong.
Dryophyllum Howitti Ett.	*D. suberetaceum* Sap.		*D. subfalcatum* Lesq.	—
Fagus celastrifolia Ett.	—	-	—	*F. fusca* Hook. Neu-Seeland.
„ *Mudleri* Ett.	—	—	—	*F. Dombeyi* M. Chile.
„ *Hookeri* Ett.	*F. pygmaea* Ung.	-	—	*F. obliqua* M. Chile.
„ *Benthami* Ett.	*F. Feroniae* Ung.	*F. Feroniae* Ung.	*F. Feroniae* Ung.	*F. ferruginea* Ait. N.-Amer.
ULMACEAE.				
Ulmophyllum oblongum Ett.	—	—	—	—
MOREAE.				
Ficus Burkei Ett.	*F. lanceolata* Heer.	—	*F. lanceolata*	
„ *Gidleyi* Ett.	*F. arcinervis* Heer.	—	—	-
„ *Solanderi* Ett.	*F. Reussii* Ett.		—	-
„ *Phillipsii* Ett.	*F. dalmatica* Ett.	—	*F. dalmatica*	—
„ *Willsii* Ett.	*F. Jynx* Ung.	—	*F. Jynx*	—
ARTOCAPEAE.				
Artocarpidium Gregoryi Ett.	*Artocarpidium* sp.	—	—	
MONIMIACEAE.				
Monimia vestita Ett.	—	—	—	*M. ovalifolia* H. B. V.
Hedycarya Wickhami Ett.	*H. europaea* Ett.		—	*H. dentata* Forst. Neuseeland.
LAURINEAE.				
Cinnamomum polymorphoides M'Coy.	*C. polymorph.* Br. sp.	*C. polymorphum*	*C. polymorphum*	*C. zeylanicum* Blum.
„ *Lichardtii* Ett.	*C. spectabile* Heer	*C. Kanii* Heer sp.	*C. Mississipiense* Lsq.	—
„ *Naytsii* Ett.	*C. lanceolatum* Ung.	—	—	—
Diemenia speciosa Ett.	—	—	—	-
„ *perseaefolia* Ett.	—	—	—	—
Laurus Australiensis Ett.	*L. Swoszowiciana* U.	*L. thulensis* Heer	*L. socialis* Lsq.	—
Sassafras Lesquereuxii Ett.	*S. primigenium* Sap.	*S. Ferretianum* Mass.	-	*S. officinale* Nees. N.-Amer.
SANTALACEAE.				
Santalum Frazeri Ett.	*S. osyrinum* Ett.	—	*S. Americanum* Lsq.	—
PROTEACEAE.				
Persoonia Murrayi Ett.	—	—	—	*P. lucida* R. Br. Australien.
Grevillea proxima Ett.	*G. haeringiana* Ett.	—	—	*G. linearis* R. Br. Australien.
„ *Wentworthi* Ett.	—	—	—	-
Hakea Dulloni Ett.	—	—	—	—
Rhopala sapindifolia Ett.	—	—	—	*Rhopala* sp. Trop. Amerika.
„ *Parryi* Ett.	—	—	—	*Rhopala* sp. Trop. Amerika.
Lomatia Brownii Ett.	—	—	—	*L. longifolia* R. Br. Australien.
„ *Finnisii* Ett.	—	—	—	—
„ *Evansii* Ett.	*L. helicioides* Sap.	—	—	*L. illicifolia* R. Br. Australien.
„ *Goyderi* Ett.	*L. aquensis* Sap.	—	*L. microphylla* Lsq.	—
„ *castaneaefolia* Ett.	—	—	*L. Scottii* Lsq. sp.	—
Banksia Lawsoni Ett.	*C. Deikeana* Heer.	—		*B. integrifolia* R. Br. Australien.
„ *Poolii* Ett.	—	—		*B. littoralis* R. Br. Australien.
„ *Hovelli* Ett.	*B. haeringiana* Ett.	—		*B. collina* R. Br. Australien.
„ *myricaefolia* Ett.	*B. parschlugiana* Ett.	—	*Banksites* sp.	*B. oblongata* Cav. Australien.
„ *lancifolia* Ett.	*B. Ungeri* Ett.	—		—
„ *Blaxlandi* Ett.	—	—		*B. australis* R. Br. Australien.
„ *Campbelli* Ett.	—	—		—
Dryandra prae-formosa Ett.	—	—	-	*D. formosa* R. Br. Australien.
„ *Benthami* Ett.	*D. acutiloba* Ett.	—	—	—
GAMOPETALAE.				
OLEACEAE.				
Olea Mac Intyrei Ett.	*Olea* sp.	—	*O. praemissa* Lsq.	*O. apetala* Vahl. Neu-Seeland.

Tertiärflora				Flora der Jetztwelt
Australiens	Europas	der arktischen Zone	Nordamerikas	
APOCYNACEAE.				
Apocynophyllum Kingii Ett. ..	—	—	—	—
„ *Warburtoni* Ett..	*A. haeringianum* Ett.	—	—	—
„ *MacKinlayi* Ett.	*A. oeningense* Heer	—	—	—
„ *crassum* Ett. .	*A. parvifolium* Ett.	—	—	—
Apocynocarpum sulcatum Ett..	—	—	—	—
ASPERIFOLIAE.				
Trachyphyllum myosotinum Ett.	—	—	—	—
„ *obtusum* Ett...	—	—	—	—
MYRSINEAE.				
Myrsine Stokesii Ett.	*M. Endymionis* Ung.	*M. groenlandica* H.	—	*M. salicifolia* DC.
SAPOTACEAE.				
Sapotacites Forresti Ett.....	*S. sideroxyloides* Ett.	—	—	—
„ *Huntei* Ett.....	*S. lanceolatus* Ett.	—	—	—
DIALYPETALAE.				
ARALIACEAE.				
Aralia Fredingii Ett.....	*A. multifida* Sap.	—	—	*A. elegans* Neu-Granada.
„ *prisca* Ett.....	*A. primigenia* De la H.	*A. Jörgenseni* Heer	*A. dissecta* Lesq.	—
„ *Oxleyi* Ett.	—	—	—	—
„ *Elsmoreana* Ett.....	—	—	—	—
LORANTHACEAE.				
Loranthus Kennedyi Ett.....	—	—	—	*L. myrtifolius*, *L. celastroides* } Australien.
SAXIFRAGACEAE.				
Callicoma primaeva Ett.	*C. pannonica* Ung.	—	—	*C. serratifolia* Australien.
Ceratopetalum Mac Donaldi Ett.	*C. bilinicum.* Ett.	—	—	—
„ *Giselii* Ett.	—	—	—	*C. gummiferum* S. Australien.
TILIACEAE.				
Elaeocarpus Muelleri Ett.	*E. Albrechti* Heer.	—	—	*E. sphaericus* Gaertn.
ACERINEAE.				
Acer subproductum Ett.	*A. trilobatum* A. Br.	*A. trilobatum*	*A. trilobatum*	*A. rubrum* L. Nord-Amerika.
„ *subintegrilobum* Ett.....	*A. integrilobum* Web.	—	*A. indivisum* Lsq.	—
MALPIGHIACEAE.				
Banisteriophyllum australe Ett.	—	—	—	Trop. amerik. Malpighiaceen.
Malpighiastrum Babbagei Ett..	*Malpighiastrum* sp.	—	—	
SAPINDACEAE.				
Sapindus Gossei Ett.....	*S. dubius* Ung.	*S. undulatus* Heer	*S. caudatus* Lsq.	—
Cupanites Schrynı Ett.....	—	—	—	—
CELASTRINEAE.				
Celastrus prae-europaeus Ett. .	*C. europaeus* Ung.	*Celastrus* sp.	—	*C. myrtifolius* Jamaica.
„ *prae-elaenus* Ett. ...	*C. elaenus* Ung.	—	—	*C.* sp. Cap.
„ *Lefroyi* Ett.	*C. Andromedae* Ung.	—	*C. fraxinifolius* Lsq.	*C. glaucus* Salt.
Elaeodendron subdegener Ett. .	*E. degener* Ung sp.	—	—	—
ILICINEAE.				
Ilex Mac Leayna Ett.	*J. berberidifolia* H.	—	*S. subdenticul.* Lsq.	*J. Cassine* Ait. Nord-Amerika.
RHAMNEAE.				
Pomaderris Banksii Ett.....	—	—	—	—
DIOSMEAE.				
Boronia Harrisi Ett.	—	—	—	*B. serrulata* S. Australien.
„ *Hookeri* Ett.	—	—	—	*B. alata* etc. Australien.
COMBRETACEAE.				
Getonites Wilkinsoni Ett.	*Getonia* sp.	—	—	—

Tertiärflora Australiens	Europas	der arktischen Zone	Nordamerikas	Flora der Jetztwelt
MYRTACEAE.				
Eucalyptus Mitchelli Ett.	*E. oceanica* Ung.	—	—	*E. rudis* Endl. Australien.
„ *Diemenii* Ett.	—		—	*E. marginata* S. Australien.
„ *Houtmanni* Ett.	*E. Haidingeri* Ett.		*E. Americana* Lsq.	—
„ *Hayi* Ett.	*E. haeringiana* Ett.	—	*E. haeringiana*	*E. resinifera* S. Australien.
Callistemophyllum Hackii Ett.	*C. bilinicum* Ett.		—	—
„ *Beckeri* Ett.	*C. melaleucaeforme* E.	*C. Moorii* Heer	—	*Callistemon speciosum* Australien.
„ *obliquum* Ett.	—	—	—	—
„ *Swindeni* Ett.	*C. acuminatum* Ett.	—	—	-
Myrtonium obtusifolium Ett.	—	—	—	-
„ *lanceolatum* Ett.	—	—	—	-
PAPILIONACEAE.				
Dolichites coriaceus Ett.	*D. maximus* Ung.		—	—
Dalbergiophyllum affine Ett.	*Dalbergia* sp.	—	*Dalbergia* sp.	-
CAESALPINIEAE.				
Cassia castanospermoides Ett.	—	—	—	-
„ *phaseolitoides* Ett.	*C. Phaseolites* Ung.	-	—	*C. micranthera* DC. Brasilien.
Podogonium macrocarpum Ett.	*P. Knorrii* Heer		—	—
Copaifera Australiensis Ett.	*C. radobojana* Ung.	—		*Copaifera* sp. Brasilien.
Plantae incertae sedis.				
Sapinostrobus dubius Ett.	—	—	—	—
Carpolithes amaranthaceus Ett.	—	—	—	—
„ *pygeoides* Ett.	—	—	—	—
„ *morisoniaeformis* Ett.	—	—	—	—
„ *wetherellioides* Ett.	—	—	—	—

Beschreibung der Arten.

Cryptogamae.

FILICES.

Pteris Torresii sp. n.

Taf. VIII, Fig. 1.

P. fronde pinnata, pinnis pinnatifidis, lobis subopposítis, inaequalibus, oralibus vel lanceolatis, acutis serrulatis, nervatione Alethopteridis, nervo primario tenui, nervis secundariis angulis acutis exeuntibus, furcatis, ramis abbreviatis.

Fundort: Vegetable Creek.

Von diesem Farn ist nur ein kleines Bruchstück, welches hier abgebildet wurde, gesammelt worden. Glücklicherweise gestattete der gute Zustand der Erhaltung desselben eine Reihe von Merkmalen festzustellen, welche zur genaueren Bestimmung desselben vollkommen hinreichten. Das Laub, mehr von häutiger als von lederartiger Textur, ist gefiedert; die Fieder sind fiederspaltig getheilt oder gelappt; die Lappen sind 13—14^{mm} lang und 5—6^{mm} breit, fast gegenständig, mehr oder weniger schief eingefügt, eiförmig oder lanzettlich, spitz, klein gesägt; die Nervation, welche den Typus von *Alethopteris* zeigt, wird gebildet von einem zarten Primärnerv, der von der Spindel unter mehr oder weniger spitzen Winkeln abgeht, und von 7—8 sehr feinen Secundärnerven jederseits, die unter spitzen Winkeln entspringen. Der Primärnerv ist deutlich bis zur Spitze des Fiederlappens verfolgbar; die Secundärnerven katadrom angeordnet, sind sämmtlich frei, gabelspaltig, die Gabeläste verkürzt, in den Zähnchen endigend. Von einer Fructification ist keine Spur wahrzunehmen.

Alle Merkmale und die Tracht, welche das beschriebene Fossil erkennen lässt, führen schon auf den ersten Blick zur Gattung *Pteris*. Bei genauerer Vergleichung desselben mit anderen Ähnlichkeiten in der Classe der Farnkräuter kommt man allerdings auf Arten von *Aspidium, Cyathea* und *Alsophila,* welche in gewisser Hinsicht sich dem erwähnten Fossil in auffallender Weise nähern. Wir wollen nun untersuchen, ob eine dieser Ähnlichkeiten irgend einen Einfluss auf die Feststellung der Bestimmung üben kann oder nicht. Die Fieder von *Aspidium spectabile* Kunze haben Lappen, die denen unseres Fossils nahekommen; jedoch die Secundärnerven sind schon an der Basis gabeltheilig, daher die Äste derselben verlängert. *Aspidium alsophilaceum* Kunze und *A. monostichum* Kunze haben Fiederlappen, welche bezüglich der Form und Grössenverhältnisse denen unseres Fossils sehr ähnlich sind, aber der Rand der Lappen ist ungezähnt und die Secundärnerven derselben sind ungetheilt. Andere Arten derselben Gattung, obgleich mehr oder weniger ähnlich bezüglich Form und Nervation der Fieder, zeigen eine anadrome Anordnung der Secundärnerven. Entfernter stehen die Ähnlichkeiten bei *Cyathea* und *Alsophila*. Am ersten könnten von denselben noch *Cyathea ebenica* Karst. und *Alsophila nitida* Kze. genannt werden. Bei dieser sind aber die Secundärnerven meist ungetheilt; bei jener sieht man eine andere Einfügung der Fiederlappen, welche unter stumpferen Winkeln abstehen. Während die genannten Gattungen in der einen oder anderen Hinsicht zu wenig Anhaltspunkte zur Annahme einer näheren Verwandtschaft mit unserem Fossil darbieten, ist seine Ähnlichkeit mit mehreren Arten von *Pteris* in jeder Hinsicht so auffallend, dass wir dasselbe ohne weiteres Bedenken zu dieser Gattung stellen und als Bruchstück vom sterilen Wedel einer Art betrachten können. Von den jetztlebenden *Pteris*-Arten sind mehr oder weniger nahe verwandt mit der fossilen: *Pteris coriacea* Desv. (Ettingsh., Farnkräuter, Taf. 62, Fig. 3) von Peru; *P. tenuis* Cunningh. aus Neuseeland (Ettingsh. l. c. Taf. 58, Fig. 1, 2), *P. tremula* R. Brown aus Australien (l. c. Taf. 60, Fig. 9), insbesondere *P. arguta* Vahl von den Azoren und Canarischen Inseln (l. c. Taf. 55, Fig 5; Taf. 60, Fig. 7).

Von den bisher beschriebenen fossilen Arten kommt *Pteris Sitkensis* Heer aus den tertiären Floren von Alaska und Grönland unserer Art ausserordentlich nahe. Letztere ist von ersterer nur durch etwas stumpfere Abgangswinkel der Secundärnerven verschieden. Entfernter steht *P. frigida* Heer aus den Atane-Schichten Grönlands, welche längere und schmälere Fiederchen besitzt. Von den europäischen Tertiär-Arten steht am nächsten *P. bilinica* Ett., die jedoch durch mehr abstehende ganzrandige Fiederlappen abweicht. Von *P. Humei* Ett. der Tertiärflora von Dalton (s. Beitr. I., Denkschr., Bd. 47. S. 112, Taf. I, Fig. 1—6) unterscheidet sich die beschriebene Art von Vegetable Creek durch die einander mehr genäherten Secundärnerven und den deutlicher gezähnten Rand der Lappen.

Lygodium Strzeleckii sp. n.

Taf. VIII, Fig. 2, 2 *a*.

L. fronde sterili partita vel simplice (?) lobis oblongis obtusis, margine denticulatis, nervatione Neuropteridis, nervo primario distincto, nervis secundariis sub angulis acutis orientibus, tenuissimis, densis, dichotomis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein kleines Fragment eines sterilen Farnwedels, das eine zarte Textur verräth. Dasselbe zeigt einen feinen geradlinigen, unterhalb der abgerundet-stumpfen Spitze verschwindenden Primärnerv und genäherte, sehr zarte, unter spitzen Winkeln entspringende, wiederholt gabeltheilige Secundärnerven. Die Ästchen derselben sind meist verlängert und divergirend gebogen, die randständigen laufen kleinen Zähnen zu. Die beiläufige Ergänzung des Fragmentes gibt eine längliche oder ovale Form. Dasselbe passt sehr gut zu den sterilen Wedeln von *Lygodium*, insbesondere zu dem am Rande gezähnelten Wedel von *L. pinnatifidum* Swartz (s. Ettingsh., Farnkräuter, Taf. 170, Fig. 10). Die ähnlichen Fieder von *Osmunda*-Wedeln haben meist einen ungezähnten Rand und wenn auch dieser fein gezähnt ist, stets weniger dicht stehende Secundärnerven.

Übrigens muss die vollkommen sichere Bestimmung der Art erst einem Zeitraume vorbehalten bleiben, in dem die Auffindung vollständiger erhaltener Fossilreste über die Natur derselben befriedigende Aufschlüsse ermöglichen.

Phanerogamae.

CYCADEAE.

Anomozamites Muelleri sp. n.

Taf. VIII, Fig. 19—22.

A. foliis profunde pinnatisectis, junioribus, nunc tota longitudine, nunc solum in superiore parte inciso-lobatis, linearibus vel lineari-lanceolatis, acuminatis, petiolatis, pinnis vel lobis rachi angulo acuto insertis, approximatis oratis vel oblongis acutis vel acuminatis, aequalibus, plus minusve curvatis, integerrimis; nervis simplicibus, parallelis, aequalibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Von dieser höchst interessanten Cycadee liegen mehrere verschiedene Blattfossilien vor, welche jedenfalls verschiedenen Entwicklungszuständen des Blattes derselben entsprechen. Fig 19—21 gehören ausgewachsenen Blättern von verschiedener Grösse an. Von diesen zeigen Fig. 20 und 21 den unteren Theil sammt Basis, Fig. 19 den oberen Theil des Blattes. Dasselbe ist gestielt; der Blattstiel zeigt bei Fig. 20 eine Länge von 4^{mm}; bei Fig. 21 ist er abgebrochen. Die Form des Blattes ist schmal, lanzettlich oder lineal, gegen die Spitze zu allmälig verschmälert, der ganzen Länge nach in gleiche genäherte, eiförmige oder längliche schief eingefügte und meist etwas nach aufwärts gebogene ganzrandige Fiederabschnitte getheilt, welche von feinen einfachen, einander parallelen und gleichen Längsnerven durchzogen sind (s. die Vergrösserung Fig. 20 *a*). Die Textur ist eine mehr membranöse als lederartige, doch könnte man dieselbe noch als dünn-lederartig bezeichnen. Das Fragment Fig 22 zeigt ein frühes Entwicklungsstadium des Blattes. Die Einschnitte oder Lappen hängen mehr oder weniger noch unter einander zusammen und sind eiförmig, wenig spitz oder wie bei Fig. 20 abgerundet-stumpf. Diese Stadien berechtigen auch die Stellung des Fossils zu *Anomozamites*. Bei dieser Gattung sollen zwar nach Schimper die Fiederabschnitte und ihre Nerven senkrecht von der Spindel abstehen, was hier nicht der Fall ist. Man müsste nun deshalb für diese vorliegenden Fossilreste eine besondere Gattung erst bilden, wozu ich jedoch nicht geneigt bin, da die übrigen Eigenschaften, namentlich die Textur des Blattes, welche zarter ist als bei den übrigen Cycadeen-Gattungen, gut zu *Anomozamites* passen. Die Arten derselben fallen zwar grösstentheils der rhätischen Formation, dem Jura und Wealden zu. Eine Art ist jedoch aus der Kreideformation Nordgrönlands zum Vorschein gekommen und es ist somit nicht gerade befremdend, eine Art, welche sich der letzteren bezüglich der schief eingefügten Seitennerven wohl anschliesst, nun auch für das unterste Tertiär feststellen zu können.

Ich benenne die Art zu Ehren des um die lebende und fossile Flora von Australien hochverdienten Herrn Baron Ferdinand v. Mueller in Melbourne.

Coniferae.

CUPRESSINEAE.

Callitris prisca sp. n.

Taf. VIII, Fig. 3, 4.

C. ramulis gracilibus, saepius dichotome divisis, foliis lateralibus linearibus, adpressis, vix apice breviter acuto liberis.

Fundort: Vegetable Creek.

Sehr zarte, gabeltheilige Zweigchen, welche denen der *Callitris Brongniarti* var. *gracilis* der Tertiärflora von Häring sehr ähnlich, jedoch noch schlanker und dünner als diese sind. Es fanden sich nur einige Zweigfragmente, von denen Fig. 3 und 4 in natürlicher Grösse und Fig. 3 *a* in schwacher Vergrösserung dargestellt sind.

Von den jetzt lebenden Arten dürfte die australische *C. robusta* R. Brown (*Frenela r.* Cunningh.) der Fossilen sich am meisten nähern. Die Früchte sind bis jetzt nicht gefunden worden.

Gen. *HETEROCLADISCOS.*

Cupressineae ramulis foliisque dimorphis, foliis in ramulis adultioribus spiraliter dispositis dense confertis; in ramulis junioribus decussatim oppositis quadrifariam imbricatis.

Heterocladiscos thujoides sp. n.

Taf. VIII, Fig. 5—7.

H. ramulis strictis squarrosis, foliis ramulorum adultiorum ovato-lanceolatis acuminatis subpatentibus; juniorum minoribus ovato-rhombeis, obtusis, dorso convexo carinatis, arcte adpressis, ramulos tetragonos formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Eine merkwürdige cypressenartige Conifere, welche in ihren älteren Zweigchen und Ästchen den Habitus von *Glyptostrobus*, in den jungen Zweigchen aber den von *Thuites Mengeanus* Goepp. et Ber. aus dem Bernstein zeigt. Die ersteren haben spiralig angeordnete, nur an der Basis anliegende, sonst aber mehr oder weniger deutlich abstehende lanzettliche zugespitzte Blätter (Fig. 5 *a* vergrössert dargestellt). Die letzteren sind durch die genau vierreihig gestellten rhombisch-eiförmigen vollkommen anliegenden Blätter vierkantig. Diese sind an der Spitze stumpflich, an der gewölbten Rückenfläche mit einem stumpfen Kiel durchzogen. (S. die Vergrösserung Fig. 6 *a*.) Die Ästchen, besonders die geraden steifen jungen, stehen sparrig ab. Die bemerkenswerthe Ähnlichkeit der jungen Ästchen mit denen des erwähnten *Thuites Mengeanus* aus dem Bernstein liegt vorzüglich in der Blattstellung. Bei letzterem sind jedoch die Blätter zugespitzt.

ABIETINEAE.

Gen. *PSEUDOPINUS.*

Strobili parvi subglobosi squamae plures axi spiraliter insertae, imbricatae, apice in apophysim irregulariter verrucosam incrassatae, persistentes. Folia solitaria, perennia, plana, breviter petiolata.

Pseudopinus Wilkinsoni sp. n.

Taf. VIII, Fig. 12—18.

P. foliis brevibus rigidiusculis linearibus obtusis, basi in petiolum brevem attenuatis, sulco laevi longitudinali notatis; pulvinis ramo adnatis decurrentibus, sursum incrassatis, cicatricibus semi-orbicularibus; strobilis ovali-subglobosis 8—12^{mm} longis, 5—8^{mm} latis, squamis minimis crassiusculis convexis sublignescentibus, apice rotundato-obtusis, apophysi paullo prominente subrhombea verrucosa apicali; seminibus minimis alatis, ala nucleo duplo longiore, truncata.

Fundorte: Vegetable Creek; Tingha.

Eine ausgezeichnete Abietinee, welche einerseits mit der Gattung *Inolepis* der Kreideflora Nordgrönlands, andererseits aber mit *Pinus* verwandt ist. Es liegen Zapfen und Zapfenabdrücke, Samen, beblätterte Zweigchen, Zweigspindeln und einzelne Blätter derselben vor. Die Zapfen sind noch kleiner als bei *Inolepis*, welche meiner Ansicht nach nicht zu den Cupressineen, sondern zu den Abietineen zu stellen ist. In der Form der Zapfen, Anordnung und Form der Schuppen stimmen beide Gattungen nahezu überein. Unsere Gattung weicht aber von *Inolepis* durch eine grössere Zahl viel kleinerer Schuppen ab, welche nicht lederartig, sondern mehr verholzt und an der stark gewölbten Rückenfläche mit kleinen warzenförmigen, zerstreut stehenden Erhabenheiten besetzt waren. Ein weiterer wesentlicher Unterschied von *Inolepis* besteht in der Bildung einer kleinen, fast rhombenförmigen Apophyse unterhalb der Spitze der Schuppe. Die Apophyse, in Fig. 14 *a* an einem Schuppenfragment vergrössert zu sehen, ist mit einigen stärkeren Wärzchen besetzt, tritt aber sehr wenig hervor, so dass dieselbe nur an einem Zapfenfragment, dessen verkohlte Schuppen gut erhalten sind, erkannt werden konnte. Von Längsrippen wie bei *Inolepis* ist keine Spur, sondern nur gleichfeine Streifen

sind wahrzunehmen. Neben einem Zapfenabdruck unserer Abietinee liegt ein sehr kleiner geflügelter Same Fig. 15 (vergrössert Fig. 15 *a*). Derselbe zeigt einen rundlich ovalen Kern und einen kaum zweimal längeren, sehr zarthäutigen abgestutzten Flügel; abgesehen von seiner Kleinheit gleicht er gar sehr den geflügelten *Pinus*-Samen.

Mit den erwähnten Resten auf demselben Stein liegt ein kleines nadelförmiges Blatt, welches wohl zur selben Pflanze gehören dürfte, umsomehr als der kurze Stiel desselben zu den Narben eines mit diesen Resten zusammen vorkommenden entblätterten Zweigchens vollkommen passt. Es ist in Fig. 17 dargestellt, lineal, flach, stumpf, an der Basis in einen Stiel verschmälert, von einer Längsfurche durchzogen und verräth nach seinem Abdruck im Stein eine steifere mehr lederartige Textur, im Ganzen das Aussehen einer kleinen *Pinus*-Nadel. Das erwähnte Zweigchen ist in Fig. 16 (vergrössert 16 *a*) zur Anschauung gebracht. Es zeigt mehrere einander genäherte herablaufende Blattpolster, an deren oberen verdickten Enden halbkreisförmige Narben sitzen. Dies erinnert, wie eben auch die ganze Blattbildung, viel an Arten der *Pinus*-Abtheilung *Tsuga*, namentlich an *P. canadensis* L. Neben einem zweiten, hier nicht abgebildeten Zweigchen liegt ein losgetrenntes Nadelblatt, welches mit dem oben beschriebenen vollkommen übereinstimmt. Die Nadeln mussten leicht abfällig gewesen sein.

Sequoia Australiensis sp. n.

Taf. VIII, Fig. 8—11.

S. foliis rigide coriaceis, linearibus, acutis, planis patentibus distichis, confertis, basi attenuata adnato-decurrentibus, nervo mediano vix prominente, distincto; strobilis subglobosis, squamis compluribus peltatis.

Fundorte: Vegetable Creek; Tingha.

Die beblätterten Zweige Fig. 9 (vergrössert 10 *a* und 11 *a*) haben viele Ähnlichkeit mit denen der *Sequoia Langsdorfii*, unterscheiden sich aber von denselben durch die gegen die Basis und Spitze zu mehr verschmälerten Blätter, welche von einem zwar breiten, aber sehr wenig hervortretenden Mediannerv durchzogen sind. Der stark verkohlte Zapfen, Fig. 8, ist fast kugelig und stimmt in seiner Grösse und der Form der Schuppen ebenfalls am meisten mit dem von *S. Langsdorfii* überein.

Dammara intermedia sp. n.

Taf. VIII, Fig. 34—38.

D. squamis late cuneatis, margine prope basin utrinque integris, apicem versus incrassatis, apice obtusissimo subtruncato sursum verso; foliis coriaceis, orali-lanceolatis vel lanceolatis utrinque angustatis, apice obtusis vel obtusiusculis, basi brevissime petiolatis, tenuiter striatis.

Fundort: Vegetable Creek.

Die hier abgebildeten Zapfenschuppen, Fig. 36 und 37, gehören zu *Dammara*, bei welcher sich wie auch bei *Araucaria* die Zapfenschuppen nach erreichter Reife der Zapfen leicht ablösen. Die Schuppen sind kurz keilförmig, am obern Rand so breit als die Länge beträgt, daselbst, d. i. an der Spitze, verdickt und fast wie abgeschnitten und umgebogen, an der Fläche divergirend fein gestreift. An den sehr verdünnten Seitenrändern scheinen keine Zähne vorhanden zu sein. Die Blätter Fig. 34, 35 und 38 gehören zweifelsohne ebenfalls zu *Dammara*. Dieselben verrathen eine steife lederartige Textur, sind bald eiförmig-lanzettlich, bald schmäler, ganzrandig, an der Basis in einen kurzen dicken Stiel verschmälert, an der Spitze mehr oder weniger verschmälert und stumpf. Die Fläche ist der Länge nach fein gestreift, ein Mediannerv fehlt; doch sind die Streifen nicht völlig gleich, stärkere wechseln mit feineren ab. (S. die Vergrösserung Fig. 35 *a*.) Es unterliegt keinem Zweifel, dass die hier dargestellten Blätter, obgleich dieselben in der Grösse und Form ziemlich von einander abweichen, zu Einer Art gehören, da sie sämmtlich durch Übergänge verbunden sind. Das kleinste Blatt, Fig. 34, hat eine Länge von 57^{mm} bei einer Breite von 12^{mm}. Das Fragment, Fig. 35, zeigt aber ein Blatt, dessen Länge mindestens 8^{cm} erreicht. Die Breite dieses Blattes beträgt 27^{mm}. Solche Blätter finden wir bei der *Dammara robusta* C. Moore. Dieselben haben auch einen kurzen Stiel. Bezüglich der

Zapfenschuppen aber, die kleiner sind als bei der genannten, stimmt unsere Art mehr mit *D. australis* Lamb. überein, deren Blätter jedoch ungestielt sind und nicht die oben angegebene Grösse erreichen.

Beide genannten lebenden Arten kommen in Australien vor und kann die in ihren Eigenschaften dazwischen liegende fossile als die gemeinsame Stammart betrachtet werden.

Dammara podozamioides sp. n.

Taf. VIII, Fig. 39, 40.

D. foliis rigide coriaceis, lineari-lanceolatis, utrinque angustatis, basi in petiolum crassum attenuatis, tenuiter striatis.

Fundort: Vegetable Creek.

Unterscheidet sich von der vorhergehenden Art durch das schmälere und längere Blatt, den dicken Blattstiel und die feinere Streifung. Von ähnlichen Cycadeen-Blättern, z. B. der *Podozamia*-Arten, lässt sich dieses Blatt nur durch die Art der Streifung, welche mit der von *Dammara*-Blättern übereinstimmt, trennen.

TAXINEAE.

Podocarpus prae-cupressina sp. n.

Taf. VIII, Fig. 25—27.

P. ramulis gracilibus, foliis parvis, basi decurrentibus, ramorum juniorum distichis, patulis, curvulis, subfalcatis, linearibus obtusiusculis, mucronulatis, seniorum brevioribus adpressis lanceolatis; nervo mediano distincto; fructibus solitariis globoso-ovatis, laevibus, receptaculo longioribus.

Fundort: Vegetable Creek.

Die Zweigchen Fig. 26, 27 zeigen eine ziemlich schlanke Spindel und an derselben gedrängt zweizeilig angeordnete, mit herablaufender Basis eingefügte lineale, meist stumpfliche stachelbespitzte lederartige Nadelblätter. An denselben fällt eine leichte, fast sichelförmige Krümmung auf. Jedenfalls waren dies die jüngeren Zweige. An dem fruchttragenden älteren Zweig, Fig. 25, sieht man nur wenige Blätter, welche aber meist kürzer sind und weniger abstehen. Dieselben sind wie auch die der jüngeren Zweigchen (s. die Vergrösserung Fig. 26 *a*, 27 *a*) von einem deutlichen Mediannerv durchzogen. Ausserdem dürften auch noch einige hier nicht abgebildete Zweigbruchstücke hieher zu ziehen sein, welche ebenfalls älteren Zweigchen entsprechen. Die Blätter derselben sind zerstreut, weniger abstehend, noch kleiner und schmäler als die vorigen. Der erwähnte Fruchtzweig ist gabelig getheilt; an einem Gabelästchen sitzt eine kugelig-eiförmige Frucht. Dieselbe ist glatt, am Grunde von einem anliegenden Becher umgeben. Am Ende des zweiten Ästchens sieht man den Rest eines solchen, welcher die Frucht bereits verloren hatte.

Alle diese Eigenschaften sprechen für eine *Podocarpus*-Art der Abtheilung *Dacrycarpus*. In dieser zeigt die meiste Übereinstimmung *P. cupressina* R. Brown, jetztlebend in Oceanien.

Von den fossilen Arten steht *P. elegans* De la Harpe sp. aus dem englischen Eocän, von welcher jedoch die Fruchtbildung nicht bekannt ist,[1] unserer Art am nächsten. Sie unterscheidet sich von derselben durch grössere, weniger dicht gestellte Blätter.

Ein Vorläufer der *Podocarpus prae-cupressina* kommt in der Kreideflora Neuseelands vor, wie in meinen „Beiträgen" zu derselben nachgewiesen wird; der Typus derselben hatte demnach eine grössere Verbreitung in der südlichen Hemisphäre.

---

[1] Das in der Monographie der britischen Eocänflora (Palaeontographical Society, Vol. for 1883), II. Theil, Taf. 8, Fig. 16 dargestellte Zweigchen von *Podocarpus elegans* De la Harpe ist aus Versehen als fruchttragend gedeutet worden. Ich habe das Original in der Sammlung des Herrn J. St. Gardner gesehen und mich davon überzeugt, dass dicht neben dem Zweigchen ein Fruchtrest liegt, aber nicht in Verbindung mit diesem, wie es a. a. O. dargestellt ist, sondern nur zufällig. Der Fruchtrest scheint zu einer Laurinee zu gehören.

Dacrydium cupressinoides sp. n.

Taf. VIII, Fig. 23, 24.

D. ramulis gracilibus, foliis parvis falcato-curratis, basi decurrentibus, crassiusculis carinatisque lineari-lanceolatis, congestis, squarroso-patentibus vel abbreviatis et paullo latioribus, plus minusve imbricatis.

Fundorte: Vegetable Creek; Tingha.

Es liegen hier nur kleine Bruchstücke der Zweigchen vor. An einer schlanken Spindel sitzen mit herablaufender Basis kurze, schmale, etwas sichelförmig gebogene gekielte dickliche, ziemlich abstehende Blätter in gedrängt spiraliger Stellung. Diese Fossilien zeigen grosse Ähnlichkeit mit Zweigchen von *Dacrydium cupressinum* Sol., einer in Neuseeland einheimischen Conifere. Vollständiger erhaltene Reste einer der genannten lebenden noch näher stehenden Art liegen mir aus der Tertiärflora Neuseelands vor. Namentlich zeigt sich an diesen nicht nur viel deutlicher die Schlankheit der Zweigchen, ähnlich wie bei denen der lebenden Art, sondern es sind auch die Blätter schmäler pfriemlich sowie bei der letzteren. Die neuseeländische Tertiärpflanze muss demnach als die eigentliche Stammart des *Dacrydium cupressinum* bezeichnet werden. Sehr bemerkenswerth ist, dass in der Kreideflora Neuseelands die Stammpflanze des *D. prae-cupressinum* aufgefunden wurde, welche ich als *Dacrydinium cupressinum* beschrieb. Die australische Tertiärpflanze hält die Mitte zwischen der genannten Kreidepflanze und der neuseeländischen tertiären.

Gen. *PALAEOCLADUS.*

Ramuli primarii et secundarii phyllodinei, inter se connati, phyllodia composita lobata formantes. Phyllodia secundaria integra, apice spinulosa. Folia minuta, crassiuscula, parva, disticha, appressa.

Palaeocladus cuneiformis sp. n.

Taf. VIII, Fig. 33, 33 *a*.

P. phyllodiis (primariis) oblongo-cuneatis, lobatis, lobis (phyllodiis secundariis) breviter ovatis, integerrimis acutis, apice spinula brevissima terminatis; foliis minutis, squamaeformibus, ovato-oblongis; nervatione phyllodii compositi craspedodroma, nervo primario (s. axi phyllodii primarii) distincto recto excurrente, nervis secundariis sub angulo acutissimo egredientibus, simplicibus, apicem loborum attingentibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Wir haben in diesem Fossil eine Phyllodium-Bildung vor uns, welche viel an *Phyllocladus* erinnert. Doch kommen hier solche Eigenthümlichkeiten in der Zusammensetzung, sowie in der Form der Phyllodien, dann auch in der Anordnung der Blätter vor, dass man eine besondere Gattung annehmen muss. Bei *Phyllocladus* sind erst die secundären Ästchen phyllodinisch gebildet. Die Phyllodien sitzen frei oder mit einem kurzen Stiele zweizeilig an den primären Ästchen; sie sind fiederspaltig oder gelappt und die Lappen oft gezähnt. Die kleinen zarten, schuppenförmigen Blätter stehen in gedrängter Spirale nächst der Ursprungsstelle der quirlig angeordneten primären Ästchen oder einzeln an der Basis der Phyllodien. Bei *Palaeocladus* hingegen sind schon die primären Ästchen gänzlich Phyllodien; die secundären Ästchen sind nur mehr auf einfache ganzrandige Lappen reducirt; ihre Phyllodien sind also sämmtlich unter einander verwachsen. Die Blätter, obwohl sehr klein, verrathen eine derbere lederartige Textur und zeigen an der Basis des Primär-Phyllodiums eine zweizeilige Anordnung.

Der vorliegende Zweig, Fig 33, zeigt ein Phyllodium, aus dessen Spitze sich ein zweites kleineres Phyllodium entwickelt hat, eine Bildung, welche wir bei *Phyllocladus* vermissen, da die Phyllodien dort keine Terminalknospen tragen.

Ausser diesen Eigenthümlichkeiten, welche die Aufstellung einer von *Phyllocladus* verschiedenen Gattung wohl begründen dürften, sind noch folgende Eigenschaften, die unser Fossil auszeichnen, hervorzuheben. Das primäre Phyllodium ist länglich keilförmig, der dasselbe durchziehende Primärnerv ziemlich stark, gerade, auslaufend. Die secundären Phyllodien, welche nur als Lappen hervortreten, sind, wenn man sie bis zur Axe des primären verfolgt, länglich-verkehrt-eiförmig, ihre freien Enden aus breiter Basis spitz. An der Spitze

bemerkt man ein sehr kurzes Dörnchen (s. die Vergrösserung Fig. 33 *a*), welches aber nur an wenigen Lappen erhalten ist. Die Nerven der Lappen oder Secundärnerven des zusammengesetzten Phyllodiums entspringen unter sehr spitzen Winkeln und endigen ungetheilt in den Lappenspitzen. Die schuppenförmigen dicklichen Blätter sind nur an dem grösseren Phyllodium erhalten und zeigen eine eilängliche Form. Dass solche Blätter in der gleichen Form und zweizeiligen Anordnung auch an der Basis des oberen Phyllodiums vorhanden waren, verrathen einige Spuren, welche an der citirten Abbildung ersichtlich gemacht sind.

Ihrer einfachen Bildung wegen können wir die Gattung *Palaeocladus* als die Stammgattung von *Phyllocladus* betrachten.

Ginkgocladus Australiensis sp. n.

Taf. VIII, Fig. 32.

G. phyllodiis subcoriaceis, oblongo-cuneatis, basi inaequalibus, apice subtruncatis, margine inciso-dentatis, nervo primario basi prominente, nervis secundariis et tertiariis angulis acutissimis insertis, simplicibus vel furcatis, craspedodromis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ist nahe verwandt mit *Ginkgocladus Novae Zeelandiae* m. aus der fossilen Flora Neuseelands. Die Gattung *Ginkgocladus* charakterisirt sich durch zartere halblederartige Phyllodien, welche von feinen einfachen oder gabelspaltigen fächerartig-fiederförmig angeordneten Nerven durchzogen werden. Bezüglich der zarteren Textur und feinen Nerven der blattartigen Organe erinnert sie an *Ginkgo*, was durch den langen Stiel, welchen das neuseeländische Fossil zeigt, noch erhöht wird. Bezüglich der fiederförmigen Anordnung der Nerven aber schliesst sie sich *Phyllocladus* an. Das hier beschriebene Fossil zeigt mit Ausnahme des Stieles, welcher verloren gegangen ist, alle eben erwähnten Merkmale von *Ginkgocladus*. Es ist aber von der neuseeländischen Species durch mehr keilförmige, an der Spitze abgeschnitten stumpfe und daselbst am Rande eingeschnitten gezähnte Phyllodien verschieden.

Phyllocladus asplenioides sp. n.

Taf. VIII, Fig. 28—31.

Ph. ramulis secundariis distiche alternis, rarius oppositis phyllodineis, phyllodiis rigide coriaceis ex plurium phyllodiorum conjunctione formatis, rhomboideis vel rhomboideo-oblongis vel lanceolatis, lobatis vel pinnatisectis, lobis ovatis vel rotundatis, obtusis, crenulatis vel subdentatis; nervatione flabellata, nervo primario basi subprominente, apicem versus dissoluto, nervis secundariis et tertiariis angulis acutissimis insertis, simplicibus vel furcatis craspedodromis; foliis parvis setaceis; fructibus solitariis ovato-orbicularibus, compressis, apice perviis, semen cingentibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Durch die ausserordentliche *Asplenium*-Ähnlichkeit der in Fig. 28, 30 und 31 abgebildeten Fossilreste, welche sämmtlich zu einer Species gehören, könnte man leicht verleitet sein, dieselben als Farnreste zu betrachten. Die genauere Untersuchung dieser Reste hat jedoch mit Sicherheit dahin geführt, dass dieselben den phyllodientragenden Taxineen und zwar der lebenden Gattung *Phyllocladus* einzureihen sind. Die mächtige Schichte von verkohlter Substanz, welche an einigen Abdrücken, z. B. Fig. 28, wahrgenommen werden kann, zeigt eine besonders steife, lederartige Textur an, was allein schon gegen die Bestimmung dieser Reste als *Asplenium* Bedenken hervorruft. Die genauere Besichtigung der Spindeln an den Resten Fig. 28, 30 und 31 aber führt zur Überzeugung, dass dieselben nicht Blatt- oder Wedelspindeln, sondern Zweigspindeln sind, denn dieselben zeigen Zweigpolster und von diesen herablaufende Kanten (s. Fig. 28), dann hin und wieder kleine borstenförmige Blätter. (S. Fig. 30 *b*.) Solche Blätter sieht man auch an einigen der blattartigen Theile dieser Reste eingefügt (s. Fig 30 *a*), was beweist, dass diese Theile als Phyllodien zu betrachten sind. Endlich ist seitlich von einem solchen Phyllodium bei Fig. 29 eine Frucht eingefügt, welche wie auch dieses vollkommen zu *Phyllocladus* passt.

Vergleicht man die oben beschriebene fossile *Phyllocladus*-Art mit den drei gegenwärtig lebenden Arten der Gattung, so findet man, dass erstere die Eigenschaften der letzteren in sich vereinigt. Die Phyllodien sind zweizeilig angeordnet und haben eine fächerförmige Nervation (s. die Vergrösserungen Fig. 30 *a* und Fig. 31 *a*) mit einfachen oder gabelspaltigen, sehr spitzwinklig eingefügten Secundär- und Tertiärnerven, wie bei allen *Phyllocladus*-Arten. Ich darf nicht unerwähnt lassen, dass an den Abdrücken häufig Ausscheidungen von Eisenoxyd stattfanden, welche zumeist die Nerven begleiten, wie dies an den Fig. 30 und 32 *a* ersichtlich gemacht ist. Ein mit dieser Thatsache nicht Vertrauter könnte leicht irregeführt werden, die hiedurch bewirkten Verdickungen an den Nerven für Sori zu halten. Der Umriss der Phyllodien ist rhomboidisch wie bei *Ph. rhomboidalis* oder auch schmäler länglich oder lanzettlich, Fig. 28, wie bei *Ph. hypophylla*; dieselben sind gelappt oder fiederspaltig eingeschnitten, wie bei *Ph. trichomanoides*, die Lappen sind stumpf und am Rande fein gekerbt wie bei *Ph. hypophylla*. Es unterscheidet sich aber die fossile Art von den genannten lebenden durch die breiteren und grösseren primären und secundären Äste. Die kleinen borstenförmigen Blätter sind wie bei *Ph. trichomanoides*. Die Frucht an dem Exemplare Fig. 29 ist etwas grösser als bei den lebenden Arten, 10^{mm} lang und 9^{mm} breit, zusammengedrückt und an der Spitze offen, wie bei allen *Phyllocladus*-Arten. Eine bemerkenswerthe Ähnlichkeit zeigt diese Frucht auch mit der von *Phyllocladites rotundifolia* Heer aus der Kreideflora der arctischen Zone. Die Phyllodienbildung letzterer Art ist aber mehr abweichend.

Die Verbreitung der lebenden *Phyllocladus*-Arten ist auf Tasmanien (*Ph. rhomboidalis* Rich.), Neuseeland (*Ph. trichomanoides* Don.) und Borneo (*Ph. hypophylla* Hook.) beschränkt.

Monocotyledones.

GRAMINEAE.

Poacites australis sp. n.

Taf. IX, Fig. 2, 2 *a*.

P. foliis linearibus, integerrimis, 4^{mm} latis, nervis longitudinalibus primariis 9, tenuibus aequalibus, cum nervis interstitialibus solitariis tenuissimis alternantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein kleines Bruchstück eines Gramineen-Blattes, welches vorläufig nur obige Benennung erhalten kann, bis vollständigere Reste eine genauere Bestimmung der fossilen Pflanze möglich machen. Das Fragment deutet auf ein schmallineales ganzrandiges Blatt von krautartiger Beschaffenheit. Dasselbe zeigt neun feine, gleiche, gegen den Rand genäherte Längsnerven, welche mit einzelnen sehr feinen Zwischennerven abwechseln. (S. die Vergrösserung Fig. 2 *a*.)

Bambusites arthrostylinus sp. n.

Taf. IX, Fig. 1, 1 *a*.

B. foliis lanceolato-linearibus, basi subito angustatis, apice acuminatis, integerrimis, nervis primariis pluribus tenuissimis, vix conspicuis, mediano basi prominente.

Fundorte: Vegetable Creek, Rocky Creek.

Das Blatt ist 5^{mm} breit, ergänzt 35^{mm} lang, an der Basis schnell verschmälert, daher daselbst wahrscheinlich abgerundet und gestielt, gegen die Spitze zu allmälig verschmälert, am Rande ganz. Ein Mediannerv tritt nur an und noch eine kurze Strecke oberhalb der Basis hervor; die übrigen Längsnerven sind sehr fein, gleich, genähert, nur stellenweise mittelst der Loupe sichtbar (s. die Vergrösserung Fig. 1 *a*, entnommen der Mitte der Blattlänge). Die Textur des Blattes scheint etwas fester, obwohl noch nicht lederartig gewesen zu sein. Es erinnert dieses Blattfossil sehr an die Blätter einiger Gramineen aus der Abtheilung der Bambuseen, so besonders an *Arthrostylidium Trinii* Rupr. aus der Flora Brasiliens.

Dicotyledones.

APETALAE.

PIPERACEAE.

Piper Feistmantelii sp. n.

Taf. IX, Fig. 4.

P. foliis subcoriaceis, e basi subcordata ovatis apice breviter acuminatis, margine integerrimis, nervatione subactinodroma, nervis primariis 5, medio prominente recto, apicem versus attenuato, excurrente, lateralibus internis arcuatis, laminae dimidium attingentibus, angulo 45° divergentibus, externis abbreviatis parum evolutis vix conspicuis; nervis secundariis paucis sub angulis 60—65° orientibus, tenuibus arcuatis, nervis tertiariis numerosis, ramosis prominentibus, inter se conjunctis, reticulum laxum formantibus.

Fundort: Elsmore.

Ein wohlerhaltenes Blattfossil, dessen Basis, obwohl etwas verletzt, glücklicherweise sich gut ergänzen lässt. Der Abdruck verräth eine derbere, fast lederartige Textur. Ein Stiel muss vorhanden gewesen sein, was wohl aus der fast herzförmigen Form des Blattes vermuthet werden darf. Die Länge beträgt 9^{cm}; die Breite fast 6^{cm}. Die Spitze ist etwas vorgezogen; der Rand ganz oder nur wenig ausgeschweift. Die Nervation ist unvollkommen strahlläufig. Von den fünf Primärnerven sind drei vollständig entwickelt, der mittlere stärker hervortretend, die äussersten sehr kurz und am Abdruck nur undeutlich sichtbar. Vom Mediannerv entspringen nur wenige Secundärnerven, dagegen mehrere Aussennerven von den inneren seitlichen Basalnerven unter wenig spitzen Winkeln. Die Tertiärnerven sind verhältnissmässig stark entwickelt, hervortretend und zu einem schlaffen Netz verbunden.

Die meiste Ähnlichkeit mit dem beschriebenen Blattfossil zeigt das Blatt von *Piper excelsum* Forst., einer in Neuseeland endemischen Art. (Vergl. Blattskelete d. Apetalen. Denkschr. Bd. XV, Taf. 5, Fig. 1.)

Von den bisher beschriebenen fossilen Piperaceen ist hier nur *Piper antiquum* Heer der Tertiärflora von Sumatra zu erwähnen, welche Art sich aber von der australischen durch die vollkommen strahlläufige Nervation der Blätter unterscheidet.

CASUARINEAE.

Casuarina Cookii sp. n.

Taf. IX, Fig. 3, 3 *a*.

C. ramulis ultimis tenuissimis, strictis, simplicibus, tetragonis, internodiis 4^{mm} longis, vaginarum dentibus 4, breviovatis, acutis, appressis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein sehr dünnes, kaum 1^{mm} im Durchmesser zeigendes augenscheinlich vierkantiges, ziemlich steifes *Casuarina*-Zweigchen, welches in Fig. 3 in natürlicher Grösse und in Fig. 3 *a* schwach vergrössert dargestellt ist. Die Internodien sind kurz, die Scheiden vierzähnig, anliegend, die Zähne derselben kurz, eiförmig in eine scharfe Spitze verschmälert. Dieses Zweigchen zeigt eine grosse Ähnlichkeit mit den Zweigchen der *Casuarina sotzkiana* (s. *Ephedrites s.* Ung. Fossile Flora von Sotzka, Taf. XXVI, Fig. 5). Letztere hat ebenfalls sehr dünne Zweigchen mit vierzähnigen Scheiden. Es sind aber die Zweigchen mehr stielrund, die Internodien $8—10^{mm}$ lang und die lanzettlichen Scheidenzähne abstehend.

Eine zweite, sehr ähnliche Art ist *Casuarina Padangiana* Heer der Tertiärflora von Sumatra. Bei derselben sind die Zweigchen sowie bei der *C. Cookii* vierkantig, aber die Internodien der Zweigchen so lang wie bei der *C. sotzkiana* und die Scheidenzähne stehen ebenfalls ab wie bei der letzteren.

Als die unserer Art nächstverwandte lebende betrachte ich *Casuarina Decaisneana* Ferd. Mueller, welche zu den wenigen Arten mit vierkantigen Zweigchen und vierzähnigen Scheiden zählt, aber durch die längeren Internodien von derselben abweicht.

MYRICEAE.

Myrica Koninki sp. n.

Taf. IX, Fig. 6, 7.

M. fructibus globosis granulosis, foliis membranaceis oblongis vel obovato-oblongis, basi attenuatis, apice rotundato-obtusis, margine serratis, nervatione camptodroma, nervo primario prominente, recto, apicem versus valde attenuato, nervis secundariis angulis subrectis egredientibus, tenuibus, nervis tertiariis sparsis tenuissimis dictyodromis.

Fundort: Vegetable Creek; Elsmore.

Ein längliches oder verkehrt-eiförmiges Blatt von anscheinend zarter, membranöser Textur. Dasselbe ist nach der Basis verschmälert, an derselben wahrscheinlich gestielt, an der wenig zusammengezogenen Spitze abgerundet-stumpf, am Rande klein gesägt. Die bogenläufige Nervation zeigt einen ziemlich starken geraden an der Spitze rasch verfeinerten Primärnerv, von welchem jederseits einige feine Secundärnerven unter wenig spitzem oder nahezu rechtem Winkel abgehen. Die Tertiärnerven sind sehr fein, entspringen von der Aussenseite der Secundären unter spitzen Winkeln und gehen in ein zartmaschiges Netz, Fig. 6 *a* über, welches dem von *Myrica* sehr ähnlich ist.

Ich glaube dieses Blattfossil am besten bei der genannten Gattung unterbringen zu sollen, da eine Reihe von fossilen bisher zu derselben gestellten Blättern mit demselben mehr oder weniger enge Verwandtschaft verräth. Am meisten scheint es sich der *Myrica deperdita* Ung. zu nähern, von welcher es sich aber durch die kleineren und am Rande tiefer herabreichenden Sägezähne unterscheidet.

In der Localität Elsmore fand sich der Abdruck einer kugeligen Frucht (Fig. 7), welche insbesondere ihrer feinkörnigen Oberfläche nach sehr gut zu *Myrica* passt.

Myrica Pseudo-Salix sp. n.

Taf. IX, Fig. 5, 5 *a*.

M. foliis subcoriaceis, oblongo-obovatis, basi in petiolum angustatis, apice obtusis, integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario distincto, recto; nervis secundariis approximatis, tenuibus, sub angulo acuto orientibus, tertiariis ramosis dictyodromis.

Fundort: Vegetable Creek.

Die Blattsubstanz ist derber als bei der vorigen, der Rand ist ganz, die Secundärnerven sind einander mehr genähert; die Tertiärnerven deutlicher und netzläufig. In den übrigen Eigenschaften, namentlich im Netz (Fig. 5 *a*), stimmt das Blattfossil mit dieser überein und zeigt ebenfalls den Typus eines *Myrica*-Blattes. Es ist analog der *Myrica salicina* Ung.

BETULACEAE.

Alnus Mac Coyi sp. n.

Taf. IX, Fig. 8, 9, 22 und 22 *a*.

A. foliis petiolatis, latiusculis, ovato-oblongis, duplicato-dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario prominente, nervis secundariis sub angulis 40—50° orientibus, rectis, ante marginem vix sursum curvatis, simplicibus; nervis tertiariis tenuibus rectangularibus, inter se conjunctis.

Fundort: Elsmore, Vegetable Creek.

Wollte man die Behauptung aufstellen, *Alnus*-ähnliche Fossilreste der Tertiärflora Australiens könnten nicht wirklich zu *Alnus* gehören, sondern seien einer anderen Phanerogamen-Gattung einzureihen, so würde man in dem Falle, wo diese Fossilreste nicht blos auf Eine Kategorie beschränkt sind, sondern nebst den *Alnus*-ähnlichen Blättern auch eine Sammelfrucht und einzelne Früchte, wie solche *Alnus* besitzt, vorliegen, in Verlegenheit kommen. Der Versuch, diese Reste anderswo unterzubringen, muss, meiner Ansicht nach, misslingen. Ich vermag keine Pflanzengattung zu nennen, welche in der Combination ihrer Merkmale der Blatt- und Fruchtbildung mit Fug und Recht mit *Alnus* verwechselt werden könnte.

Die vorliegenden Blattfossilien kann ich nur als zu *Alnus* gehörig erklären, umsomehr als sich in den Tertiärschichten Australiens ein Erlenzapfen gefunden hat, und somit das Vorkommen von *Alnus* für die Flora dieser Schichten zweifellos erwiesen ist. Ich brachte den erwähnten Zapfen und die Blattreste, die sich in denselben Schichten fanden, zu *Alnus Muelleri*. (S. Beiträge z. Tertiärflora von Australien, I. Folge, l. c. S. 14, Taf. 1, Fig. 15—17.) Die hier abgebildeten Blattfossilien müssen aber zu einer anderen Erlenart gestellt werden. Während die *Alnus Muelleri* in ihren Blättern sich mehr der *A. gracilis* oder *A. Cycladum* nähert, sind die Blätter Fig. 9 und andere hier nicht abgebildete von Elsmore mehr der *A. Kefersteinii* ähnlich, und erreichen eine dieser entsprechende Grösse. Ferner ist die hier beschriebene Erlenart durch die mehr längliche Blattform und die geradlinigen vor dem Rande kaum nach aufwärts gebogenen Secundärnerven charakterisirt. Das Fossil Fig. 8, von Vegetable Creek, zeigt die Basis eines kleineren Blattes derselben Art. Der doppelt gezähnte Rand und die Nervation, in Fig. *a* vergrössert dargestellt, sind hier wohlerhalten.

In den Schichten von Vegetable Creek haben sich kleine rundliche, flache Fruchtfossilien Fig. 22, vergrössert Fig. 22 *a*, gefunden, die den Früchtchen von *Alnus Kefersteinii*, welche ich aus Schönegg erhalten habe, ausserordentlich ähnlich sind. Den schmalen Fruchtflügel, wie er den Erlenfrüchtchen zukommt, konnte ich an dem abgebildeten Exemplare deutlich wahrnehmen.

CUPULIFERAE.

Quercus Wilkinsoni sp. n.

Taf. IX, Fig. 16, 16 *a*.

Q. foliis coriaceis firmis, petiolatis, lanceolatis, basi obtusis, apicem versus angustatis, margine incrassato integerrimis; nervatione brochidodroma, nervo primario valido, recto; nervis secundariis sub angulis 60—65° orientibus, numerosis, distinctis subflexuosis, ramosis, nervis tertiariis e primario angulis subrectis, e secundariis angulis acutis exeuntibus, ramosis, inter se conjunctis, rete macrosynammatum prominens formantibus, maculis reticulo tenerrimo instructis.

Fundorte: Vegetable Creek; Tingha.

Ein ausgezeichnet gut erhaltenes Blattfossil, von Vegetable Creek stammend, den Abdruck der unteren Fläche zeigend, an dem sogar noch die Spuren der Spaltöffnungen wahrgenommen werden können. Das Blatt trägt einen verhältnissmässig kurzen (6^{mm} langen) Stiel; die lanzettförmige Lamina ist an der Basis nur sehr wenig, von der Mitte an gegen die Spitze zu aber allmälig verschmälert. Der ungezähnte Rand ist verdickt; die Textur steif, lederartig. Die zahlreichen schwach geschlängelt-bogenförmigen Secundärnerven sind vor dem Rande durch Schlingenäste unter einander verbunden. Die axenständigen Tertiärnerven entspringen unter nahezu rechtem Winkel, 2—3 in einem Secundärsegment; einer ist stärker und geht oft in einen kürzeren Secundärnerven über. Die übrigen Tertiärnerven entspringen von der Aussenseite der Secundären unter spitzen Winkeln und verbinden sich untereinander zu einem ziemlich scharf hervortretenden lockeren Maschennetz, welches von einem sehr feinen Quaternärnetz, Fig. 16 *a*, erfüllt ist.

Die Gattungsbestimmung dieses Fossils unterlag keinem Zweifel, obgleich keine Art auffallende Übereinstimmung mit demselben verräth. Es vereinigt vielmehr die Eigenschaften verschiedener Eichen-Arten. In der Blattform und Consistenz gleicht es am meisten der *Quercus virens*, in der Nervation aber der *Q. sapotaefolia* Lieb., insbesondere bezüglich des Verlaufes und der Anastomosen der Secundär- und Tertiärnerven, sowie des feinsten Netzes; ferner der *Quercus imbricaria* Michx., insbesondere bezüglich der Abgangswinkel genannter Nerven. Letztere weicht aber durch die dünneren, nicht ausdauernden Blätter von der fossilen Art ab.. Endlich sind noch als in der Textur und Nervation, zum Theile auch in der Randbeschaffenheit und Form sehr ähnliche Arten hervorzuheben: *Q. acutifolia* Née, *Q. Humboldtii* Bonpl., und *Q. tolimensis* H. B. K. Es ist bemerkenswerth, dass alle genannten Analogien Amerika angehören.

Von den fossilen Eichen kommt unserer Art *Quercus chlorophylla* Ung. am nächsten, doch unterscheidet sich erstere von letzterer durch die stärker hervortretenden Secundär- und Tertiärnerven.

Eine bemerkenswerthe, wenn auch entfernter stehende Analogie stellt die *Q. cinereoides* Lesq. der amerikanischen Tertiärflora dar.

Quercus Greyi sp. n.

Taf. IX, Fig. 10.

Q. foliis coriaceis firmis, anguste lanceolatis, basin versus longe attenuatis, margine incrassato integerrimis; nervatione brochidodroma; nervo primario prominente, nervis secundariis sub angulis 65—70° orientibus, numerosis, flexuosis, ramosis; nervis tertiariis e primario sub angulo recto, e secundariis sub angulis acutis exeuntibus, ramosis, inter se conjunctis, rete macrosynammatum formantibus, maculis reticulo tenerrimo instructis.

Fundort: Vegetable Creek.

Unterscheidet sich von der vorhergehenden sehr nahe verwandten Art durch ein lineallanzettliches, nach der Basis allmälig verschmälertes Blatt. Entspricht am meisten der *Quercus elaena* Ung.

Quercus Austini sp. n.

Taf. IX, Fig. 11, 12.

Q. foliis coriaceis, breviter petiolatis lineari-lanceolatis, basi acutis, apicem versus angustatis, margine integerrimis, rarius denticulatis, subtus tomentosis(?); nervatione brochidodroma, nervo primario prominente, nervis secundariis sub angulis 70—80° orientibus, numerosis, parallelis, curvatis, ramosis; nervis tertiariis parce evolutis et vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Entfernt sich von beiden vorhergehenden Arten durch die viel kleineren und schmäleren Blätter, welche eine nur geringe Entwicklung der Tertiärnerven zeigen und auf der Unterseite (die im Abdrucke vorliegt) mit einem Filz bedeckt gewesen zu sein scheinen, so wie dies bei der sehr analogen *Quercus mexicana* Humb. et Bonpl. der Fall ist. An einem Blattfossil bemerkte ich das Auftreten kleiner Randzähne.

Von den bisher beschriebenen fossilen Formen nähert sich unserer Art die *Quercus myrtilloides* Ung.

Quercus Hartogi sp. n.

Taf. IX, Fig. 19.

Q. foliis coriaceis, petiolatis, lanceolatis, basi rotundatis, apicem versus angustatis, margine grosse spinuloso-dentatis; nervatione mixta, in parte inferiore plerumque camptodroma, in superiore craspedodroma; nervo primario valido, recto prominente apicem versus attenuato; nervis secundariis fere tenuibus, sub angulis 40—50° orientibus, numerosis arcuatis subflexuosis apice ramosis, ramulis saepe in spinulas dentium exeuntibus; nervis tertiariis tenuibus, latere externo angulo acuto exeuntibus, ramosissimis, reticulum distinctum formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Das Blatt ist nur bezüglich der Zahnung des Randes und der Form ähnlich dem der *Q. drymejoides* Ett. aus den Schichten von Dalton (s. Beiträge z. Tertiärflora Australiens, I. S. 117). Es unterscheidet sich aber von diesem durch eine gerundete Basis und die combinirte Nervation. Die Secundärnerven sind verhältnissmässig fein, mehr gebogen und meist an den Enden ästig. Die Zähne werden manchmal von den Ästen der Secundärnerven, die in Dörnchen auslaufen, versorgt. Die Tertiärnerven sind fein, entspringen nach aussen unter spitzen Winkeln und verästeln sich in einem ziemlich hervortretenden Maschennetze.

Bezüglich der Verwandtschaften dieser Eichenform verweise ich auf das schon bei *Q. drymejoides* a. a. O. Gesagte.

Quercus hapaloneuron sp. n.

Taf. IX, Fig. 20, 21.

Q. foliis subcoriaceis, petiolatis lanceolatis, basi angustatis, apicem versus acuminatis, margine dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario prominente, recto, apicem versus attenuato, excurrente; nervis secundariis

distinctis, fere tenuibus, sub angulis 30—40° orientibus, numerosis, rectis simplicibus; nervis tertiariis tenuissimis numerosissimis, approximatis, parallelis, angulo subrecto insertis, furcatis, inter se conjunctis, reticulum tenerrimum formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

In der Blattform und Nervation sehr ähnlich der folgenden Art, jedoch durch die mehr verschmälerte, fast vorgezogene Basis des Blattes und die zahlreichen mehr genäherten, einander parallelen Tertiärnerven verschieden (s. die Vergrösserung der Nervation, Fig. 20 *a*). Von der vorhergehenden Art unterscheidet sich die vorliegende durch eben diese Merkmale und noch wesentlich durch die geradlinigen, stets einfachen Secundärnerven, dann durch eine andere Randzahnung.

Von den jetztlebenden Eichenarten sind als in der Blattbildung ähnlich hervorzuheben: *Quercus glauca* Thunb., in Japan einheimisch, insbesondere wegen der sehr feinen genäherten Tertiärnerven und des ähnlichen zarten Blattnetzes; dann *Q. Libani* Oliv. (s. Ett., Beiträge z. Tertiärflora Australiens I, Taf. VII, Fig. 7), wegen der unter spitzen Winkeln abgehenden geraden parallelen Secundärnerven.

Quercus Darwinii m.

Taf. IX, Fig. 18, 18 a.

Ettingsh., Beiträge z. Tertiärflora Australiens, I, l. c. S. 118, Taf. 2, Fig. 3.

Q. foliis subcoriaceis, lanceolatis, acuminatis, basi acutis integerrimis, reliquo margine dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario recto, basi valido, apicem versus angustato; nervis secundariis distinctis, sub angulis 40—50° orientibus, approximatis, leviter curvatis, apicem versus abbreviatis et subrectis; nervis tertiariis tenuissimis ramosis, reticulum tenerrimum formantibus.

Fundorte: Dalton bei Gunning; Vegetable Creek; Elsmore.

Von dieser Art hat sich in der Localität Vegetable Creek ein Blattfossil, Fig. 18, gefunden, welches in Bezug auf die Nervation besser erhalten ist als das bereits am a. O. beschriebene von Dalton. Das Fossil zeigt ein kleineres Blatt, welches aber in der Form, Randbeschaffenheit, Textur und in den Merkmalen der Nervation so weit diese verglichen werden konnte, mit dem Blatte von Dalton genau übereinstimmt. Die Nervation zeigt ein zartes Tertiärnetz, welches in Fig. 18 *a* vergrössert dargestellt ist.

Die nun hinzugekommenen neuen Merkmale sind in obiger Diagnose zusammengestellt. Ein zweites Blattfossil dieser Art, das mit Obigem genau übereinstimmt, liegt aus Elsmore vor.

Quercus Edelii sp. n.

Taf. IX, Fig. 13, 13 *a*.

Q. foliis subcoriaceis, obovato-oblongis, apice obtusis, margine grosse dentatis, nervatione brochidodroma, nervo primario firmo, recto, excurrente, nervis secundariis tenuibus, angulo subrecto egredientibus, ramosis, ramorum laqueis pluriseriatis, vix prominentibus, nervis tertiariis tenuissimis, dictyodromis.

Fundort: Vegetable Creek.

Diese Eichenform hat eine nahe verwandte in der *Quercus serra* Ung. der fossilen Flora von Parschlug in Steiermark. Sie stimmt mit derselben in der Form, Randzahnung und im Typus der Nervation fast ganz überein. Der einzige Unterschied besteht in der Feinheit der Secundärnerven und den stumpferen Abgangswinkeln derselben. (Vergl. das Blattnetz der *Q. Edelii*, Fig 13 *a*, und das der *Q. serra*, Fig. 14 *a*.)

Quercus Dampieri sp. n.

Taf. IX, Fig. 15, 15 *a*.

Q. foliis coriaceis, petiolatis oblongo-lanceolatis, remote dentatis, basi attenuatis, apice paullo angustatis, nervatione craspedodroma, nervo primario valido, recto, apicem versus attenuato, excurrente; nervis secundariis distinctis, fere prominentibus, sub angulis 70—80° orientibus numerosis, arcuatis, simplicibus vel apice ramosis; nervis tertiariis angulo subrecto exeuntibus, ramosis; reticulo valde evoluto.

Fundort: Vegetable Creek.

Das Blatt hat auf den ersten Anblick viele Ähnlichkeit mit dem der *Myrica lignitum* Ung. und der jetztlebenden *M. cerifera* L. Es ist jedoch von derberer Textur und weicht in der Nervation von denselben so weit ab, dass es zu *Myrica* nicht gebracht werden kann. Der Primärnerv tritt mächtig hervor; die bogigen Secundärnerven sind ziemlich stark; die Tertiärnerven entspringen fast rechtwinklig, sind verästelt, verbindend und umschliessen ein Blattnetz, Fig. 15 *a*, das mit dem von Eichenblättern die meiste Übereinstimmung zeigt.

Die Vergleichung des beschriebenen Fossils mit den Pflanzen der Lebewelt führt zu asiatischen Eichen mit verkehrt-lanzettlichen oder länglichen in den Stiel verschmälerten Blättern von lederartiger Textur, unter welchen insbesondere *Quercus Hancei* Benth., eine auf der Insel Hongkong endemische Art, hervorzuheben ist. Das Blatt derselben ist zwar nach der Basis weniger verschmälert und der Rand ungezähnt, allein die Nervatur ist der des Fossils sehr ähnlich.

Von den Eichenarten der europäischen Tertiärflora stimmen *Quercus Hamadryadum* Ung., *Q. Orionis* Heer und *Q. argute-serrata* Heer mit der beschriebenen australischen der Form, zum Theil auch der Textur nach überein, weichen aber in der Zahnung und Nervation von derselben mehr oder weniger ab.

Quercus Blamingii sp. n.

Taf. IX, Fig. 17, 17 *a*.

Q. foliis coriaceis, ovato-oblongis, acuminatis, denticulatis, nervatione craspedodroma, nervo primario firmo, recto, excurrente, nervis secundariis distinctis, sub angulis 70—80° orientibus, numerosis approximatis, arcuatis, apicem versus abbreviatis; nervis tertiariis tenuissimis, latere externo angulis acutis egredientibus, simplicibus vel ramosis, reticulum tenerrimum valde evolutum includentibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Schliesst sich in der Blattbildung den vorhergehenden Arten an, von welchen sie sich durch folgende Merkmale unterscheidet. Die Form ist breiter; die Randzähne sind sehr klein, nach vorne gerichtet und einander ziemlich genähert; die Secundärnerven entspringen unter wenig spitzen Winkeln und sind schwach gebogen. Die sehr feinen Tertiärnerven entspringen von der Aussenseite der Secundären unter spitzen Winkeln, sind verbindend und schliessen ein reich entwickeltes, aus fast quadratischen Maschen zusammengesetztes Netz ein (s. d. Vergrösserung desselben, Fig. 17 *a*).

In den genannten Eigenschaften stimmt die beschriebene Art am meisten mit *Quercus Eyrei* Benth. der Flora von Hongkong überein, welche Art sich von derselben in der Blattbildung nur durch den weniger gezähnten Rand unterscheidet.

Dryophyllum Howitti sp. n.

Taf. X, Fig. 1, 1 *a* und 1 *b*.

D. foliis coriaceis, oblongis, basi breviter petiolata subcordatis, margine calloso-dentatis, dentibus obtusissimis; nervatione craspedodroma, nervo primario prominente recto, apicem versus attenuato, nervis secundariis distinctis, sub angulis 40—45° orientibus numerosis approximatis, rectis, apice furcatis, ramis in dentes terminantibus, superiore elongato nervum marginalem formante, inferiore brevissimo; nervis tertiariis tenuissimis, rectangularibus, approximatis, simplicibus vel furcatis, inter se conjunctis, reticulum tenerrimum formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Das Blattfragment, Fig. 1, zeigt den Nervationstypus eines *Dryophyllum*, ohne aber einer der bisher bekannt gewordenen Arten dieser vorweltlichen Gattung sich in auffallender Weise anzuschliessen. Die Basis des länglichen lederartigen Blattes ist fast herzförmig ausgerandet und kurz gestielt, der Rand desselben mit kleinen, sehr stumpfen und verdickten Zähnchen besetzt. Die dünnen aber hervortretenden Secundärnerven sind einander genähert, parallel, gerade, am Ende knapp vor jeder Zahnbucht des Randes in zwei Ästchen gespalten, von denen das eine äusserst kurze, daher oft kaum sichtbare, das nächstliegende Zähnchen versorgt, während das andere am Aussenrande des nächst oberen Zähnchens fortläuft, um in seiner Spitze zu endigen (s. Fig. 1 *b*).

Die Tertiärnerven entspringen von beiden Seiten der Secundären unter rechtem Winkel, sind sehr fein, verbindend, die Quaternärnerven unter demselben Winkel entsendend. Das Netz, Fig. 1 *a*, besteht aus meist rechteckigen Maschen. Als Analogien dieser Art können *D. suberetaceum* Sap. und *D. subfalcatum* Lesq. betrachtet werden.

Fagus celastrifolia sp. n.

Taf. X, Fig. 2, 2 *a*.

F. foliis coriaceis, breviter petiolatis, obovato-ellipticis, basi angustatis, apice obtusiusculis, margine antico dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario basi prominente, apicem versus subflexuoso, secundariis paucis, sub angulis acutissimis orientibus, subrectis simplicibus: nervis tertiariis tenuissimis rectangularibus vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein kleines lederartiges Blatt, welches zuerst an *Celastrus*-Blätter erinnert. Bei genauerer Betrachtung erkennt man aber, dass dasselbe zu *Celastrus* nicht gebracht werden kann, da es randläufige Secundärnerven hat, die dieser Gattung nicht zukommen. Die elliptische, in das Verkehrt-eiförmige übergehende Lamina ist in einen kurzen Blattstiel verschmälert, an der Spitze aber mehr abgerundet-stumpflich, an dieser und am vorderen Rand mit stumpflichen genäherten Zähnchen, weiter herab nur mit entfernter stehenden, sehr kleinen Kerben besetzt, an der Basis ganzrandig. Der nur an der Basis hervortretende Primärnerv ist von der Mitte an gegen die Spitze zu etwas hin- und hergebogen. Die Secundärnerven entspringen unter Winkeln von 20—30° und verlaufen ungetheilt und geradlinig zum Rand. Die sehr feinen Tertiärnerven, welche sich nur an wenigen Stellen erhalten haben, gehen unter rechtem Winkel ab (s. die Vergrösserung 2 *a*).

Ich vergleiche das beschriebene Fossil mit der neuseeländischen *Fagus fusca* Hook., bei welcher ähnliche am vorderen Rand gezähnte, an der Basis ganzrandige zuweilen elliptische oder fast verkehrt-eiförmige Blätter von lederartiger Substanz vorkommen, bei welcher der schwache Primärnerv nicht selten etwas schlängelig verlauft und die randläufigen Secundärnerven verhältnissmässig sehr feine tertiäre rechtwinklig entsenden.

Die Blätter der genannten lebenden Art unterscheiden sich von der fossilen nur durch die breitere Lamina und die unter stumpferen Winkeln abgehenden Secundärnerven.

Fagus Muelleri sp. n.

Taf. X, Fig. 3—7, 7 *a*.

F. foliis coriaceis, breviter petiolatis, ovatis, rhomboideis ellipticis vel oblongis, basi acutis vel angustatis, apice acuminatis, margine simpliciter vel inaequaliter vel duplicato-dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario basi vel usque ad dimidium laminae prominente recto vel paullo flexuoso; nervis secundariis pluribus, sub angulis 40—45° orientibus, rectis simplicibus, nervis tertiariis tenuibus, angulis subrectis egredientibus simplicibus vel ramosis, reticulum valde evolutum et prominens includentibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Eine ausgezeichnete und an obigem Fundorte häufige Buchenart, welche zweifelsohne der gegenwärtig nur im südlichen Chili einheimischen *Fagus Dombeyi* Mirb. am nächsten verwandt ist. Der Blattform nach liegen zwei Varietäten derselben vor, eine mit eiförmigen oder rhomboidischen, die andere mit länglichen fast lanzettlichen Blättern. Die Textur ist deutlich lederartig; der Stiel erreicht nur 3^{mm} Länge. Die Basis ist spitz, selten mehr verschmälert, die Spitze verlängert; der Rand ungleich oder doppelt, selten einfach gezähnt. Der Primärnerv ist bei den kürzeren Blättern nur an der Basis hervortretend und nicht selten in seinem Verlaufe ein wenig geschlängelt wie bei *F. Dombeyi*; bei den länglichen Blättern aber stärker und gerade. Ebenso variiren die Secundärnerven von der zarteren zu der mehr derberen Beschaffenheit; im letzteren Falle sind sie stets geradlinig und ungetheilt. Die Tertiärnerven sind fein; das Blattnetz ist sehr entwickelt; die sehr kleinen rundlich-eckigen Maschen desselben treten scharf hervor, sowie bei der genannten lebenden Art. Ein hier nicht abgebildetes Zweigfragment zeigt abwechselnde Blätter. Die Blattfossilien, Fig. 5—7, gehören zur Varietät mit kürzeren; Fig. 3 zu der mit längeren und grösseren Blättern; zwischen beiden liegen die Blattfossilien

Fig. 4 u. A. Fig. 7 *a* stellt die Vergrösserung der Nervation dar. Ich benannte die Art nach dem um die Erforschung der Flora Australiens hochverdienten Baron Ferd. Mueller in Melbourne.

Fagus Hookeri sp. n.

Taf. X, Fig. 10, 11, 11 *a*.

F. foliis submembranaceis, ovatis vel ovato-oblongis, utrinque angustatis, margine duplicato-dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario debili, recto; nervis secundariis pluribus, sub angulis 30—40° orientibus, tenuibus, rectis vel leviter curvatis, simplicibus; nervis tertiariis tenuissimis, ramosis rarius simplicibus, reticulum valde evolutum tenerrimum haud prominens includentibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Diese Art ist mit der vorhergehenden sehr nahe verwandt, aber durch folgende Merkmale verchieden. Die Textur des Blattes ist zarter, der Rand mit stärker hervortretenden Zähnen, welche stets kleinere Zähnchen tragen, besetzt. Der wesentlichste Unterschied besteht in der Nervation. Primärnerv und Secundärnerven sind verhältnissmässig feiner; das Blattnetz ist noch mehr entwickelt als bei *F. Muelleri* und die Maschen desselben sind verhältnissmässig grösser und nicht hervortretend (s. die Vergrösserung Fig. 11 *a*). Es entspricht diese Art in allen ihren Eigenschaften des Blattes der in Chili lebenden *Fagus obliqua* Mirb. (Syn. *F. australis* Poepp. in Ettingsh., Blattsk. d. Apetalen, Denkschr. Bd. XV, Taf. 8, Fig. 3—5).

Ich widmete die Art dem um die Botanik hochverdienten Sir Joseph D. Hooker.

Fagus Benthami sp. n.

Taf. X, Fig. 8, 9, 9 *a*.

F. nuculis obtuse triquetris, sublevibus, foliis membranaceis petiolatis, oblongo-ovatis, basi obtusis, apicem versus angustatis, margine inaequaliter vel duplicato-dentatis, nervatione craspedodroma, nervo primario prominente, recto; nervis secundariis pluribus sub angulis 45—55° orientibus, distinctis rectis vel basi divergenti-arcuatis, simplicibus; nervis tertiariis tenuissimis, angulo subrecto insertis, flexuosis, simplicibus vel ramosis inter se conjunctis, reticulo valde evoluto.

Fundorte: Vegetable Creek; Elsmore.

Ist nächstverwandt einerseits der tertiären weit verbreiteten *Fagus Feroniae* Ung., andererseits den lebenden *F. ferruginea* Ait. und *F. sylvatica* L. Während die beschriebene Art in der Form und Zahnung des Blattes, sowie in den Merkmalen der Hauptnerven mit *F. Feroniae*, namentlich der *Var. Deucalionis* Ung. vollkommen übereinstimmt, ist dieselbe durch eine andere Netzbidung verschieden, wie die Vergleichung der Fig. 9 *a* zeigt. Von den aus der Tertiärflora Australiens bis jetzt bekannt gewordenen *F. Wilkinsoni* Ett. der Schichten von Dalton bei Gunning in Neu-Süd-Wales und *F. Risdoniana* Ett. der Schichten von Risdon in Tasmanien unterscheidet sich die *F. Benthami* durch die zartere Textur des Blattes und die Zahnung des Randes, sowie von der letzteren auch durch die rechtwinklig abgehenden Tertiärnerven.

Ausserdem zeichnet sich das Blatt der *F. Benthami* noch durch folgende Eigenschaften mehr oder weniger aus. Der Stiel erreicht eine Länge von 11^{mm}. Die Basis ist nicht so verschmälert wie bei *F. Wilkinsoni* und *F. Risdoniana*, sondern fast abgerundet-stumpf. Die Secundärnerven stehen im Mittel 8^{mm} von einander ab und sind gegen die Blattbasis zu an ihrem Ursprung divergirend gebogen, sowie bei *F. sylvatica* und *ferruginea*.

In der an Fruchtfossilien reichen Localität Elsmore fand sich nebst den Blattresten dieser Art auch der Abdruck eines Buchennüsschens, Fig 8, welches nur zur *Fagus Benthami* am besten zu passen scheint. Die Art ist dem Andenken Georg Bentham's gewidmet.

ULMACEAE.

Gen. *ULMOPHYLLUM.*

Foliis subaequalibus, argute crenato-dentatis, nervis secundariis craspedodromis numerosis parallelis, nervis tertiariis subtilissimis dictyodromis.

Ulmophyllum oblongum sp. n.

Taf. X, Fig. 12, 12 *a*.

U. foliis subcoriaceis, petiolatis, oblongis, basi rotundatis, apice producto paullo angustatis; margine argute et aequaliter crenato-dentatis, dentibus antrorsum versis; nervo primario tenui, nervis secundariis tenuissimis approximatis; nervis tertiariis tenuissimis rectangularibus vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein Blatt, welches man seiner Form und Nervation nach ohne Bedenken für ein *Ulmus*-Blatt halten möchte, wenn nicht die fast lederartige Textur, die anliegenden, nach vorne gekehrten Randzähne und insbesondere die sehr feinen kurzen und in ein engmaschiges Netz, Fig. 12 *a*, sogleich aufgelösten Tertiärnerven dagegen sprechen würden. Ich konnte jedoch keine andere Familie ausfindig machen, zu welcher dasselbe gestellt werden könnte, als die *Ulmaceen*. Da es aber in dieser zu keiner lebenden Gattung passt, so glaube ich gut zu thun, dasselbe einer ausgestorbenen Gattung zuzuweisen.

MOREAE.

Ficus Burkei sp. n.

Taf. X, Fig. 13.

F. foliis subcoriaceis, petiolatis oblongis, basi angustatis integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario valido recto, nervis secundariis sub angulis 45—55° orientibus, prominentibus apice ramosis inter se conjunctis; nervis tertiariis prominentibus extus sub angulis acutis egredientibus simplicibus vel ramosis inter se conjunctis, rete macrosynammatum includentibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein Blattfossil, welches in allen seinen Eigenschaften ein *Ficus*-Blatt erkennen lässt. Die Blattsubstanz muss als derber, eher lederartig als krautartig angenommen werden. Die ziemlich breite Lamina verschmälert sich an der Basis in einen starken Stiel, aus welchem ein mächtiger, gerade verlaufender Primärnerv entspringt. Von diesem gehen in einem mittleren Abstand von 13^{mm} ziemlich starke Secundärnerven ab, welche im Bogen den Rand hinaufziehen, um daselbst unter einander zu anastomosiren. Die Tertiärnerven entspringen in Abständen von $2—3^{mm}$ von einander an der Aussenseite der Secundären unter spitzem, zu beiden Seiten des Primären unter rechtem Winkel und sind fast querläufig. Sie umschliessen ein lockeres Maschennetz.

Das Blatt erinnert im Ganzen an das der *Ficus lanceolata* Heer, von dem es nur durch die geringere Verschmälerung der Basis und einen etwas anderen Verlauf der Tertiärnerven verschieden ist.

Ficus Gidleyi sp. n.

Taf. X, Fig. 16, 16 *a*.

F. foliis coriaceis, lanceolatis integerrimis, apicem versus angustatis; nervatione brochidodroma, nervo primario prominente, recto, excurrente; nervis secundariis prominentibus, sub angulis 40—50°, superioribus sub angulis obtusioribus orientibus, arcuatis, segmenta marginem versus angustata formantibus; nervis tertiariis prominentibus, extus angulis acutis egredientibus, ramosis, inter se conjunctis; reticulo microsynammato.

Fundort: Vegetable Creek.

Entspricht einigermassen der *Ficus arcinervis* Heer; insbesondere lässt die Nervation des Fossils, Fig. 16 *a* vergrössert dargestellt, eine genauere Vergleichung mit den wohl erhaltenen Blättern dieser Art aus der fossilen Flora von Sagor zu. Die Form, Textur, der Verlauf der Secundärnerven, der Abstand der hervortretenden Schlingenbogen vom Rand und das Blattnetz stimmen bei beiden fast ganz überein. Doch sind die Ursprungswinkel der Tertiärnerven an unserem Blattfossil spitzer und es treten diese Nerven daselbst stärker hervor als bei der genannten Art.

Ficus Solanderi sp. n.

Taf. X, Fig. 17, 17 *a*.

F. foliis coriaceis, petiolatis, ellipticis vel ovato-oblongis, integerrimis, basi obtusiusculis, apice paullo angustatis, nervatione brochidodroma, nervo primario valido prominente, recto, nervis secundariis tenuibus, sub angulis 50—65° orientibus, arcuatis, segmenta versus marginem rotundato-obtusa formantibus; nervis tertiariis tenuissimis extus angulis variis egredientibus, ramosis, reticulo microsynammato valde evoluto.

Fundort: Vegetable Creek.

Schliesst sich bezüglich der Textur, Form und des Verlaufes der Secundärnerven der *Ficus Reussii* Ett. an und unterscheidet sich von dieser Art nur durch die geringe Entwicklung der grundständigen Secundärnerven und das zartere Blattnetz (Fig 17 *a*). Von der vorhergehenden Art unterscheidet sich die vorliegende durch das kürzere Blatt, die stumpferen Abgangswinkel der Secundärnerven, deren Segmente gegen den Rand zu mehr abgerundet sind und durch ein mehr entwickeltes Netz.

Ficus Phillipsii sp. n.

Taf. X, Fig. 18, 18 *a*.

F. foliis coriaceis, anguste lanceolatis, integerrimis, apice acuminatis, nervatione brochidodroma, nervo primario prominente, recto, excurrente; nervis secundariis tenuibus, sub angulis 60—70° orientibus, arcuatis, segmenta versus marginem rotundata formantibus; nervis tertiariis tenuissimis, rectangularibus, ramosis; reticulo microsynammato valde evoluto.

Fundort: Vegetable Creek.

Der vorhergehenden Art nächstverwandt, jedoch mehr der *Ficus dalmatica* Ett. analog, von der ersteren durch ein längeres, schmäleres Blatt, die unter rechtem Winkel abgehenden Tertiärnerven und ein anderes Netz, Fig. 18 *a*, abweichend. Die Verschiedenheit des Netzes beruht nur auf den etwas stärkeren Netznerven und noch kleineren Maschen.

Von *Ficus dalmatica* und *Reussii* unterscheidet sich diese Art durch dieselben Merkmale wie die *F. Solanderi*.

Ficus Willsii sp. n.

Taf. X, Fig. 14 15, 15 *a*.

F. foliis coriaceis, ellipticis (?) integerrimis vel undulatis, basi acutis, nervatione camptodroma, nervo primario crasso, nervis secundariis sub angulis 75—85° orientibus, paullo arcuatis parallelis; nervis tertiariis tenuissimis angulis variis exeuntibus, ramosis inter se conjunctis; reticulo tenerrimo evoluto.

Fundort: Vegetable Creek.

Von dieser Art liegt zwar nur ein Basalstück und ein Mittelstück eines Blattes vor, welche jedoch genügende Anhaltspunkte bieten, um festzustellen, dass das Fossil in der nächsten Beziehung zu *Ficus Jynx* Ung. steht. Glücklicherweise ist die Nervation so wohl erhalten, dass man dasselbe mit den besten Blattexemplaren der genannten Art vergleichen konnte. Es passt so gut zu kleineren Blättern der *F. Jynx* von Sotzka, wohl auch zu den in Heer's Tertiärflora der Schweiz, Bd. I, Taf. 85, Fig. 8—11 dargestellten, dass man geneigt sein könnte, die Identität der Art anzunehmen. Eine sorgfältige Vergleichung des Blattnetzes, Fig. 15 *a*, aber ergab, dass man hier doch eine verschiedene Art vor sich habe. Bei *F. Jynx* entspringen an der Aussenseite die Tertiärnerven gleichmässig unter spitzen Winkeln, während bei der beschriebenen Art diese Nerven von beiden Seiten der Secundären unter verschiedenen Winkeln abgehen. Es kommt dies bei einigen lebenden *Ficus*-Arten vor, so z. B. bei der ostindischen *F. Benjaminea* L., welche auch ähnliche genäherte und einander parallellaufende unter kaum spitzen Winkeln abgehende Secundärnerven und eine ähnliche Blattform zeigt, wie unsere Art.

ARTOCARPEAE.

Artocarpidium Gregoryi sp. n.

Taf. X, Fig. 19, 20.

A. foliis coriaceis, integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario pervalido, recto, excurrente; nervis secundariis validis prominentibus, sub angulis 50—65° orientibus, valde arcuatis marginem adscendentibus, inter se conjunctis; nervis tertiariis e primario angulo subrecto, e secundariis extus angulis acutis exeuntibus, subtransversis, anastomosantibus.

Fundorte: Vegetable Creek; Elsmore.

Fig. 20 stellt ein Bruchstück eines grossen breiten Blattes dar, welches in seinen Eigenschaften an einige unter die Sammelgattung *Artocarpidium* gebrachte Blattfossilien der europäischen Tertiärflora sich anzuschliessen scheint, und das ich desshalb vorläufig derselben einreihe, bis vollständigere Reste weiter gehende Vergleichungen zulassen. Die Blattsubstanz war lederartig; die auffallend stark gebogenen Secundärnerven stehen in Entfernungen von 2—3^{cm}, die Tertiärnerven 4—7^{mm} von einander. Vom Rande sieht man ein genügendes Stück, um zu constatiren, dass derselbe ungezähnt ist. Was die Form des Blattes betrifft, so lässt sich aus dem vorliegenden an die Spitze grenzenden Theil desselben kaum mehr entnehmen, als dass dasselbe abgerundet-stumpf und in der Mitte etwa 14^{cm} breit war. Auf demselben Stein liegt ein Fragment eines kleineren Blattes derselben Art, Fig. 19, welches eine wohlerhaltene Nervation zeigt. Obige Reste fanden sich in Vegetable Creek. Ein Blattrest liegt aus Elsmore vor.

MONIMIACEAE.

Monimia vestita sp. n.

Taf. XI, Fig. 10.

M. foliis coriaceis, petiolatis late lanceolatis, utrinque obtusis, apice angustatis, margine integerrimis, nervatione camptodroma; nervo primario prominente recto, versus apicem attenuato, nervis secundariis sub angulis 60—70° orientibus, tenuibus, simplicibus vel ramosis; nervis tertiariis tenuissimis ramosis dictyodromis, vix conspicuis; reticulo obsoleto.

Fundort: Vegetable Creek.

Zwei zum Theile sich deckende Blattfossilien, welche nach ihrer Textur, Form und Nervation zu Arten von Monimiaceen passen. Die an einer Stelle noch erhaltene verkohlte Blattsubstanz weiset auf eine lederartige Textur hin. An der Oberfläche des Fossils bemerkt man bei Anwendung einer stark vergrösserudeu Loupe äusserst kleine Höckerchen und Vertiefungen, welche auch die grösseren Blattnerven überziehen und offenbar das Hervortreten der Tertiärnerven und des Blattnetzes verhindern. Dies rührt von einem Überzug von Haaren oder Schuppen her, wie solche z. B. bei *Monimia ovalifolia* u. a. besonders stark die Unterseite des Blattes bedecken.

Hedycarya Wickhami sp. n.

Taf. XI, Fig. 11, 11 *a*.

H. foliis coriaceis, ellipticis, utrinque paullo angustatis, margine dentatis, nervatione brochidodroma, nervo primario prominente recto, nervis secundariis sub 70—80° orientibus, tenuibus, ramosis, laqueos marginales 1— 2-seriatos formantibus; nervis tertiariis sub angulis variis acutis et obtusis exeuntibus, abbreviatis, ramosis dictyodromis.

Fundort: Vegetable Creek.

In Blattbau und Nervation mit *Hedycarya dentata* Forst. (s. Ett., Blattskel. der Apetalen, Denkschr., Bd. XV, Taf. 28, Fig. 1, 2) fast ganz übereinstimmend und nur durch das kleinere Blatt und die mehr einander genäherten Secundärnerven und Randzähne verschieden. Die Randschlingen der Secundärnerven und

die kurzen unter spitzen und stumpfen Winkeln entspringenden Tertiärnerven, sowie das Blattnetz sind aus der in Fig. 11 *a* beigegebenen Vergrösserung zu entnehmen.

LAURINEAE.

Cinnamomum polymorphoides M'Coy.

Ettingsh., Beiträge z. Tertiärflora Australiens, I, l. c. S. 125, Taf. 3, Fig. 2.

Taf. XI, Fig. 3, 3 *a*.

Fundort: Vegetable Creek.

Hieher das Blattfossil Fig. 3, welches zwar unvollständiger ist, als das a. a. O. abgebildete von Dalton bei Gunning, aber das charakteristische Merkmal, wodurch sich diese Art von dem in der Blattbildung sehr ähnlichen *Cinnamomum polymorphum* unterscheidet, nämlich, dass die bogenläufigen Secundärnerven stärker entwickelt sind und schon tiefer, unterhalb der Mitte der Lamina entspringen, noch deutlicher ausgeprägt enthält. Überdies sind die Tertiärnerven und das Blattnetz — an dem erwähnten Fossil von Dalton nicht erhalten — hier sehr gut wahrzunehmen, wovon die Vergrösserung Fig. 3 *a* ein Bild gibt. Ein Basalstück, welches ich ebenfalls hieher bringe, zeigt nebst den spitzläufigen Secundärnerven noch feine grundständige Nerven, wie solche bei dem lebenden *Cinnamomum zeylanicum* angedeutet sind.

Cinnamomum Leichardtii m.

Ettingsh., l. c. S. 125, Taf. III, Fig. 1.

Taf. XI, Fig. 4.

Fundort: Elsmore.

Von dieser Art liegen mehrere Blätter vor, zu welchen das a. a. O. dargestellte Fragment von Dalton bei Gunning vollkommen passt. Nur gehörte dieses letztere einem grösseren Blatte an. Dass jedoch die Grösse der *Cinnamomum*-Blätter sehr viel variirt, lässt schon ein flüchtiger Blick auf die lebenden Arten erkennen. Bei unserer Art laufen die grundständigen Secundärnerven bis in die Nähe der Spitze des Blattes, welche sie mitunter erreichen, und die Tertiärnerven, welche in querer Richtung das Blatt durchziehen, sind stark ausgeprägt. Das gröbere eisenschüssige Gestein gestattete jedoch nicht die Erhaltung des Blattnetzes.

Cinnamomum Nuytsii sp. n.

Taf. XI, Fig. 5.

C. foliis breviter petiolatis rigide coriaceis, elliptico-oblongis, integerrimis utrinque angustatis, basi acutis; nervatione acrodroma, nervo primario prominente, recto, nervis secundariis infimis suprabasilaribus, sub angulis 30—40° orientibus, paullo curvatis, attenuatis, apicem fere attingentibus, nervis secundariis reliquis angulo subrecto egredientibus approximatis, tenuissimis, vix conspicuis; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ist nahe verwandt dem *Cinnamomum lanceolatum* Ung., aber von demselben durch die derbere Textur und die feineren Secundärnerven verschieden. Von dem *C. Woodwardii* Ett. aus dem Travertin von Hobart Town weicht die beschriebene Art durch die genannten Merkmale und überdies durch die spitzeren Abgangswinkel der suprabasilaren Secundärnerven ab. Letztere kommen der Spitze so nahe, dass angenommen werden kann, dass sie dieselbe an anderen Exemplaren erreichen. Die Secundärnerven, nur an wenigen Stellen in der Nähe der Spitze erhalten, sind einander auffallend genähert. Die Tertiärnerven konnten weder in der stark verkohlten Blattsubstanz selbst, noch am Abdrucke derselben wahrgenommen werden.

Gen. *DIEMENIA.*

Folia coriacea integra, quoad nervos secundarios illis Laurorum vel Persearum, quoad nervos tertiarios illis Cinnamomorum similia.

Diemenia speciosa sp. n.

Taf. XI, Fig. 7—9.

D. foliis oblongis vel lanceolatis integerrimis, utrinque angustatis, nervatione camptodroma, nervo primario valido, recto, excurrente, nervis secundariis simplicibus valde prominentibus, arcuatis, marginem ascendentibus, sub angulis 35—65° egredientibus; nervis tertiariis distinctis simplicibus vel furcatis, transversim inter se conjunctis; reticulo obsoleto.

Fundorte: Elsmore; Vegetable Creek.

Blätter von derber, lederartiger Substanz, welche eine Länge von mindestens 11^{cm} und eine Breite von 4^{cm} erreichen, nach beiden Enden gleichmässig verschmälert sind und nach ihren sonstigen Eigenschaften sofort den Eindruck von Laurineen-Blättern machen. Aus einem mächtigen Primärnerv entspringen in Abständen von $1-1^1/_2{}^{cm}$ starke, gebogene, unter verschiedenen spitzen Winkeln aufsteigende einfache Secundärnerven. So weit könnte man diese Blätter als zu *Laurus* oder *Persea* gehörig betrachten. Allein die Tertiärnerven sind, so wie bei *Cinnamomum*, stark hervortretend, hin- und hergebogen, einfach oder gabeltheilig, verbindend, querläufig und in Distanzen von $2—3^{mm}$ von einander entspringend. Ein Blattnetz ist nicht sichtbar. Die Fossilien Fig. 8, 9 stammen von Elsmore; Fig. 7 von Vegetable Creek.

Diemenia perseaefolia sp. n.

Taf. XI, Fig. 6.

D. foliis oblongo-lanceolatis, integerrimis, utrinque angustatis, nervatione camptodroma, nervo primario pervalido, recto, nervis secundariis sub angulis 55—65° orientibus, validis, leviter arcuatis, simplicibus, marginem adscendentibus; nervis tertiariis distinctis simplicibus vel furcatis, inter se conjunctis, fere transversariis.

Fundort: Elsmore.

Der vorhergehenden Art nahe verwandt, aber von derselben durch die etwas stärkeren und mehr einander genäherten Secundärnerven und die vorherrschend etwas schiefen Tertiärnerven abweichend. Das Fossil verräth eine Blattlänge von mindestens 10^{cm} und zeigt eine Breite von 4^{cm}, stimmt sonach in der Grösse und Form, sowie in den übrigen Eigenschaften der Nervation mit den Blättern der *D. speciosa* nahezu gänzlich überein.

Laurus Australiensis m.

Ettingsh., Beiträge z. Tertiärflora Australiens, l. c., S. 127, Taf. IV, Fig. 1.

Taf. XI, Fig. 1, 2 und 2 *a*.

Fundorte: Vegetable Creek; Elsmore.

Die mir vorliegenden Blattfossilien von Vegetable Creek und von Elsmore sind zwar kleiner als das a. a. O. abgebildete Blatt obiger Art von Dalton bei Gunning, stimmen aber in allen wesentlichen Eigenschaften mit diesem überein. Die Abdrücke verrathen eine derbe, lederartige Textur, wie eine solche auch nach dem erwähnten Blattfossil von Dalton angenommen wurde.

Ein Blattnetz konnte nur an einem der hier abgebildeten Blattreste wahrgenommen werden. Dieses ist in Fig. 2 *a* vergrössert dargestellt, und bestätigt die Bestimmung der Gattung.

Sassafras Lesquereuxii sp. n.

Taf. XI, Fig. 14.

S. foliis trilobatis, basi decurrentibus, lobis simplicibus, inaequalibus, margine remote denticulatis; nervatione actinodroma, nervo mediano valido, recto, primariis lateralibus sub angulis 40—45° orientibus, prominentibus, rectis; nervis secundariis angulo subrecto egredientibus, tenuibus approximatis brochidodromis; tertiariis sub angulo recto insertis, flexuosis ramosis, reticulum macrosynammatum formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Obgleich nur das vorliegende Blattfragment, Fig. 14, dieser Art Gegenstand der Untersuchung sein konnte, so war es doch möglich, sogar den Anschluss der Species an verwandte Formen der gleichen Gattung festzustellen, da ein charakteristischer Theil des Blattes mit der Nervation erhalten ist. Das Fossil macht den Eindruck eines zähen, festen Blattes, wenn es auch noch nicht gerade als lederartig bezeichnet werden kann. Dasselbe zeigt jene Partie, wo sich die drei Lappen von einander trennen. Der eine etwas tiefer abgehende Seitenlappen ist 13^{mm} breit; der andere, höher entspringende liegt nicht mehr ganz vor und muss der Anlage nach breiter gewesen sein. Die Lamina ist gegen die Basis zu herablaufend-vorgezogen und der Rand, so viel von demselben sichtbar ist, mit Ausnahme des Basalstückes, mit kleinen, entfernt von einander stehenden, nach vorne gerichteten Zähnchen besetzt. Die Nervation zeigt einen mächtigen, an der Basis 2^{mm} dicken Mediannerv, von welchem die zwei seitlichen Primärnerven der Lappen in ungleicher Höhe und ein wenig divergirender Richtung abgehen. Dieselben sind dreimal schwächer als der mittlere, treten aber scharf hervor. Die Secundärnerven entspringen unter sehr wenig spitzem, nahezu rechtem Winkel, sind fein und schlingenbildend wie in den Seitenlappen von *Sassafras officinale*. Die rechtwinklig abgehenden Tertiärnerven verästeln sich bald in ein lockeres Maschennetz, das sehr gut zu dem von *Sassafras*, weniger aber zu dem von *Aralia* passt.

Nach den beschriebenen Merkmalen erweiset sich das Fossil als ähnlich dem *Sassafras cretaceum* Newb., von dem es sich jedoch durch feinere, unter stumpferen Winkeln entspringende Secundärnerven und ein zarteres Tertiärnetz unterscheidet.

Vergleicht man diese beiden Pflanzenarten mit den jetztlebenden *Sassafras*-Arten, so kommt man zu dem Resultat, dass *S. Lesquereuxii* in den Eigenschaften der Nervation entschieden näher den letzteren steht, als *S. cretaceum*, eine Pflanze, die mit den verwandten, bisher zu *Sassafras* gebrachten Formen der Dakota Gruppe besser zu *Aralia* zu stellen ist. Unsere Art ist aber von den beiden jetztlebenden *Sassafras*-Arten wegen der Zahnung des Blattrandes und der divergirend abgehenden seitlichen Primärnerven immerhin noch so weit entfernt, dass sogar die Frage einige Berechtigung hat, ob sie nicht in eine besondere Gattung der Laurineen zu stellen wäre. Allerdings bildet *Sassafras primigenium* Sap. der Schichten von Sézanne, welches noch divergirende Basalnerven besitzt, durch die bereits ganzrandigen Blätter gewissermassen eine Übergangsform, während *S. Ferretianum* Massal. der jüngeren Tertiärschichten durch convergirend bogige Basalnerven und ganzrandige Lappen dem *S. officinale* sich unmittelbar anreiht.[1]

SANTALACEAE.

Santalum Frazeri sp. n.

Taf. XI, Fig. 18—21.

S. foliis breviter petiolatis coriaceis, ovatis vel lanceolatis, basi acutis, apice acuminatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario tenui, recto, nervis secundariis sub angulis cariis acutis orientibus tenuissimis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Kleine lederartige, kurz gestielte, ganzrandige, vom Eiförmigen bis zum Schmallanzettlichen in der Form variirende Blätter, deren Spitze mehr oder weniger verschmälert ist, und deren Nervation eine geringe Ausbildung zeigt, da Tertiärnerven und Blattnetz fehlen. Diese Blattfossilien zeigen eine ausserordentliche Ähnlichkeit mit denen von *Santalum osyrinum* Ett. der älteren europäischen Tertiärflora, mit welchen sie vielleicht

[1] Bezüglich obiger und weiterer phylogenetischer Thatsachen über die *Sassafras*-Formen ist wichtig zu beachten, dass die als *Sassafras germanicum* Heer und *S. Aesculapi* Heer beschriebenen Fossilien nicht zu *Sassafras* gehören. Erstere sind zu *Acer* zu stellen und letztere zu *Cinnamomum polymorphum*. Bezüglich seines *S. Aesculapi* bemerkt zwar Heer, dass die Blätter membranös seien; allein die Eigenschaften der Form und Nervation stimmen so vollkommen mit denen der Blätter von *C. polymorphum* überein, dass man annehmen darf, Heer habe sich hier in Bezug auf die Textur der Blätter getäuscht und nur blasse, verwitterte Gegenabdrücke der genannten *Cinnamomum*-Form abgebildet.

der Art nach identisch sind, was spätere Forschungen entscheiden mögen. Sehr ähnlich ist auch *Santalum americanum* Lesq., welches sich nur durch den dicken kurzen Blattstiel zu unterscheiden scheint.

PROTEACEAE.

Persoonia Murrayi sp. n.

Taf. XI, Fig. 16, 17, 17 *a*.

P. foliis subsessilibus, coriaceis, anguste lanceolatis, utrinque acuminatis; nervatione brochidodroma, nervo primario tenui, vix prominente, nervis secundariis sub angulis acutissimis orientibus, tenuissimis, ramosis, laqueos marginales formantibus, nervis tertiariis vix distinctis, reticuli parce evoluti areolis angustis longitudinalibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Die Textur, Form und Nervation dieser Blattfossilien sprechen entschieden für die Gattung *Persoonia*. Ausserordentlich übereinstimmende Blätter zeigt *P. lucida* R. Brown. Erstere sind lanzettlineal, nach beiden Enden lang verschmälert, sehr kurz gestielt, von einem kaum hervortretenden Primärnerv durchzogen, aus welchem sehr feine Secundäre unter Winkeln von 10—20° entspringen. Die Secundärschlingen sind dem Rande genähert, die Tertiärnerven bilden ein aus schmalen Längsmaschen bestehendes Netz, welches am Fragment Fig. 17 mittelst Loupe deutlich erkennbar und in Fig. 17 *a* vergrössert dargestellt ist. Als einzige Unterschiede zwischen der fossilen und der lebenden Art kann gelten, dass bei ersterer die Lamina in der Mitte verhältnissmässig etwas breiter ist und die Tertiärnerven sowie das Blattnetz eine geringere Entwicklung erreichen. Von den bisher beschriebenen fossilen Arten von *Persoonia* ist die vorliegende durch die schmäleren Blätter und eine abweichende Nervation zu trennen.

Grevillea proxima sp. n.

Taf. XI, Fig. 13, 13 *a*.

G. foliis submembranaceis, linearibus, integerrimis, basi in petiolum brevissimum attenuatis, apice obtusis; nervatione brochidodroma, nervo primario vix prominente, recto, nervis secundariis sub angulis acutissimis egredientibus approximatis tertiariis inconspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ist der *Grevillea haeringiana* Ett. der älteren Tertiärschichten Europas nächstverwandt und unterscheidet sich von dieser Art nur durch die einander genäherten Secundärnerven und die stumpfe Blattspitze.

Die analoge, lebende, die gleiche Form und eine ähnliche Nervation, aber eine steifere Textur zeigende Art *G. linearis* R. Brown trägt an der stumpflichen Blattspitze ein kleines Dörnchen und besitzt einen zurückgerollten Rand. Ob ersteres an unserem Fossil vorkommt, lässt sich vorläufig nicht ermitteln, da die Spitze nicht vollständig erhalten ist. Was den zurückgerollten Rand betrifft, so könnte hier ein solcher immerhin vorhanden sein, was jedoch nicht möglich ist zu constatiren, da die untere, wahrscheinlich mit einem Filz bedeckte Blattfläche am Gestein haftet. Fig. 13 *a* zeigt eine Partie des Blattes in schwacher Vergrösserung.

Grevillea Wentworthi sp. n.

Taf. XI, Fig. 12, 12 *a*.

G foliis coriaceis, oblongis (?) pinnatisectis, laciniis oblongis obtusis, basi subcoarctatis, margine crenato-dentatis, dentibus mucronulatis (?); nervatione craspedodroma, nervo primario firmo, secundariis sub angulis 40—50° orientibus, rectis simplicibus; nervis tertiariis angulis variis acutis exeuntibus, ramosis; reticulo vix conspicuo.

Fundort: Vegetable Creek.

Bruchstücke von fiederspaltigen lederartigen Blättern, die ihren Merkmalen nach am besten bei den Proteaceen Platz finden. Es liegt nur der oberste Theil des Blattes sammt der Spitze vor und kann daher die Form des ganzen Blattes nur muthmasslich als länglich bezeichnet werden. Die Zipfel sind länglich abge-

rundet-stumpf, am Ursprung ein wenig verengt, am Rande stumpflich-gezähnt, gegen die Blattspitze zu rasch abnehmend; der Endzipfel ist an der Basis klein-gelappt, an der Spitze wenig verschmälert und fast abgerundet-stumpf. Die Zähne der Lappen tragen hin und wieder kleine Verdickungen (s. die Vergrösserung eines Zipfels, Fig. 12 *a*), die als die Reste von Dörnchen zu deuten sind, welche meistens gegen die dem Gestein zugekehrte Unterfläche der Lamina gekrümmt sein dürften, wesshalb sie nur an ihren Einfügungsstellen, keineswegs aber in ihrer ganzen Länge und Stärke gesehen werden können. Von Nervation bemerkt man nur das verfeinerte Ende eines geraden, wahrscheinlich mächtigen Primärnervs und von diesem unter ziemlich spitzen Winkeln in Abständen von beiläufig 1^{cm} entspringende, den Enden der Blattzipfel zulaufende Secundärnerven. Tertiärnerven und Netz sind wenig entwickelt, letzteres nur undeutlich wahrzunehmen. Die Vergleichung mit den entsprechenden Formen der lebenden Proteaceen führte mich zu den fiedertheiligen Blattformen von *Grevillea*. Die genauere Ermittlung der ähnlichsten Art kann aber erst bei Vorlage mehr vollständiger Fossilreste möglich sein. Unter den bis jetzt bekannt gewordenen fossilen Arten dieser Gattung befindet sich keine ähnliche.

Hakea Dulloni sp. n.

Taf. XII, Fig. 11, 11 *a*.

H. foliis rigide coriaceis petiolatis, lanceolatis utrinque angustatis apice acuminatis, margine argute spinoso-dentatis; nervatione brochidodroma, nervo primario valido, apicem versus attenuato, recto; nervis secundariis tenuibus sub angulis acutis variis orientibus, approximatis ramosis inter se conjunctis; nervis tertiariis e latere externo secundariorum angulis acutis exeuntibus, abbreviatis, ramosis, rete macrosynammato.

Fundort: Vegetable Creek.

Betreffs der besonders steifen Textur, welche durch eine verhältnissmässig dicke verkohlte Substanz, die sich am Abdrucke zum Theil loslöste, angezeigt ist, kann das hieher gestellte Fossil wohl zu *Hakea* gebracht werden, wo derartige steife Blätter vorkommen. Allein den übrigen Eigenschaften nach passt dasselbe auch zu *Lomatia*, wo sich das Fossil der *Lomatia helicioides* Sap. sp., *L. aquensis* Sap. u. a. der europäischen Tertiärflora anschliessen würde.

Unsere Art zeichnet sich aber vor diesen und anderen ausser durch die erwähnte Textur, noch durch die sehr starken Dornspitzen der Zähne aus, und scheint mir daher am besten zu *Hakea* zu passen. Die offenen Netzmaschen, Fig. 11 *a*, sprechen für die Deutung des Fossils als Proteacee.

Rhopala sapindifolia sp. n.

Taf. XII, Fig. 8—10, 10 *a—c*.

Rh. foliis coriaceis, petiolatis pinnati-partitis vel pinnatifidis, laciniis vel segmentis lateralibus valde approximatis plus minusve falcato-lanceolatis, basi angustatis obliquis adnatis subdecurrentibus, margine antico dentatis; terminalibus subrhombeis lobatis; nervatione brochi-craspedodroma, nervo primario basi distincto, apicem versus valde attenuato; nervis secundariis tenuibus angulis acutis variis egredientibus, ramosis inter se conjunctis; nervis tertiariis ramosis dictyodromis, reticulo prominente, maculis ultimae ordinis apertis.

Fundort. Vegetable Creek.

Die vorliegenden Blattfossilien könnte man auf den ersten Blick als *Sapindaceen*-Reste deuten, namentlich wenn man eine flüchtige Vergleichung derselben mit dem Blatte von *Sapindus densifolius* Heer, Tertiärfl. d. Schweiz, Bd. III, Taf. 70, Fig. 1 vornimmt. Allein bei genauerer Untersuchung wird man finden, dass die Ähnlichkeit nur eine oberflächliche, keine tiefer wurzelnde ist. Vor allem sind die Blätter nicht gefiedert, sondern nur fiederspaltig; die lanzettlichen, sichelförmig gebogenen, vorne gezähnten, an der schiefen Basis verschmälerten seitlichen Abschnitte sitzen angewachsen, fast herablaufend an der Spindel; der endständige Abschnitt ist rhombisch-eiförmig, stumpf gelappt. Die Fiederabschnitte sind an dem Exemplar Fig. 10 so sehr genähert, dass sie sich mit den oberen Rändern theilweise decken. Der Umriss des Blattes ist breit länglich, der Stiel ist mangelhaft erhalten. Das Blatt Fig. 8 zeigt einen 17^{mm} langen Stiel und eine schmäler längliche

Form. Die ebenso gedrängt stehenden Fiederabschnitte sind kleiner. Ein hier nicht abgebildetes Exemplar stellt ein Bruchstück eines kleineren Blattes dar, mit den gegen die Spitze zu zusammenfliessenden Fiederabschnitten. An dem Mittelstück eines Blattes, Fig. 9, sind die Abschnitte bis zur Spindel mehr von einander getrennt, doch an dieser immer noch etwas herablaufend angewachsen. Die Nervation ist an dem letztern Stück am besten erhalten. Der Primärnerv ist nur an der Basis hervortretend, in weiterem Verlaufe sehr verfeinert, nach der Richtung des Endabschnittes gebogen. Die Secundärnerven sind fein, ästig, unter einander verbunden; die Tertiärnerven in ein verhältnissmässig hervortretendes Netz aufgelöst, dessen feinste Maschen offen sind. Fig. 9 *b* gibt eine schwächere, Fig. 9 *c* eine stärkere Vergrösserung des Netzes und Fig 9 *a* die einer einzelnen Netzmasche.

Die beschriebenen Merkmale passen zu keiner Gattung so gut als zu *Rhopala*, wo sehr ähnliche theils fiederspaltige, theils gefiederte Blätter mit demselben Nervationstypus angetroffen werden. Fig. 9 *d* bringt eine Vergrösserung der Nervation von *Rhopala affinis* Pohl zur Anschauung, wo die gleichen offenen Netzmaschen vorkommen wie bei unserer Art.

Die Gattung *Rhopala* ist mit Ausnahme einer einzigen Art nur im tropischen Amerika einheimisch. Die Ausnahme bildet *Rh. Bleasdalei* F. v. Muell., welche erst in letzterer Zeit in Neu-Süd-Wales entdeckt wurde.

Rhopala Parryi sp. n.

Taf. XII, Fig. 7, 7 *a*.

Rh. foliis impari-pinnatis, foliolis lateralibus subsessilibus, submembranaceis, lanceolatis, basi obliquis, margine grosse spinoso-dentatis, terminali elongato; nervatione brochido-craspedodroma, nervo primario prominente, nervis secundariis tenuibus, sub angulis acutis variis orientibus, flexuosis furcatis inter se conjunctis, ramo antico conjungente nervum marginalem formante, postico craspedodromo; nervis tertiariis rectangularibus dictyodromis, maculis ultimae ordinis apertis.

Fundort: Vegetable Creek.

Von dieser Art liegt leider nur das hier in Fig. 7 abgebildete Blattfragment vor, welches jedoch genügende Anhaltspunkte bietet, um wenigstens die wichtigsten Merkmale, welche das Blatt bietet, daraus zu entnehmen. Dasselbe ist gefiedert; die lanzettförmigen, am Rande dornig-gezähnten Theilblättchen sitzen mit schiefer, nur wenig verschmälerter Basis oder sind durch ein sehr kurzes Stielchen mit der Spindel verbunden Die Textur ist zarter fast krautartig. Die Nervation ist an dem Fossil stellenweise wohl erhalten und in Fig 7 *a* vergrössert gezeichnet. Aus einem starken Primärnerv entspringen feine Secundärnerven unter verschiedenen meist wenig spitzen Winkeln. Nächt dem Rande spalten sich dieselben in zwei Ästchen, von denen der vordere dem Rande entlang bis zum nächsten Secundärnerv zieht um sich mit demselben zu verbinden, der hintere aber in den nächsten Randzahn läuft. Die rechtwinklig abgehenden Tertiärnerven bilden ein Netz, welches durch seine offenen Maschen mit dem der vorhergehenden Art übereinstimmt.

Lomatia Brownii sp. n.

Taf. XII, Fig. 4, 5.

L. foliis coriaceis, petiolatis, lanceolatis, basi subacutis vel obtusis, apicem versus angustatis, acuminatis, margine grosse spinuloso-dentatis; nervatione brochidodroma, nervo primario prominente, recto, apicem versus attenuato; nervis secundariis tenuibus, sub angulis 50—60° orientibus, approximatis, ramosis inter se conjunctis; nervis tertiariis e latere externo secundariorum sub angulis variis acutis obtusisque egredientibus, ramosis, rete macrosynanmatum formantibus, reticulo evoluto.

Fundort: Vegetable Creek.

Diese Art unterscheidet sich von den folgenden durch die wenig verschmälerte, manchmal abgerundet-stumpfe Blattbasis und den grob-gezähnten Rand. In der Nervation gleicht sie am meisten der gegenwärtig in Australien lebenden *Lomatia longifolia* R. Brown., doch ist das Maschennetz mehr entwickelt als bei dieser. Von der bereits beschriebenen *Lomatia prae-longifolia* der australischen Tertiärflora (Ett. l. c. S. 127, Taf. IV,

Fig. 8) unterscheidet sie sich durch die mehr genäherten, weniger aufsteigenden Secundärnerven, welche hin und wieder randläufig sind, den dornig-gezähnten Blattrand und das mehr entwickelte Netz, welches in Fig. 4 im Detail dargestellt ist.

Lomatia Finnisii sp. n.

Taf. XII, Fig. 1, 1 *a*.

L. foliis subcoriaceis, longe petiolatis, late oblongo-lanceolatis basin versus valde, apice paullo angustatis, margine spinuloso-serrulatis, nervatione brochidodroma, nervo primario valido, prominente, nervis secundariis distinctis sub angulis 70—80° orientibus, flexuosis, ramosis inter se conjunctis; nervis tertiariis extus sub angulis acutis exeuntibus, abbreviatis, ramosis, dictyodromis.

Fundort: Vegetable Creek.

Die breitere, gegen die Basis allmälig, gegen die Spitze zu wenig verschmälerte, am Rande fein dornbespitzt gezähnelte Lamina unterscheidet diese Art von den hier beschriebenen und der allenfalls noch als ähnlich zu bezeichnenden *Lomatia lalicioides* Sap. sp. Die Textur ist wenig lederartig. Der Blattstiel erreicht 20^{mm}. Die Secundärnerven entspringen unter viel stumpferen Winkeln und sind weniger genähert als bei den übrigen hier aufgezählten Arten; die Tertiärnerven sind sogleich in ein reichmaschiges verhältnissmässig hervortretendes Netz, Fig 1 *a*, aufgelöst, welches durch die offenen feinsten Maschen den Typus des Blattnetzes der Proteaceen und insbesondere von *Lomatia* an sich trägt.

Lomatia Goyderi sp. n.

Taf. XI, Fig. 15, 15 *a*.

L. foliis subcoriaceis, breviter petiolatis, lineari-lanceolatis utrinque acuminatis, margine adpresse serrulatis, nervatione brochidodroma, nervo primario basi prominente, apicem versus tenui; nervis secundariis sub angulis acutis arcuatim orientibus, marginem adscendentibus, inter se conjunctis, tertiariis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Nächstverwandt der *Lomatia aquensis* Sap. var. *gracilis*, und nur durch die mehr anliegenden, nach vorne gekehrten Randzähne verschieden. Die Nervation, in Fig. 15 *a* vergrössert dargestellt, ist fast genau so wie die genannter Art der Tertiärflora der Provence. Die Blattsubstanz scheint weniger derb gewesen zu sein.

In der amerikanischen Tertiärflora ist *L. microphylla* Lesq. eine der beschriebenen analoge Art, welche nur durch das ganzrandige Blatt von dieser abzuweichen scheint.

Lomatia castaneaefolia sp. n.

Taf. XII, Fig. 2, 2 *a*, 3.

L. foliis coriaceis, anguste elongato-lanceolatis, apice longe acuminatis, margine remote spinuloso-dentatis, nervatione mixta, craspedodroma et brochidodroma, nervo primario prominente, apicem versus attenuato, nervis secundariis tenuibus, sub angulis 50—60° orientibus, subflexuosis apice ramosis partim inter se conjunctis; nervis tertiariis tenuissimis, ramosis dictyodromis; reticulo valde evoluto, aperto.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein sehr eigenthümliches Blattfossil, welches wohl die Tracht von *Lomatia* auffallend an sich trägt, wenn es auch in der Blattform und den zum Theil randläufigen Secundärnerven an *Castanea* erinnert; aber in der Netzbildung weicht es von letzterer wesentlich durch die nicht geschlossenen feinsten Maschen (s. d. Vergrösserung Fig. 2 *a*) ab und stimmt mit Proteaceen-Blättern überein. Durch die gemischte Nervation unterscheidet es sich von den Blättern der übrigen hier beschriebenen Proteaceen Arten, mit Ausnahme der Banksien, bei welchen den schlingläufigen Secundärnerven manchmal randläufige untermischt sind; von diesen aber leicht durch die entfernteren Randzähne und das Blattnetz.

Der beschriebenen Art scheint *Lomatia Scottii* Lesq. sp. (*Myrica S.* Lesq.) aus der amerikanischen Tertärflora zu entsprechen.

Lomatia Evansii sp. n.

Taf. XII, Fig. 6, 6 *a*.

L. foliis coriaceis petiolatis, oblongis basi acutis, margine spinuloso-dentatis, nervatione brochidodroma, nervo primario prominente recto; nervis secundariis sub angulis 30 —40° orientibus, approximatis, tenuibus, flexuosis, ramosis, inter se conjunctis; nervis tertiariis abbreviatis, sub angulis variis insertis, rete macrosynammatum prominens formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Stimmt bezüglich der Textur und Randzahnung mit der Mehrzahl der beschriebenen Lomatien überein, unterscheidet sich aber von denselben durch folgende Merkmale. Die Form ist fast elliptisch-länglich, nach den Enden wenig verschmälert. Die genäherten, schon in der Nähe ihres Ursprungs in Äste getheilten Secundärnerven gehen unter sehr spitzen Winkeln ab und bilden wiederholt Schlingen. Das Netz ist lockermaschig und hervortretend. Die Maschen letzter Ordnung sind offen, was ich wegen mangelhafter Erhaltung derselben nur an Einer Stelle sehen konnte. (S. Fig. 6 *a*.) Von den jetztlebenden Arten kann *Lomatia illicifolia* R. Brown, von den fossilen *L. helicioides* Sap. sp. als näher verwandte Form betrachtet werden, aber beide haben eine andere Randzahnung.

Gen. *BANKSIA.*

Von dieser in der Flora der Jetztwelt nur auf Australien beschränkten Gattung fanden sich Blattreste von sieben Arten. Die Banksien-Blätter zeichnen sich durch die lederartige, oft steife Consistenz, den mehr oder weniger verdickten Rand, in oder an welchem ein Saumnerv verläuft, durch die Combination der randläufigen mit der schlingläufigen Nervation, die genäherten Secundärnerven und das engmaschige Netz sehr aus. Die jetztweltlichen Banksien haben überdies stets abgestutzt- oder wenigstens abgerundet-stumpfe Blätter. Mit Ausnahme des letzteren Merkmales stimmen die fossilen Banksien-Blätter Australiens in den genannten Eigenschaften mit den recenten vollkommen überein.

Von den hier beschriebenen Arten besitzt nur eine einzige (*B. Campbelli*) an der Spitze breite, stumpfliche Blätter; die übrigen Arten zeigen eine gegen die Spitze zu verschmälerte Lamina, wodurch sie sich den Banksien der europäischen Tertiärflora, bei welchen mit wenigen Ausnahmen solche nach der Spitze zu allmälig verschmälerte Blätter vorkommen, anschliessen.

Banksia Lawsoni sp. n.

Taf. XIII, Fig. 1, 1 *a*.

B. foliis coriaceis, breviter petiolatis, elliptico-oblongis, utrinque paullo angustatis, margine integerrimis, nervatione dictyodroma, nervo primario valido, recto, nervis secundariis tenuissimis approximatis parallelis, apice ramosis; nervis tertiariis brevissimis dictyodromis, rete microsynammato prominente.

Fundort: Vegetable Creek.

Der Blattstiel ist 5^{mm} lang, die längliche Lamina an der Basis schnell zusammengezogen, daher daselbst kaum spitz, jedoch gegen die Spitze zu etwas mehr verschmälert; der Rand ungezähnt, scharf hervortretend, nicht nur wie bei solchen Blattfossilien, denen eine derbe lederartige Textur überhaupt zugeschrieben wird, sondern insbesondere wie bei *Banksia*, wo der Rand durch einen in demselben verlaufenden Knorpelnerv verdickt ist. Der Primärnerv tritt verhältnissmässig mächtig hervor und entsendet unter wenig spitzen Winkeln zahlreiche genäherte feine Secundärnerven, deren Verhalten in der Nähe des Randes nur an wenigen Stellen ermittelt werden konnte, und zwar dass sie durch feine Schlingenäste daselbst unter einander anastomosiren. Die Tertiärnerven sind sehr kurz und sogleich in ein engmaschiges, jedoch scharf hervortretendes Netz, Fig. 1 *a*, aufgelöst, welches ganz und gar den Typus des Blattnetzes der *Banksia*-Arten, insbesondere von *B. integrifolia*, *B. serrata* R. Brown u. a. an sich trägt. In den übrigen Eigenschaften aber entspricht das Blattfossil am meisten der *Banksia integrifolia* Cav. von welcher es sich nur durch die Verschmälerung gegen die Spitze unterscheidet. Von den bisher beschriebenen fossilen Arten kommt unsere Art der *B. Deikeana* Heer der

Schweizer Tertiärflora am nächsten, von welcher sich erstere durch die mehr genäherten, unter etwas stumpferen Winkeln eingefügten Secundärnerven unterscheidet.

Banksia Poolii sp. n.

Taf. XIII, Fig. 2, 2 *a*.

B. foliis coriaceis oblongis (?) basi angustatis, margine minute spinuloso-denticulatis; nervatione mixta, brochido- et craspedodroma, nervo primario valido, nervis secundariis tenuibus approximatis parallelis sub angulis 60—70° orientibus, subflexuosis, apice ramosis; nervis tertiariis axi folii longitudinali parallelis, flexuosis, ramosis, inter se conjunctis; rete distincto, maculis subtetragonis.

Fundort: Vegetable Creek.

Es liegt nur das Blattfragment Fig. 2 vor, das jedoch bezüglich aller Eigenschaften zu *Banksia* passt. Die Art, welcher dasselbe angehörte, unterscheidet sich von der vorhergehenden durch den gezähnten Blattrand, die nicht so sehr feinen, in der Nähe des Randes schlingenbildenden Secundärnerven und die längsläufigen Tertiärnerven. Diese, sowie das Netz, sind in Fig. 2 *a* vergrössert zur Anschauung gebracht.

Das Blattnetz tritt hervor und stimmt mit dem mehrerer *Banksia*-Arten dem Typus nach überein, insbesondere von *B. littoralis* R. Brown.

Banksia Hovelli sp. n.

Taf. XII, Fig. 13, 13 *a*, 14, 14 *a*.

B. foliis coriaceis petiolatis, oblongo-lanceolatis, basi et apice attenuatis, margine spinuloso-serratis, nervatione mixta; nervo primario prominente recto; nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, tenuibus, arcuatis, approximatis, subparallelis, apice ramosis, partim laqueos marginales formantibus, partim ad sinus tendentibus et craspedodromis; nervis tertiariis abbreviatis dictyodromis; rete microsynammato prominente.

Fundort: Vegetable Creek.

Fig. 14 stellt die Spitze eines Zweiges dar mit drei wechselständigen Blättern; Fig. 13 ein einzelnes Blatt mit wohlerhaltener Nervation. Die Terminalknospe wird vom Stiele des obersten Blattes zum Theil verdeckt. Die Blätter sind einander genähert, wie immer an den Zweigen von *Banksia*. Sie nähern sich in Textur, Form und Nervation sehr der *Banksia collina* R. Brown, doch sind sie nach vorne mehr verschmälert und die Secundärnerven mehr gebogen. Von Blättern der vorhergehenden Art unterscheiden sie sich durch den schärfer gezähnten Rand, die nicht längsläufigen Tertiär- und die etwas stärkeren, hervortretenden Secundärnerven, deren randläufige Äste theils in den Zahnbuchten endigen, theils saumläufig sind, was bei *Banksia collina*, *aemula* und *serrata* besonders in die Augen springt. Bei den genannten Arten sind jedoch abwechselnd auch in die Spitze der Zähne einlaufende Secundärnerven vorhanden. Das Blattnetz, in Fig. 13 *a* vergrössert dargestellt, ist nicht weniger entwickelt als das der vorigen Art. Die Theilung der Enden der Secundärnerven in rand- und saumläufige Äste ist in Fig. 14 *a* zur Anschauung gebracht.

Banksia myricaefolia sp. n.

Taf. XIII, Fig. 3, 3 *a*.

B. foliis coriaceis, lineari-lanceolatis, apice acuminatis, margine spinoso-serratis, nervatione brochido-craspedodroma; nervo primario valido, prominente; nervis secundariis sub angulis 65—75° orientibus, tenuibus flexuosis approximatis; nervis tertiariis axi folii longitudinali fere parallelis, flexuosis dictyodromis; rete microsynammato.

Fundort: Vegetable Creek.

Entspricht bezüglich der genäherten, nach vorne gerichteten Randzähne und des zarten, reich entwickelten Netzes, Fig. 3 *a*, der *Banksia oblongata* Cav., von welcher unsere Art durch die Zuspitzung des Blattes abweicht. Bezüglich des letzteren Merkmales schliesst sie sich aber den Banksien der europäischen Tertiärflora, besonders der *B. parschlugiana* Ett. an.

Banksia lancifolia sp. n.

Taf. XII, Fig. 15, 15 *a*.

B. foliis petiolatis coriaceis, anguste lanceolatis, basi acutis, apicem versus sensim attenuatis, margine spinoso-serratis; nervatione brochido-craspedodroma; nervo primario valido, prominente; nervis secundariis sub angulis 55—65° orientibus, tenuibus subarcuatis, approximatis, nervis tertiariis rectangularibus, dictyodromis; rete microsynammato tenerrimo.

Fundort: Vegetable Creek.

Von der vorhergehenden Art nur durch das nach vorne noch mehr verschmälerte Blatt und die vorherrschend unter rechtem Winkel abgehenden Tertiärnerven, welche in ein zarteres Netz, Fig. 15 *a*, sich auflösen, verschieden. Bezüglich der meisten Merkmale, insbesondere der langen Verschmälerung des Blattes nach der Spitze nähert sich diese Art den Banksien der europäischen Tertiärflora mehr als die vorhergehende, insbesondere der *B. Ungeri* Ett.

Banksia Blaxlandi sp. n.

Taf. XII, Fig. 12, 12 *a* und *b*.

B. foliis breviter petiolatis rigidis, lanceolatis utrinque angustatis, margine spinoso-dentatis; nervatione brochidodroma, nervo primario prominente apicem versus attenuato; nervis secundariis sub angulis 25—35° egredientibus, tenuibus; nervis tertiariis in rete microsynammato dissolutis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Das vorliegende Blattfossil kann am besten nur mit *Banksia*-Blättern verglichen werden. Die verkohlte Substanz, sowie der tiefe Eindruck derselben im Gesteine zeigen eine sehr derbe steife Textur an. Die Form ist lanzettlich, in einen kurzen Stiel allmälig verschmälert; gegen die abgebrochene Spitze zu bemerkt man ebenfalls eine Verschmälerung. Die zahlreichen Zähne des verdickten Randes sind mit Dornen besetzt, deren Spitze jedoch nach rückwärts gekrümmt, sich im Gesteine verbirgt, während man die Basis derselben deutlich wahrnimmt oder wenigstens den tiefen Eindruck, welchen sie daselbst hinterliess. Von der Nervation nimmt man ausser einem über die dicke Blattsubstanz nur wenig hervorragenden, gegen die Spitze zu verfeinerten Primärnerv noch sehr feine, unter spitzen Winkeln abgehende, Randschlingen bildende Secundärnerven wahr, deren Randäste den für *Banksia* charakteristischen Saumnerv bilden (s. d. Vergrösserung Fig. 12 *b*). Die Tertiärnerven und das Netz sind jedoch mangelhaft erhalten, und Fig. 12 *a* gibt eine Vergrösserung des letzteren, die nur von einer kleinen Stelle des Fossils entnommen werden konnte. Das Fossil ist besonders Blättern von *Banksia australis* R. Brown ähnlich, doch ist auch seine Ähnlichkeit mit denen von *Hakea*-Arten, wie z. B. *H. florida* R. Brown, *H. nitida* R. Br. u. a. bemerkenswerth. Von diesen ist dasselbe aber durch den erwähnten Saumnerv, das feine Blattnetz und die zahlreichen Randzähne leicht zu unterscheiden. Von den fossilen Arten kommt der beschriebenen die der europäischen Tertiärflora angehörende *Hakea pseudonitida* Ett. nahe, ist jedoch durch die gleichen Merkmale von ihr zu trennen.

Banksia Campbelli sp. n.

Taf. XIII, Fig. 4, 4 *a*.

B. foliis rigide coriaceis, anguste lanceolatis basim versus angustatis, apice obtusiusculis, margine spinuloso-dentatis; nervatione brochidodroma, nervo primario prominente, apicem versus attenuato, nervis secundariis tenuissimis sub angulis 75—80° orientibus, nervis tertiariis tenuissimis in rete vix conspicuo dissolutis.

Fundort: Vegetable Creek.

Durch das stumpfliche Blatt von den vorhergehenden Arten leicht zu unterscheiden. Der Rand ist auffallender verdickt und die Eindrücke, welche die Knorpelzähne bewirken, sehr hervortretend. Die Nervation, Fig. 4 *a*, konnte an der etwas verwischten Lamina nur bei guter Beleuchtung und mittelst stärker vergrössernder Loupe wahrgenommen werden.

Dryandra prae-formosa sp. n.

Taf. XII, Fig. 16, 16 *a*, 17.

D. foliis coriaceis, linearibus, pinnatipartitis, lobis breve ellipticis vel ovatis, apice obtusiusculo muticis, integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario valido, nervis secundariis tenuissimis angulo subrecto exeuntibus approximatis, parallelis, inter se conjunctis; nervis tertiariis brevissimis, vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Sehr ähnlich der *Dryandra formosa* R. Brown, jedoch durch die stumpferen Lappen und die mehreren genäherten Secundärnerven derselben abweichend. An der nach vorne gekehrten Spitze der Lappen sieht man eine kleine Verdickung, welche einem Dörnchen entsprechen dürfte, dessen Basis nur allein sichtbar ist, während die Spize im Gestein verborgen ist, wie dies schon oben bei den mächtigeren Dornspitzen der *Hakea*- und *Lomatia*-Form bemerkt wurde. Fig. 16 *a* stellt die Vergrösserung der Nervation der Lappen dar, die im allgemeinen mit der von *Dryandra* und *Banksia* übereinstimmt.

Dryandra Benthami sp. n.

Taf. XIII, Fig. 5, 5 *a*.

D. foliis rigide coriaceis, linearibus, pinnatifidis, lobis late ovatis, obtusis, integerrimis; nervatione dictyodroma, nervo primario valido; nervis secundariis angulo subrecto exeuntibus, tenuissimis flexuosis vix conspicuis, dictyodromis; nervis tertiariis rete microsynammatum formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Es kam zwar nur ein einziges Bruchstück dieser Art vor, welches aber bei der höchst charakteristischen und sich in allen Theilen wiederholenden Gestaltung des *Dryandra*-Blattes genügt, um die Bestimmung und Vergleichung der fossilen Art vollständig durchzuführen. Vor Allem ist die überaus grosse Ähnlichkeit des Fossils mit den Blattresten von *Dryandra acutiloba* Ett. aus dem Tertiärbecken von Bilin zu constatiren. Die Blattfossilien Fig. 22 und 23 auf Taf. XXXV der fossilen Flora von Bilin passen zu dem Fossil Fig. 5 unserer Taf. XIII so sehr, dass man diese Reste bei oberflächlicher Betrachtung für gleichartig halten könnte. Nur die Nervation zeigt folgenden Unterschied. Es sind bei dem australischen Fossil vier sehr feine Secundärnerven vorhanden, welche aus dem Primärnerv zu jedem Lappen laufen. Die Tertiärnerven gehen unmittelbar in ein sehr feines, engmaschiges Netz, Fig. 5 *a*, über, dessen letzte Maschen ungeschlossen sind. Bei *D. acutiloba* sind ebenfalls 3—4 Secundärnerven in jedem Lappen vorhanden, welche jedoch stärker hervortreten; die Tertiärnerven, welche dort stärker sind, verästeln sich in ein mehr grobmaschiges Netz, welches ich zum Vergleiche hier in Fig. 5 *b* beifüge. Von der nahe verwandten vorhergehenden Art unterscheidet sich die *Dryandra Benthami* nur durch das grössere Blatt und das mehr entwickelte Blattnetz. Es scheint ferner das Dörnchen an der Spitze der Lappen zu fehlen. Ich widme die Art dem Andenken des Meisters in der Bearbeitung der lebenden Flora Australiens, Herrn G. Bentham, welcher das erwähnte Biliner Fossil sah und die Deutung desselben als eine *Dryandra*-Art bestätigte.

GAMOPETALAE.

OLEACEAE.

Olea Mac Intyrei sp. n.

Taf. XIII, Fig. 21.

O. foliis coriaceis, lanceolato-oblongis, integerrimis, utrinque angustatis, nervatione camptodroma, nervo primario prominente, recto, nervis secundariis sub angulis 70—80° orientibus, arcuatis; nervis tertiariis inconspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Der Abdruck des Blattfossils setzt ein steifes lederartiges Blatt voraus, dessen lanzettliche Form nach beiden Enden gleichmässig verschmälert ist. Der scharf hervortretende Rand ist ungezähnt, ein wenig wellen-

förmig. Die Nervation zeigt nur einen bis zur Mitte der Lamina stark hervortretenden Primärnerv und bogenläufige, kaum hervortretende unter wenig spitzen Winkeln in Distanzen von 6^{mm} von einander abgehende Secundärnerven. Tertiärnerven sind nicht sichtbar. Ich vergleiche das beschriebene Fossil mit *Olea apetala* Vahl, einer gegenwärtig in Neuseeland und Norfolk lebenden Art, deren Blätter mit jenem eine auffallende Ähnlichkeit zeigen. Tertiärnerven sind auch bei der analogen lebenden Art nicht sichtbar. Als einziger Unterschied zwischen dieser und der fossilen Art lässt sich angeben, dass die Form des Blattes bei ersterer mehr elliptisch und an der Spitze stumpf, bei letzterer aber lanzettlich und spitz ist.

APOCYNACEAE.

Apocynophyllum Kingii sp. n.

Taf. XIII, Fig. 10.

A foliis subcoriaceis, petiolatis, oblongis, basi angustatis, margine integerrimis, nervatione camptodroma; nervo primario valido, prominente recto; nervis secundariis sub angulis 80—90° orientibus, prominentibus, arcuato-flexuosis, ramosis inter se conjunctis; nervis tertiariis parce evolutis rectangularibus, ramosis inter se conjunctis, rete macrosynammatum formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Unvollständig erhaltene Blattfossilien, welche jedoch noch genügende Anhaltspunkte zur Vergleichung darbieten. Die breite, längliche Lamina erscheint in einen ziemlich starken Stiel verschmälert. Der Rand ist ungezähnt, nicht stark hervortretend, daher die Textur des Blattes minder derb gewesen sein mag. Aus einem mächtigen Primärnerv entspringen unter nahezu rechtem Winkel hervortretende, geschlängelte ästige, gegen die Basis zu genäherte und verkürzte Secundärnerven, welche durch feine Schlingen untereinander verbunden sind. Die Tertiärnerven bilden ein lockermaschiges Netz, in welchem Nerven höherer Ordnung fehlen.

Das beschriebene Fossil passt kaum in eine andere Familie besser als in die Apocynaceen, wo bei *Strophantes*, *Rauwolfia*, *Cerbera* u. a. sehr ähnliche Blätter vorkommen. Vorläufig möge dasselbe der Sammelgattung *Apocynophyllum* eingereiht werden, bis durch vollständigeres Material eine genauere Bestimmung der Gattung möglich ist, was auch bezüglich der nachfolgenden Apocynaceen-Arten bemerkt sei.

Apocynophyllum Warburtoni sp. n.

Taf. XIII, Fig. 8.

A. foliis subcoriaceis, oblongo-lanceolatis, basi acutis, apicem versus angustatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario prominente, recto, nervis secundariis numerosis, sub angulis 70—80° egredientibus, subrectis simplicibus, nervis tertiariis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Das Fossil stimmt bezüglich der Textur des Blattes mit dem vorhergehenden überein; die Form ist jedoch schmäler lanzettlich. Die Secundärnerven entspringen aus einem schwächeren Primärnerv in grösserer Zahl und sind mehr gerade, unter einander kaum verbunden. Die Tertiärnerven scheinen spärlich entwickelt zu sein und sind kaum sichtbar. Das Fossil zeigt mit einem mir vorliegenden Exemplare des *Apocynophyllum haeringianum* Ett. viele Übereinstimmung. Durch die zahlreicheren, mehr genäherten Secundärnerven unterscheidet sich ersteres leicht von dem in der Form ähnlichen Blattfossil des *A. travertinum*.

Apocynophyllum Mac Kinlayi sp. n.

Taf. XIII, Fig. 6, 7.

A. foliis subcoriaceis, oblongo-ellipticis vel lanceolatis, utrinque paullo angustatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervis secundariis sub angulis 65—75° orientibus, numerosis distinctis planis, approximatis, rectis vel ante marginem antrorsum curvatis simplicibus, inter se conjunctis; nervis tertiariis sub angulis subrectis exeuntibus, numerosis, ramosis, dictyodromis; reticulo evoluto.

Fundort: Vegetable Creek.

Der scharf hervortretende Rand der Abdrücke lässt eine derbere, mehr lederartige Textur wohl annehmen; allein die breiten und flachen Hauptnerven sprechen für ein weicheres milchsaftführendes Blatt. Die Form desselben, vom Elliptischen ins Lanzettliche gehend, ist zuweilen etwas schief, was sich aber nur als eine Folge später eingetretener Verschiebung und Verzerrung der Fossilien erweiset. Die Enden sind wenig verschmälert; der Rand ist ungezähnt. Die Nervation zeigt den Typus von Apocynaceen, besonders *Allamanda*- und *Plumeria*-Arten. Die zahlreichen genäherten, parallelen, unter wenig spitzen Winkeln abstehenden Secundärnerven erinnern an *Apocynophyllum oeningense* Heer, *A. helveticum* Heer und andere Arten der Tertiärflora Europas.

Apocynophyllum crassum sp. n.

Taf. XIII, Fig. 9.

A. foliis coriaceis crassis, brevissime petiolatis lanceolato-oblongis, utrinque obtusis, margine revoluto integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario firmo, excurrente, nervis secundariis angulo recto vel subrecto exeuntibus, abbreviatis vix curvatis; nervis tertiariis inconspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Das Blatt war auffallend dick lederartig, wie die zum Theile noch am Abdrucke haftende mächtige Kohlensubstanz andeutet. Es ist sehr kurz gestielt, 26^{mm} lang und $4^1/_2{}^{mm}$ breit, an beiden Enden stumpf, am Rande etwas zurückgerollt. Die Nervation zeigt nur einen verhältnissmässig starken geraden, an der Spitze noch hervortretenden Primärnerv und feine, fast rechtwinklig von diesem abgehende Secundärnerven, welche fast geradlinig bis nahe zum Rand ziehen. Es scheint, dass sie daselbst durch Schlingen unter einander anastomosiren, doch liessen sich die Schlingenbogen kaum wahrnehmen.

Apocynophyllum parvifolium Ett. der fossilen Flora von Häring hat ähnliche Blätter. Ferner sind auch *A. stenophyllum* Ung., *A. elongatum* Heer und *A. attenuatum* Heer als Analogien in der europäischen Tertiärflora zu erwähnen. Von allen diesen Formen ist aber unser Fossil durch die dicke Blattsubstanz und die stumpfen Enden verschieden.

Gen. *APOCYNOCARPUM.*

Folliculis compressis, anguste lanceolatis, utrinque acuminatis.

Apocynocarpum sulcatum sp. n.

Taf. XIII, Fig. 11.

A. folliculis lineari-lanceolatis, longitudinaliter sulcatis, leviter curvatis.

Fundort: Vegetable Creek.

Eine Balgfrucht vom Aussehen der bei den Gattungen *Apocynum*, *Nerium* u. a. vorkommenden. Dieselbe ist lineal-lanzettlich, zusammengedrückt und von drei Längsfurchen durchzogen. Auf demselben Stein kommt dicht neben dem beschriebenen Fruchtfossil ein zweites vor, das einer grösseren Balgfrucht derselben Art anzugehören scheint. Es ist jedoch minder gut erhalten als das erstere und daher nicht abgebildet worden.

ASPERIFOLIAE.

Trachyphyllum myosotinum sp. n.

Taf. XIII, Fig. 19, 19 *a*.

T. foliis conferte tuberculatis, breviter petiolatis, anguste lanceolatis utrinque acuminatis, integerrimis; nervatione brochidodroma, nervo primario debili, recto, excurrente; nervis secundariis angulis acutis egredientibus, tenuissimis parallelis, nervo marginali inter se conjunctis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein kleines lanzettförmiges, nach beiden Enden fast gleichmässig verschmälertes ganzrandiges Blatt von zarterer Consistenz, dessen Oberfläche von sehr kleinen Knötchen (s. Fig. 19 *a*), jedenfalls einem Trichomgebilde, dicht besetzt ist. Aus einem fast feinen, geraden, bis zur Spitze verlaufenden Primärnerv entspringen sehr feine, nur an wenigen Stellen des Fossils noch sichtbare Secundärnerven, welche durch einen schwach geschlängelten, dem Rande genäherten Saumnerv unter einander verbunden sind. Von Tertiärnerven ist keine Spur wahrzunehmen.

Ein eigenthümliches Blattfossil, welches wohl die Form und Textur mancher Myoporineen, jedoch die Oberflächenbeschaffenheit und Nervation von *Myosotis* und anderen Borragineen sehr deutlich an sich trägt. Ich glaube, dasselbe der letzteren auch in Australien einheimischen Familie einreihen zu sollen.

Trachyphyllum obtusum sp. n.

Taf. XIII, Fig. 18, 18 *a*.

T. foliis confertissime granulosis, coriaceis, oblongo-lanceolatis, apice obtusis, basin versus angustatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario debili, recto, infra apicem evanescente; nervis secundariis tenuissimis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein lanzettliches, an der Spitze stumpfes, gegen die Basis zu verschmälertes Blatt von lederartiger Beschaffenheit, dessen Oberfläche so wie das der vorhergehenden Art von einem Trichomgebilde rauh ist. Dasselbe besteht aus eben so kleinen, aber dichter gedrängten, weniger hervorragenden Knötchen (Fig. 18 *a*). Der Primärnerv tritt nur an der Basis wenig hervor, ist geradlinig, im weiteren Verlaufe verfeinert und unterhalb der Spitze verschwindend. Die Secundärnerven sind sehr fein, meistens nur Spuren derselben wahrnehmbar. Ich halte dieses Blattfossil ebenfalls für ein Asperifolien-Blatt und bemerke nur noch, dass ich mit der Bezeichnung *Trachyphyllum* keineswegs nur auf die Borragineen im engeren Sinne, sondern auch die auf verwandten Cordiaceen hinweisen will, überhaupt die genauere Bestimmung der Gattung späteren Untersuchungen überlasse.

MYRSINEAE.

Myrsine Stokesii sp. n.

Taf. XIII, Fig. 20.

M. foliis subcoriaceis, oblongis, basi angustatis, integerrimis, acuminatis; nervatione camptodroma, nervo primario distincto recto; nervis secundariis numerosis, sub angulis variis acutis orientibus, tenuibus flexuosis ramosis; nervis tertiariis tenuissimis, ramosis, inter se conjunctis, rete macrosynammatum formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Ist sehr ähnlich der *Myrsine Endymionis* Ung. der fossilen Flora von Radoboj und unterscheidet sich von derselben nur durch die etwas weniger verschmälerte Basis, die mehr vorgezogene Spitze, sowie durch die unter verschiedenen Winkeln eingefügten Secundärnerven. Als Analogie in der Flora der Jetztwelt kann die *M. salicifolia* DC. gelten.

SAPOTACEAE.

Sapotacites Forresti sp. n.

Taf. XIII, Fig. 12.

S. foliis lanceolato-oblongis, coriaceis, integerrimis, apice rotundatis, basi angustatis; nervatione camptodroma, nervo primario valido, apicem versus valde attenuato, recto; nervis secundariis tenuissimis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Entspricht am meisten dem *Sapotacites sideroxyloides* Ett. der Tertiärfloren von Häring, Sagor, Sotzka, Leoben u. s. w., unterscheidet sich aber von diesem durch die entfernter stehenden Secundärnerven. Von dem wahrscheinlich vorhandenen, sehr zarten Blattnetz sind nur undeutliche Spuren wahrzunehmen.

Sapotacites Huntii sp. n.

Taf. XIII, Fig. 13. 13 *a*.

S. foliis anguste oblongis, petiolatis coriaceis integerrimis, basim et apicem versus angustatis; nervatione camptodroma, nervo primario distincto recto, nervis secundariis tenuissimis, sub angulis 40—50° orientibus, nervis tertiariis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ist mit *Sapotacites lanceolatus* Ett. der fossilen Floren von Häring und Sagor zu vergleichen, jedoch von diesem durch andere Secundärnerven verschieden. An einem kleineren, an der Spitze unvollständigen Blatte, welches wohl mit dem in Fig. 13 abgebildeten gleichartig ist, bemerkt man ein sehr feines Netz, Fig. 13 *a*, welches zu dem vieler Sapotaceen vollkommen passt.

DIALYPETALAE.

ARALIACEAE.

Aralia Freelingii sp. n.

Taf. XIII, Fig. 26.

A. folii segmentis profunde partitis, laciniis sub angulis acutissimis inter se divergentibus, majoribus basi contractis integerrimis, minoribus basi dilatatis; nervis secundariis laciniarum tenuibus flexuosis, sub angulis 40—50° orientibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Das in Fig. 26 dargestellte Fossil gehört zweifelsohne einem Segment des tief getheilten Blattes einer *Aralia* an. Die Zipfel derselben Seite divergiren von einander unter sehr spitzem Winkel (von kaum 5°) oder laufen einander fast parallel, daher die Form der zwischenliegenden Buchten fast lineal. Die grösseren Abschnitte oder Lappen sind an der Basis keilförmig zusammengezogen und daselbst ganzrandig; die kleineren Seitenlappen entspringen mit breiter Basis, an welcher sie ebenfalls zahnlos sind. Die Zipfel und ihre Primärnerven, sowie die feinen geschlängelten Secundärnerven derselben bilden mit dem das Segment durchziehenden starken Hauptnerv Winkel von 40—50°. Spuren eines engmaschigen Blattnetzes sind nur an einer Stelle wahrzunehmen. Die Textur des Blattes war lederartig.

In den obigen Eigenschaften schliesst sich die beschriebene Art theils der *Aralia multifida* Sap., theils der lebenden *A. elegans* Hort. Par. von Neu-Granada an, mit welcher Saporta seine genannte Art aus der Tertiärflora der Provence vergleicht. Die mehr nach vorne gekehrten Zipfel und die sehr schmalen Buchten zwischen denselben bilden jedoch eine Eigenthümlichkeit unserer Art.

Aralia prisca sp. n.

Taf. XIII, Fig. 23, 24.

A. foliis coriaceis, petiolatis, profunde palmato-septemlobatis, lobis valde angustis, longis, integris; nervatione actinodroma, nervis primariis validis, sub angulo 30° inter se divergentibus; nervis secundariis tenuibus, sub angulis 60—70° orientibus, arcuatis, simplicibus, nervis tertiariis e primariis angulo recto, e secundariis extus angulis acutis egredientibus, dictyodromis.

Fundort: Vegetable Creek.

Von dieser Art liegen zwei Blattbruchstücke vor, welche bezüglich der Eigenschaften des Blattes einigermassen ergänzende Daten liefern. Fig. 23 zeigt ein Fragment sammt der Basis eines grossen handförmig siebentheiligen Blattes. Von den Lappen sind nur zwei mit ihren mächtigen Primärnerven theilweise erhalten. Das Basalstück zeigt ein Fragment des dicken Stieles und sieben von diesem abgehende, unter ziemlich spitzem Winkel divergirende Primärnerven. Die Lappen waren sehr verlängert und schmal, ungetheilt. Die Nervation ist an dem Bruchstück Fig. 24, das einem kleineren Blatte derselben Art angehörte,

theilweise erhalten. Die Primärnerven schliessen den gleichen spitzen Winkel ein. Die Secundärnerven entspringen unter wenig spitzen Winkeln, sind fein, gegen den Rand zu stark nach vorne gebogen. Die Tertiärnerven sind, sowie auch das Blattnetz, nur mangelhaft erhalten. Erstere entspringen zu beiden Seiten der Primärnerven rechtwinklig, von der Aussenseite der Secundären spitzwinklig. Fig. 23 *a* stellt eine Partie des Blattes mit dem Netz in schwacher Vergrösserung dar.

Von den bisher bekannt gewordenen fossilen *Aralia*-Arten schliessen sich unserer Art an: *Aralia primigenia* De la Harpe bezüglich der langen, schmalen, ungetheilten Lappen; *A. multifida* Sap. und *A. dissecta* Lesq. bezüglich der grösseren Zahl derselben. Endlich darf noch *A. Jörgenseni* Heer aus den Schichten von Unartok als eine der beschriebenen analoge Art der arktischen Tertiärflora erwähnt werden.

Aralia Oxleyi sp. n.

Taf. XIII, Fig. 25.

A. foliis coriaceis, palmato-lobatis, lobis inaequalibus, oblongis, basi contracta integerrimis, sub angulis acutis inter se divergentibus; nervatione actinodroma, nervis primariis loborum validis, nervis secundariis tenuissimis, sub angulis 50—60° insertis.

Fundort: Vegetable Creek.

Das Bruchstück Fig. 25 gehört ebenfalls einem *Aralia*-Blatte an. Dasselbe ist höchst wahrscheinlich fünflappig, daher anzunehmen, dass an unserem Fossil der Mittellappen und die zwei Seitenlappen derselben Seite vorhanden sind. Die Lappen sind nicht gleich gross, wenigstens der äussere Seitenlappen ist kleiner. An der Basis sind dieselben etwas verengt und daselbst ganzrandig. Die Buchten schliessen Winkel von 20—30° ein. Die mächtigen Primärnerven entsenden sehr feine Secundärnerven, welche nur an einer Stelle des ersten Seitenlappens erhalten sind. Vom Blattnetz ist nichts wahrnehmbar.

Erinnert bezüglich der Breite der Lappen an *Aralia groenlandica* Heer, welcher jedoch dreilappige Blätter zukommen, bezüglich der Zahl derselben aber an *A. primigenia* De la Harpe, welche jedoch viel schmälere Lappen besitzt.

Aralia elsmoreana sp. n.

A. foliis palmato-lobatis? nervatione actinodroma, nervis primariis validis, sub angulis 30—35° inter se divergentibus; nervis secundariis sub angulis 55—65° orientibus, curvatis ramosis, nervis tertiariis e primariis angulo subrecto, e secundariis angulis acutis variis egredientibus inter se conjunctis rete macrosynammatum formantibus.

Fundort: Elsmore.

Ein Bruchstück eines grossen, höchst wahrscheinlich handförmig gelappten Blattes, das ganz und gar die Nervation einer *Aralia* erkennen lässt. Dasselbe zeigt drei, fast gleich starke Primärnerven, welche unter sehr spitzen Winkeln von einander abstehen. Den unbedeutend stärkeren Primärnerv als den mittleren angenommen, liegen hier nur die beiden angrenzenden seitlichen Primärnerven vor, welche anfangs dem Mediannerv genähert, in divergirendem Bogen sich von demselben entfernen und oberhalb der Basis gabelig spalten, eine Eigenschaft, die besonders häufig bei *Aralia*-Blättern vorkommt, wie z. B. bei *A. quinquepartita* Lesq. (Cretaceous Flora, I, 1874, Taf. XV, Fig. 6), *A. Saportana* Lesq. (Cretaceous Flora, II, 1883, Taf. IX, Fig. 1, 2) u. s. w. Die geringe Divergenz der Primärnerven an der Basis lässt vermuthen, dass jederseits noch ein einfacher oder gabeltheiliger Primärnerv vorhanden war, somit das Blatt 7—9-lappig gewesen sein kann. Die Secundärnerven treten scharf hervor, sind stark nach aufwärts gebogen und am mittleren Primärnerv bis 2^{cm} von einander entfernt. Die Tertiärnerven treten an den Primärnerven deutlich hervor, von welchen sie unter nahezu rechtem Winkel abgehen. Von der Aussenseite der Secundären entspringen sie unter verschiedenen spitzen Winkeln. Unter einander anastomosirend, stehen sie mit einem aus unregelmässig-eckigen lockeren Maschen gebildeten Netze im Zusammenhange. Alle vorgenannten Merkmale passen sehr gut zu *Aralia*, z. B. *A. dissecta* Lesq. der nordamerikanischen Tertiärflora.

LORANTHACEAE.

Loranthus Kennedyi sp. n.

Taf. XIII, Fig. 17.

L. foliis coriaceis, brevissime petiolatis ovatis, utrinque obtusiusculis, integerrimis, nervatione hyphodroma, nervo primario crassiusculo, recto infra apicem evanescente; nervis secundariis vix conspicuis, basilaribus tenuissimis, angulis acutis orientibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein kleines, mit einem sehr kurzen, dicken Stiel versehenes, schmal eiförmiges, ganzrandiges Blatt von derber, lederartiger Textur. Es ist nach beiden Enden nur wenig verschmälert und daselbst stumpflich. Von Nerven bemerkt man nur einen verhältnissmässig dicken, im oberen Drittel der Lamina bereits verschwindenden Primärnerv und nur an der Basis einige sehr feine, spitzwinkelig eingefügte geschlängelte Secundärnerven.

Ich vergleiche dieses Blattfossil mit den ähnlichen Blättern von *Loranthus myrtifolius* Cunningh. und *L. celastroides* Sieb., in Australien lebenden Arten, auf welche sich die Merkmale der beschriebenen fossilen Art buchstäblich vertheilen. Den sehr kurzen Stiel und die feinen Secundärnerven unserer Art zeigt die erstere; den dicken, unterhalb der Blattspitze verschwindenden Primärnerv die letztere, während die lederartige Textur und die stumpfe Eiform des Blattes beiden Arten gemein ist (vergl. meine Blattsk. d. Loranthaceen, Denkschr. Bd. XXXII, Taf. 3, Fig. 21, 22 und Taf. IX, Fig. 7—9).

SAXIFRAGACEAE.

Callicoma primaeva sp. n.

Taf. XIII, Fig. 22.

C. foliis petiolatis subcoriaceis, oblongis, basi acutis, apice acuminatis, margine grosse serratis; nervatione craspedodroma, nervo primario distincto, prominente recto, nervis secundariis crebris subarcuatis, simplicibus vel apice furcatis; nervis tertiariis tenuissimis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Entspricht vollkommen der *Callicoma pannonica* Ung., Sylloge plant. foss. III, Taf. XIII, Fig. 1, aus der Tertiärflora von Eperies in Ungarn. Der Blattstiel erreicht eine Länge von 1^{cm}. Die am Abdrucke noch haftende verkohlte Substanz deutet auf eine derbere, fast lederartige Substanz. Die längliche Form verschmälert sich an der Spitze rasch. Die Randzähne treten scharf hervor und werden von den Secundärnerven erreicht. Die Secundärnerven sind einander genähert, an der Spitze oft ästig; die Äste buchtläufig wie bei *Callicoma serratifolia*. Die Tertiärnerven sind sehr fein und spitzwinkelig eingefügt, jedoch nicht genähert, wodurch das Blatt von den ähnlichen Blättern einiger Eichen abweicht. Die Übereinstimmung in allen wesentlichen Merkmalen mit der erstgenannten Art ist so gross, dass man immerhin das beschriebene Fossil derselben einreihen könnte. Da jedoch, allerdings nur in der Blattform unseres Fossils, sich eine geringe Verschiedenheit von der *C. pannonica* kund gibt, indem letztere ein mehr lanzettliches nach der Spitze lang verschmälertes Blatt besitzt, so mögen beide Fossilien besonderen Arten zugewiesen bleiben, bis künftige Forschungen etwa stichhältige Gründe für ihre Vereinigung bringen.

Als nächst verwandte lebende Art kann nur die australische *Callicoma serratifolia* Andr. gelten.

Ceratopetalum Mac Donaldi sp. n.

Taf. XIII, Fig. 14, 14 *a*.

C. foliis simplicibus, petiolatis coriaceis lanceolatis, acuminatis minute argute calloseque serratis, nervatione dictyodroma, nervo primario distincto, recto, apicem versus tenui, nervis secundariis sub angulis 70—85° orientibus,

numerosis, tenuibus, valde approximatis, flexuosis, ramosis, nervis tertiariis abbreviatis ramosis, rete microsynammatum formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Die Blätter sind lederartig, bald breiter, bald schmäler lanzettförmig, an der Basis bald mehr, bald weniger verschmälert, an der Spitze allmälig verschmälert, am Rande scharf und knorpelig klein-gesägt. Die Nervation zeigt einen nur an der Basis hervortretenden, dann im weiteren Verlaufe sehr verfeinerten geraden Primärnerv und zahlreiche feine und genäherte, geschlängelte am Ende ästige Secundärnerven, welche unter auffallend wenig spitzen Winkeln abgehen. Die Randäste derselben endigen verdickt in den Zahnbuchten sowie dies bei *Ceratopetalum* vorkommt. Die Tertiärnerven sind sehr zart und sofort in ein engmaschiges Netz, von dem Fig. 14 *a* eine vergrösserte Darstellung gibt, aufgelöst. Schliesst sich dem *Ceratopetalum bilinicum* Ett., Foss. Flora von Bilin, III, Taf. 40, Fig. 26, 30, 31 an, von welchem aber unsere Art durch die mehr genäherten, unter stumpferen Winkeln abgehenden Secundärnerven abweicht.

Ceratopetalum Gilesii sp. n.

Taf. XIII, Fig. 15, 16, 16 *a*.

C. foliolis sessilibus vel breviter petiolatis coriaceis, lanceolatis subobliquis utrinque acuminatis, minute argute calloseque serratis; nervatione dictyodroma, nervo primario distincto, tenui, recto, nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, approximatis, tenuibus, arcuatis, flexuosis, ramosis, nervis tertiariis in reticulum dissolutis.

Fundort: Vegetable Creek.

Von der vorigen durch die zusammengesetzten Blätter verschieden. Die Theilblättchen sind sitzend oder kurz gestielt, lanzettförmig, etwas ungleichseitig, nach beiden Enden verschmälert und zugespitzt, am Rande fein und gedrängt gesägt mit verdickten Zähnen. Die Nervation wie bei der vorhergehenden Art, jedoch gehen die Secundärnerven unter spitzeren Winkeln ab (siehe die Vergrösserung 16 *a*).

Entspricht ganz und gar dem gegenwärtig in Australien lebenden *Ceratopetalum gummiferum* Smith, von welchem es sich vielleicht nur durch die mehr bogig nach dem Rande aufsteigenden Secundärnerven unterscheidet, wenn die Blätter dreizählig waren, wie bei genannter Art.

TILIACEAE.

Elaeocarpus Muelleri sp. n.

Taf. XIV, Fig. 4, 5, 5 *a*.

E. fructibus drupaceis, putamine oroideo, rugoso-sulcato, quinque-loculari, foliis ovatis, acuminatis, serratis, nervatione brochidodroma, nervo primario prominente, recto, excurrente, nervis secundariis sub angulis 60—65° orientibus, distinctis, arcuatis, ramosis, 13—15^{mm} inter se remotis; nervis tertiariis e primario angulo subrecto, e secundariis extus angulo acuto egredientibus, inter se conjunctis, reticulum tenerrimum includentibus.

Fundort: Elsmore; Vegetable Creek.

An der erstgenannten Localität fanden sich die Abdrücke des Steinkernes dieser Art, von welchen in Fig. 4 ein Exemplar abgebildet ist. Die Form desselben war eiförmig, die Oberfläche runzelig gefurcht. An dem citirten Exemplare sieht man deutlich drei feine, vom Grunde des Steinkernes zur Spitze ziehende Furchen, welche jedoch so vertheilt sind, dass man der Symmetrie wegen noch zwei solche voraussetzen muss. Diese fünf Furchen bezeichnen die fünf Fächer und Stücke, aus denen der Kern besteht. Einen ähnlichen Steinkern habe ich aus der Tertiärflora Tasmaniens beschrieben. (Beitr. z. Tertiärflora Australiens I, l. c. S. 139. Taf. VI, Fig. 9—12.) Derselbe unterscheidet sich aber von dem oben beschriebenen durch eine an beiden Enden mehr verschmälerte Form und weniger hervortretende Furchen. Diese Kerne können demnach nicht zur selben Art gehören, obgleich beide nur mit dem fünffächerigen Steinkern von *Elaeocarpus sphaericus* Gaertn. zu vergleichen sind.

Das Blattfossil Fig. 5 von Vegetable Creek stimmt in allen seinen Merkmalen so sehr mit *Elaeocarpus*-Blättern überein, dass ich dasselbe ohne Bedenken mit obigem Fruchtfossil vereinige. Am meisten gleicht dasselbe dem Blatte von *E. Cummingii* H. B. V. (Ett., Blattsk. der Dikotyled. Taf. 51, Fig. 5), sowohl was die Textur, Form und Randbeschaffenheit betrifft, als auch bezüglich der Nervation, von deren Details Fig. 5 *a* Darstellung bringt.

Die nächstverwandten Arten der europäischen Tertiärflora sind: *Elaeocarpus Albrechti* Heer bezüglich der Fruchtbildung und *E. europaeus* Ett. bezüglich des Blattes.

Ich benannte die Art zu Ehren des um die Wissenschaft hochverdienten Directors des botanischen Gartens in Melbourne Ferd. Baron Mueller.

ACERINEAE.

Acer subproductum sp. n.

Taf. XIV, Fig. 2, 2 *a*, 3.

A. foliis petiolatis, palmato-trilobatis, lobis inaequalibus, lobo medio lateralibus longiore et latiore, valde producto, sinubus angulum acutum formantibus, margine remote dentatis; nervatione actinodroma, nervo medio prominente, nervis basilaribus lateralibus cum priore angulos 40—45° includentibus; nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, arcuatis ascendentibus, craspedodromis; nervis tertiariis e latere externo secundariorum sub angulis acutis egredientibus, inter se conjunctis, rete microsynammato.

Fundorte: Vegetable Creek; Elsmore.

Entspricht in der Blattform und Nervation der Varietät *A. productum* des *Acer trilobatum* A. Braun. Eine dieser sehr nahe stehende Art, welche ich *A. subtrilobatum* benannte, kam auch aus den Tertiärschichten von Shag Point in Neuseeland zum Vorschein, welche sich von der australischen Art nur durch die spitzeren Abgangswinkel der Secundärnerven und die geringere Divergenz der Blattlappen unterscheidet. Figur 2 *a* zeigt das zarte Blattnetz vergrössert dargestellt.

Acer subintegrilobum sp. n.

Taf. XIV, Fig. 1, 1 *a*.

A. foliis longe petiolatis, palmato-trilobatis, lobis integerrimis, acuminatis, lobis inaequalibus, patentibus, lobo medio lateralibus longiore et latiore; nervatione actinodroma, nervis primariis lateralibus cum primario angulos 30—40° includentibus, nervis secundariis paucis sub angulis acutis variis exeuntibus, tertiariis rectangularibus, ramosis, inter se conjunctis; rete microsynammato.

Fundort: Elsmore.

So sehr ich mich bemühte, das hier in Fig. 1 abgebildete ahornartige Blattfossil in anderen Pflanzenfamilien mit ähnlichen gelappten Blättern unterzubringen, so konnte ich keine Gattung ausfindig machen, welche zahlreichere und näher kommende Analogien sowohl unter den recenten als auch unter den fossilen Formen aufzuweisen hätte, als *Acer*. In den beschriebenen Eigenschaften nähert sich dasselbe am meisten dem *A. integrilobum* Web. der europäischen Tertiärflora. Das vollkommen ahornartige Blattnetz ist in Fig. 1 *a* vergrössert dargestellt.

MALPIGHIACEAE.

Banisteriophyllum Australiense sp. n.

Taf. XIV, Fig. 13.

B. foliis coriaceis petiolatis, oblongo-lanceolatis, basin versus angustatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario valido, nervis secundariis sub angulis 60—70° orientibus, prominentibus, arcuatis simplicibus, nervis tertiariis tenuibus, e primario angulo recto, e latere externo secundariorum angulis acutis exeuntibus, transversim inter se conjunctis.

Fundort: Tingha.

Das in Fig. 13 abgebildete Blattfossil lässt sich zu einem ansehnlichen länglich lanzettlichen Blatt ergänzen und bietet hinreichende Merkmale dar, um dasselbe wenigstens annähernd zu bestimmen, wobei selbstverständlich ein umfassendes Vergleichsmaterial aus der lebenden und der fossilen Flora vorausgesetzt wird. Die Blattsubstanz ist lederartig, der Rand ungezähnt. Aus einem dicken Stiele zieht sich ein mächtiger, am Ursprunge 2^{mm} breiter Primärnerv in die Lamina, aus welchem hervortretende, im Bogen gegen den Rand aufsteigende einfache Secundärnerven unter wenig spitzen Winkeln abgehen. Die feinen Tertiärnerven entspringen von beiden Seiten des Primären fast rechtwinkelig, von der Aussenseite der Secundären unter spitzen Winkeln und sind querläufig verbindend. Das Blattnetz hat sich nicht erhalten.

Die beschriebenen Eigenschaften, insbesondere in Verbindung mit den querläufigen Tertiärnerven, finden wir am häufigsten bei den Malpighiaceen, vor allem bei *Banisteria*.

Malpighiastrum Babbagei sp. n.

Taf. XIV, Fig. 14.

M. foliis orato-oblongis, coriaceis, integerrimis: nervatione camptodroma, nervo primario prominente, nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, curvatis, marginem adscendentibus, simplicibus ramosisque; nervis tertiariis transversim conjunctis.

Fundort: Elsmore.

Dieses Blattfossil zeigt wie das vorherbeschriebene den Typus von Malpighiaceen-Blättern. Ähnliche Blattreste der europäischen Tertiärflora sind in die Sammelgattung *Malpighiastrum* gestellt worden, wo nun auch dieses Fossil Platz finden möge, bis weitere Untersuchungen auf Grund eines ausreichenden Materials genauere Aufschlüsse zur Bestimmung der Gattung bringen.

SAPINDACEAE.

Sapindus Gossei sp. n.

Taf. XIV, Fig. 15—17.

S. foliolis orato-lanceolatis vel lanceolatis, brevissime petiolatis, apice acuminatis, basi subobliquis, margine integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario prominente, recto excurrente, nervis secundariis sub angulis 55—70° orientibus, tenuibus, subflexuosis, ramosis inter se conjunctis, nervis tertiariis sub angulis acutis exeuntibus, tenuissimis dictyodromis; rete microsynammato valde evoluto.

Fundorte: Vegetable Creek; Elsmore.

Das Blättchen Fig. 15 von Elsmore ist sehr kurz gestielt und aus eiförmiger Basis lanzettlich. Das zweite, hier in Fig. 17 abgebildete Blättchen, von Vegetable Creek stammend, ist mehr länglich und ungleichseitig. Die Nervation ist an einem anderen Stück von letzterer Localität wohl erhalten und in Fig. 16 *a* vergrössert abgebildet. Dieselbe stimmt gut zu *Sapindus*. Die Art schliesst sich in allen beschriebenen Eigenschaften am meisten dem *Sapindus dubius* Ung. (s. Heer, Tertiärfl. d. Schweiz, Bd. III, Taf. 70, Fig. 9—11) an, von welchem sie sich nur durch kürzere Theilblättchen und ein mehr entwickeltes Netz unterscheiden lässt. Als eine nahe verwandte Art der amerikanischen Tertiärflora kann *S. caudatus* Lesq. bezeichnet werden, die sich von der beschriebenen nur durch die dünnere Textur und die lange Zuspitzung der Theilblättchen unterscheidet.

Cupanites Selwyni sp. n.

Taf. XIV, Fig. 12, 12 *a*.

C. foliolis coriaceis, lanceolatis, basi acutis, apicem versus angustatis, margine undulato integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario valido, recto excurrente, nervis secundariis sub angulis 70—85°, rarius sub acutioribus orientibus, arcuatis, ramosis inter se conjunctis; nervis tertiariis tenuibus e primario sub angulo

recto, e latere externo secundariorum sub angulis acutis exeuntibus flexuosis, ramosis, inter se conjunctis, rete ralde evoluto.

Fundort: Vegetable Creek.

Die Beschaffenheit des Abdruckes deutet auf eine derbere lederartige Textur. Das Blattfossil zeigt eine etwas ungleiche Entwicklung der Seiten, was auch theilweise im ungleichseitigen Ursprunge und Verlaufe der Secundärnerven ausgesprochen, woraus zu schliessen ist, dass dasselbe ein Theilblättchen war. Von den Gewächsen mit derartigen grossen Theilblättchen, welche gefiederte Blätter von ansehnlicher Länge zusammensetzen, sind hervorzuheben die Sapindaceen, Meliaceen, Cedrelaceen, und Leguminosen. Die Form, Randbeschaffenheit, insbesondere aber die Nervation des Fossils sprechen am meisten für die erstgenannte Familie. In dieser sind die mit dem beschriebenen ähnlichsten Theilblättchen bei *Cupania* und *Nephelium* zu finden, welche auch in der Netzbildung mit dem fossilen (Fig. 12 *a*) am meisten übereinstimmen.

CELASTRINEAE.

Celastrus prae-europaeus sp. n.

Taf. XIV, Fig. 9.

C. foliis coriaceis, oratis, apice angustato productis, margine integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario distincto, recto; nervis secundariis sub angulis acutis egredientibus subsimplicibus tenuibus, rectis, parallelis; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Vegetable Creek.

Schliesst sich dem *Celastrus europaeus* Ung. an, von welchem unsere Art nur durch das breitere, an der Spitze mehr vorgezogene Blatt zu unterscheiden ist. Bis jetzt hat sich nur das in Fig. 9 abgebildete Blatt der beschriebenen Art vorgefunden.

Celastrus prae-elaenus sp. n.

Taf. XIV, Fig. 8, 8 *a*.

C. foliis coriaceis, petiolatis, lanceolato-oblongis, utrinque angustatis, basi obtusiusculis, apice acuminatis, margine integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario distincto, recto excurrente, nervis secundariis sub angulis acutis egredientibus arcuatis, subsimplicibus, elongatis, marginem adscendentibus vel inter se conjunctis, nervis tertiariis dictyodromis.

Fundort: Vegetable Creek.

Entspricht sehr viel dem *C. elaenus* Ung. der europäischen Tertiärflora, von welchem sich die beschriebene Art durch das mehr zugespitzte und an der Basis etwas stumpfliche Blatt unterscheidet. Die Nervation, welche in Fig. 8 *a* vergrössert dargestellt ist, stimmt mit der genannter Art fast vollkommen überein. Der Blattstiel zeigt am Fossil nicht seine ganze Länge, da er abgebrochen ist.

Celastrus Lefroyi sp. n.

Taf. XIV, Fig. 7, 7 *a*.

C. foliis coriaceis, petiolatis, oblongo-ellipticis, utrinque acuminatis, serrulatis, nervatione camptodroma, nervo primario firmo, recto, nervis secundariis tenuibus, sub angulis 70—75° orientibus, inaequalibus, flexuosis ramosis; nervis tertiariis dictyodromis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ist mit *Celastrus Andromedae* Ung. zu vergleichen, von welcher die beschriebene Art nur durch eine etwas feinere Zahnung des Blattes und einen stärker hervortretenden Primärnerv verschieden ist. Von dem ebenfalls ähnlichen *C. Aeoli* Ett. weicht dieselbe durch die Verschmälerung der Spitze und die stumpferen Abgangswinkel der Secundärnerven ab. Fig. 7 *a* stellt ein Blattstück mit der Randzahnung und Nervation vergrössert dar.

Celastrus Cunninghami m.

Syn. *Celastrophyllum Cunninghami* Ettingsh., Beiträge z. Tertiärflora Australiens, I, l. c. S. 140, Taf. VI, Fig. 5.

Fundort: Dalton bei Gunning.

Es hat sich meine Vermuthung, dass das a. a. O. abgebildete Blattfossil den Celastrineen einzureihen sei, nicht nur bestätigt, sondern auch durch die Vergleichung seiner Nervation (in Fig. 5 *a* a. a. O. vergrössert dargestellt) mit den der vorhergehenden *Celastrus*-Arten herausgestellt, dass dasselbe zur gleichen Gattung gehören müsse. Hinsichtlich seiner kleinen, genäherten Zähne und seiner Form schliesst es sich dem Blatte der vorigen Art an, von welchem es sich hauptsächlich durch eine zartere Textur und einen schwächeren Primärnerv unterscheidet.

Elaeodendron subdegener sp. n.

Taf. XIV, Fig. 6, 6 *a*.

E. foliis coriaceis, anguste lanceolatis basi angustatis dentato-crenulatis; nervatione brochidodroma, nervo primario firmo, nervis secundariis tenuibus, subarcuatis ramosis; tertiariis dictyodromis, reticulo valde evoluto.

Fundort: Vegetable Creek.

Nächstverwandt dem *Elaeodendron degener* (*Ficus d.* Ung., Foss. Flora von Sotzka), von demselben durch die schmälere Blattform und das mehr entwickelte Netz (Fig. 6 *a* vergrössert dargestellt) verschieden. Die geschlängelten Tertiärnerven sind verbindend. Bezüglich der Grösse und Form entspricht das Fossil Fig. 6 dem l. c. in Fig. 1, Taf. 34 abgebildeten von Sotzka.

ILICINEAE.

Ilex Mac Leayna sp. n.

Taf. XIV, Fig. 11, 11 *a*.

I. foliis coriaceis, oblongo-ovatis, in petiolum angustatis, sparsim dentatis; nervatione brochidodroma, nervo primario distincto, nervis secundariis sub angulis acutis orientibus abbreviatis, ramosis, inter se conjunctis, ramis cum nervis tertiariis rete macrosynammatum prominens formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Entspricht in allen Merkmalen der *Ilex berberidifolia* Heer. Das hervortretende Blattnetz, dem der genannten Art sehr ähnlich, ist in Fig. 11 *a* dargestellt. Als unterscheidendes Merkmal lässt sich für unsere Art nur angeben, dass die Blattform mehr länglich eiförmig ist und die Randzähne wenig hervortreten.

RHAMNEAE.

Pomaderris Banksii sp. n.

Taf. XIV, Fig. 8; Taf. XV, Fig. 1, 1 *a* und 2.

P. foliis coriaceis, petiolatis, late lanceolatis utrinque angustatis, margine undulatis vel subdentatis; nervatione camptodroma, nervo primario prominente, nervis secundariis sub angulis 40—50° orientibus, tenuibus, subarcuatis, marginem adscendentibus; nervis tertiariis tenuissimis, valde approximatis flexuosis ramosis, transversim conjunctis.

Fundort: Vegetable Creek.

Hieher rechne ich die drei in Fig. 1, 2 und 8 der citirten Tafeln abgebildeten Blattfossilien, welche zwar in der Grösse des Blattes von einander etwas abweichen, aber sich in Form und Nervation (Fig. 1 *a*) so sehr gleichen, dass von einer Trennung derselben in verschiedene Species nicht die Rede sein kann. Das wichtigste Merkmal, welches diese Blattfossilien auszeichnet, besteht in den äusserst feinen, schlängeligen einander sehr genäherten Tertiärnerven, welche querläufig sind. Dasselbe, in Verbindung mit den bogenläufigen, den Rand aufsteigenden Secundärnerven, der länglichen Blattform und der lederartigen Textur, stempelt die beschriebenen Blattreste zu Rhamneen-Blättern.

Mit Rücksicht auf die ähnlichen Blattformen bei *Pomaderris* einerseits und die Endemie dieser Gattung in Australien anderseits, glaube ich keinen Fehlgriff zu thun, wenn ich diese Reste geradezu der genannten Gattung einreihe.

DIOSMEAE.

Boronia Harrisii sp. n.

Taf. XIV, Fig. 18, 18 *a*.

B. foliis obovatis basi angustatis, apice acutis, serrulatis: nervatione dictyodroma, nervo primario tenui, flexuoso infra apicem evanescente, nervis secundariis ramosissimis, rete laxum formantibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein kleines Bruchstück eines Zweigchens mit dicht aneinander gereihten gegenständigen kleinen Blättern. Diese sind verkehrt-eiförmig in einem sehr kurzen Blattstiel verschmälert, vorne klein gesägt und spitz, im Übrigen ganzrandig. Die in Fig. 18 *a* vergrössert gezeichnete Nervation besteht aus einem feinen, geschlängelten Primärnerv, welcher ohne Zuhilfenahme der Loupe an der Spitze sich nicht wahrnehmen lässt, meistens aber vor derselben verschwindet; dann aus wenigen Secundärnerven, welche sich sogleich in ein lockermaschiges Netz verästeln.

Die beschriebene fossile Pflanze ist am meisten ähnlich der *Boronia serrulata* Smith, von welcher sie sich nur durch die verkehrt-eiförmigen Blätter unterscheidet. In diesem Merkmal schliesst sich die fossile Art der *B. crenulata* Smith an, von der sie sich durch die Zuspitzung und Zahnung des Blattes unterscheidet. Es vereinigt somit die *Boronia Harrisii* die Merkmale der beiden genannten gegenwärtig in Australien in verschiedenen Gebieten (erstere in Neu-Süd-Wales, letztere in West-Australien) einheimischen Arten und darf wohl als deren Stammart betrachtet werden.

Boronia Hookeri sp. n.

Taf. XIV, Fig. 19, 19 *a* und *b*.

B. foliis crassiusculis, impari-pinnatis, impresso-glanduloso-punctatis: foliolis oboratis vel oblongis, apice obtusiusculis, margine integerrimis; nervatione brochidodroma, nervo primario distincto recto, excurrente, nervis secundariis angulo subrecto egredientibus, approximatis, subarcuatis: nervis tertiariis rectangularibus, furcatis vel simplicibus; reticulo parce evoluto.

Fundort: Vegetable Creek.

Das hierher gebrachte Fossil, Fig. 19, zeigt ein verkehrt-eiförmiges, gegen die Basis zu verschmälertes, an der Spitze stumpfliches Endblättchen, ein längliches, an der Spitze unvollständiges Seitenblättchen und ein kleines Stück der geflügelten Spindel. Beide Blättchen und die Flügel der Spindel sind fein punktirt (Fig. 19 *b*). Die Pünktchen erweisen sich bei stärkerer Vergrösserung als in die dicke, lederartige Blattsubstanz eingesenkte Grübchen, welche zweifelsohne Öldrüschen beherbergt haben. Der Rand der Blättchen ist ungezähnt; die Nervation zeigt einen scharf hervortretenden geradlinigen Primärnerv und gekrümmte, unter kaum spitzen Winkeln entspringende einander genäherte Secundärnerven, die durch Randschlingen verbunden sind. Die rechtwinkelig entspringenden Tertiärnerven bilden ein spärlich entwickeltes Netz (Fig 19 *a*).

Die Bestimmung dieses Fossilrestes unterlag bei den beschriebenen charakteristischen Merkmalen keinen Schwierigkeiten. Es konnten hier nur die Gattungen *Boronia*, *Weinmannia*, *Zanthoxylum* und *Zygophyllum* in Betracht gezogen werden, bei welchen ähnliche Blätter vorkommen. *Weinmannia* und *Zygophyllum* haben keine drüsig-punktirten Blätter. Bei *Zanthoxylum* findet man keine Art mit so kleinen lederartigen Blättchen, wie selbe das in Rede stehende Fossil zeigt, abgesehen von dem Umstande, dass diese Gattung in der gegenwärtigen Flora von Australien nicht repräsentirt ist. Es bleibt sonach nur *Boronia* übrig, bei welcher in der That die der fossilen Pflanze am meisten ähnlichen Formen zu finden sind, die überdies der jetzigen Flora Australiens eigenthümlich zukommmen. Ich nenne hier nur *B. variabilis* Hook., *B. psoralioides* DC., *B. crassi-*

folia Bartl. und *B. alata* Smith. Die beiden erstgenannten Arten haben 1—2paarig gefiederte Blätter, während *B. crassifolia* 2—3 und *B. alata* fünf Blättchenpaare besitzt. An unserem Fossil, bei dem ein Seitenblättchen verloren gegangen und die Spindel abgebrochen ist, lässt sich nicht entscheiden, ob es ausser dem nachweisbaren Blättchenpaare noch andere besass. Es muss daher die genauere Ermittlung der nächst verwandten Arten späteren, auf vollständigeres Material gestützten Untersuchungen vorbehalten bleiben.

COMBRETACEAE.

Gen. *GETONITES.*

Calycis tubo cum ovario connato, brevissimo, limbo supero quinquepartito, plano, persistente; laciniis ovato-ellipticis, quinquenerviis; staminibus calycis laciniis multo brevioribus.

Getonites Wilkinsoni sp. n.

Taf. XV, Fig. 11, 11 *a*, 12.

G. calycis laciniis orato-ellipticis, obtusiusculis, quinquenerviis: foliis oblongo-ovatis, petiolatis, coriaceis, integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario valido apicem versus attenuato, nervis secundariis tenuibus, sub angulis 55—60° orientibus, flexuosis, inaequalibus, simplicibus vel ramosis; nervis tertiariis e latere externo secundariorum sub angulis acutis exeuntibus, inter se conjunctis.

Fundort: Vegetable Creek.

Der in Fig. 12 abgebildete Blüthenkelch zeigt einen fünftheiligen Saum, dessen Zipfel von derberer pergamentartiger Consistenz waren. Dieselben sind mehr elliptisch als eiförmig, gegen die Basis und Spitze zu nur wenig verschmälert, an der letztern stumpflich. Die Fläche derselben durchziehen fünf Längsnerven, welche einige untereinander anastomosirende Seitennerven unter spitzen Winkeln entsenden. Die äussersten Längsnerven sind kürzer als die übrigen und dem Rande sehr genähert. In der Mitte des flach ausgebreiteten Kelches hebt sich das Gynäcium deutlich ab, mit dessen Peripherie die Kelchzipfel zusammenfliessen, so dass man da noch die Fortsetzung ihrer Längsnerven sieht. Der Fruchtknoten ist demnach mit der sehr kurzen Kelchröhre verwachsen. Die Reste von Staubgefässen, welche an einer Stelle zwischen zwei Kelchzipfeln sichtbar sind, zeigen, dass diese viel kürzer als der Kelch und wenigstens in der doppelten Zahl seiner Zipfel vorhanden waren.

Die Bestimmung der Familie, zu welcher das beschriebene Blüthenfossil gehört, war keinen Schwierigkeiten unterworfen, wohl aber die Einreihung desselben in eine Gattung der jetzigen Flora. Die Ebenaceen und Convolvulaceen, denen ähnliche fossile Kelche bisher zugewiesen worden, sind hier durch den unterständigen Fruchtknoten ausgeschlossen. Hingegen spricht dieses Merkmal in Verbindung mit den übrigen oben aufgezählten für eine Familie der Calycifloren, insbesondere die Combretaceen, wo *Getonia* zu diesen Merkmalen am ehesten passen würde. Allein der Kelch hat bei der genannten Gattung einen glockenförmigen Saum mit lanzettlichen dreinervigen Lappen, während der Kelchsaum unseres Fossils, wie bemerkt, kürzere und breitere Zipfel hat, die fünfnervig sind. Ausserdem muss bei letzterem die Kelchröhre viel kürzer gewesen sein, als bei *Getonia*. Aus diesen Gründen hielt ich es für passend, im vorliegenden Falle eine besondere mit der letzteren nächstverwandte Gattung aufzustellen.

Mit dem beschriebenen Blüthenkelch vereinige ich das Fig. 11 abgebildete Blatt, welches bei den Combretaceen seinen geeignetsten Platz finden dürfte, aber zu keiner der jetztweltlichen Gattungen dieser Familie mit genügender Sicherheit gestellt werden kann, so dass seine Einreihung in eine besondere ausgestorbene Gattung die meisten Wahrscheinlichkeitsgründe für sich hat. Die Textur dieses Blattes ist auffallend derb, der Stiel, 6^{mm} lang, hat 4^{mm} im Durchmesser. Die länglich-eiförmige Lamina ist an der Basis wenig verschmälert, am etwas eingerollten Rande ungezähnt. Der Primärnerv ist mächtig, gegen die Spitze zu rasch verschmälert, geradläufig; die Secundärnerven sind verhältnissmässig fein, unter wenig spitzen Winkeln abgehend, bogenläufig und geschlängelt, ungleich lang, einfach oder an der Spitze ästig und dann untereinander

anastomosirend. Die Tertiärnerven entspringen von der Aussenseite der Secundären vorwiegend unter spitzen Winkeln, sind geschlängelt, ästig und verbindend. Das aus rhomboidischen, zum Theil auch unregelmässig eckigen Maschen zusammengesetzte Netz ist in Fig. 11 *a* vergrössert dargestellt.

Der Form und Nervation nach könnte dieses Blatt mit *Terminalia*- und mit *Combretum*-Arten verglichen werden; es unterscheidet sich aber dasselbe von beiden durch seine auffallend derbe, dicklederige Consistenz.

MYRTACEAE.

Eucalyptus Mitchellii sp. n.

Taf. XV, Fig. 6—8, 7 *a* und *b*.

E. foliis coriaceis, petiolatis, lanceolatis vel lineari-lanceolatis, subfalcatis, basi attenuatis, apice acuminatis, integerrimis; nervatione brochidodroma, nervo primario prominente, nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, approximatis tenuibus, subflexuosis, arcubus laqueorum in nervum marginalem confluentibus inter se conjunctis; nervis tertiariis e secundariis extus sub angulis acutis egredientibus; reticulo microsynammato.

Fundort: Vegetable Creek.

Die in Fig. 6—8 abgebildeten Blattfossilien gehören ohne Zweifel zu einer und derselben Art, da dieselben die gleiche Textur, Form und Nervation zeigen, wenn auch nur Bruchstücke verschiedener Theile des Blattes erhalten sind. Fig. 7 zeigt den Stiel und die wenig verschmälerte Basis des Blattes; Fig. 6 zeigt die lanzettliche Sichelform desselben. An den genannten Stücken und an Fig. 8 bemerkt man noch, dass die Textur lederartig gewesen sein muss und der Rand ungezähnt ist. Die Nervation, Fig. 7 *a*, an allen Exemplaren deutlich erhalten, zeigt ganz und gar den Myrtaceen-Typus, die einander genäherten feinen Secundärnerven, verbunden durch einen dem Rande genäherten Saumnerv. Überdies sind die Secundärnerven etwas hin- und hergebogen, die Tertiärnerven schief verbindend, das Blattnetz engmaschig. An den wohlerhaltenen Exemplaren Fig. 6 und 7 bemerkt man feine Grübchen, Fig. 7 *b*, die über die ganze Lamina gleichmässig in grosser Zahl zerstreut liegen. Dieselben entsprechen den Öldrüsen, welche nach der Fossilisation der Blätter nur noch die Behälter übrig liessen.

Die Vergleichung der beschriebenen Fossilien mit den jetztlebenden Myrtaceen führt mit voller Sicherheit zur artenreichen Gattung *Eucalyptus*. Sehr ähnliche Blätter besitzen *E. rudis* Endl, H. V. und *E. scabra* Dum. Von den bisher beschriebenen fossilen entspricht unsere Art der *E. oceanica* Ung. der europäischen Tertiärflora. Ich will es späteren Nachweisungen überlassen, zu entscheiden, ob beide Arten nicht vielleicht zu vereinigen wären.

Eucalyptus Diemenii sp. n.

Taf. XV, Fig. 9, 9 *a*, 10.

E. foliis coriaceis, petiolatis, lanceolatis, basi acutis, apice acuminatis, integerrimis: nervatione brochidodroma nervo primario prominente, nervis secundariis sub angulis 65—75° orientibus, valde approximatis fere congestis, tenuibus, subrectis, nervo marginali inter se conjunctis; nervis tertiariis e secundariis extus angulis acutis egredientibus, abbreviatis.

Fundort: Vegetable Creek.

Das Blatt ist kleiner und breiter als das der vorhergehenden Art, nicht sichelförmig und an der Spitze weniger lang verschmälert. Der auffallendste Unterschied dieser Art von allen hier beschriebenen *Eucalyptus*-Arten liegt in den sehr gedrängt aneinander stehenden Secundärnerven, die unter verhältnissmässig wenig spitzen Winkeln entspringen. Wegen der so gedrängten Stellung dieser Nerven sind die Tertiärnerven sehr verkürzt und die feineren Netznerven wenig entwickelt (siehe die Vergrösserung der Nervation, Fig. 9 *a*). Von den jetztlebenden Arten entspricht der beschriebenen die *E. marginata* Sieb. bezüglich der Form und der Textur, *E. corymbosa* Sm. aber in allen Eigenschaften des Blattes.

Eucalyptus Houtmanni sp. n.

Taf. XV, Fig. 3, 3 *a*.

E. foliis coriaceis, late lanceolatis, utrinque angustatis, integerrimis, nervatione brochidodroma, nervo primario firmo, prominente, nervis secundariis sub angulis 65—75° orientibus, approximatis, tenuibus, subflexuosis, nervo marginali inter se conjunctis; nervis tertiariis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Unterscheidet sich von den hier beschriebenen *Eucalyptus*-Arten durch das breitere grössere Blatt, überdies von *E. Mitchellii* durch die stumpferen Abgangswinkel der Secundärnerven und von der vorhergehenden Art durch die von einander entfernter stehenden Secundärnerven. Die Nervation ist in Fig. 3 *a* vergrössert dargestellt.

Entspricht der *Eucalyptus Haidingeri* Ett. der europäischen Tertiärflora, und der *E. robusta* Sm. der Jetztflora.

Eucalyptus Hayi sp. n.

Taf. XV, Fig. 4, 5, 5 *a*.

E. foliis coriaceis, petiolatis, lanceolatis, utrinque attenuatis, integerrimis; nervatione brochidodroma: nervis secundariis sub angulis 30—40° orientibus, approximatis, tenuibus, flexuosis, nervo marginali inter se conjunctis; nervis tertiariis e secundariis extus angulis variis acutis obtusisque egredientibus, inter se conjunctis.

Fundort: Vegetable Creek.

Diese Art ist von den hier beschriebenen Arten durch die unter sehr spitzen Winkeln entspringenden Secundärnerven und die unter verschiedenen Winkeln abgehenden Tertiärnerven verschieden. Die ersteren sind auffallender hin- und hergebogen als bei den vorigen Arten. Den normalläufigen Tertiärnerven sind aber manchmal solche untermischt, die einen anderen Verlauf haben; besonders findet man im vorderen Theil der Lamina nicht selten längs- oder querläufige. Ein Blattnetz ist an dem Stück Fig. 5 theilweise erhalten und hier in Fig. 5 *a* schwach vergrössert abgebildet. Es besteht aus unregelmässig-eckigen Maschen.

Sehr ähnliche Blattbildung zeigen *Eucalyptus resinifera* Sm. und *E. pilularis* Sm.

Callistemophyllum Hackii sp. n.

Taf. XV, Fig. 20, 20 *a*.

C. foliis subcoriaceis, lanceolato-linearibus, basin versus sensim attenuatis, margine integerrimis: nervatione brochidodroma, nervo primario distincto recto, nervis secundariis tenuissimis sub angulis 15—25° orientibus, inter se remotis, flexuosis, nervo marginali inter se conjunctis; nervis tertiariis tenuissimis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein schmales, fast lineales, gegen die Basis zu allmälig verschmälertes Blatt von anscheinend kaum lederartiger Consistenz. Die Oberfläche zeigt zahlreiche Punkte, die den Öldrüsen entsprechen. Der Primärnerv ist verhältnissmässig zart; die sehr feinen, etwas schlängeligen Secundärnerven entspringen unter sehr spitzen Winkeln und stehen 5—6^{mm} von einander ab. Die saumläufigen Nerven treten deutlich hervor. Tertiärnerven (s. Fig 20 *a*) sind kaum sichtbar ob der zahlreichen Falten, welche am Abdruck durch die Gesteinsbeschaffenheit hervorgebracht sind. Hingegen sind die Blattdrüsen deutlich wahrzunehmen. Analoge Blattbildungen haben einige *Callistemon*-Arten, dann *Melaleuca linariifolia* Sm. und *Eucalyptus amygdalina* Labill. Von den bisher beschriebenen fossilen Arten kommt *Callistemophyllum bilinicum* Ett. dem *C. Hackii* am nächsten.

Callistemophyllum Beckeri sp. n.

Taf. XV, Fig. 17, 18.

C. foliis coriaceis, lineari-lanceolatis, integerrimis: nervatione brochidodroma, nervo primario prominente, nervis secundariis sub angulis 25—35° orientibus, approximatis, tenuibus, flexuosis, ramosis, nervo marginali prominente inter se conjunctis; nervis tertiariis parce evolutis sub angulis variis exeuntibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Es liegen zwei Blattfossilien dieser Art vor, die hier abgebildet sind. Die Blätter sind kleiner als alle hier beschriebenen der Gattung, aber verhältnissmässig breiter als das der vorhergehenden Art. Die feinen und auffallend geschlängelten Secundärnerven entspringen unter ziemlich spitzen Winkeln und sind einander genähert. Der Randnerv tritt scharf hervor. Die Tertiärnerven entspringen unter verschiedenen, doch von der Aussenseite der Secundären vorherrschend unter spitzen Winkeln. Das spärlich entwickelte Netz ist an beiden hier abgebildeten Exemplaren deutlich zu entnehmen. Diese Art erinnert an *Callistemon speciosum* DC. und *C. lanceolatum* DC. der Jetztflora, sowie auch an *Callistemophyllum melaleucaeforme* Ett. der europäischen Tertiärflora.

Callistemophyllum obliquum sp. n.

Taf. XV, Fig. 19.

C. foliis coriaceis, lanceolatis, basi rotundato-obtuso obliquis, apice acuminatis, integerrimis: nerratione brochidodroma, nervo primario basi prominente, nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, approximatis, simplicibus subrectis, nervo marginali conjunctis; nervis tertiariis inconspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Das Blattfossil, Fig. 19, welches ich zu dieser Art bringe, verräth eine lederartige Textur und ist aus einer breiteren eiförmigen, stumpflichen, auffallend schiefen Basis lanzettlich zugespitzt. Letztere erscheint am Abdrucke etwas verschoben; doch gewahrt man bei näherer Prüfung desselben, dass trotz der später erfolgten Verschiebung die Basis noch als ungleichseitig (wie nicht selten bei *Eucalyptus*) angenommen werden muss. Die Secundärnerven gehen unter weniger spitzen Winkeln ab, und sind in geringerer Zahl vorhanden als bei den vorhergehenden Arten; der verbindende saumläufige Nerv ist dem Rande sehr genähert. Ähnliche Blätter haben, abgesehen von der ungleichseitigen Entwicklung, *Callistemon marginatum* DC., *Myrica rostrata* Mart. und *Nelitris paniculata* Lindl., letztere insbesondere bezüglich des Mangels an Tertiärnerven.

Callistemophyllum Swindeni sp. n.

Taf. XV, Fig. 16, 16 *a*.

C. foliis coriaceis, breviter lanceolatis, basi angustatis, apice acuminato-productis, margine integerrimis: nerratione brochidodroma, nervo primario basi prominente apicem versus valde attenuato, nervis secundariis sub angulis 55—65° orientibus, tenuibus, valde approximatis, flexuosis, nervo marginali tenuissimo inter se conjunctis; nervis tertiariis tenuissimis dictyodromis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein fast verkehrt-eiförmig lanzettliches lederartiges Blatt, welches eine auffallend vorgezogene Zuspitzung trägt. Der Primärnerv tritt nur in der Basalpartie stärker hervor und verfeinert sich in seinem Verlaufe gegen die Spitze zu bedeutend. Die Secundärnerven, unter wenig spitzen Winkeln entspringend, haben einen geschlängelten Verlauf und verbinden sich mit einem sehr feinen Randnerven. Die Tertiärnerven konnten nur an wenigen Stellen des Blattes deutlich wahrgenommen werden und bilden ein zartes Netz, welches in Fig. 16 *a* vergrössert dargestellt ist.

Das Blattfossil zeigt eine bemerkenswerthe Ähnlichkeit mit *Callistemophyllum acuminatum* Ett. der Tertiärflora von Leoben. Bei letzterem zeigen die Secundärnerven spitzere Ursprungswinkel.

Myrtonium obtusifolium sp. n.

Taf. XIV, Fig. 20; Taf. XV, Fig. 14, 15, 15 *a*.

M. foliis parvis, breviter petiolatis, coriaceis, ovatis vel ovato-oblongis, integerrimis, apice angustato obtusis, nerratione brochidodroma, nervo primario distincto, nervis secundariis tenuissimis nervo marginali conjunctis: tertiariis vix conspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein kleines Myrtaceen-Blatt, für welches ich die Bezeichnung *Myrtonium* wählte, da *Myrtophyllum* schon für Fossilreste vergeben ist, die jedenfalls zu einer anderen Gattung gehören. Das erwähnte Blatt ist an der breiteren, wenig spitzen oder fast stumpfen Basis kurz gestielt, nach der Spitze aber verschmälert, an dieser selbst stumpf. Der Primärnerv ist scharf ausgeprägt; die Secundärnerven sowie der verbindende Randnerv, Fig. 15 *a*, sind sehr fein. Spuren lassen wohl die Anwesenheit der Tertiärnerven, jedoch nicht ihre Merkmale erkennen.

Das Blattfossil passt im Allgemeinen zu Blattformen von *Myrtus* und *Myrcia*.

Myrtonium lanceolatum sp. n.

Taf. XV, Fig. 13, 13 *a*.

M. foliis coriaceis, breviter petiolatis, lanceolatis, utrinque angustatis, margine revolutis, integerrimis: nervatione brochidodroma, nervo primario prominente, recto, nervis secundariis sub angulis variis acutis egredientibus, approximatis, laqueos in nervum marginalem distinctum confluentes formantibus; nervis tertiariis parce evolutis indistinctis.

Fundort: Vegetable Creek.

Bezüglich der lederartigen Consistenz, der lanzettlichen Lamina, welche sich in einen kurzen Stiel verschmälert, insbesondere wegen des zurückgerollten Randes, der im Abdruck durch eine entsprechende Verdickung angezeigt ist, endlich in der Nervation gleicht dieses Fossil mehreren Myrtaceen-Formen, die sich grösstentheils auf *Leptospermum* und *Melaleuca* vertheilen. Am Fossil sind jedoch die Secundärnerven etwas zahlreicher und gehen unter stumpferen Winkeln ab als bei diesen. Fig. 13 *a* zeigt die Nervation vergrössert, wo die in einen saumläufigen Nerv zusammenfliessenden Bogen der Randschlingen, sowie auch die den Öldrüsen des Blattes entsprechenden Pünktchen deutlich hervortreten.

PAPILIONACEAE.

Dolichites coriaceus sp. n.

Taf. XV, Fig. 24.

D. foliolis coriaceis, rotundato-ellipticis, inaequilateris, integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario valido, nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, adscendentibus, inferioribus extus ramosis, reliquis simplicibus; nervis tertiariis e latere externo secundariorum sub angulis acutis exeuntibus, inter se conjunctis, basilarium prominentibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Es dürfte wohl kaum zweifelhaft sein, dass das in Fig. 24 abgebildete Blattfossil ein Theilblättchen einer Phaseolee ist. Dasselbe verräth eine lederartige Substanz, ist rundlich-elliptisch, ganzrandig und zeigt ungleich entwickelte Blattseiten. Der Primärnerv tritt stark hervor und entsendet starke im Bogen dem Rand zu aufsteigende an der Basis der Lamina ästige, im Übrigen aber einfache Secundärnerven. Die Tertiärnerven gehen von der Aussenseite der Secundären unter spitzen Winkeln ab und sind fast querläufig verbunden. Die Ähnlichkeit dieses Fossils mit dem ansehnlichen Theilblättchen von *Dolichites maximus* Ung. aus der fossilen Flora von Radoboj fällt sehr in die Augen. Unser Fossil unterscheidet sich von demselben nur durch die lederartige Textur und die weniger hervortretenden Aussenäste der grundständigen Secundärnerven.

Dalbergiophyllum affine sp. n.

Taf. XV, Fig. 21, 22.

D. foliolis breviter petiolulatis ovatis, basi rotundatis, apicem versus angustatis: nervatione camptodroma, nervo primario basi prominente apicem versus valde attenuato: nervis secundariis tenuissimis, tertiariis inconspicuis.

Fundort: Vegetable Creek.

Ein eiförmiges, kurz gestieltes Theilblättchen von zarterer, fast membranöser Textur. Die Nervation zeigt nur einen an der Basis scharf hervortretenden, dann aber schnell verfeinerten geraden Primärnerv und sehr feine, unter wenig spitzen Winkeln abgehende Secundärnerven.

In der Tracht kommt dieses Blättchen sehr nahe denen von *Dalbergia primaeva* Ung. aus der europäischen Tertiärflora. Ob *Dalbergiophyllum Diemenii* (*Dalbergia D.* Ettingsh., Beitr. zur Tertiärfl. Australiens, I, l. c. S. 142, Taf. VI, Fig. 16) aus den Schichten von Dalton bei Gunning, das mit *Dalbergia primaeva* ebenfalls viele Ähnlichkeit zeigt, mit der hier beschriebenen ident ist oder nicht, kann erst auf Grundlage eines reicheren Vergleichsmaterials entschieden werden.

CAESALPINIEAE.

Cassia castanospermoides sp. n.

Taf. XV, Fig. 27, 28 und 28 *a*.

C. foliolis subcoriaceis, petiolulatis, lanceolatis, basi acuta plus minusve inaequalibus, apice acuminatis, margine integerrimis; nervatione brochidodroma, nervo primario prominente; nervis secundariis tenuibus, sub angulis 50—60°, infimis sub acutioribus orientibus, flexuosis arcuatis, ramosis; nervis tertiariis angulis subrectis exeuntibus, subtilibus, flexuosis ramosis, dictyodromis; rete tenerrimo valde evoluto.

Fundort: Vegetable Creek.

Die in Fig. 27, 28 dargestellten Blattfossilien gehören ohne Zweifel zu den Leguminosen. Es sind lanzettförmige, an der Basis ungleiche und gestielte, am Rande ungezähnte, an der Spitze etwas vorgezogene zugespitzte Theilblättchen von lederartiger Consistenz. Das Stielchen ist 6^{mm} lang und wie bei den meisten Leguminosen mit grösseren gestielten Blättchen fein querrunzelig und etwas verdickt. Die an dem Blättchen Fig. 27 wohlerhaltene Nervation, von welcher Fig. 28 *a* eine vergrösserte Zeichnung gibt, zeigt einen ziemlich stark hervortretenden Primärnerv und feine, geschlängelt und im schwachen Bogen nach dem Rande ziehende Secundärnerven, deren Ursprungswinkel in der Nähe der Basis spitzer sind als in den übrigen Theilen des Blättchens. Die Schlingenbogen sind dem Rande ziemlich genähert. Die Tertiärnerven sind sehr zart, kurz geschlängelt und ästig. Die Ursprungswinkel derselben kaum spitz. Das aus lokeren unregelmässig eckigen Maschen zusammengesetzte Tertiärnetz schliesst ein sehr feines, engmaschiges Quaternärnetz ein.

Die beschriebenen Theilblättchen zeigen grosse Ähnlichkeit mit denen von *Castanospermum australe* Vent., namentlich hinsichtlich der Textur, Form und einiger Merkmale der Nervation. Die Theilblättchen der genannten, gegenwärtig in Australien lebenden Art weichen von den fossilen jedoch durch folgende Merkmale ab. Die Basis ist abgerundet-stumpf, nicht verschmälert; das Stielchen kürzer: die Secundärnerven entspringen im Basaltheile des Blättchens unter stumpferen Winkeln als die übrigen, und die Schlingenbogen derselben, vom Rande weiter abstehend, tragen zahlreiche Aussenschlingen; die Tertiärnerven endlich gehen vorherrschend unter spitzen Winkeln ab, und sind fast querläufig verbindend. Diese Unterschiede in wichtigen Merkmalen der Nervation können für sich allein schon Bedenken erregen, obige Fossilien ohne Weiteres zu *Castanospermum* zu bringen. Nun kommt aber noch der Umstand in Betracht, dass diese Fossilien in ihren beschriebenen Eigenschaften besser zu *Cassia* als zu *Castanospermum* passen, allerdings nicht zu den in Australien einheimischen Arten der ersteren. Was endlich die Vergleichung der in Rede stehenden Fossilien mit den ihnen ähnlichsten Resten der bisher bekannt gewordenen fossilen Floren betrifft, so führte dieselbe gleichfalls zu *Cassia*-Arten, insbesondere zu der im europäischen Tertiär verbreiteten *C. Phaseolites* Ung.

Cassia phaseolitoides sp. n.

Taf. XV, Fig. 25, 26.

C. foliolis coriaceis, petiolulatis (?), ovato-lanceolatis inaequilateris, basi obtusis, apicem versus angustatis, margine integerrimis; nerratione brochidodroma, nervo primario valido, nervis secundariis distinctis crebris parallelis, nervis tertiariis angulo acuto egredientibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Diese Art, sehr nahe stehend der vorigen, unterscheidet sich von derselben durch eine derbere Textur, etwas breitere, mehr ungleichseitige, an der Basis stumpfe Blättchen und zahlreiche einander parallele Secundärnerven, welche spitzwinkelig Tertiärnerven entsenden. Sie schliesst sich ebenfalls der *Cassia Phaseolites* an. Von der analogen *C. Pseudo-Phaseolites* Ett. der neuseeländischen Tertiärflora unterscheidet sie sich durch die etwas derbere Textur und eine andere Nervation.

Podogonium macrocarpum sp. n.

Taf. XV, Fig. 29, 29 *a* und 30.

P. legumine elliptico, valvis post maturitatem usque ad basin angustatam dehiscentibus: semini oblongo: foliolis oblongis apice productis; nervatione brochidodroma, nervo primario distincto, nervis secundariis sub angulis 40—45°, inferioribus sub acutioribus orientibus, tenuibus flexuosis; tertiariis sub angulis variis acutis egredientibus, tenuissimis flexuosis ramosis.

Fundort: Vegetable Creek.

Das Fossil Fig. 30 stellt eine aufgesprungene Hülsenfrucht dar, welche mit der von *Podogonium* am meisten übereinstimmt. Dieselbe ist elliptisch, zusammengedrückt, von membranöser Textur bis an die verschmälerte Basis aufgesprungen. In der Mitte der Hülse gewahrt man eine flach umschriebene Stelle von länglich-elliptischer Form, ohne Zweifel den Platz anzeigend, den der zusammengedrückte einzige Same einnahm, welcher jedoch der geöffneten Frucht bereits entfallen zu sein scheint. Diese Frucht hat ganz und gar die Form, Textur und Samenanlage von *Podogonium* und weicht nur in der Grösse von den bisher bekannt gewordenen *Podogonium*-Hülsen ab. Dieselbe besass auch einen Stiel, der leider abgebrochen ist und von dem man nur noch eine Spur sieht, jedoch gerade so viel, dass über die Existenz desselben nicht gezweifelt werden kann.

Zu dieser Hülse hat sich auch ein kleines Blättchen, Fig. 29, gefunden, welches in der Form, Textur und Nervation mit den *Podogonium*-Theilblättchen am besten übereinstimmt. Es ist länglich, an der Spitze kaum vorgezogen. Der Primärnerv tritt in einem ganzen Verlaufe deutlich hervor. Die Secundärnerven sind zahlreich, fein, etwas geschlängelt, die untersten längeren entspringen unter spitzeren Winkeln als die übrigen. Die sehr feinen, kurzen Tertiärnerven gehen unter verschiedenen spitzen Winkeln ab und verbinden sich mit einem sehr zarten aber wenig ausgebildeten Netz, Fig. 29 *a*.

Das an der Spitze etwas vorgezogene Theilblättchen von *Podogonium Knorrii*, welches O. Heer in seiner „Tertiärflora der Schweiz", Band III, Taf. 136, Fig. 2 abbildete, passt zu dem beschriebenen Blättchen am besten. Letzteres ist von ersterem nur durch etwas entfernter von einander stehende Secundärnerven, von denen die untersten kaum doppelt so lang sind als die übrigen, verschieden.

Copaifera Australiensis sp. n.

Taf. XV, Fig. 23, 23 *a*.

C. foliolis coriaceis, brevissime petiolulatis(?), ovato-oblongis inaequilateris, basi rotundata obliquis, apice acutis, nervatione camptodroma, nervo primario prominente, recto, excurrente, nervis secundariis angulis acutis variis egredientibus, tenuibus, adscendentibus; nervis tertiariis tenuissimis dictyodromis, rete subtilissimo valde evoluto: maculis minimis aequalibus.

Fundort: Vegetable Creek.

Die für die Tertiärflora Europas durch die Auffindung von Hülsenfrüchten und Theilblättchen nachgewiesene amerikanische Gattung *Copaifera* scheint auch der australischen Tertiärflora zuzukommen. Hier liegen zwar nur Theilblättchen vor, auf welche sich die erwähnte Wahrscheinlichkeit stützt, allein diese sind gerade bei dieser Gattung durch so sehr in die Augen springende Merkmale charakterisirt, dass wenigstens ihre bis jetzt bekannt gewordenen lebenden Arten sich an diesen Theilblättchen leicht und sicher vor allen Pflanzen anderer Gattungen als *Copaifera* erkennen lassen. Das in Fig. 23 abgebildete Blattfossil entspricht

denjenigen der Radoboj-Flora fast vollkommen, welche Unger mit einer *Copaifera*-Hülse in Verbindung brachte und als *C. radobojana* bezeichnete (s. Sylloge plant. fossilium II, Taf. XI, Fig. 4–9). Während aber das äusserst feine gleichmaschige Netz, welches die *Copaifera*-Blättchen vor allem auszeichnet, sich an den Radobojer Fossilien nicht erhalten hat, konnte dieses an den australischen Blättchen sehr deutlich wahrgenommen und eine naturgetreue vergrösserte Abbildung desselben in Fig. 23 *a* gegeben werden. Das hier beschriebene Blättchen unterscheidet sich von den citirten Radobojer Blättchen durch die mehr längliche Form.

Plantae incertae sedis.

Gen. *SAPINDOSTROBUS.*

Strobili breri cylindrici squamae plures, axi spiraliter insertae, imbricatae, oblongae obtusae marginem versus vix attenuatae, persistentes.

Sapindostrobus dubius sp. n.

Taf. XV, Fig. 38.

S. strobilis circ. 3½ cm longis et 1½ cm latis, squamis lignescenti-coriaceis, basin versus sensim minoribus.

Fundort: Vegetable Creek.

Es liegt nur das einzige hier abgebildete, leider mangelhafte Exemplar, ein geöffneter Zapfen, vor. Derselbe ist kurz, fast vom Aussehen eines kleinen Zapfens der Abtheilung *Picea* oder eines Lärchenzapfens, hat jedoch andere Schuppen. Diese sind länglich undeutlich gerippt-gestreift, von derberer, mehr holzartiger als lederartiger Textur, am Rande kaum verdünnt. In den übrigen Eigenschaften scheint der Zapfen denen der Untergattung *Sapinus* sich anzuschliessen. Die systematische Stellung dieses Fossils noch als zweifelhaft bezeichnend, muss ich die Klärung derselben späteren Untersuchungen, die sich auf ein vollständigeres Material stützen, überlassen.

Carpolithes amaranthaceus sp. n.

Taf. XV, Fig. 31, 32, 32 *a*.

C. fructu utriculiforme, ovato-elliptico, utrinque obtuso, tenuiter rugoso, supra medium circumscisso, operculo laevi.

Fundort: Elsmore.

Die in Fig. 31, 32 in natürlicher Grösse und Fig. 32 *a* vergrössert abgebildete Frucht ist eiförmig-elliptisch, an beiden Enden abgerundet-stumpf, an der Oberfläche fein runzelig, oberhalb der Mitte umschnitten. Der Deckel ist glatt. Diese Frucht zeigt viele Ähnlichkeit mit den Früchten mehrerer Amaranthaceen, die mit einem Deckelchen versehen sind.

Carpolithes pygeoides sp. n.

Taf. XV, Fig. 33.

C. fructu transverse oblongo, subreniformi, medio contracto, superficie tenuissime granuloso.

Fundort: Elsmore.

Ein querlängliches, in der Mitte etwas zusammengezogenes Fruchtfossil von fast nierenförmigem Aussehen. Die Oberfläche ist feinkörnig Es erinnert dieses Fossil an den Steinkern von *Pygeum*, einer Amygdaleen-Gattung des tropischen Asiens.

Carpolithes morisoniaeformis sp. n.

Taf. XV, Fig. 34, 35.

C. seminibus(?) compresso-reniformibus, laevibus.

Fundort: Elsmore.

Ein eigenthümliches, zusammengedrückt nierenförmiges Fruchtfossil, welches einige Ähnlichkeit mit den im Fruchtfleische einer Beere eingebeeteten Samen von *Morisonia*, einer auf den Antillen einheimischen Capparideen-Gattung, hat. Die Oberfläche ist vollkommen glatt.

Carpolithes wetherellioides sp. n.

Taf. XV, Fig. 36, 37.

C. fructu 7-loculari, subgloboso, circa 5^{mm} lato.

Fundort: Elsmore.

Eine siebenfächerige Frucht, von der Fläche etwas zusammengedrückt, im Querschnitte kreisrund, die einige Ähnlichkeit mit *Wetherellia* zeigt, aber viel kleiner als die Früchte dieser Gattung ist. Fig. 36 zeigt die Seitenansicht, Fig. 37 die Fläche der Frucht von oben.

Erklärung der Tafeln.

TAFEL VIII.

Fig. 1. Wedelfragment von *Pteris Torresii* Ett. Vegetable Creek.
„ 2. Bruchstück vom sterilen Wedel von *Lygodium Strzeleckii*; F. 2 *aig* die Nervation vergrössert dargestellt. Vegetable Creek.
„ 3, 4. Bruchstücke von Zweigchen der *Callitris prisca* Ett.; Fig. 3 *a* ein Zweigchen vergrössert gezeichnet. Vegetable Creek.
„ 5—7. Fragmente von Zweigchen von *Heterocladiscos thujoides* Ett.; Fig. 5 *a* und 7 *a* solche vergrössert dargestellt. Vegetable Creek.
„ 8—11. *Sequoia Australiensis* Ett.; Fig. 8 Zapfen; Fig. 9 Zweigchenbruchstück; Fig. 10 *a* und 11 *a* Blätter schwach vergrössert. Vegetable Creek.
„ 12—18. *Pseudopinus Wilkinsoni* Ett.; Fig. 12 und 13 Zapfen; Fig. 13 *a* ein Theil eines solchen vergrössert; Fig. 14 *a* ein Theil einer Schuppe mit der Apophyse vergrössert dargestellt; Fig. 15 Same in natürlicher Grösse; Fig. 15 *a* dieser vergrössert; Fig. 16 Zweigspindel; Fig. 16 *a* diese mit den Blattnarben vergrössert; Fig. 17 Nadelblatt; Fig. 18 beblättertes Zweigchen. Vegetable Creek.
„ 19—22. *Anomozamites Muelleri* Ett.; Fig. 20 zwei Blätter über einander liegend; Fig. 20 *a* ein Stück eines Blattes vergrössert; Fig. 22 ein junges Entwicklungsstadium eines Blattes. Vegetable Creek.
„ 23, 24. Zweigchenbruchstücke von *Dacrydium cupressinoides* Ett. Vegetable Creek.
„ 25—27. *Podocarpus prae-cupressina* Ett.; Fig. 25 Fruchtzweigchen; Fig. 26 *a* und 27 *a* Blätter vergrössert gezeichnet. Vegetable Creek.
„ 28—31. *Phyllocladus asplenioides* Ett.; Fig. 29 Phyllodium mit Frucht; Fig. 30 *a* Theil eines Phyllodiums mit daran haftendem schuppenförmigen Blatte; Fig. 30 *b* Basisstück eines Phyllodiums mit Blättern; Fig. 31 *a* die Nervation eines Phyllodiums vergrössert dargestellt. Vegetable Creek.
„ 32. Fragment eines Phyllodiums von *Ginkgocladus Australiensis* Ett.
„ 33. Phyllodien von *Palaeocladus cuneiformis* Ett.; Fig. 33 *a* Lappen eines solchen vergrössert. Vegetable Creek.
„ 34—38. *Dammara intermedia* Ett.; Fig. 34, 35 und 38 Blätter; Fig. 35 *a* Vergrösserung der Nervation; Fig. 36 und 37 Zapfenschuppen in natürlicher Grösse gezeichnet. Vegetable Creek.
„ 39, 40. Blätter von *Dammara podozamioides* Ett. Vegetable Creek.

TAFEL IX.

Fig. 1. *Bambusites arthrostylinus* Ett.; Fig. 1 *a* die Nervation vergrössert dargestellt. Vegetable Creek.
„ 2. *Poacites australis* Ett.; Fig. 2 *a* Vergrösserung der Nervation. Vegetable Creek.
„ 3. *Casuarina Cookii* Ett. Zweigchen; Fig. 3 *a* ein Stück desselben vergrössert gezeichnet. Vegetable Creek.
„ 4. *Piper Feistmantelii* Ett. Ein Blatt. Vegetable Creek.
„ 5. *Myrica Pseudo-Salix* Ett.; Fig. 5 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 6, 7. *Myrica Koninki* Ett.; Fig. 6 Blatt; Fig. 6 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek. Fig. 7 Frucht von Elsmore.
„ 8, 9, 22. *Alnus Mac Coyi* Ett.; Fig. 8 Blatt von Vegetable Creek; Fig. 8 *a* die Nervation dieses Blattes vergrössert dargestellt; Fig. 9 von Elsmore; Fig. 22 Frucht von Vegetable Creek; Fig. 22 *a* diese vergrössert.
„ 10. *Quercus Greyi* Ett. Vegetable Creek.
„ 11, 12. „ *Austini* Ett. Vegetable Creek.
„ 13. „ *Edelii* Ett. Vegetable Creek; Fig. 13 *a* die Nervation vergrössert.
„ 14 *a*. „ *serra* Ung. Die Nervation eines Blattes vergrössert, zum Vergleiche mit der vorigen. Parschlug in Steiermark.
„ 15. *Quercus Dampieri* Ett.; Fig. 15 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 16. „ *Wilkinsoni* Ett.; Fig. 16 *a* das Blattnetz vergrössert gezeichnet. Vegetable Creek.

Fig. 17. *Quercus Blumingii* Ett.; Fig. 17 *a* das Netz vergrössert dargestellt. Vegetable Creek.
„ 18. „ *Darwinii* Ett.; Fig. 18 *a* Vergrösserung des Blattnetzes. Vegetable Creek.
„ 19. „ *Hartogi* Ett. Vegetable Creek.
„ 20, 21. „ *hapaloneuron* Ett.; Fig. 20 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.

TAFEL X.

Fig. 1. *Dryophyllum Howitti* Ett.; Fig. 1 *a* und 1 *b* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 2. *Fagus celastrifolia* Ett.; Fig. 2 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 3—7. „ *Muelleri* Ett.; Fig. 7 *a* Vergrösserung des Blattnetzes. Vegetable Creek.
„ 8, 9. „ *Benthami* Ett.; Fig. 8 Frucht von Elsmore; Fig. 9 Blatt von Vegetable Creek; Fig. 9 *a* Vergrösserung des Netzes.
„ 10, 11. „ *Hookeri* Ett.; Fig. 11 *a* Vergrösserung des Blattnetzes und der Randzähne. Vegetable Creek.
„ 12. *Ulmophyllum oblongum* Ett.; Fig. 12 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 13. *Ficus Burkei* Ett. Vegetable Creek.
„ 14, 15. *Ficus Willsii* Ett.; Fig. 15 *a* Vergrösserung der Nervation. Vegetable Creek.
„ 16. „ *Gidleyi* Ett.; Fig. 16 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 17. „ *Solanderi* Ett.; Fig. 17 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 18. „ *Phillipsii* Ett.; Fig. 18 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 19, 20. *Artocarpidium Gregoryi* Ett. Vegetable Creek.

TAFEL XI.

Fig. 1, 2. *Laurus Australiensis* Ett.; Fig. 2 *a* Netz vergrössert. Vegetable Creek.
„ 3. *Cinnamomum polymorphoides* M' Coy; Fig. 3 *a* Netz vergrössert. Vegetable Creek.
„ 4. „ *Leichardtii* Ett. Elsmore.
„ 5. „ *Nuytsii* Ett. Vegetable Creek.
„ 6. *Diemenia perseaefolia* Ett. Elsmore.
„ 7—9. „ *speciosa* Ett.; Fig. 7 von Vegetable Creek; Fig. 8 und 9 von Elsmore.
„ 10. *Monimia vestita* Ett. Zwei über einander liegende Blätter. Vegetable Creek.
„ 11. *Hedycarya Wickhami* Ett.; Fig. 11 *a* Vergrösserung der Nervation. Vegetable Creek.
„ 12. *Grevillea Wentworthii* Ett.; Fig. 12 *a* ein Lappen des Blattes vergrössert. Vegetable Creek.
„ 13. „ *proxima* Ett.; Fig. 13 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 14. *Sassafras Lesquereuxii* Ett. Vegetable Creek.
„ 15. *Lomatia Goyderi* Ett.; Fig. 15 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 16, 17. *Persoonia Murrayi* Ett.; Fig. 17 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 18—21. *Santalum Frazeri* Ett. Vegetable Creek.

TAFEL XII.

Fig. 1. *Lomatia Finnisii* Ett.; Fig. 1 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 2, 3. „ *castaneaefolia* Ett.; Fig. 2 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 4, 5. „ *Brownii* Ett. Vegetable Creek.
„ 6. „ *Evansii* Ett.; Fig. 6 *a* das Blattnetz vergrössert. Vegetable Creek.
„ 7. *Rhopala Parryi* Ett.; Fig. 7 *a* Vergrösserung des Blattnetzes. Vegetable Creek.
„ 8—10. „ *sapindifolia* Ett.; Fig. 10 *a—c* das Blattnetz vergrössert dargestellt. Vegetable Creek. Fig. 9 *d* Blattnetz von *Rhopala affinis* Pohl vergrössert dargestellt.
„ 11. *Hakea Dulloni* Ett.; Fig. 11 *a* das Blattnetz vergrössert. Vegetable Creek.
„ 12. *Banksia Blaxlandi* Ett.; Fig. 12 *a* und *b* das Netz vergrössert. Vegetable Creek.
„ 13, 14. *Banksia Hovelli* Ett.; Fig. 13 *a* und 14 *a* Vergrösserung der Nervation. Vegetable Creek.
„ 15. „ *lancifolia* Ett.; Fig. 15 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 16, 17. *Dryandra prae-formosa* Ett.; Fig. 16 *a* Vergrösserung der Nervation. Vegetable Creek.

TAFEL XIII.

Fig. 1. *Banksia Lawsoni* Ett.; Fig. 1 *a* das Blattnetz vergrössert. Vegetable Creek.
„ 2. „ *Poolii* Ett.; Fig. 2 *a* Vergrösserung der Nervation. Vegetable Creek.
„ 3. „ *myricaefolia* Ett.; Fig. 3 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.

Fig. 4. *Banksia Campbelli* Ett.; Fig. 4 *a* das Netz vergrössert dargestellt. Vegetable Creek.
„ 5. *Dryandra Benthami* Ett.; Fig. 5 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 6, 7. *Apocynophyllum Mac Kinlayi* Ett. Vegetable Creek.
„ 8. „ *Warburtoni* Ett. Vegetable Creek.
„ 9. „ *crassum* Ett. Vegetable Creek.
„ 10. „ *Kingii* Ett. Vegetable Creek.
„ 11. *Apocynocarpum sulcatum* Ett. Vegetable Creek.
„ 12. *Sapotacites Forresti* Ett. Vegetable Creek.
„ 13. „ *Huntii* Ett.; Fig. 13 *a* Vergrösserung der Nervation. Vegetable Creek.
„ 14. *Cratopetalum Mac Donaldi* Ett.; Fig. 14 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 15, 16. „ *Giselii* Ett.; Fig. 16 *a* Vergrösserung der Nervation. Vegetable Creek.
„ 17. *Loranthus Kennedyi* Ett. Vegetable Creek.
„ 18. *Trachyphyllum obtusum* Ett.; Fig. 18 *a* Vergrösserung eines Blattstückes, um den Knötchenüberzug zu zeigen. Vegetable Creek.
„ 19. *Trachyphyllum myosotinum* Ett.; Fig. 19 *a* Vergrösserung eines Blattstückes zu gleichem Zwecke. Vegetable Creek.
„ 20. *Myrsine Stokesii* Ett.; Fig. 20 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 21. *Olea Intyrei* Ett. Vegetable Creek.
„ 22. *Callicoma primaeva* Ett. Blatt. Vegetable Creek.
„ 23, 24. *Aralia prisca* Ett. Blattreste. Vegetable Creek.
„ 25. „ *Oxleyi* Ett. Blattrest. Vegetable Creek.
„ 26. „ *Freelingi* Ett. Blattrest. Vegetable Creek.

TAFEL XIV.

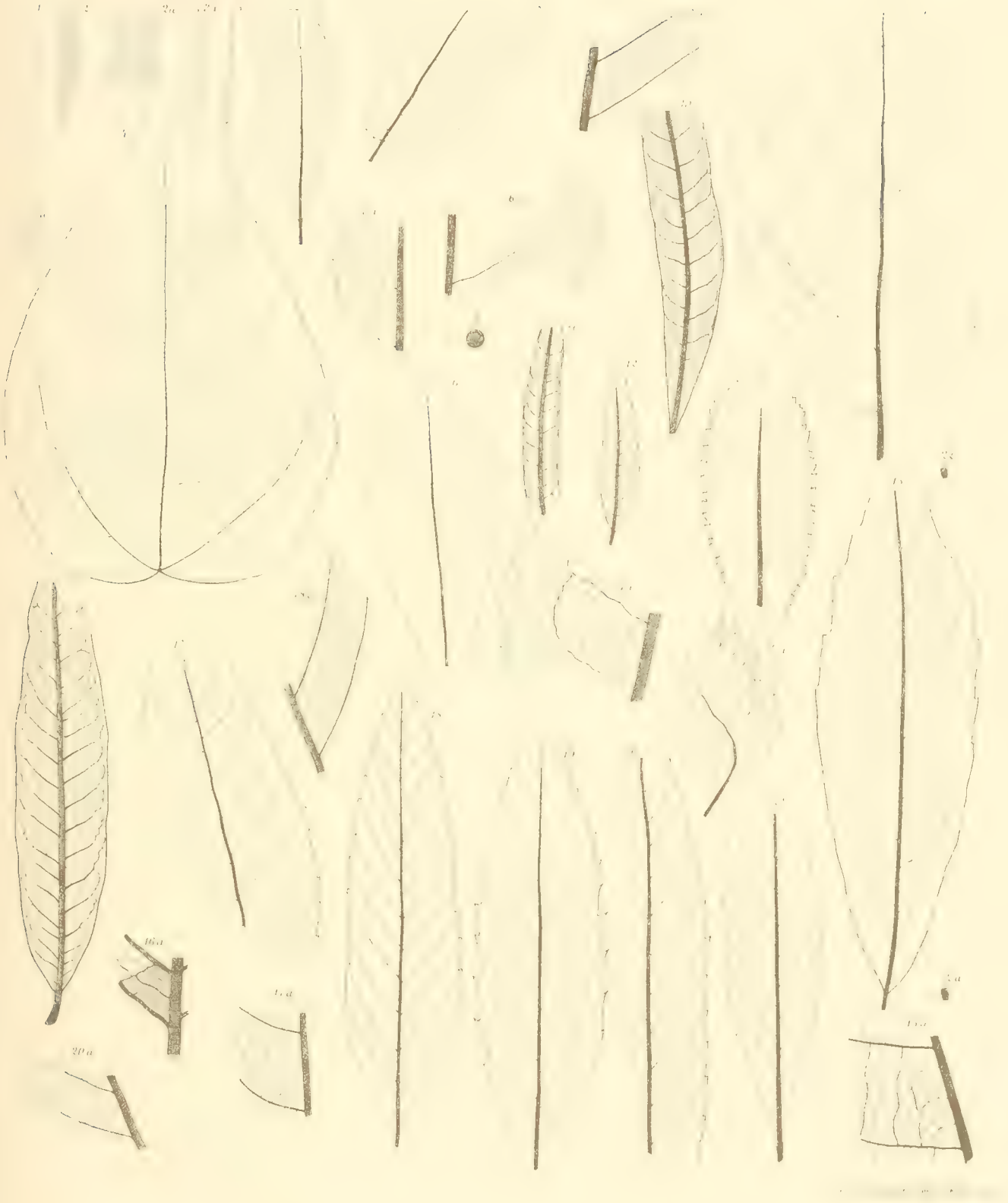
Fig. 1. *Acer subintegrifolium* Ett.; Blatt; Fig. 1 *a* Vergrösserung des Netzes. Elsmore.
„ 2, 3. *Acer subproductum* Ett.; Fig. 2 Blatt; Fig. 2 *a* die Nervation vergrössert, von Vegetable Creek; Fig. 3 von Elsmore.
„ 4, 5. *Elaeocarpus Muelleri* Ett.; Fig. 4 Steinkern von Elsmore; Fig. 5 Blatt von Vegetable Creek; Fig. 5 *a* die Nervation des letzteren vergrössert dargestellt.
„ 6. *Elaeodendron subdegener* Ett.; Fig. 6 *a* die Nervation vergrössert dargestellt. Vegetable Creek.
„ 7. *Celastrus Lefroyi* Ett.; Fig. 7 *a* ein Blattstück vergrössert dargestellt. Vegetable Creek.
„ 8. „ *prae-elaenus* Ett.; Fig. 8 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 9. „ *prae-europaeus* Ett. Blatt. Vegetable Creek.
„ 10. *Pomaderris Banksii* Ett. Blatt. Vegetable Creek.
„ 11. *Ilex Mac Leayna* Ett.; Fig. 11 *a* Vergrösserung der Nervation. Vegetable Creek.
„ 12. *Cupanites Selwyni* Ett.; Fig. 12 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 13. *Banisteriophyllum Australiense* Ett. Blatt. Tingha.
„ 14. *Malpighiastrum Babbagei* Ett. Blatt. Elsmore.
„ 15—17. *Sapindus Gossei* Ett.; Fig. 15 von Elsmore; Fig. 16 *a* die Nervation eines Blattfossils von Vegetable Creek vergrössert gezeichnet; Fig. 17 von letzterer Localität.
„ 18. *Boronia Harrisii* Ett. Zweigchen von Vegetable Creek; Fig. 18 *a* ein Blatt desselben vergrössert dargestellt.
„ 19. Blattfragment von *Boronia Hookeri* Ett. Vegetable Creek; Fig. 19 *a* die Nervation vergrössert; Fig. 19 *b* ein Blattstück in stärkerer Vergrösserung dargestellt, um die Reste der Öldrüschen zu zeigen.
„ 20. *Myrtonium obtusifolium* Ett. Blatt. Vegetable Creek.

TAFEL XV.

Fig. 1, 2. *Pomaderris Banksii* Ett.; Fig. 1 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 3. *Eucalyptus Hootmanni* Ett.; Fig. 5 *a* Vergrösserung des Blattnetzes. Vegetable Creek.
„ 4, 5. „ *Hayi* Ett.; Fig. 5 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 6—8. „ *Mitchellii* Ett.; Fig. 7 *a* Vergrösserung der Nervation; Fig. 7 *b* stärkere Vergrösserung, um die Öldrüsen zu zeigen. Vegetable Creek.
„ 9, 10. *Eucalyptus Diemenii* Ett.; Fig. 9 *a* die Nervation vergrössert. Vegetable Creek.
„ 11, 12. *Getonites Wilkinsoni* Ett.; Fig. 11 Blatt; Fig. 11 *a* das Netz desselben vergrössert dargestellt; Fig. 12 Blumenkelch. Vegetable Creek.
„ 13. *Myrtonium lanceolatum* Ett.; Fig. 13 *a* ein Blattstück vergrössert, um die Drüsen zu zeigen. Vegetable Creek.
„ 14, 15. „ *obtusifolium* Ett.; Fig. 15 *a* Vergrösserung der Nervation. Vegetable Creek.
„ 16. *Callistemophyllum Swindeni* Ett.; Fig. 16 *a* das Blattnetz vergrössert dargestellt. Vegetable Creek.
„ 17, 18. „ *Beckeri* Ett. Blattreste. Vegetable Creek.

Fig. 19. *Callistemophyllum obliquum* Ett. Blatt. Vegetable Creek.
„ 20. „ *Hackii* Ett.; Fig. 20 *a* ein Blattstück vergrössert, um die Nervation und die Öldrüsen zu zeigen. Vegetable Creek.
„ 21, 22. *Dalbergiophyllum affine* Ett. Theilblättchen. Vegetable Creek.
„ 23. *Copaifera Australiensis* Ett.; Fig. 23 *a* das Blattnetz vergrössert gezeichnet. Vegetable Creek.
„ 24. Theilblättchen von *Dolichites coriaceus* Ett. Vegetable Creek.
„ 25, 26. *Cassia phaseolitoides* Ett. Theilblättchen. Vegetable Creek.
„ 27, 28. „ *castanospermoides* Ett.; Fig. 28 *a* das Blattnetz vergrössert dargestellt. Vegetable Creek.
„ 29, 30. *Podogonium macrocarpum* Ett.; Fig. 29 Blättchen; Fig. 29 *a* die Nervation desselben vergrössert; Fig. 30 Hülsenfrucht. Vegetable Creek.
„ 31, 32. *Carpolithes amaranthaceus* Ett.; Fig. 32 *a* eine Frucht vergrössert dargestellt. Elsmore.
„ 33. „ *pygeoides* Ett. Elsmore.
„ 34, 35. „ *morisoniaeformis* Ett. Elsmore.
„ 36, 37. „ *wetherellioides* Ett.; Fig. 36 die Frucht von der Seite; Fig. 37 dieselbe von oben gesehen.
„ 38. Zapfenfrucht von *Sapinostrobus dubius* Ett. Vegetable Creek.

1 Pteris Torresii 2 Lygodium Strzelecki 3, 4 Callitris prisca 5-7 Heterocladiscos thujoides 8-11 Sequoia Australiensis 12-18 Pseudopinus Wilkinsoni 19-22 Anomozamites Muelleri 23-24 Dacrydium cupressinoides 25-27 Podocarpus prae cupressina 28-31 Phyllocladus asplenioides 32 Ginkgocladus australiensis 33 Palaeocladus cuneiformis 34-38 Dammara intermedia 39-40 D. podozamioides



1 Bambusites arthrostylinus 2 Poacites australis 3 Casuarina Cookii 4 Piper Feistmantelii 5 Myrica Pseudo Salix 6 7 M. koninki 8, 9 22 Alnus Mac Coxi 10 Quercus Greyi 11, 12 Q. Austini 13 Q. Edelii 14 Q. serra 15 Q. Dampieri 16 Q. Wilkinsoni 17 Q. Blumingii 18 Q. Darwinii 19 Q. Hartogi 20 21 Q. hapalonevron

1 Dryophyllum Howitti 2 Fagus celastrifolia 3-7 F. Muelleri 8-9 F. [illegible] 10 [illegible] 13 Ficus Barkei 14, 15 F. Willsii 16 F. Gidleyi 17 F. Solanderi 18 [illegible]

1. [illegible] 2. Cinnamomum polymorphoides 3. C. Leichardti 5. C. Kuylsii 6. Atiemenia persaeifolia 7. 9. B. speciosa 10. [illegible] 11. [illegible] 12. Grevillea Wentworthii 13. G. proxima 14. Sassafras Lesquereuxii 15. Lomatia [illegible] 16. 17. Persoonia Murroyi 18. 23. Santalum Frazeri

1 Lomatia Fraseri 2, 3 L. castaneaefolia 4, 5 L. Browniі 6 L. Evansii 7 Rhopala Parryi 8–10 R. sapindifolia
11 Hakea Dullonii 12 Banksia Blaxlandi 13, 14 B. Hovelli 15 B. lancifolia 16, 17 Dryandra praeformosa

1 Banksia Lawsoni 2 B. Poolii 3 B. myricaefolia. 4 B. Campbelli 5 Dryandra Benthami 6, 7 Apocynophyllum Mac Kinlayi 8 A. Warburtoni 9 A. crassum. 10 A. kingii 11 Apocynocarpum sulcatum 12 Sapotacites Forresti 13 S. linutii 14 Cocatopetalum Mac Donaldi 15 [illegible] Giselii 17 Loranthus Kennedyi 18 Trachyphyllum oblusum 19 T. myosotinum 20 [illegible] 21 [illegible] 22 [illegible] primaeva 23, 24 Aralia prisca 25 A. Oxleyi 26 A. Freelinii

1 Acer subintegrilobum 2 3 A subproductum. 4 5 Elaeocarpus Muelleri 6 Elaeodendron subdegener 7 Celastrus Leiferi 8 C prae elaenus 9 C prae europaeus 10 Pomaderris Banksii 11 Ilex Mac Leayna 12 Cupanites Selwyni 13 Banisteriophyllum australiense 14 Malpighiastrum Babbagei 15 17 Sapindus Gossei 18 Boronia Harrisii 19 B Hookeri. 20 Myrionium obtusifolium

1, 2 Pomaderris Banksii 3 Eucalyptus Houtmanni 4, 5 E. Hayi 6, 8 E. Mitchelli 9, 10 E. Dienenii 11, 12 Getonites Williamsoni 13 Myrtonium lanceolatum 14, 15 M. obtusifolium 16 Callistemophyllum Swindeni 17, 18 C. Beckeri 19 C. obliquum 20 C. Hacke 21, 22 Trilbergiophyllum affine 23 Copaifera australiensis 24 Dolichites coriaceus 25, 26 Cassia phaseolitoides 27, 28 C. castanospermoides 29, 30 Podogonium macrocarpum 31, 32 Carpolithes amaranthaceus 33 C. pygeoides 34, 35 C. morisoniaeformis 36, 37 C. vetherediaeides 38 Sapinostrobus dubius

BEITRÄGE ZUR KENNTNISS

DER

FOSSILEN FLORA NEUSEELANDS.

VON

Prof. Dr. CONSTANTIN Freiherrn von ETTINGSHAUSEN,

CORRESPONDIRENDEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

(Mit 9 Tafeln.)

(VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 7. JÄNNER 1887.)

Durch die Güte des Herrn Prof. Dr. Julius v. Haast in Christchurch erhielt ich die im dortigen Canterbury-Museum aufbewahrte reichhaltige Sammlung fossiler Pflanzen, welche der Genannte bei seinen hochverdienstlichen geologischen Forschungen in Neuseeland zu Stande gebracht hat, zur Untersuchung und Bestimmung. Ferner hatte Herr Prof. T. J. Parker in Dunedin die Güte, mir seine im Otago Museum daselbst aufbewahrte Sammlung fossiler Pflanzen aus Neuseeland zu gleichem Zwecke zu senden. Den genannten Herren spreche ich hiefür den verbindlichsten Dank aus.

Ohne hier erst eine Schilderung der geologischen Verhältnisse der pflanzenführenden Schichten voranzuschicken, welche nur ein Auszug aus den grösstentheils schon veröffentlichten Untersuchungen v. Haast's, F. v. Hochstetter's u. A. sein könnte, will ich sogleich die wichtigsten phyto-paläontologischen Ergebnisse, zu welchen ich durch die Untersuchung des erwähnten ausgezeichneten Materials gelangt bin, mittheilen. Mein grösstes Interesse haben die tertiären Pflanzenreste in Anspruch genommen, welche aus acht Localitäten zum Vorschein kamen. Es sei mir deshalb gestattet, mit denselben zu beginnen.

A. Tertiäre Pflanzenreste.

1. **Shag-Point**, die reichhaltigste Lagerstätte, lieferte folgende Pflanzen: zwei *Aspidium*-Arten, die eine ähnlich dem *A. serrulatum* Heer aus der Braunkohlenformation von Bornstädt, die andere mit *A. Novae Zeelandiae* Presl der Jetztflora am meisten übereinstimmend; einen *Cycadeen*-Rest, welcher mit *Zamites tertiarius* Heer Ähnlichkeit verräth; eine *Sequoia*-Art, in Zweigchen und Zapfen vorliegend, der *S. Couttsiae* Heer ausserordentlich nahestehend; zwei *Araucaria*-Arten, die eine der südamerikanischen *A. imbricata* Pavon sehr ähnlich, die andere den Habitus von *A. brasiliensis* und *A. excelsa* combinirend, und zugleich der alttertiären *A. Sternbergii* Goepp. sich anschliessend; zwei *Dammara*-Arten, wovon eine der *D. intermedia* m. des

australischen Tertiär analog und der gegenwärtig in Neuseeland einheimischen *D. australis* Lamb. nächstverwandt ist; zwei *Podocarpus*-Arten, die eine an die jetzt in Neuseeland lebende *P. Totara* Don., die andere sowohl an die eocänen *P. elegans* De la Harpe und *P. prae-cupressina* m. als an die in Neucaledonien lebende *P. tenuifolia* DC. sich anschliessend; ein *Dacrydium*, entsprechend dem *D. cupressinoides* m. der australischen Tertiärflora, zugleich die Vorpflanze des in Neuseeland lebenden *D. cupressinum* Sol.; ein *Caulinites*, analog dem *C. radobojensis* Ung.

Von Dicotyledonen fanden sich: eine *Casuarina*-Art; zwei *Myrica*-Arten, die eine an *M. integrifolia* Ung. der europäischen Tertiärflora, die andere an die am Cap lebende *M. quercifolia* L. erinnernd; eine *Alnus*-Art, ausserordentlich ähnlich der europäisch-tertiären *A. Kefersteinii* und analog der *A. Mac Coyi* m. des australischen Eocän; vier *Quercus*-Arten, von denen eine der Gruppe *Robur* angehört, eine andere der *Q. lonchitis* Ung. der europäischen Tertiärflora analog ist; zwei *Fagus*-Arten, von denen eine die Merkmale zweier in Chili lebenden Arten, nämlich von *F. procera* Poepp. et Endl. und *F. alpina* Poepp. verbindet, die andere sich sowohl an *F. Deucalionis* Ung. der europäischen und amerikanischen, als an *F. Benthami* m. der australischen Tertiärflora enge anschliesst und zugleich der jetzt lebenden *F. ferruginea* Ait. nahe verwandt ist; eine *Ulmus*-Art, erinnernd an *U. Braunii* Heer; eine *Planera*-Art, analog der *P. Ungeri* m.; eine *Ficus*-Art, sowohl der *F. lanceolata* Heer als der australisch-tertiären *F. Burkei* entsprechend; eine *Hedycarya*, der in den Schichten von Kutschlin vorkommenden *H. europaea* m., sowie der austral-tertiären *H. Wickami* m. analog; ein *Cinnamomum*, nächstverwandt dem *C. polymorphum* A. Br. sp. und dem austral-tertiären *C. polymorphoides* M. Coy; ein *Laurophyllum*, erinnernd an Laurineen der europäischen Tertiärflora; ein *Santalum*, entsprechend dem *S. acheronticum* der europäischen, dem *S. americanum* Lesq. der nordamerikanischen und dem *S. Frazeri* m. der australischen Tertiärflora; eine *Diospyros*-Art, erinnernd an *D. lotoides* Ung.; eine *Aralia*, entsprechend der *A. dissecta* Lesq. der amerikanischen und der *A. prisca* m. der australischen Tertiärflora; ein *Loranthus*, analog dem *L. tetrandrus* R. et P.; eine *Acer*-Art, vollkommen entsprechend dem *A. trilobatum* A. Br., sowie dem *A. sub-productum* m. der australischen Tertiärflora; endlich eine *Eucalyptus*-Art, zwei Cassien und ein *Carpolithes*, sämmtlich Arten der europäischen und zum Theil Arten der Eocänflora Australiens analog.

Aus der Flora der genannten Lagerstätte kann der Abschnitt der Tertiärperiode bezeichnet werden, welchem dieselbe und wahrscheinlich auch die im Folgenden angeführten Localitäten angehörten. Einerseits der auffallend grosse Abstand des Charakters der Flora von dem der Jetztflora Neuseelands, anderseits die Analogien der Arten mit vorzugsweise in den älteren Tertiärfloren vertretenen Arten, insbesondere aber der Anschluss mehrerer Arten an Eocänpflanzen der australischen Tertiärflora sprechen für ein grösseres Alter der erwähnten Tertiärflora, welche ich sonach als eocän bezeichne.

2. Aus der Localität Dunstan liegen vor: eine *Lomariopsis*-Art, analog einerseits der *L. bilinica* m. von Kutschlin, anderseits der in Nepal lebenden *L. triquetra*; ein *Aspidium*, auch in Shag Point vorkommend; eine *Seaforthia*, analog der *S. Mellingi* Stur sp. der fossilen Flora von Eibiswald, sowie der jetztlebenden australischen *S. robusta* R. Brown.

3. Von der Localität Landslip Hill stammen: eine auch in Shag Point vorkommende *Sequoia*; ein *Dryophyllum*, analog dem *D. lineare* Sap. aus der eocänen Flora von Sézanne; zwei *Apocynophyllum*-Arten, die eine entsprechend dem *A. helveticum* Heer der europäischen Miocän-, sowie dem *A. Mac Kinlayi* m. der australischen Eocänflora, die andere analog dem *A. Tabernaemontana* Ung.; eine *Elaeodendron*-Art, entsprechend dem *E. helveticum* Heer und dem jetztlebenden *E. curtipendulum* Endl. von der Insel Norfolk.

4. Malvern Hills I. An dieser Localität wurden gesammelt: eine *Araucaria*- und eine *Dammara*-Art, beide auch in Shag Point vorkommend; eine *Myrica*-Art, vertretend die weit verbreitete *M. lignitum* Ung., sowie die *M. Koninki* m. der australischen Tertiärflora; eine *Quercus*-Art, auch in Shag Point und anderen Lagerstätten Neuseelands gesammelt; eine *Fagus*-Art, welche Arten der Abtheilungen *Nothofagus* und *Eufagus* verbindet; eine *Planera*, auch in Shag Point und Murderer's Creek erschienen; ein *Cissophyllum*, anschliessend an die Gattungen *Cissites* und *Ampelophyllum*.

5. An der Localität Racacliffgully kamen zum Vorschein: eine *Alnus*- und eine *Quercus*-Art, beide auch in Shag Point vorkommend; eine *Sapindus*-Art, entsprechend dem *S. falcifolius* A. Braun der europäischen, dem *S. caudatus* Lesq. der nordamerikanischen und dem *S. Gossei* m. der australischen Tertiärflora.

6., 7. An der Localität Wekapass wurde gesammelt: ein *Daphnophyllum*, annähernd dem *D. ellipticum* Heer, und in Amuri eine auch in Shag Point und Malvern Hills vorkommende *Dammara*.

8. Murderer's Creek. Hier wurden gesammelt: eine *Quercus*-, eine *Planera*-, eine *Cinnamomum*- und eine *Cassia*-Art, sämmtlich auch aus den vorhergehenden Localitäten bekannt geworden; eine *Dryandra*-Art, einerseits der *D. acutiloba* der europäischen, anderseits der *D. Benthami* m. der australischen Tertiärflora nächstverwandt.

Der Umstand, dass bei der geringen Zahl von Arten, welche aus den Localitäten 2—8 zum Vorschein kamen, ein namhafter Theil der Arten diesen, insbesondere Shag Point gemeinschaftlich angehört, lässt die Annahme zu, dass ihre Florulen aus einer und derselben Zeit stammen, welche ich schon oben als eocän bezeichnet habe.

Die bis jetzt aus den obengenannten Localitäten zu Tage geförderte Gesammtflora umfasst 52 Arten, die sich auf 39 Gattungen und 26 Ordnungen vertheilen. Es enthalten die Cryptogamen 3, die Gymnospermen 11, die Monocotyledonen 2, die Apetalen 22, die Gamopetalen 3, die Dialypetalen 10 Arten.

Was den allgemeinen Charakter dieser Flora betrifft, so weicht derselbe von dem der bisher genauer untersuchten Tertiärfloren keineswegs wesentlich ab; es zeigt sich der gleiche Mischlingscharakter wie in der Tertiärflora Europas, Nordamerikas und Australiens, deren Analogien mit der neuseeländischen schon oben erwähnt und in der beifolgenden Tabelle übersichtlich zusammengestellt sind.

Wiewohl die im Folgenden beschriebene Tertiärflora von Neuseeland von der jetzt daselbst lebenden Flora weit abweicht, so finden sich doch einige engere Anschlüsse zwischen beiden, als welche *Aspidium ertiario-zeelandicum* und *A. Novae Zeelandiae*, *Damara Oweni* und *D. australis*, *Podocarpus Parkeri* und *P. Totara*, *Dacrydium prae-cupressinum* und *D. cupressinum* bezeichnet werden können. Ausserdem sind die Gattungen *Fagus*, *Hedycarya*, *Santalum* und *Loranthus* in beiden Floren repräsentirt. Andere Gattungen der neuseeländischen Tertiärflora können mit solchen der Jetztflora Neuseelands insoferne in Beziehung gebracht werden, als diese letztern aus einer Transmutation der ersteren hervorgegangen sein mochten; so *Nesodaphne* aus *Laurophyllum* oder *Daphnophyllum*; *Parsonsia* aus *Apocynophyllum*; die monotypen Gattungen *Stilbocarpa* und *Schefflera* aus der tertiären *Aralia*-Form; *Alectryon* aus der *Sapindus*-Form u. s. w. Hingegen vermissen wir in der gegenwärtigen endemischen Flora Neuseelands eine grosse Reihe von Gattungen seiner Tertiärflora.

In meiner Abhandlung „Über die genetische Gliederung der Flora von Neuseeland" (Sitzungsber. 58. Bd., 1. Abth., S. 953) versuchte ich auf indirectem Wege, aus der Beschaffenheit der endemischen Flora nachzuweisen, dass dieselbe aus einer Flora hervorgegangen ist, welche ausser dem Hauptelement, dem das Hauptglied der lebenden Flora seinen Ursprung verdankt, auch noch andere Elemente (Nebenelemente) enthalten haben musste, denn die Überreste solcher lassen sich in der lebenden Flora deutlich erkennen und bilden die Nebenglieder derselben. Hiemit im vollen Einklang stehen die Hauptergebnisse der vorliegenden Abhandlung:

1. In Neuseeland ist ein Zusammenhang zwischen seiner Tertiär- und seiner Jetztflora nachweisbar.

2. In der Tertiärflora Neuseelands sind die Elemente verschiedener Floren enthalten.

3. Die Tertiärflora Neuseelands bildet nur einen Theil derselben universellen Flora, von welcher sämmtliche Floren der Jetztwelt abstammen.

4. In Neuseeland ist nur ein Theil seiner Tertiärflora in die jetzige Flora übergegangen, der andere aber ausgestorben.

B. Pflanzenreste aus der Kreide-Formation.

Man hat bisher die Dicotyledonenreste führenden Schichten Neuseelands unter der Bezeichnung „Cretaceo-Tertiary-Formation" zusammengefasst. Es hat sich jedoch gezeigt, dass einige Lagerstätten derselben der Kreideformation zufallen, während die übrigen geradezu dem Tertiär angehören. Letztere wurden schon oben in nähere Betrachtung gezogen.

Von den Kreidelocalitäten nimmt

1. Pakawau, in Nelson, wegen der Reichhaltigkeit an wohlerhaltenen Pflanzenfossilien den hervorragendsten Platz ein. Die bereits den Charakter der Kreideflora verrathenden Farne; die Vorpflanzen von *Podocarpus* und *Dacrydium*; eine Bambusee; eine eigenthümliche, an *Musophyllum* der Tertiärflora erinnernde Musaceen-Gattung (*Haastia*); eine *Casuarinites*-Art; ein *Dryophyllum*, analog dem *D. Holmesii* Lesq. der nordamerikanischen Kreideflora; eine eigenthümliche *Fagus*-Art; *Ulmophyllon*-Arten, die Vorpflanzen von tertiären *Ulmus*- und *Planera*-Arten; eine *Cinnamomum*- und eine *Dryandroides*-Art, entsprechend europäischen Kreidepflanzen; eine *Grewiopsis*, analog der *G. Haydenii* Lesq. der nordamerikanischen Kreide; endlich eine *Cupanites*-Art bezeichnen diese Localflora.

2. Grey River, in Westland, erweiset sich in Bezug auf die Reichhaltigkeit der Flora gleichstehend, hinsichtlich der Erhaltung der Reste aber bei weitem nachstehend der vorigen Lagerstätte. Daselbst kamen zum Vorschein: eine der *Flabellaria longirhachis* Ung. der Kreideschichten von Muthmannsdorf nächstverwandte Art; zwei *Quercus*-Arten, entsprechend solchen der Kreideflora; ein *Knightiophyllum*, ein *Ceratopetalum*, ein *Celastrophyllum*, analog Kreidearten; ein *Dalbergiophyllum*, erinnernd an eine *Dalbergia* der Kreideflora; eine *Palaeocassia*, nahe verwandt mit einer Art der Kreideflora von Niederschöna, durchaus Pflanzen, welche diese Localflora charakterisiren. Ausserdem theilt dieselbe eine Bambusee, einen *Casuarinites* und einen *Cupanites* mit der von Pakawau.

3. Mit den Florulen der oben genannten Localitäten von gleichem Alter und durch gemeinsame Arten verbunden, ist die von Wangapeka in Nelson. Hier fanden sich: zwei eigenthümliche Coniferen-Gattungen, die eine *Cephalotaxus* und *Torreya*, die andere *Ginkyo* und *Phyllocladus* verbindend; ein *Poacites*; zwei Kreidearten entsprechende *Quercus*, eine derselben auch in Grey River vorkommend; eine *Fagus*-Art, analog der *F. polyclada* Lesq. aus der nordamerikanischen Kreide; eine *Ficus*-Art, einerseits der *F. Jynx* Ung. der Tertiärflora, anderseits Kreideformen sich anschliessend; ein *Sapindophyllum*, erinnernd an *S. prodromus* Heer der Kreideflora von Nordgrönland; endlich ein *Dalbergiophyllum*.

4. Reefton in Nelson. Von dieser Localität liegt nur *Casuarinites cretaceus* m. vor, dessen Reste auch aus Pakawau und Grey River zum Vorschein kamen.

Fassen wir die Florulen obiger Kreidelocalitäten zusammen, so ergibt sich eine Flora von 37 Arten, vertheilt auf 29 Gattungen und 17 Ordnungen. Von den Arten entfallen auf die Kryptogamen 4, die Phanerogamen 33, und zwar auf die Coniferen 8, die Monocotylen 4, die Apetalen 13, die Dialypetalen 8. Die Abtheilung der Gamopetalen ist bis jetzt nicht vertreten. Mehrere Arten stehen als unmittelbare Vorläufer im engen Anschluss an Arten der Tertiärflora, insbesondere von Neuseeland, und zwar: eine *Aspidium*-Art; die *Podocarpium*-Arten; eine *Dacrydinium*-Art; eine Musacee, drei *Quercus*-Arten; eine *Fagus*-Art; die *Ulmophyllon*-Arten; eine *Ficus*-Art; ein *Cinnamomum*; eine *Dryandroides*; ein *Ceratopetalum*; ein *Cupanites* und eine *Palaeocassia*. Wegen dieses Anschlusses dürften die oben aufgezählten Localitäten zur oberen Kreide gehören.

C. Pflanzenreste aus der Trias-Formation.

Die Eingangs genannten Sammlungen enthalten auch zahlreiche Pflanzenreste aus älteren mesozoischen Lagerstätten, welche ich jedoch sämmtlich als zur Triasformation gehörig betrachte, einestheils da die Arten am meisten solchen der Triasflora analog sind, anderentheils, da eine wesentliche Verschiedenheit des Alters

dieser pflanzenführenden Localitäten durch gemeinsame Arten ausgeschlossen erscheint. Obgleich ich die Veröffentlichung der Bearbeitung der hieher gehörigen Pflanzenfossilien wegen der in den Publicationen der kaiserlichen Akademie gegenwärtig nothwendigen Einschränkung auf einen späteren Zeitpunkt verlegen muss, so will ich hier wenigstens in Kürze der wichtigsten Ergebnisse gedenken und diese nach den Localitäten, auf deren Florulen sie sich beziehen, zusammenstellen.

1. **Mount Potts.** Aus dieser Localität lagen mir vor: *Equisetum microdon* m., entsprechend Arten der europäischen Trias; *Taeniopteris pseudo-vittata* m., so benannt wegen der auffallenden Ähnlichkeit mit *T. vittata*; *Asplenium Hochstetteri* Ung. sp.; *Palissya podocarpioides* m., analog der *P. Braunii* Endl.; *Baiera australis* m.; Phyllodien von *Thinnfeldia australis* m. und von *Protocladus Lingua* m.

2. **Haast Gully** (oder Clent Hills). Diese Lagerstätte lieferte: *Equisetum microdon*; *Sphenopteris amissa* m.; *S. Clentiana* m.; *Pecopteris proxima* m.; *Taeniopteris pseudo-vittata*; *T. pseudo-simplex* m.; *Camptopteris Haastii* m.; *Asplenium Hochstetteri*; *Palissya podocarpioides*; *Baiera australis.*

3. **Malvern Hills II** (nicht zu verwechseln mit der gleichnamigen Tertiärlocalität). Daselbst wurden gesammelt: *Pecopteris proxima*; *Taeniopteris Lomariopsis* m.; *Asplenium Hochstetteri*; *A. Palaeo-Darea* m.; *Podozamites Malvernicus* m.; *Protocladus Lingua.*

4. **Mataura** und 5. **Waikawa.** Von den wohlerhaltenen Pflanzenresten dieser Localitäten hebe ich hervor: *Sphenopteris Palaeopteris* Ung. sp. *Hymenophyllites australis* m.; *Macro-Taeniopteris affinis* m.; *Lycopodites Palaeo-Selaginella* m.; *Nilssonia Zealandica* m.; *Zamites Matauraensis* m.; *Pterophyllum Dieffenbachi* m. Ausserdem fanden sich auch mit obigen Localitäten gemeinsam: *Taeniopteris pseudo-simplex*; *T. Lomariopsis* und *Asplenium Hochstetteri.*

Zum Schlusse habe ich noch zu bemerken, dass die Angabe J. Hector's,[1] es fänden sich in Neuseeland mit *Alethopteris, Taeniopteris* und anderen Pflanzenformen alter Floren auch Dicotyledonen-Blätter in denselben Schichten, auf Irrthum oder Verwechslung beruht. Abgesehen von der grossen Unwahrscheinlichkeit eines solchen Zusammenvorkommens, müsste doch bei der Untersuchung der ausgedehnten Sammlungen, in welchen die Fundorte genau verzeichnet sind, irgend eine hierauf bezügliche Wahrnehmung von mir gemacht worden sein. Dies war aber durchaus nicht der Fall; allerdings sah ich *Macro-Taeniopteris-* und *Camptopteris-*Formen, welche in mangelhaftem Zustande immerhin für Dicotyledonen-Blätter gehalten werden könnten.

Übersicht der beschriebenen Arten.

Tertiärflora				Flora der Jetztwelt
Neuseelands	Europas	Nordamerikas	Australiens	
Cryptogamae.				
FILICES.				
Lomariopsis Dunstanensis Ett.	*L. bilinica* Ett.	—	—	*L. triquetra* Wall.
Aspidium Otagoicum Ett.	*A. serrulatum* Heer	—	—	*A. stramineum* Kaulf.
„ *tertiario-zelandicum* Ett..	—	—	—	*A. Novae Zelandiae* Presl.
Phanerogamae.				
Gymnospermae.				
CYCADEAE.				
Zamites sp.	*Z. tertiarius* Heer	—	—	—

[1] James Hector, New Zealand Court. Indian and Colonial Exhibition. London 1886. S. 60.

Tertiärflora				Flora der Jetztwelt
Neuseelands	Europas	Nordamerikas	Australiens	
CONIFERAE.				
Taxodium distichum eocenicum Ett..	*T. distichum miocenicum* Heer	*T. distichum mioc.*	—	*T. distichum* Rich.
Sequoia Novae Zeelandiae Ett..	*S. Couttsiae* Heer	*S. affinis* Lesq.	*S. Australiensis* Ett.	*S. sempervirens* Endl.
Pinus sp.?.....	—	—	—	—
Araucaria Haastii Ett.....	—	—	—	*A. chilensis* Mirb.
„ *Danai* Ett.....	*A. Sternbergii* Goep.	—	—	*A. excelsa* R. Br.
Dammara Oweni Ett.....	—	—	*D. intermedia* Ett.	*D. australis* Lamb.
„ *uninervis* Ett.....	—	—	—	*D. ovata* Moore.
Podocarpus Parkeri Ett.....	*P. stiriaca* Ett.	*Podocarpus* sp.	—	*P. Totara* Don.
„ *Hochstetteri* Ett. ..	*P. elegans* De la H.	—	*P. prae-cupressina* E.	*P. tenuifolia* DC.
Dacrydium prae-cupressinum E.	—	—	*D. cupressinoides* E.	*D. cupressinum* Sol.
Monocotyledones.				
NAJADEAE.				
Caulinites Otagoicus Ett.....	*C. radobojensis* Ung.	*C. sparganioides* Lsq.	—	—
PALMAE.				
Seaforthia Zeelandica Ett.....	*S. Mellingii* Stur sp.	—	—	*S. robusta* R. Brown.
Dicotyledones.				
APETALAE.				
CASUARINEAE.				
Casuarina deleta Ett.....	*C. sotzkiana* Ett.	—	*C. Cookii* Ett.	*Casuarina* sp.
MYRICEAE.				
Myrica sub-integrifolia Ett....	*M. integrifolia* Ung.	*M. Bolanderi* Lsq.	*M. Pseudo-Salix* Ett.	—
„ *proxima* Ett.....	*M. lignitum* Ung.	*M. undulata* Lsq.	*M. Koninki* Ett.	*M. cerifera* L.
„ *prae-quercifolia* Ett. ..	—	—	—	*M. quercifolia* L.
BETULACEAE.				
Alnus Novae Zeelandiae Ett...	*A. Kefersteinii* Goep.	*A. Kefersteinii.*	*A. Mac Coyi* Ett.	*A. glutinosa* Gaertn.
CUPULIFERAE.				
Quercus Parkeri Ett.....	—	—	—	*Q. macranthera* F. et M.
„ *deleta* Ett.....	—	—	—	*Q. corrugata* Hook.
„ *celastrifolia* Ett.....	*Q. tephrodes* Ung.	*Q. Ellisiana* Lsq.	—	*Q. aquatica* Walt.
„ *lonchitoides* Ett.....	*Q. Lonchitis* Ung.	*Q. drymeja* Ung.	*Q. drymejoides* Ett.	—
Dryophyllum dubium Ett.....	*D. lineare* Sap.	—	*D. Howitti* Ett.	—
Fagus ulmifolia Ett.....	—	—	—	*F. procera* P. et Endl.
„ *Ninnisiana* Ung.....	*F. Deucalionis* Ung.	*F. Feroniae* Ung.	*F. Benthami* Ett.	*F. ferruginea* Ait.
„ *Lendenfeldi* Ett.....	—	—	*F. Wilkinsoni* Ett.	*F. Moorei* Muell.
ULMACEAE.				
Ulmus Hectori Ett.....	*U. Braunii* Heer	*U. tenuinervis* Lsq.	—	—
Planera australis Ett.....	*P. Ungeri* Ett.	*P. Ungeri.*	—	*P. Richardi* Spach.
MOREAE.				
Ficus sub-lanceolata Ett.....	*F. lanceolata* Heer	*F. lanceolata.*	*F. Burkei* Ett.	—
MONIMIACEAE.				
Hedycarya praecedens Ett. ...	*H. europaea* Ett.	—	*H. Wickami* Ett.	*H. Australasica* DC.
LAURINEAE.				
Cinnamomum intermedium Ett.	*C. polymorphum* A. Br.	*C. polymorphum.*	*C. polymorphoides* M'Coy.	*C. Camphora* L.
Laurophyllum tenuinerve Ett..	—	—	—	—
Daphnophyllum australe Ett. .	—	—	—	—
SANTALACEAE.				
Santalum sub-acheronticum Ett.	*S. acheronticum.* Ett.	*S. Americanum* Lsq.	*S. Frazeri* Ett.	*Santalum* sp. Austral.
PROTEACEAE.				
Dryandra comptoniaefolia Ett..	*D. acutiloba* Ett.	—	*D. Benthami* Ett.	*D. formosa* R. Br.

Tertiärflora				Flora der Jetztwelt
Neuseelands	Europas	Nordamerikas	Australiens	
GAMOPETALAE.				
APOCYNACEAE.				
Apocynophyllum elegans Ett...	*A. helveticum* Heer	—	*A. Mac Kinlayi* Ett.	—
„ *affine* Ett....	*A. Tabernaemontana* U.		—	—
EBENACEAE.				
Diospyros Novae Zelandiae Ett.	*D. lotoides* Ung.	—	—	—
DIALYPETALAE.				
ARALIACEAE.				
Aralia Tasmanii Ett.....	—	*A. dissecta* Lsq.	*A. prisca* Ett.	—
LORANTHACEAE.				
Loranthus Otagoicus Ett.	—	—	—	*L. tetrandrus* R. et P.
ACERINEAE.				
Acer sub-trilobatum Ett.....	*A. trilobatum* A. Br.	*A. trilobatum.*	*A. subproductum* Ett.	*A. rubrum* L.
SAPINDACEAE.				
Sapindus sub-falcifolius Ett. ..	*S. falcifolius* A. Br.	*S. caudatus* Lsq.	*S. Gossei* Ett.	—
CELASTRINEAE.				
Elaeodendron rigidum Ett.	*E. helveticum* Heer	—	—	*E. curtipendulum* Endl.
AMPELIDEAE.				
Cissophyllum Malvernicum Ett.	—	—	—	—
MYRTACEAE.				
Eucalyptus dubia Ett.	*E. oceanica* Ung.	*E. Americana* Lsq.	*E. Mitchelli* Ett.	*Eucalyptus* sp.
PAPILIONACEAE.				
Dalbergia australis Ett.....	*D. bella* Heer	—	—	—
CAESALPINIEAE.				
Cassia Pseudo-Phaseolites Ett..	*C. Phaseolites* Ung.	*C. Phaseolites.*	*C. phaseolitoides* Ett.	*C. micranthera* DC.
„ *Pseudo-Memnonia* Ett..	*C. Memnonia* Ung.	—	—	—
Plantae incertae sedis.				
Carpolithes Otagoicus Ett.....	*C. Websteri* Heer	—	—	—

Kreideflora				Tertiärflora und Flora der Jetztwelt
Neuseelands	Europas	der arktischen Zone	Nordamerikas	
Cryptogamae.				
FILICES.				
Blechnum priscum Ett.	*B. atavium* Sap.	—	—	*B. occidentale* L. Trop. Amer.
Aspidium cretaceo-zeelandicum E.	—	*A. foecundum* Heer	—	*A. Novae Zeelandiae* Pr.
Dicksonia pterioides Ett.	—	*D. conferta* Heer	—	*D. Smithii* Hook. Ins. Luzon.
Gleichenia obscura Ett.	—	*G. rigida* Heer	—	*G. flabellata* Desv. Australien.
Phanerogamae.				
Gymnospermae.				
CONIFERAE.				
Dammara Mantelli Ett.....	—	*Dammara* sp.	—	*D. australis* Lamb.
Taxo-Torreya trinervia Ett...	—	—	—	*Cephalotaxus drupacea.* / *Torreya grandis.*
Podocarpium Ungeri Ett.	—	—	—	*Podocarpus Parkeri* E. Tertiärfl.
„ *cupressinum* Ett.	—	—	—	*Podocarpus prae-cupressina* Ett. Tertiärfl.
„ *tenuifolium* Ett. .	—	—	—	*P. Hochstetteri* Ett. Tertiärfl.

Kreideflora				Tertiärflora und Flora der Jetztwelt
Neuseelands	Europas	der arktischen Zone	Nordamerikas	
Podocarpium dacrydioides Ett.	—	—	—	*P. dacrydioides* Neuseeland.
Dacrydinium cupressinum Ett..	—	—	—	*D. prae-cupressinum* Ett. Tertiärflora.
Ginkgocladus Novae Zeelandiae E.	—	—	—	—
Monocotyledones.				
GRAMINEAE.				
Poacites Nelsonicus Ett.....	–	—	—	—
Bambusites australis Ett.....	—	—	—	—
MUSACEAE.				
Haastia speciosa Ett.....	—	—	—	*Musophyllum* sp. Tertiärfl.
PALMAE.				
Flabellaria sub-longirhachis Ett.	*F. longirhachis* Ung.	—	—	—
Dicotyledones.				
APETALAE.				
CASUARINEAE.				
Casuarinites cretaceus Ett. ...	—	—	—	—
CUPULIFERAE.				
Quercus pachyphylla Ett.	—	*Q. Myrtillus* Heer	—	*Q. Daphnes* Ung. Tertiärfl.
„ *Nelsonica* Ett.....	*Q. Beyrichii* Ett.	*Q. denticulata* Heer	*Q. Ellsworthiana* Lsq.	*Q. Cyri* Ung. Tertiärfl.
„ *calliprinoides* Ett. ...	—	*Q. Rinkiana* Heer	—	*Q. mediterranea.* Tertiärfl. / *Q. Calliprinos.* Jetztwelt.
Dryophyllum Nelsonicum Ett..	—	—	*D. Holmesii* Lsq.	—
Fagus Nelsonica Ett.....	*F. prisca* Ett.	—	*F. polyclada* Lsq.	*F. Feroniae* Ung. Tertiärfl.
„ *producta* Ett.	—	—	—	—
ULMACEAE.				
Ulmophylon latifolium Ett. ...	—	—	—	*Ulmus-* und *Planera*-Arten der Tertiärflora.
„ *planeraefolium* Ett.	—	—	—	
MOREAE.				
Ficus similis Ett.....	*F. Geinitzii* Ett.	*F. atavina* Heer	*F. magnoliaefolia* Lsq.	*F. Jynx* Ung. Tertiärflora.
LAURINEAE.				
Cinnamomum Haastii Ett. ...	*Cinnamomum* sp.	*Cinnamomum* sp.	*C. Heerii* Lsq.	*C. Scheuchzeri* Heer. Tertiärfl.
PROTEACEAE.				
Knightiophyllum primaevum E.	—	—	—	*K. Daltonicum* Ett. Tertiärfl.
Dryandroides Pakawauica Ett.	*D. latifolia* Ett.	—	—	*Dryandroides* sp. Tertiärfl.
DIALYPETALAE.				
SAXIFRAGACEAE.				
Ceratopetalum rivulare Ett....	—	—	—	*C. bilinicum* Ett. / *C. Mac Donaldi* Ett.
TILIACEAE.				
Grewiopsis Pakawauica Ett...	*G. orbiculata* Sap.	—	*G. Haydenii* Lsq.	—
SAPINDACEAE.				
Sapindophyllum coriaceum Ett.	—	*S. prodromus* Heer	—	—
Cupanites Novae Zeelandiae Ett.	—	—	—	*C. miocenicus.* Tertiärflora.
CELASTRINEAE.				
Celastrophyllum australe Ett. .	*C. integrifolium* Ett.	*C. crenatum* Heer	—	—
PAPILIONACEAE.				
Dalbergiophyllum rivulare Ett..	—	*Dalbergia Rinkiana* Heer	—	—
„ *Nelsonicum* E.	—	—	—	—
CAESALPINIEAE.				
Palaeocassia phaseolitoides Ett.	*P. angustifolia* Ett.	—	-	*Cassia Phaseolites* Ung. Tertiärfl.

A. Beschreibung der Arten aus der Tertiärflora Neuseelands.

Cryptogamae.

FILICES.

Lomariopsis Dunstanensis sp. n.

Taf. I, Fig. 1, 2, 2 *a*.

L. fronde coriacea pinnata, pinnis linearibus elongatis, circa 14^{mm} latis, margine subtilissime crenulatis: nervatione Taeniopteridis, nervo primario firmo, recto, nervis secundariis angulo subrecto egredientibus, tenuibus, approximatis paullo arcuatis, parallelis simplicibus vel furcatis, craspedodromis, 1^{mm} inter se remotis.

Fundort: Dunstan. (Otago Museum.)

Von diesem Farn liegen mir zwei Fiederfragmente vor. Dieselben lassen auf eine lineale verlängerte Form der Fieder schliessen und verrathen eine lederartige Textur. Der Rand ist sehr fein gekerbt; in die Kerben laufen die feinen aber scharf hervortretenden Secundärnerven ein, welche die Anordnung des *Taeniopteris*-Typus zeigen und bald einfach, bald am Ursprunge oder eine kurze Strecke oberhalb desselben gabelig getheilt sind. Der Primärnerv ist verhältnissmässig stark und mit einer feinen Längsrippe durchzogen. (Siehe die Vergrösserung Fig. 2 *a*.) An der Oberfläche bemerkt man an mehreren Stellen sehr feine gedrängt stehende schwarze Pünktchen, welche dieselbe ganz bedeckt zu haben und die Reste der Fructification zu sein scheinen.

Die angegebenen Merkmale weisen auf die Gattung *Lomariopsis* hin, in welcher eine Reihe von sehr ähnlichen Wedelformen vorkommen. In der auffallendsten Weise stimmt *L. triquetra* (*Acrostichum t.* Wall. s. Ettingsh., Farnkräuter, Taf. V, Fig. 1, 6) mit der beschriebenen Art überein, so dass nur ein ganz geringfügiger Unterschied bemerkt werden konnte. Bei der lebenden Art stehen nämlich die Secundärnerven der Fieder 1·5—2^{mm} von einander ab, während dieselben bei der fossilen, wenigstens an den mir vorliegenden Bruchstücken, nur 1^{mm} von einander abstehen. In allen übrigen Eigenschaften aber herrscht die vollste Übereinstimmung. Bei *Lomariopsis* sind die Sporangien, wie bei *Acrostichum*, an der unteren, zuweilen auch an beiden Flächen des Wedels dicht zusammengehäuft. An den oben erwähnten Pünktchen ist zwar der Verkohlung wegen eine Structur nicht erkennbar, jedoch ihrer Vertheilung nach höchst wahrscheinlich, dass dieselben als die Überreste von dem Sporangienüberzug zu betrachten sind. Die Heimat der *Lomariopsis triquetra* ist Nepal.

Von den bisher beschriebenen fossilen Farnarten steht in sehr naher Verwandtschaft zu unserer Art: *Lomariopsis bilinica* Ett. aus der fossilen Flora von Bilin in Böhmen. Diese ist jedoch von jener durch den entfernt und unregelmässig gezähnelten Rand der Fieder und durch die unter etwas spitzeren Winkeln entspringenden Secundärnerven zu unterscheiden.

Aspidium Otagoicum sp. n.

Taf. I, Fig. 3.

A. foliis bipinnatis, pinnis lanceolatis, elongatis, pinnatisectis, pinnulis oblongis, apice obtusis, angulo acuto insertis, inciso-dentatis vel lobatis; nervatione Pecopteridis Eupolystichi, nervo primario basi prominente, nervis secundariis paucis, apicem versus abbreviatis, sub angulis acutissimis egredientibus.

Fundort: Shag Point, Otago. (Otago Museum.)

Dieses Bruchstück eines Farnwedels lässt sich zu einer lanzettlichen verlängerten Fieder ergänzen, welche mit denen mehrerer *Aspidium*-Arten die meiste Ähnlichkeit verräth. Die am nächsten verwandte Art scheint *A. stramineum* Kaulf., ein in Australien und auf der Insel St. Mauritius vorkommendes Farnkraut zu sein.

(Vergl. Ettingsh., Farnkr., Taf. CX, Fig. 3, Taf. CXII, Fig. 7.) Von den fossilen Farnen scheint *A. serrulatum* Heer der Braunkohlenflora von Bornstädt bezüglich der Form der Fieder und der spitzwinkligen Einfügung der Fiederchen unserem Farn nahe zu kommen. Entfernter steht *A. Oerstedi* Heer aus der Flora der Atane-Schichten, obgleich diese Art den gleichen Nervationstypus zeigt. Genauere Vergleichungen aber können erst dann vorgenommen werden, wenn besser erhaltene Reste vorliegen.

Aspidium tertiario-zeelandicum sp. n.

Taf. I, Fig. 4, 4 *a*.

A. pinnis lanceolato-linearibus, pinnatipartitis vel lobatis, laciniis vel lobis ovalibus vel oblongis, integerrimis obtusiusculis; nervatione Goniopteridis; nervo primario prominente recto, nervis secundariis sub angulis 70—80° orientibus, prominentibus, marginem versus plus minusve arcuato-convergentibus; nervis tertiariis angulis 40—50° exeuntibus, simplicibus, inferioribus rectis, superioribus paullo arcuatis, intimis anastomosantibus.

Fundorte: Shag Point (Canterbury Museum); Dunstan (Otago Museum).

Obgleich nur wenige kleine Fiederbruchstücke dieser Art vorliegen, so konnte dieselbe doch genau bestimmt und die derselben nächst verwandte lebende Art ermittelt werden, da nicht nur die Nervation, sondern auch die Fructification deutlich erhalten ist. Die Fiederreste verrathen eine allmälige Verschmälerung gegen die Spitze zu, im Ubrigen aber eine lineale Form; eine tiefere Theilung des Laubes gegen die Basis, eine geringere gegen die Spitze zu, und die Lappen oder Fiederabschnitte sind bald eiförmig, bald länglich ganzrandig, an der Spitze etwas verschmälert, stumpflich. Die Nervation, an dem Fragmente Fig. 4 (vergrössert Fig. 4 *a*) von Dunstan prachtvoll erhalten, zeigt einen stark hervortretenden, gerade verlaufenden Primärnerv, von welchem scharf ausgeprägte Secundärnerven unter sehr wenig spitzem Winkel abgehen. Die Tertiärnerven, unter viel spitzeren Winkeln entspringend, sind einfach, die unteren geradlinig, die oberen etwas convergirend nach dem Rande gebogen, die untersten anastomosirend. Die Sori sitzen in der Mitte des Verlaufes der Tertiärnerven.[1]

Die beschriebenen Merkmale passen zu keiner Farnart so gut als zu *Aspidium Novae Zeelandiae* (*Goniopteris N. Z.* Presl, s. Ettingsh., Farnkr., Taf. CX, Fig. 12, 13), einheimisch in Neuseeland, zu welcher unsere Fossile somit als die unmittelbare Vorpflanze gelten kann. Letztere scheint von der ersteren durch die stumpferen, mehr abgerundeten Lappen der Fieder verschieden zu sein. Ausserdem sitzen die Sori bei *A. Novae Zeelandiae* selten in der Mitte, sondern meistens vor derselben, nämlich näher dem Ursprunge der Tertiärnerven. Um eine eingehende Vergleichung des Fossils mit anderen bisher bekannt gewordenen fossilen Farnen vorzunehmen, liegt noch zu wenig genügendes Material vor. Ein zweites Bruchstück stammt aus den Schichten von Shag Point. An demselben bemerkt man tiefer reichende Einschnitte der Fieder, deren Lappen etwas mehr von einander abstehen, auch ist der Ursprungswinkel der Secundärnerven stumpfer. Es sind dies jedoch Eigenschaften, welche keinen Artunterschied begründen können, da die Theilung des Laubes, die Stellung und Winkel der Abschnitte an verschiedenen Stellen einer Fieder geringe Verschiedenheiten zeigen können, wie auch an der citirten lebenden Art die unteren Partien der Fieder, welchen das Fossil entspricht, ähnliche Abänderungen erkennen lassen.

[1] Hiernach würde das Fossil zur Gattung *Lastraea* im Sinne von A. Braun gehören, bei welcher die Sori mitten im Verlauf der Tertiärnerven sitzen sollen. Allein A. Braun scheint von wenigen Arten, die er genauer untersuchte, auf die ganze artenreiche Gattung *Aspidium* geschlossen zu haben, denn dieses Merkmal ist kaum bei Arten stichhältig. So findet man bei *A. oppositum* Kaulf. und bei *A. truncatum* Gaud. die Sori näher dem Ursprung der Tertiärnerven, bei *A. molle* Sw. und *A. concinnum* Mett. näher dem Rande zu gestellt; bei *A. alsophilaceum* Kze. kommt beides vor, und bei allen diesen Arten kommen die Sori auch in der Mitte der Tertiärnerven eingefügt vor. Der Fall, dass die Sori nicht auf den Tertiärnerven oder ihren Ästen, sondern zwischen denselben sitzen, kommt bei *Aspidium* nicht vor. Es kann daher die Zeichnung Heer's, die er von der Stellung der Sori seines *A. Meyeri* (Tertiärfl. d. Schweiz, I, Taf. 11, Fig. 2 *b*) gibt, nicht richtig sein.

Phanerogamae.

GYMNOSPERMAE.

CYCADEAE.

Zamites sp.?

Taf. I, Fig. 10.

Unter den zahlreichen Fossilresten von Shag Point fand sich ein einziges Fragment, welches ich als einen Cycadeen-Rest betrachten zu dürfen glaube. Dasselbe stellt eine wahrscheinlich nach aufwärts gekrümmte Fieder dar, welche von sehr feinen Parallelnerven durchzogen, ganzrandig und schmallineal ist. Die Textur muss, nach der vorhandenen Kohlensubstanz zu schliessen, eine sehr derbe gewesen sein, wie selbe den Cycadeen-Blättern zukommt. Das erwähnte Fragment verräth bezüglich der Länge und feinen Streifung einige Übereinstimmung mit den Blättern des von Heer als *Zamites tertiarius* beschriebenen Cycadeen-Restes.

CONIFERAE.

CUPRESSINEAE.

Ein kleines Zweigfragment von Shag Point, welches ich seinen Eigenschaften nach als zu *Callitris* gehörig bestimmte, scheint für das Vorkommen dieser Familie in der fossilen Flora von Neuseeland zu sprechen. Der Rest ist jedoch zu mangelhaft erhalten, als dass eine Species darnach bestimmt oder aufgestellt werden könnte. Ich begnüge mich damit, diesen Umstand erwähnt zu haben und überlasse es künftigen Forschungen, die Sache weiter zu verfolgen.

Taxodium distichum eocenicum m.

Taf. I, Fig. 11, 11 *a*.

T. ramulis caducis tenuibus; foliis distantibus alternis distichis, lineari-lanceolatis abbreviatis planis, uninerviis, basi angustata sessilibus.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Das in Fig. 11 abgebildete Coniferenzweigchen stimmt mit den abfälligen Zweigchen von *Taxodium distichum* so sehr überein, dass ich keinen Anstand nehme, dasselbe zu dieser in der Tertiärperiode weit verbreiteten Species zu stellen. Ich glaube aber, dass das erwähnte Zweigchen einer besonderen Varietät angehört, welche sich von *T. distichum miocenicum* Heer durch etwas kürzere, an der Basis weniger verschmälerte, fast sitzende Blätter unterscheidet. Durch die an der Spindel nicht herablaufenden Blätter, an welchen ein Enddörnchen fehlt (s. die Vergrösserung Fig. 11 *a*) ist das Zweigchen von den sonst sehr ähnlichen dünnen Zweigchen von *Podocarpus Hochstetteri* leicht zu trennen.

ABIETINEAE.

Sequoia Novae Zeelandiae sp. n.

Taf. I, Fig. 5—7.

S. ramulis gracilibus, foliis squamaeformibus, coriaceis, imbricatis, ramulorum juniorum ovatis acutis vel lanceolatis, basi decurrentibus, seniorum ovato-rhombeis obtusiusculis, arcte adpressis; strobilis parvis globosis, squamis peltatis, dorsi rugosi medio mucronulatis.

Fundorte: Shag Point (Otago Museum); Landslip Hill (Geological Survey of Otago).

Ein Fruchtzweig und der Zapfen Fig. 5, beide von Shag Point stammend, gehören ohne Zweifel zu *Sequoia*. Der Zapfen ist sehr ähnlich dem der *S. Couttsiae* Heer, nur etwas kleiner. Leider liess der mangelhafte Zustand der Erhaltung des verkohlten Zapfens eine genaue Ermittlung der Zahl seiner Schuppen nicht zu, jedoch ist nach der Form und Grösse einiger noch deutlich erkennbarer Schuppen anzunehmen, dass dieselbe

nicht grösser war als bei *S. Couttsiae.* Die Zapfenschuppen stimmen in ihrer etwas polygonalen Form mit denen der genannten Art gut überein; der Rücken des Schildes ist mit kleinen Runzeln bedeckt, in der Mitte desselben gewahrt man eine kurze Stachelspitze, von welcher aus einige Runzeln zum Rand strahlenförmig hinziehen.

An den beiden erwähnten Fruchtfossilien sieht man nur die schlanken jüngeren Zweigchen, deren Blätter schuppenförmig, eiförmig oder lanzettlich, spitz, anliegend, mit einem Kiele versehen und an der Basis herablaufend sind. (S. Fig. 7 *a.*) Fig. 6 stellt eines der mehreren auf einem Steine beisammen vorkommenden Zweigchenfragmente dar, welche allem Anschein nach zur selben Art gehören, obwohl die Reste von einer anderen Localität (Landslip Hill) stammen. Fig. 7 stimmt mit jüngeren Zweigchen von Shag Point vollkommen überein, wogegen das vorher erwähnte ein Bruchstück eines stärkeren älteren Zweigchens zeigt, dessen Blätter enger anliegen, breiter und stumpfer sind.

Es kann demnach die beschriebene Art als eine nahe verwandte vicariirende Art zur *S. Couttsiae* Heer einerseits und zur *S. affinis* Lesq. anderseits betrachtet werden, von welchen sich dieselbe nur durch geringfügige Unterschiede in den Blättern und Zapfen unterscheiden dürfte. Weitere Untersuchungen mögen erst die Frage lösen, ob hier eine Identität der Art anzunehmen sei.

Pinus sp.?

Taf. I, Fig. 8, 9.

In den Schichten von Shag Point (Canterbury Museum und Otago Museum) kommen nadelartige Bruchstücke vor, welche immerhin zu *Pinus* gehören können. Sie zeigen die Breite der Nadeln von *Pinus Laricio* und sind von einer Mittelrippe durchzogen, welche jedoch nur an einem Fragment, bei Fig. 8*a*, deutlich zu sehen ist. Es finden sich solche Fragmente zuweilen paarweise in gleicher Richtung liegend, nahe beisammen, so dass man annehmen darf, dass dieselben zu einem Nadelpaar gehören. Hiemit im Einklang würde das Vorkommen einer Zapfenschuppe, Fig. 9, stehen, welche zur Abtheilung *Pinaster* zu gehören scheint. Doch ist der Zustand der Erhaltung dieser Reste ein mangelhafter, weshalb ich es nicht wage, aus den vorliegenden Bruchstücken auf das Vorkommen von *Pinus* in der fossilen Flora von Neuseeland mit Bestimmtheit zu schliessen und es vorziehe, diese wichtige Entscheidung späteren Untersuchungen auf Grundlage besserer Funde zu überlassen.

Araucaria Haastii sp. n.

Taf. II, Fig. 1, 2; Taf. VI, Fig. 10—12.

A. foliis coriaceis, imbricatis, patentibus, ovato-lanceolatis acuminatis, supra concaviusculis, subtus convexiusculis, tenuissime longitudinaliter striatis, medio carinatis.

Fundorte: Shag Point (Canterbury Museum; Otago Museum); Malvern Hills I (Canterbury Museum).

Die Zweigfragmente Fig. 1 und 2 sind mit dicht aneinander sitzenden abstehenden eilänglichen oder lanzettförmigen, gegen die Spitze zu allmälig verschmälerten Blättern besetzt, deren Abdrücke im Gestein eine steife lederartige Textur anzeigen. Es ist ferner ganz deutlich zu erkennen, dass die obere Fläche derselben etwas concav und die untere etwas convex war. Eine Stachelspitze am Ende scheint zu fehlen. Von einer Nervation bemerkt man nur eine kielartig hervortretende Mittelrippe und sehr feine genäherte und einander parallele Längsstreifen.

Dieselben Eigenschaften konnten auch an einigen anderen Zweigbruchstücken entnommen werden. Einzelne losgetrennte Blätter kommen nicht vor, was wohl andeutet, dass diese dauernd fest mit den Zweigen verbunden waren.

Die Vergleichung dieser Fossilreste mit den Zweigen der *Araucaria chilensis* Mirb. (*A. imbricata* Pavon) zeigt eine überraschende Übereinstimmung. Der einzige Unterschied ist, dass die Blätter der genannten lebenden Art am Ende mit einer starken Stachelspitze versehen sind, während eine solche an den mir vorliegenden Exemplaren der Fossilen nicht wahrgenommen werden konnte.

Die Art ist zu Ehren des um die Geologie Neuseelands hochverdienten Herrn Dr. Julius v. Haast benannt.

In den Tertiärschichten von Malvern Hills hat sich ein versteinertes Holz gefunden, welches mit dem von *Araucaria* am besten zu vergleichen ist und das ich obiger Art einreihe.

Der Querschnitt Fig. 10 zeigt dickwandige rundlich-eckige Tracheiden, welche stellenweise stark verdrückt sind und dadurch ein elliptisches und mehr oder weniger ausgebuchtetes Lumen erhielten. Nur an wenigen Stellen zeigen dieselben ihre ursprüngliche Form, wie an citirter Abbildung zu sehen. Die weit vorgeschrittene Maceration des Holzes ist auch an den Längsschnitten wahrzunehmen. Die besterhaltene Structur an denselben ist auf der Tafel VI in starker Vergrösserung (350 1) zur Anschauung gebracht. Die Markstrahlen sind häufig, aus 1—3 übereinander liegenden Zellreihen bestehend. Im Radialschnitte Fig. 11 fällt vor Allem die Structur der Tracheidenwand auf, welche mit der von *Araucaria* übereinstimmt. Die behöften Tüpfel stehen in 2—4 Reihen dicht gedrängt und sind dementsprechend polyëdrisch abgeplattet. Der Tangentialschnitt Fig. 12 zeigt ziemlich geschlängelt verlaufende Holzzellen und kurze Markstrahlenzüge, welche je aus 4—8 im Querschnitte rundlichen Zellen aufgebaut sind. Die tangentialen Wände haben keine Tüpfel.

Araucaria Danai sp. n.

Taf. I, Fig. 18.

A. ramulis elongatis, foliis coriaceis, lineari-lanceolatis vel linearibus, rigidis, apice acuminatis, falcatis, imbricatis, patentibus.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum; Otago Museum).

Fig. 18 stellt ein Fragment eines verlängerten mit gedrängt stehenden steifen schmalen, etwas sichelförmig nach aufwärts gekrümmten, abstehenden Blättern besetzten Astchens einer *Araucaria*-Form dar. Die Blätter sind flach; an dem Fossil sind viele nur im Längsbruch sichtbar, was bei oberflächlicher Betrachtung zur Meinung führen könnte, dass auch sehr schmale pfriemliche Blätter vorhanden gewesen seien.

Von den lebenden Arten der Gattung scheint *Araucaria brasiliensis* A. Rich. unserer fossilen Art in der Blattbildung näher zu stehen als *A. excelsa* R. Brown, obgleich die letztere eine ähnliche Sichelform der Blätter aufweist.

Ich benannte diese Art nach James Dana, welcher sich Verdienste um die Geologie Neuseelands erworben hat.

Dammara Oweni sp. n.

Taf. I, Fig. 22—24; Taf. II, Fig. 3.

D. foliis coriaceis ovalibus vel oblongis, obtusiusculis, breviter petiolatis, basi angustatis, enerviis, strobilis magnis, ovalibus, squamis parvis, tenuiter transverse carinatis, obovato-cuneatis, apicem versus incrassatis, apice obtusis.

Fundorte: Shag Point; Malvern Hills I (Canterbury Museum; Otago Museum).

Es liegen Blätter, ein Zapfenabdruck und eine Zapfenschuppe dieser Art vor. Die ersteren verrathen eine derbe lederartige Consistenz. Das Blatt Fig. 24 von Shag Point zeigt eine längliche, nach beiden Enden verschmälerte Form, einen kurzen Stiel und eine stumpfliche Spitze. Das Blatt Fig. 22, von derselben Lagerstätte, hat eine breite ovale Form. Diese Blattfossilien zeigen eine feine Längsstreifung und keinen Mittelnerv. Dazwischen liegen noch einige Übergangsformen; sie gehören daher gewiss nur zu Einer Art, welche ich der Gattung *Dammara* zuweise.

Von der *D. Mantelli* der Kreideflora von Pakawau unterscheidet sich diese Art durch die gestielten, nach der Spitze weniger verschmälerten Blätter.

Mit den beschriebenen Blättern fand sich in Shag Point eine *Dammara*-Zapfenschuppe, Fig. 23. Ich erhielt selbe aus dem Otago University Museum. Sie zeigt die innere Fläche und hat eine breite, oben abgerundete Keilform. Der obere Rand ist ein wenig verdickt. Die Länge derselben beträgt 15^{mm}, die Breite 20^{mm}.

Den Zapfenabdruck Taf. II, Fig. 3 von Malvern Hills (aufbewahrt im Canterbury Museum zu Christchurch) glaube ich ebenfalls nur zu *Dammara* stellen zu dürfen. Derselbe ist in seiner Länge, welche mindestens

15^{cm} beträgt, bis auf ein kleines fehlendes Stück an der Spitze, erhalten. In der Breite, welche beiläufig 10^{cm} erreicht haben mag, ist er unvollständig. Der ansehnliche Zapfen hatte somit eine ovale Form und war mit verhältnissmässig kleinen, nahe der Mitte aussen von einem feinen Kiele quer durchzogenen, am oberen Ende etwas gerundeten Schuppen besetzt. Zu diesen passt die oben beschriebene *Dammara*-Schuppe ganz wohl, gehört aber einem etwas grösseren Zapfen an. Der erwähnte feine Querkiel ist an derselben nicht sichtbar, da nur die Aussenfläche einen solchen zeigt.

Hinsichtlich der Grösse und Form der Blätter und der Grösse der Zapfenschuppen entspricht die beschriebene Art am meisten der *Dammara australis* Lamb. Aus diesem Grunde habe ich vermieden, ihre Fossilreste zu trennen. Es unterscheidet sich jedoch die fossile Art von der lebenden durch die nicht sitzenden Blätter und den grösseren Zapfen.

Aus dem Canterbury Museum erhielt ich ein versteinertes *Dammara*-Holz, welches in Amuri gesammelt wurde.

Der Querschnitt dieses Holzes, in Fig. 13 auf Taf. VI in 350maliger Vergrösserung dargestellt, zeigt verhältnissmässig weitere Tracheiden als der Querschnitt der oben beschriebenen *Araucaria*; die Wandungen derselben stark verdickt. Die Markstrahlen sind zahlreich und sehr dünn. Im Radialschnitt Fig. 14, in derselben Vergrösserung wie der Querschnitt dargestellt, fallen die grossen polyëdrischen gehöften Tüpfel, die in 1—3 Reihen stehen, sehr auf. Im Tangentialschnitt Fig. 15, in gleicher Vergrösserung dargestellt, bemerkt man die ovalen bis elliptischen Querschnitte der Zellen der Markstrahlen, die zu 5 -15 aneinandergereiht sind. Ich glaube, erwähntes Holz ebenfalls obiger Art, welche ich zu Ehren des um die Paläontologie Neuseelands hochverdienten Sir Richard Owen in London benenne, einreihen zu sollen.

Dammara uninervis sp. n.

Taf. I, Fig. 20, 21.

D. foliis coriaceis ovalibus, obtusis, basi subsessilibus et nervo mediano apicem versus evanescente instructis; squamis strobili magnis, latis, rotundato-cuneatis, apicem versus incrassatis, apice obtusissimo.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum; Otago Museum).

Das Blatt Fig. 20 zeigt alle Eigenschaften des Blattes der vorigen Art, mit dem einzigen Unterschied, dass an der etwas spitzen Basis ein Mediannerv hervortritt, welcher jedoch schon eine Strecke unterhalb der Spitze verschwindet. Ich glaubte daher nicht zu irren, wenn ich dieses Blatt zu *Dammara* stelle, es aber einer besonderen Art einreihe. In der Annahme einer zweiten *Dammara*-Art für die Flora der Schichten von Shag Point wurde ich auch durch das Vorkommen einer Zapfenschuppe Fig. 21 bestärkt, welche sich von der vorigen Art durch einige Merkmale wohl unterscheidet. Dieselbe ist bedeutend grösser, 37^{mm} breit und 42^{mm} lang, mehr rundlich-keilförmig. Sie entspricht vielleicht am besten den sehr breiten Zapfenschuppen der *Dammara ovata* Moore, welcher auch sehr grosse Zapfen zukommen.

TAXINEAE.

Podocarpus Parkeri sp. n.

Taf. I, Fig. 12—14, 12 *a*.

P. foliis sparsis approximatis patentibus, coriaceis, rectis, linearibus acuminatis, basi subsessilibus angustatis, margine planis; nervo mediano excurrente; fructibus parvis ovalibus, acutis.

Fundort: Shag Point (Otago Museum).

Entspricht dem im nächsten Abschnitte beschriebenen *Podocarpium Ungeri* der Kreideflora Neuseelands, mit welchem die vorliegende Art genetisch verbunden sein mag.

Die Unterschiede in der Tracht der letzteren bestehen nur in den geraden, nicht sichelförmig gebogenen, an der Basis manchmal fast zu einem sehr kurzen Stiele verengten Blättern, welche in gedrängter Stellung steifer abstehen. (S. die Vergr. 12 *a*). Mit den hier dargestellten Zweigbruchstücken fand sich der Abdruck

einer Frucht Fig. 13, welche der von *Podocarpium Ungeri* sehr ähnlich, jedoch mehr eirund und an einem Ende etwas spitz ist. Ich zweifle nicht, dass diese beerenartige Frucht zu den erwähnten *Podocarpus*-Zweigen gehört.

Mit der beschriebenen Art vergleiche ich *Podocarpus Totara* Don., eine gegenwärtig im nördlichen und mittleren Neuseeland lebende Species. In der europäischen Tertiärflora dürfte eine in den Schichten von Leoben vorkommende, der *P. Taxites* Ung. nahe stehende Art als Analogie anzunehmen sein.

Podocarpus Hochstetteri sp. n.

Taf. I, Fig. 15—17; 15 *a* und 16 *a*.

P. ramulis gracilibus, foliis tenuibus basi decurrentibus, ramulorum juniorum distichis approximatis, linearibus, planis, apice acuminato mucronulatis; fructibus parvis globosis.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum; Otago Museum).

Entspricht der in Neucaledonien lebenden *Podocarpus tenuifolia* DC. Die Zweigspindel ist dünn, jedoch der Ansatz der Blätter an derselben herablaufend, wie Fig. 15*a* und 16*a* zeigen. Die genäherten und zweizeilig angeordneten Blätter der jungen Ästchen sind sehr schmal-lineal, 1^{mm} breit, $7—14^{mm}$ lang, gerade, selten etwas sichelförmig gekrümmt, flach, gegen die Spitze zu verschmälert und an dieser mit einem kleinen Dörnchen besetzt. Die älteren Ästchen, welche wahrscheinlich, wie die der *P. tenuifolia* mit kürzeren und weniger abstehenden oder anliegenden Blättern besetzt waren, sind bis jetzt nicht gefunden worden.

In Shag Point ist eine Frucht, Fig. 17, zum Vorschein gekommen, welche sich von der vorhergehenden Art durch die Kugelform und Kleinheit unterscheidet. Sie liegt neben Resten der beschriebenen Art, passt gut zu *Podocarpus* und wird wohl zu derselben gehören. Ich widme diese Art dem Andenken Ferdinand v. Hochstetter's.

Dacrydium prae-cupressinum sp. n.

Taf. I, Fig. 19.

D. ramis ramulisque gracilibus elongatis, foliis approximatis, subdecussatim oppositis, erecto-patentibus vel subimbricatis, subulatis falcatis, basi decurrentibus, apice mucronatis.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Ein Zweigfragment mit einigen davon unter sehr spitzen Winkeln abgehenden schlanken Zweigchen, welche, sowie das Zweigfragment selbst, erkennen lassen, dass die Tracht der Pflanze sehr ähnlich war der von *Dacrydium cupressinum* Soland., einem Prachtbaume der jetztweltlichen Flora Neuseelands.

Wie im II. Theil dieser Arbeit gezeigt wird, ist der *Dacrydium*-Typus schon in der Kreideflora Neuseelands repräsentirt. Die Kreidepflanze, welche ich einer der recenten sich nächst anschliessenden Gattung, *Dacrydinium*, zuwies, weicht durch breitere längliche oder eiförmige Blätter von der oben beschriebenen tertiären Art ab, welche pfriemliche Blätter besitzt. Diese letztere unterscheidet sich von der genannten recenten Art nur durch im Allgemeinen mehr aufrecht abstehende, etwas sichelförmig gekrümmte Blätter.

Zwischen die Kreideform und die tertiäre der neuseeländischen Flora schaltet sich merkwürdigerweise *Dacrydium cupressinoides* Ett. der Tertiärflora Australiens ein, welche lineallanzettliche, also schmälere Blätter besitzt, als die Kreidepflanze, jedoch noch keine pfriemlichen, wie das tertiäre *Dacrydium* Neuseelands, welches als die Vorpflanze des lebenden *D. cupressinum* zu betrachten ist.

Monocotyledones.

NAJADEAE.

Caulinites Otagoicus sp. n.

Taf. III, Fig. 1—3.

C. caulibus simplicibus (?) tenuiter striatis crassis, articulis brevioribus longioribusve, rugis transversis nec non punctis verrucaeformibus notatis; foliis late linearibus, nervis longitudinalibus tenuissimis parallelis, aequalibus.

Fundort: Shag Point (Otago Museum).

Die hier beschriebenen Pflanzentheile können am passendsten nur der Sammelgattung *Caulinites* eingereiht werden, welche Süsswassergewächse mit cylindrischen längsgestreiften, stellenweise gegliederten Stengeln, die mit Ansatznarben von Blättern und Wurzeln besetzt sind, umfasst. Die Blätter dieser Gewächse sind, wo solche gefunden wurden, stets verlängert, lanzettlich oder breitlineal, parallelnervig ohne hervortretenden Mediannerv. Fig. 3 ist ein Fragment des untersten rhizomartigen Stengels, an welchem die Querrunzeln und Narben häufig erscheinen und der eine dicke Kohlensubstanz hinterliess. Diese fehlen aber an dem noch mit entfernt stehenden Knoten versehenen Stengeltheil Fig. 2, welcher eine höhere Partie des Stengels zeigt. Der platte Abdruck, die sehr dünne Kohlensubstanz an demselben und die feinen oft von Querstreifen durchbrochenen Längsstreifen weisen auf eine weiche krautartige Beschaffenheit hin. Fig. 1 stellt ein Fragment des langen breitlinealen Blattes dieser *Caulinites*-Art dar. Es muss, nach der Beschaffenheit des Abdruckes zu schliessen, ein weiches saftiges Blatt gewesen sein.

Diese Reste unterscheiden sich ihren Eigenschaften nach nicht wesentlich von den *Caulinites*-Arten der europäischen Tertiärflora; sie kommen sogar einer Art derselben, dem *C. radobojanus*, nahe. Zu einer genaueren Feststellung der gegenseitigen Beziehung beider Arten fehlt jedoch noch das geeignete Material.

PALMAE.

Seaforthia Zeelandica sp. n.

Taf. I, Fig. 25.

S. foliis maximis, pinnis erecto-patentibus, validis, latis, rachis crassissimae parte marginali inferiore adnatis, basi subattenuatis, nervis primariis 5—7, inaequalibus, interstitiales plures includentibus.

Fundort: Kawarau Basin, Dunstan (Otago Museum).

Ein Bruchstück eines sehr grossen Blattes einer Fiederpalme. Die ganze Breite der Spindel liegt nicht vor, musste aber wenigstens 4—5^{cm} betragen haben. Die Spindel ist der Länge nach gerippt; an der Unterfläche derselben, nächst dem Rande sind die starken, mindestens 4^{cm} breiten Fieder unter spitzen Winkeln eingefügt. Dieselben sind gegen die Basis zu verschmälert, daselbst convex hervortretend. Die Nervation der Fieder zeigt mehrere ungleich stark hervortretende Hauptnerven und zwischen diesen mehrere feinere Längsnerven. Es liegt noch ein zweites Fragment des Blattes dieser Art vor, das aber keine Spindel, sondern nur Fieder zeigt, an welchen die Nervation besser erhalten ist als an dem erstgenannten. Obige Angabe wurde derselben entnommen. Die Vergleichung des beschriebenen Fossils mit den jetzt lebenden Palmen führte zu *Seaforthia robusta* R. Brown, einer prächtigen Palme Australiens, deren Blätter eine ähnliche Einfügung sehr starker Fieder an eine mächtige Spindel und eine ähnliche Nervation zeigt. Das Blatt dieser Palme, deren Spindel an der Basis 4^{cm} in der Breite misst, erreicht eine Länge von 3—4^{m}. Die Blätter der fossilen Art dürften diese Länge noch beträchtlich übertroffen haben.

Es ist bemerkenswerth, dass die Gattung *Seaforthia* in einer nahe verwandten Art auch der Tertiärflora Europas angehört. Die Spindel und Fieder dieser noch unbeschriebenen Art, welche sich in den Schichten von Eibiswald in Steiermark fand, sind jedoch kleiner und die Zahl der Hauptnerven entsprechend geringer.

Dicotyledones.

APETALAE.

CASUARINEAE.

Casuarina deleta sp. n.

Taf. III, Fig. 4, 5, 5 *a*.

C. ramis nodoso-articulatis, aphyllis; articulis cylindricis tenuiter striatis, vaginatis, vaginis adpressis, dentibus lanceolato-linearibus; ramulis tenuibus.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Die beschriebenen, in Fig. 4 abgebildeten Fossilien stellen knotig-gegliederte, fein gestreifte blattlose Äste dar, an welchen zum Theil Scheidenreste sich erkennen lassen, die an den Knoten liegen. Die schmalen kleinen lanzett-linealen Zähne derselben sind angedrückt. Neben diesen Astresten bemerkte man noch viel feinere, welche ebenfalls gegliedert und mit Scheiden besetzt, somit als die Ästchen derselben Pflanze zu betrachten sind. Fig. 5 zeigt ein solches Ästchen in natürlicher Grösse; Fig. 5*a* schwach vergrössert. Es unterliegt keinem Zweifel, dass wir in diesen Fossilien eine *Casuarina* vor uns haben. Es unterscheidet sich dieselbe von der *Casuarina*-ähnlichen Pflanze, welche ich im II. Theile als *Casuarinites cretaceus* beschrieben habe, durch die feineren nicht rippenförmig hervortretenden Längsstreifen der Astglieder und die schmäleren anliegenden Scheidenzähne.

MYRICEAE.

Myrica sub-integrifolia sp. n.

Taf. III, Fig. 13.

M. foliis subcoriaceis, oblongo-spathulatis, ex apice rotundato brevissime et mutice acuminatis, basin versus breviter angustatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario validiusculo, secundariis tenuibus sub angulis acutis egredientibus, tertiariis obsoletis.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Erinnert an *Myrica integrifolia* Ung. der mitteleuropäischen Tertiärflora, ist jedoch von dieser Art durch die kleine Stachelspitze und die dünnere Textur des Blattes verschieden.

Aus dem ziemlich starken Primärnerv entspringen bogenläufige zarte Secundärnerven, die nur an wenigen Stellen sich erhalten haben. Von Tertiärnerven ist keine Spur wahrzunehmen. Dieselben mögen, wie wahrscheinlich auch bei der verwandten *M. integrifolia*, von sehr zarter Beschaffenheit gewesen sein.

Myrica proxima sp. n.

Taf. I, Fig. 14.

M. foliis coriaceis, lanceolato-oblongis, apice breviter, basi longe (?) angustatis, margine denticulatis; nervatione camptodroma, nervo primario valido, secundariis sub angulis vix acutis orientibus, prominentibus, simplicibus vel furcatis, longioribus cum brevioribus alternantibus; nervis tertiariis e latere externo secundariorum sub angulis valde acutis egredientibus; reticulo obsoleto.

Fundort: Malvern Hills I (Canterbury Museum).

Wie die vorhergehende, so vertritt hier auch diese Art eine Art der europäischen Tertiärflora, nämlich die *Myrica lignitum* Ung. Es liegt mir zwar nur das Blattfragment Fig. 14 vor, allein die Merkmale, die dasselbe bietet, weisen nicht nur auf die Gattung *Myrica*, sondern geradezu auf *M. lignitum*, so dass ich die Identität der Species für wahrscheinlich halte. Auf den einzigen vorliegenden unvollständigen Rest hin, wage ich es jedoch nicht, dies sofort anzunehmen und überlasse die endgiltige Entscheidung hierüber späteren Untersuchungen.

Ich erwähne nur noch, um etwaigen Zweifeln über die Annahme der Gattung *Myrica* für die Tertiärflora Neuseelands zu begegnen, dass ich unter den Tertiärfossilien Australiens drei Arten von *Myrica* fand, welche europäischen Tertiärarten nahe verwandt sind. Von denselben schliesst sich *M. Koninki* der *M. proxima* enge an.

Myrica prae-quercifolia sp. n.

Taf. I, Fig. 6–12, 6*a*.

M. fructibus sphaericis, granulosis, foliis subcoriaceis, oblongis, basi breviter cuneiformibus, margine subopposite sinuatis pinnatilobisve, subsessilibus, nervatione camptodroma, nervo primario debili, recto, infra apicem evanescente, nervis secundariis tenuibus, angulis variis acutis egredientibus, simplicibus rectis, nervis tertiariis tenuissimis, reticulo obsoleto.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum; Otago Museum).

Kleine 20—35^{mm} lange und 8—13^{mm} breite, fast sitzende, an der Basis schnell keilförmig verschmälerte, am Rande buchtig oder fiederförmig gelappte Blätter, welche denen der *Myrica quercifolia* L., insbesondere der Varietät *laciniata* sehr ähnlich sind. Wie bei dieser, sind die Lappen der Blätter ungleich breit und lang, bald mehr unter spitzem Winkel, bald mehr wagrecht abstehend, und dementsprechend gehen die selbe versorgenden einfachen Secundärnerven unter verschiedenen spitzen Winkeln ab.

Der Primärnerv ist ziemlich fein und wie bei der genannten lebenden Art unterhalb der Spitze des Blattes fast verschwindend. Von den sehr feinen Tertiärnerven sind nur Spuren (Fig. 6 *a*), das Netz hingegen ist nicht erhalten. Die Deutung dieses Blattfossils als Farnrest ist vollständig ausgeschlossen.

In Shag Point fand sich eine Frucht (Fig. 12), welche zu der von *M. quercifolia* sehr gut passt und welche ich mit den oben beschriebenen Blättern zu einer Art stelle. Die Frucht ist kugelig, hat 6^{mm} im Durchmesser und zeigt eine körnige Oberfläche.

Die beschriebene Art kann daher in jeder Beziehung als ein Vorläufer der gegenwärtig am Cap der guten Hoffnung einheimischen *M. quercifolia* L. betrachtet werden, von welcher sie sich nur durch die im Ganzen verhältnissmässig etwas schmäleren, aber an der Basis weniger verschmälerten Blätter und die etwas grössere Frucht unterscheidet.

BETULACEAE.

Alnus Novae Zeelandiae sp. n.

Taf. III, Fig. 15—17.

A. foliis membranaceis, petiolatis, latiusculis, obovatis vel ellipticis basi obtusis, margine integerrimis vel parce denticulatis; nervatione mixta, camptodroma, hinc inde craspedodroma, nervo primario prominente recto, nervis secundariis angulis 40—50° egredientibus, subrectis vel paullo curvatis, simplicibus vel apice furcatis; nervis tertiariis distinctis, latere externo secundariorum angulis acutis exeuntibus, simplicibus vel ramosis, inter se conjunctis, reticulo inconspicuo.

Fundort: Shag Point; Racacliffgully (Canterbury Museum; Otago Museum).

Erlenblätter, welche man fast zu *Alnus Kefersteinii* Goepp. sp. bringen könnte, so gross ist die Übereinstimmung in allen Merkmalen, mit Ausnahme der Randbeschaffenheit und der Art der Endigung der Secundärnerven. Die Textur ist dünn, krautartig; der Stiel erreicht eine Länge von 18^{mm}, der Rand ist ganz oder nur hie und da mit kleinen entfernt stehenden Zähnchen besetzt, zu welchen die randläufigen Secundärnerven hinziehen. Die übrigen endigen vor dem Rand mit einem kurzen, nach aufwärts gerichteten Bogen. Die unteren Secundärnerven sind an den grösseren Blättern mit Aussennerven besetzt, wie bei den meisten Erlenblättern; ebenso entspringen die Tertiärnerven an der Aussenseite der Secundären wie bei diesen unter spitzen Winkeln und verlaufen einfach oder ästig, um sich untereinander zu verbinden. Ein Blattnetz ist nicht sichtbar; dasselbe dürfte wie bei der Mehrzahl der *Alnus*-Arten schwach entwickelt gewesen sein.

CUPULIFERAE.

Quercus Parkeri sp. n.

Taf. III, Fig. 23.

Q. foliis submembranaceis, petiolatis, oblongo-ellipticis, in superiore parte crenato-lobatis, lobis rotundato-obtusis integerrimis, in inferiore profunde sinuato-lobatis, lobis undulatis vel sublobatis obtusis, nervatione craspedodroma, nervo primario prominente recto, nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, rectis, simplicibus vel inferioribus extus ramulis instructis; nervis tertiariis latere externo sub angulis acutis egredientibus, in superiore parte fere transversis inter se conjunctis, reticulo obsoleto.

Fundort: Shag Point (Otago Museum).

Ein Eichenblatt, welches einer Art der Abtheilung *Lepidobalanus* Endl. und der Gruppe *Robur* angehört. Es ist von dünner, fast häutiger Textur, im Umrisse länglich-elliptisch und mit einem 1^{cm} langen Stiele versehen, der von einer stumpfen Basis abgeht. Der Rand ist oben klein-, fast gekerbt-gelappt, von der Mitte der Lamina an aber buchtig-fiederlappig; die Lappen dieses Theiles sind grösser und am Rande wellenförmig oder gekerbt-gelappt. Die Lappen der Mitte sind am grössten, alle abgerundet-stumpf. Die Nervation zeigt ganz und gar den Typus der gelappten Eichenblätter der genannten Gruppe. Die Vergleichung derselben führte mich zu drei Arten, welche die Fossile in ihren Eigenschaften zu vereinigen scheint. Diese sind *Quercus macranthera* Fisch. et Mey., *Q. mongolica* Fisch. und *Q. pubescens* Willd. Mit der ersteren theilt unsere Art die grössere Zahl der mehr nach aussen abstehenden Lappen, mit der zweiten Art die grössere Zahl der abgerundeten Lappen und die Anordnung der kleineren Lappen am oberen, der grösseren am unteren Theil des Blattes; mit der dritten Art endlich die Form der grösseren Lappen und die Länge des Blattstieles. Es unterscheidet sich die *Quercus Parkeri* von den genannten lebenden Arten, und zwar von *Q. macranthera* durch die mehr ungleichen Blattlappen und den längeren Stiel; von *Q. mongolica* durch die mehr nach aussen abstehenden Lappen und den langen Blattstiel; von *Q. pubescens* durch die grössere Zahl der Lappen, namentlich der kleinen am vorderen Theil des Blattes.

Ich benannte die Art nach Herrn Professor T. J. Parker in Dunedin in Neuseeland.

Quercus deleta sp. n.

Taf. III, Fig. 25.

Q. foliis membranaceis, breviter petiolatis e basi acuta late lanceolatis, margine undulato remote denticulatis; nervatione craspedodroma, nervo primario valido, apicem versus sensim attenuato, subflexuoso, nervis secundariis sub angulis 60—70° orientibus arcuatis, simplicibus vel apice ramosis; nervis tertiariis tenuissimis, angulis acutis exeuntibus; reticulo obsoleto.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Ein mangelhaft erhaltenes Blattfossil, dessen Rand, Umriss und Nervation sich jedoch so viel ergänzen lassen, dass die Bestimmung desselben als Eichenblatt keineswegs allzu unsicher erscheint. Die Textur desselben ist dünn, die Basis etwas verschmälert, kurz gestielt, die Form länglich; die Breite erreicht 4^{cm}, der Rand ist unregelmässig wellenförmig, zugleich mit kleinen spitzen Zähnchen besetzt, zu welchen die bogenförmig gekrümmten Secundärnerven ziehen. Diese entspringen unter wenig spitzen Winkeln aus einem starken, etwas hin- und hergebogenen Primärnerv. Die sehr feinen, meist nicht erhaltenen Tertiärnerven entspringen von der Aussenseite der Secundären unter spitzen Winkeln und sind verbindend. Spuren deuten ein sehr zartes engmaschiges Blattnetz an.

Ich vergleiche das beschriebene Blatt mit den abfälligen Blättern einiger amerikanischen Eichenarten. Besonders scheint es mir denen von *Quercus corrugata* Hook. zu entsprechen.

Unter den bisher bekannt gewordenen fossilen Eichenblättern konnte ich keines finden, das mit dem hier beschriebenen eine bemerkenswerthe Übereinstimmung zeigen würde.

Quercus celastrifolia sp. n.

Taf. III, Fig. 21.

Q. foliis submembranaceis petiolatis, obovato-oblongis, margine serrato-dentatis, nervatione craspedodroma, nervo primario firmo, nervis secundariis sub angulis 30—40° orientibus, laeviter arcuatis, subsimplicibus, nervis tertiariis tenuibus, angulis acutis egredientibus, reticulo obsoleto.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Das Blatt ist von dünnerer, mehr krautartiger Textur, kurz gestielt, länglich verkehrt-eiförmig, gegen die Basis zu stark, gegen die Spitze zu wenig verschmälert. Der mangelhaft erhaltene Rand lässt stellenweise ungleiche Zähne erkennen, die jedoch an der Basis fehlen. Die Secundärnerven gehen vom ziemlich stark

hervortretenden Primärnerv unter auffallend spitzen Winkeln ab. Sie sind gegen den Rand zu convergirend, gegen die Basis zu divergirend gebogen, meist einfach, in den Zähnchen endigend. Die Tertiärnerven sind sehr fein und entspringen von der Aussenseite der Secundären unter spitzen Winkeln. Das Netz hat sich nicht erhalten.

Ich halte dieses Blatt für ähnlich und der Gattung nach übereinstimmend mit den kleinen verkehrteiförmigen oder verkehrt-eilänglichen Blättern der *Quercus aquatica* Walt., welche manchmal vorne mit einigen Zähnchen besetzt sind.

Eine genaue Ermittlung der Verwandtschaft dieser Art mit anderen Eichenformen der Vorwelt muss künftigen Untersuchungen auf Grundlage eines geeigneten Materiales überlassen bleiben. Doch glaube ich schon nach den vorliegenden Eigenschaften des Blattes einerseits von den Eichenarten der europäischen Tertiärflora die *Q. tephrodes* Ung., anderseits von den amerikanischen Tertiärarten die *Q. Ellisiana* Lesq., als nahe stehende Analogie bezeichnen zu können.

Quercus lonchitoides sp. n.

Taf. III, Fig. 20—22.

Q. foliis submembranaceis, petiolatis, lanceolatis vel oblongis, utrinque angustatis, basi aequalibus, vel subinaequalibus, apice acuminatis, margine argute et grosse serratis; nervatione craspedodroma, nervo primario prominente recto; nervis secundariis distinctis, sub angulis 35—45° orientibus, numerosis simplicibus rectis vel subarcuatis, inter se parallelis, nervis tertiariis vix conspicuis.

Fundorte: Shag Point (Otago Museum); Murderer's Creek; Malvern Hills I; Racacliffgully (Canterbury Museum).

Diese Blattfossilien verrathen eine dünnere, kaum lederartige Textur, haben einen Stiel, dessen Länge jedoch nicht bestimmt werden konnte, da derselbe nur unvollständig vorliegt; eine längliche oder lanzettliche gleichseitige oder manchmal an der Basis etwas ungleiche Form, welche nach beiden Enden, gegen die Spitze jedoch stärker verschmälert und am Rande gedrängt grobgesägt ist. Die randläufige Nervation zeigt einen ziemlich stark hervortretenden, geraden, auslaufenden Primärnerv und zahlreiche, fast hervortretende, gerade oder nur wenig gebogene einfache Secundärnerven, welche spitzwinklig entspringend und untereinander parallel die Randzähne versorgen. Tertiärnerven sind wegen der ungünstigen Gesteinsbeschaffenheit kaum erkennbar; doch konnte ich an den Exemplaren (Fig. 21 und 22) einige Tertiärnerven entdecken, die von der Aussenseite der Secundären unter wenig spitzen Winkeln abgehen.

Dass diese Blätter zu *Quercus* gehören, unterliegt keinem Zweifel. Dieselben zeigen die grösste Ähnlichkeit einerseits mit denen der *Q. drymejoides* Ett. der Tertiärflora von Dalton bei Gunning in Neu-Süd-Wales (s. meine Beitr. zur Tertiärfl. Australiens, Denkschr. I., Bd. XLVII., S. 117, Taf. II, Fig. 2), anderseits mit den Blättern der *Q. Lonchitis* Ung. der europäischen Tertiärflora, zwischen welchen sie in Bezug auf Grösse, Form und Zahnung die Mitte halten. In der Nervation ist kein Unterschied zu entdecken.

Man entnimmt schon aus den wenigen hier abgebildeten Blattfossilien, dass sowohl die Grösse als die Randbeschaffenheit des Blattes einigen Abänderungen unterliegt. Fig. 20 von Murderer's Creek kommt bezüglich der mehr hervortretenden Zähne dem Blatte der oben citirten *Q. drymejoides* am nächsten.

Dryophyllum dubium sp. n.

Taf. III, Fig. 19, 19 *a*; Taf. IV, Fig. 6.

D. foliis coriaceis, anguste lanceolatis, basi rotundata petiolatis, apicem versus sensim attenuatis, irregulariter spinoso-dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario prominente recto, apicem versus attenuato, secundariis distinctis, sub angulis 55—65° orientibus, numerosis approximatis flexuosis, leviter curvatis, apice furcatis, ramo antico marginem adscendente, postico craspedodromo; nervis tertiariis e latere externo sub angulis acutis egredientibus, tenuissimis ramosis, in rete irregulariter polygono coeuntibus.

Fundort: Landslip Hill (Otago Museum).

Die abgebildeten, in derselben Schichte neben einander gefundenen Reste scheinen zu einer Art zu gehören, wenngleich das Basalstück Fig. 19 noch etwas zweifelhaft ist. Die Nervation (Fig. 19*a*) und Blattform sprechen für *Dryophyllum*, wo *D. lineare* Sap. der fossilen Flora von Sézanne unserer Art am nächsten steht. Dieses hat jedoch mehr gebogene, nach dem Rande aufsteigende Secundärnerven. Von dem in der Kreideflora von Pakawau vorkommenden und im II. Theile beschriebenen *D. Nelsonense* m. unterscheidet sich die vorliegende Art durch die dornig-spitzigen Randzähne, die geschlängelten gabeltheiligen Secundärnerven und die sehr feinen Tertiärnerven.

Fagus ulmifolia sp. n.

Taf. IV, Fig. 4, 4 *a*, 5.

F. foliis membranaceis, breviter petiolatis, oblongis vel lanceolatis, basi rotundatis vel obtusiusculis, apice angustatis acutis acuminatisve, margine irregulariter vel duplicato-dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario prominente recto, nervis secundariis numerosis approximatis, sub angulis 40—50° orientibus, distinctis, rectis vel paullo arcuatis, simplicibus rarius furcatis; nervis tertiariis tenuissimis rectangularibus, ramosis, inter se conjunctis; reticulo obsoleto.

Fundorte: Shag Point; Wangapeka (?) (Canterbury Museum).

Eine Reihe von Blattfossilien aus Shag Point machte es möglich, sowohl über die Gattung, welcher selbe angehören, als auch über den Formenkreis der Art Aufschluss zu erhalten. Es sind kurz gestielte längliche oder lanzettliche Blätter von zarterer Textur, welche insbesondere bezüglich des unregelmässig, zum Theil doppeltgezähnten Randes und der gedrängten parallelen, schwach bogenförmig gekrümmten Secundärnerven auf den ersten Blick für *Ulmus*-Blätter gehalten werden könnten. Die Basis derselben ist jedoch niemals schief wie bei *Ulmus*, sondern symmetrisch abgerundet, die Spitze bald mehr, bald weniger vorgezogen. Die Randzähne sind sehr klein, wenig nach aussen abstehend und mehr nach vorne gerichtet; die doppelte Zahnung tritt, wo selbe nachgewiesen werden kann, nicht scharf hervor und geht allmälig in die unregelmässige über. Der Primärnerv ist nicht stark und tritt nur an der Basis hervor, wo derselbe aus einem 4^{mm} langen Blattstiele entspringt. Die unter spitzen Winkeln entspringenden Secundärnerven sind ziemlich fein, selten geradlinig, meistens etwas convergirend zum Rande gebogen, ungetheilt oder hin und wieder gabeltheilig. Dieselben endigen in der Regel in den Zahnspitzen, bisweilen aber auch in Zahnbuchten. Letzteres ist bei *Ulmus* niemals gesehen worden, kommt aber bei einigen *Fagus*-Arten normal vor. Bei einem an der Basis fast herzförmig ausgerandeten Blatt sind an den untersten Secundärnerven einige kurze, nicht hervortretende Aussennerven entwickelt. Das Blattnetz hat sich nicht, die sehr feinen genäherten, von beiden Seiten der Secundärnerven unter rechtem Winkel abgehenden Tertiären haben sich nur an wenigen Fossilien und nur stellenweise erhalten Von Wangapeka liegt ein Blatt vor, welches ich nicht mit Sicherheit hieher bringen konnte, da die Erhaltung desselben Manches zu wünschen übrig lässt.

Die Vergleichung dieser Blattfossilien mit den entsprechenden Formen der Lebewelt ergab, dass hier nur die Gattung *Fagus* angenommen werden kann. Es erwiesen sich zwei Arten, *F. procera* Poepp. et Endl. und *F. alpina* Poepp. et Endl., beide in Chili einheimisch, als die nächsten Verwandten der beschriebenen Fossilien. Bei der ersteren laufen die Secundärnerven zu den Zahnspitzen, bei der *F. alpina* hingegen zu den Zahnbuchten. Da nun bei der fossilen Art sowohl das Eine als das Andere vorkommt, so weist diese Vereinigung der Merkmale offenbar auf einen gemeinsamen Ursprung hin, den die genannten lebenden Arten aus der fossilen genommen haben müssen. Die Blätter dieser Tochterarten sind gewöhnlich viel kleiner als die der Stammart, manchmal erreicht aber das Blatt der *F. procera*, wie ein in dem Herbarium von Kew Gardens vorliegendes Exemplar zeigt, vollständig die Dimensionen des Blattes der *F. ulmifolia*. Das Blatt der *F. alpina* erreicht eine Länge von 33^{mm} und eine Breite von 13^{mm}. (S. Ettingsh. Blattskel. d. *Apetalen*, Denkschr. Bd. XV, Taf. VIII, Fig. 6.)

Fagus Nimnisiana Ung.

Taf. IV, Fig. 1.

Unger, Fossile Pflanzenreste aus Neu-Seeland, Novara-Werk, I. Bd., 2. Abth., S. 6, Taf. III, Fig. 1—9.

Fundort: Shag Point (Otago Museum).

Das Blattfossil Fig. 1 von Shag Point zeigt eine sehr auffallende Annäherung einerseits zur tertiär-europäischen *Fagus Deucalionis*, anderseits zur nordamerikanischen *F. ferruginea*. Die Secundärnerven sind geradlinig, genähert und treten ziemlich scharf hervor. Die Tertiärnerven haben sich nicht erhalten. Die Randzahnung ist so wie bei *F. Nimnisiana* und die Form passt vollkommen zu dem von Unger am citirten Orte in Fig. 6 abgebildeten Blattfragment.

Fagus Lendenfeldi sp. n.

Taf. III, Fig. 18; Taf. IV, Fig. 2, 3.

F. foliis coriaceis, petiolatis, ovato-oblongis vel lanceolatis, basi obtusissimis vel truncatis, apicem versus angustatis, margine irregulariter dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario firmo, prominente recto; nervis secundariis numerosis, sub angulis 40—50° orientibus, prominentibus, rectis vel divergenti-arcuatis, simplicibus, basilaribus extrorsum ramosis; nervis tertiariis e latere externo secundariorum sub angulis acutis exeuntibus; reticulo obsoleto; nuculis ovali-trigonis, striatis.

Fundort: Malvern Hills I. (Canterbury Museum).

In einem sandigen eisenschüssigen Gesteine der genannten Localität fand man einige Abdrücke von Buchenblättern, welche bei näherer Untersuchung sich von den bisher bekannt gewordenen durch mehrere Eigenschaften unterscheiden. Die Textur der Blätter muss nach den Eindrücken, welche selbe im Gestein hinterliessen, ziemlich derb, jedenfalls lederartig gewesen sein. Der Stiel erreichte, wie an Fig. 3 zu sehen — wobei ich bemerken muss, dass ich mir nicht die Überzeugung verschaffen konnte, denselben vollständig herauspräparirt zu haben — mindestens eine Länge von 1^{cm}. Die Basis des Blattes ist, wo selbe vollständig vorliegt, mehr abgeschnitten als abgerundet-stumpf; die Randzähne erscheinen, wo dieselben trotz der groben und der Erhaltung zarterer Theile ungünstigen Gesteinsbeschaffenheit noch zu erkennen sind, ungleich oder bilden eine doppelte Zahnung. Die zahlreichen Secundärnerven sind oft an ihrem Ursprung divergirend gebogen, die grundständigen mit hervortretenden Aussennerven besetzt. Die Tertiärnerven entspringen nach aussen unter spitzen Winkeln.

Mit den beschriebenen Blättern fand sich in Malvern Hills I ein Fruchtfossil, Fig. 2, welches seinen Eigenschaften nach als ein Buchennüsschen zu betrachten ist und daher zu derselben Art gehören dürfte.

Der lederartigen Textur des Blattes wegen ist diese Art in die Abtheilung *Nothofagus* zu stellen, während sie sich der Form und Nervation des Blattes nach den Arten der Abtheilung *Eufagus* anschliesst. Von der vorhergehenden Art unterscheidet sie sich nicht nur durch die derbere Textur, sondern auch durch die stumpfe oder abgeschnittene Blattbasis und die hervortretenden Aussennerven an den grundständigen Secundärnerven. Scheint der australisch-tertiären *Fagus Wilkinsoni* Ett. zu entsprechen.

Ich widme diese Art dem Herrn Dr. R. v. Lendenfeld, welcher sich um die Erforschung Neuseelands Verdienste erworben hat.

ULMACEAE.

Ulmus Hectori sp. n.

Taf. IV, Fig. 8.

U. foliis membranaceis, lanceolatis acuminatis, grosse crenato-dentatis, nervatione craspedodroma, nervo primario debili, nervis secundariis sub angulis 40—45° orientibus, tenuibus, simplicibus, paullo curvatis, nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Shag Point (Otago Museum).

Erinnert an schmale Blätter der *Ulmus Braunii* Heer (vergl. Tertiärfl. d. Schweiz, II, Taf. 79, Fig. 17), unterscheidet sich aber von diesen schon durch die grobe und einfache Randzahnung. Auch kommen schmale Blattformen der *Planera Ungeri* dem Fossil sehr nahe, und es erscheint demzufolge zweifelhaft, ob dasselbe zu *Ulmus* zu stellen ist. Hierüber müssen selbstverständlich vollständiger erhaltene Exemplare Aufschluss geben. Jetzt möge nur die Wahrnehmung genügend sein für die Wahl der Gattung, dass bei *Planera* so spitze Abgangswinkel der Secundärnerven ungewöhnlich sind, während solche bei *Ulmus* oft vorkommen.

Planera australis sp. n.

Taf. IV, Fig. 9.

P. foliis breviter petiolatis, membranaceis, ovatis vel ovato-oblongis, basi rotundata subinaequali, apice acuminatis, margine grosse dentatis, dentibus obtusiusculis antrorsum versis; nervatione craspedodroma, nervo primario prominente recto, apicem versus valde attenuato; nervis secundariis sub angulis 55—65°, inferioribus sub obtusioribus orientibus, tenuibus, subcurratis; nervis tertiariis angulo subrecto egredientibus, tenuissimis, plerumque obsoletis.

Fundort: Shag Point (Otago Museum); Malvern Hills I; Murderer's Creek (Canterbury Museum).

Zeigt eine ausserordentlich grosse Ähnlichkeit mit der in der europäischen Tertiärflora und auch im nordamerikanischen Tertiär verbreiteten *Planera Ungeri* m. So weit die Merkmale dieser Blätter verglichen werden können, war es mir nicht möglich, einen Unterschied zu entdecken, so dass, wenn die neuseeländischen *Planera*-Reste aus europäischen Tertiärschichten vorlägen, wir selbe ohneweiters zu *P. Ungeri* bringen würden. Da jedoch an diesen Resten die Tertiärnerven mangelhaft und das Netz gar nicht erhalten ist, somit bezüglich dieser Merkmale eine genaue Vergleichung derzeit nicht gemacht werden konnte, so muss die Entscheidung hinsichtlich der Identität der Species künftigen Untersuchungen vorbehalten und die neuseeländische *Planera*-Art vorläufig unter obige Benennung gebracht werden.

MOREAE.

Ficus sub-lanceolata sp. n.

Taf. IV, Fig. 7.

F. foliis coriaceis oblongis, integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario valido recto, nervis secundariis sub angulis 65—85° orientibus, firmis prominentibus, valde arcuatis, marginem versus inter se conjunctis; nervis tertiariis prominentibus, fere rectangularibus, flexuosis, ramosis, inter se conjunctis, reticulo obsoleto.

Fundort: Shag Point (Otago Museum).

Entspricht einerseits der *Ficus lanceolata* Heer, andererseits der *F. Burkei* m., ist aber von beiden durch die stärkeren genäherten, unter stumpferen Winkeln abgehenden Secundärnerven verschieden, überdies von letzterer Art noch durch die unter nahezu rechtem Winkel entspringenden Tertiärnerven. Diese sind stark hin- und hergebogen, ästig und bilden ein lockeres hervortretendes Maschennetz, in welchem sich noch ein sehr feines ausgebreitet haben mag, das jedoch verloren ging. Der Rand des Blattfossils ist theilweise zerstört; man konnte jedoch entnehmen, dass er ungezähnt ist. Der Überrest der verkohlten Substanz an den stärkeren Blattnerven weist auf eine derbe lederartige Substanz hin.

MONIMIACEAE.

Hedycarya praecedens sp. n.

Taf. IV, Fig. 19.

H. foliis coriaceis, lanceolato-oblongis, utrinque angustatis, margine dentatis; nervatione brochidodroma, nervo primario firmo, recto, versus apicem attenuato, nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, distinctis, arcuato-flexuosis, ramosis, laqueos marginales 1—2 seriatos formantibus; nervis tertiariis angulo subrecto exeuntibus tenuibus, vix conspicuis.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Schliesst sich einerseits der jetztlebenden *Hedycarya Australasica* DC., anderseits der bis jetzt nur im Polirschiefer von Kutschlin bei Bilin gefundenen *H. europaea* Ett. (Tertiärfl. von Bilin, II, Denkschr., Bd. XXVIII, S. 191, Taf. 30, Fig. 3, 4) gut an. Das vorliegende Blattfossil lässt sich zu einem länglichen oder fast lanzettlichen Blatte ergänzen, das eine Länge von beiläufig 15^{cm} erreichte. Die Breite beträgt 5^{cm}. Die Lamina war nach beiden Enden verschmälert; der Rand zeigt ziemlich grosse gedrängt stehende Zähne, deren Spitzen nach aussen gekehrt sind. Der Primärnerv tritt scharf hervor, ist aber schwächer als bei der *H. europaea*; die Secundärnerven entspringen in Entfernungen von $10—16^{mm}$ von einander, während dieselben bei der genannten Art geringer sind. Die Randschlingen und die Tertiärnerven sind der ungünstigen Beschaffenheit des Gesteins wegen nur undeutlich wahrzunehmen.

LAURINEAE.

Cinnamomum intermedium n. sp.

Taf. IV, Fig. 20—22.

C. foliis petiolatis, coriaceis, oblongis, basi acutis vel angustato-productis, margine integerrimis; nervatione acrodroma, nervo primario valido, recto; nervis secundariis prominentibus, infimis suprabasilaribus curvatis, elongatis, a margine remotis, reliquis sub angulis 45—60° orientibus, nervis tertiariis transversis, inter se remotis.

Fundorte: Shag Point; Racacliffgully (Canterbury Museum).

Schaltet sich zwischen *Cinnamomum polymorphum* A. Braun sp. und *C. polymorphoides* M'Coy ein, mit welchen es die Form, Textur des Blattes, sowie den Charakter der Nervation gemein hat. Von der ersteren unterscheidet sich die beschriebene Art durch die zahlreicheren, vorherrschend unter spitzeren Winkeln entspringenden Secundärnerven, welche sich den spitzläufigen mehr nähern; von der letzteren durch die suprabasilaren, vom Rand mehr abstehenden spitzläufigen Nerven und die spitzeren Ursprungswinkel der übrigen Secundärnerven. Späteren Funden muss es vorbehalten bleiben, zur Entscheidung zu führen, ob diese Arten durch Übergänge verbunden und demnach zu vereinigen oder als selbstständig zu betrachten sind.

Laurophyllum tenuinerve sp. n.

Taf. IV, Fig. 11.

L. foliis coriaceis, petiolatis, lanceolato-oblongis, basi acutis, nervatione camptodroma; nervo primario prominente, apicem versus valde attenuato, nervis secundariis tenuibus, paucis, inter se remotis, sub angulis 50—60° orientibus; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Ein gestieltes längliches, nächst der Spitze zerstörtes Blattfossil, welches daselbst ergänzt, eine nahezu lanzettliche Form darbietet. Der Stiel ist 13^{mm} lang, der Rand ungezähnt, die Textur auffallend lederartig. Aus einem bis zur Mitte der Lamina stark hervortretenden Primärnerv gehen feine, im Mittel 10^{mm} von einander entfernte ungetheilte Secundärnerven ab, welche sich gegen den Rand zu in schwachem Bogen verlieren. Der ungünstigen Gesteinsbeschaffenheit wegen sind die Tertiärnerven und das Blattnetz nicht wahrnehmbar; nach einigen Andeutungen des letzteren zu schliessen, war dasselbe aus sehr zarten und engen gleichgestalteten Maschen gebildet. Dieses Fossil hat ganz und gar das Aussehen von solchen der Leobener Braunkohlenflora, welche ich als zu *Laurus phoeboides* gehörig bestimmt habe. Die Secundärnerven desselben sind eben so fein und bogenläufig, das Netz ist sehr zart und engmaschig, sowie bei vielen lebenden Laurineen. Dasselbe möge jedoch vorläufig so lange unter der Bezeichnung *Laurophyllum* verbleiben, bis aus besserem Material mehr sichere Anhaltspunkte für die genauere Bestimmung der Gattung gewonnen werden können.

Daphnophyllum australe sp. n.

Taf. IV, Fig. 10.

D. foliis coriaceis petiolatis, ovalibus, basi obtusiusculis, margine integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario crasso, recto; nervis secundariis sub angulis 40—50° orientibus, paucis, paullo arcuatis, simplicibus; nervis tertiariis inconspicuis.

Fundort: Wekapass (Canterbury Museum).

Der über 2^{mm} dicke und 14^{mm} lange Stiel erscheint der Lamina etwas schief eingefügt, was ich bei *Daphnophyllum*-Blättern öfters beobachtet habe. Aus einem mächtigen Primärnerv entspringen jederseits nur wenige in schwachem Bogen aufsteigende Secundärnerven in Entfernungen von 13—17^{mm} von einander. Feinere Nerven haben sich nicht erhalten, aber Spuren derselben deuten ein äusserst zartes kleinmaschiges Netz an. Das Fossil verräth einige Ähnlichkeit mit *Daphnophyllum ellipticum* Heer der Kreideflora von Moletein in Mähren, unterscheidet sich aber durch die geringere Zahl und die grösseren Distanzen der Secundärnerven.

SANTALACEAE.

Santalum sub-acheronticum sp. n.

Taf. IV, Fig. 12.

S. foliis petiolatis coriaceis ovato-oblongis, utrinque obtusiusculis, margine integerrimis, nervatione hyphodroma, nervo primario vix prominente, apicem versus evanescente; nervis secundariis vix conspicuis.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Der etwas gekrümmte Stiel ist 6^{mm} lang, einer stumpflichen, wenig verengten Blattbasis eingefügt und in einen kaum deutlich hervortretenden, im weiteren Verlauf alsbald verschwindenden Primärnerv übergehend. Von Secundärnerven sind nur am unteren Theil der Lamina Spuren zu sehen. Das Blattfossil zeigt seiner Grösse, Textur und Form nach die grösste Ähnlichkeit mit denen von *Santalum acheronticum* Ett. der europäischen Tertiärflora und scheint von diesen nur durch die viel feineren Nerven verschieden zu sein, worüber künftige Untersuchungen auf Grund eines besseren Materials Auskunft geben dürften.

PROTEACEAE.

Dryandra comptoniaefolia sp. n.

Taf. IV, Fig. 14—18, 18 *a*; Taf. V, Fig. 9—12.

D. foliis coriaceis breviter petiolatis, lanceolato-linearibus, basi apiceque longe angustatis, subopposite pinnatilobis, lobis medio aequalibus, antrorsum et deorsum decrescentibus, confluentibusque, ovatis vel rhombeis, integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario distincto, recto, nervis secundariis in quovis lobo 1—3, angulo recto vel subrecto egredientibus, simplicibus, rete vix conspicuo.

Fundort: Murderer's Creek (Canterbury Museum).

Die Blattabdrücke haben, obgleich das Gesteinsmaterial ungünstig ist, doch das Aussehen, als ob die denselben zu Grunde liegenden Blätter nicht derb, sondern mehr zart lederartig gewesen wären. Die Lamina ist mehr lineal als lanzettlich und verschmälert sich nach beiden Enden ziemlich gleichmässig und lang, nach der Basis in einen kurzen Stiel. Die Lappen variiren in ihrer Stellung, Grösse und Form. Am häufigsten sind dieselben einander ganz oder nahezu gegenüberstehend, selten abwechselnd. In der Mitte der Lamina sind sie am grössten; nach beiden Enden nehmen sie allmälig an Grösse ab, daselbst oft zusammenfliessend, so dass die Enden nur gezähnt erscheinen. Die Form der Lappen schwankt zwischen dem Eiförmigen und Rhombischen; die Spitze derselben ist bald kurz verschmälert, bald stumpf. Die Secundärnerven, aus einem verhältnissmässig wenig hervortretenden Primärnerv unter Winkeln von 75—90° entspringend, laufen 1—3 zu jedem Lappen. (S. die Vergrösserung Fig. 18 *a*.) Nur einer derselben tritt hervor und stellt den Mittelnerv des

Lappens dar; die übrigen sind sehr fein und meist verwischt. Von einem Blattnetz ist meist nichts sichtbar, was aber wohl der mangelhaften Erhaltung in dem sandigen Material zuzuschreiben ist, falls ersteres eine sehr zarte Beschaffenheit hatte. An einem Lappen konnte ich Netzmaschen entdecken, welche denen von *Dryandra*-Arten ähnlich sind.

Die beschriebenen Blattfossilien haben grosse Ähnlichkeit einerseits mit denen der *Dryandra Benthami* Ett. der Tertiärflora Australiens, anderseits mit denen der *D. acutiloba* Ett. der Tertiärflora von Bilin. Sie sind von beiden durch die zartere Textur und die Nervation verschieden. Mit Arten von *Gleichenia* können dieselben, obwohl die Ähnlichkeit keine geringe ist, bei Berücksichtigung der Nervation nicht verwechselt werden.

GAMOPETALAE.

APOCYNACEAE.

Apocynophyllum elegans sp. n.

Taf. V, Fig. 1.

A. foliis coriaceis petiolatis, lanceolatis, basi attenuatis, margine integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario valido, prominente, nervis secundariis sub angulis 75 –85° orientibus subtilibus, numerosis, approximatis, subparallelis, flexuosis; nervis tertiariis irregulariter sub angulis variis insertis, abbreviatis, dictyodromis, rete macrosynammatum formantibus.

Fundort: Landslip Hill (Otago Museum).

Ein ansehnliches wohlerhaltenes Blattfossil, dessen Bestimmung als zu den Apocynaceen gehörig keinem Zweifel unterliegt. Vom Blattstiel ist ein 13^{mm} langes Stück erhalten; da das Gestein daselbst abgebrochen, so lässt sich die Länge des Stieles nicht genau angeben. Die Textur war lederartig. Die Nervation zeigt einen starken geraden Primärnerv, der gegen die Spitze zu sich beträchtlich verfeinert; zahlreiche genäherte nahezu rechtwinklig entspringende feine geschlängelte Secundärnerven, welche vor dem Rande durch feine Anastomosenschlingen untereinander verbunden sind. Die unter verschiedenen Winkeln unregelmässig entspringenden Tertiärnerven sind kurz, sogleich verästelt und in ein aus unregelmässig eckigen, ziemlich lockeren Maschen bestehendes Netz aufgelöst. *Apocynophyllum helveticum* Heer aus der Tertiärflora der Schweiz, *A. alstonioides* Heer und *sumatrense* Heer der Tertiärflora von Sumatra, sowie *A. Mac Kinlayi* m. der australischen Tertiärflora können als analoge Arten betrachtet werden, von welchen sich die beschriebene nur durch eine reicher entwickelte Netzbildung zu unterscheiden scheint.

Apocynophyllum affine sp. n.

Taf. IV, Fig. 13.

A. foliis petiolatis, lanceolatis, basi attenuatis, margine integerrimis, nervatione camptodroma, nervo primario debili, recto, nervis secundariis sub angulis 70—80° orientibus, tenuibus, numerosis, parallelis, leviter arcuatis; nervis tertiariis tenuissimis, angulo recto exeuntibus.

Fundort: Landslip Hill (Otago Museum).

Das Blattfossil Fig. 13 ist zwar unvollständig erhalten, lässt sich aber mit ziemlicher Sicherheit zu einem gestielten, lanzettlichen, nach der Basis verschmälerten Blatte ergänzen. Die Textur scheint zart gewesen zu sein. Der Primärnerv ist dünn, geradlinig; die Secundärnerven entspringen unter sehr wenig spitzen Winkeln, sind fein, einander parallel und schwach gebogen. Von den Tertiärnerven lässt sich nur an zwei Stellen des Fossils entnehmen, dass dieselben rechtwinklig entspringen. Das Fossil zeigt die meiste Übereinstimmung mit *Apocynophyllum Tabernaemontana* Ung., Syll. plant. foss. III, Taf. IV, Fig. 9, aus der fossilen Flora von Radoboj, welches ich für die der beschriebenen nächst verwandte Art halte. Da an dem von Unger a. a. O. abgebildeten Blattfossil die Tertiärnerven nicht erhalten sind, so muss eine eingehendere Vergleichung und Feststellung der unterscheidenden Merkmale einer späteren Zeit vorbehalten bleiben. Inzwischen kann aber mit Wahrscheinlichkeit die Verschiedenheit dieser Arten angenommen werden.

EBENACEAE.

Diospyros Novae Zeelandiae sp. n.

Taf. V, Fig. 4, 4 *a*.

D. foliis subcoriaceis, lanceolato-oblongis, utrinque angustatis, integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario valido, recto excurrente, nervis secundariis sub 55—65° orientibus, tenuibus flexuosis ramosisque, nervis tertiariis e latere externo secundariorum sub angulis acutis exeuntibus.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Die Textur ist, nach dem Eindruck des Randes des Fossils im Gestein zu schliessen, mehr lederartig als krautartig; die lanzettliche Form nach der Basis stärker als nach der Spitze verschmälert; der Rand ungezähnt. Die Nervation zeigt einen starken hervortretenden geradlinigen Primärnerv, aus dem feine geschlängelte Secundärnerven unter wenig spitzen Winkeln entspringen. Die Entfernung der letzteren von einander beträgt im Mittel 1^{cm}. Die schiefwinklig eingefügten Tertiärnerven sind sehr fein und nur an wenigen Stellen des Fossils sichtbar. (S. die Vergrösserung der Nervation Fig. 4 *a*.)

Das Blattfossil zeigt in der Form und Nervation die meiste Übereinstimmung mit denen von *Diospyros lotoides* Ung., Syll. plant. foss. III, Taf. X, Fig. 1—12, unterscheidet sich aber von denselben durch eine etwas derbere Textur und feinere Secundärnerven. In letzterer Beziehung gleicht das beschriebene Fossil mehr dem Blatte der *D. sagoriana* Ett., mit welchem es auch in der Form und Textur übereinstimmt, doch hat dieses eine andere Anordnung der Secundärnerven.

DIALYPETALAE.

ARALIACEAE.

Aralia Tasmani sp. n.

Taf. V, Fig. 13, 13 *a*, 14.

A. foliis coriaceis longe petiolatis, palmatim 3—5 lobatis, lobis lobatis vel irregulariter grosse dentatis, basi coarctatis, margine integerrimo vel irregulariter dentatis; nervatione actinodroma, nervis primariis 3—5, firmis prominentibus, medio validiore, nervis secundariis sub angulis 30—40° orientibus, prominentibus, rectis, plerumque craspedodromis, nervis tertiariis sub angulis acutis exeuntibus, simplicibus vel ramosis, inter se conjunctis; reticulo obsoleto.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Die in Fig. 13, 14 abgebildeten Blattfossilien gehören ohne Zweifel zu *Aralia*. Vom Blattstiele ist bei Fig. 14 ein 29^{mm} langes Stück erhalten, er ist aber am unteren Ende abgebrochen, war also jedenfalls noch länger. Die Blattsubstanz dürfte, nach dem Abdruck und dem Überreste der Verkohlung zu schliessen, mehr lederartig als krautartig gewesen sein. Die grösseren Blattlappen sind wie bei vielen *Aralia*-Arten an der Basis verengt, wodurch die Lamina eigenthümliche gerundete Ausschnitte erhält. Der Rand der Lappen ist theils klein-gelappt, theils mit einigen stumpfen Zähnen unregelmässig besetzt. Die Nervation zeigt drei oder fünf Hauptnerven, von denen der mittlere nur wenig stärker hervortritt. Die seitlichen Basalnerven vereinigen sich bei Fig. 13 kurz oberhalb der Basis, so dass hier an der Basis selbst nur drei Hauptnerven vorhanden sind, wie dies bei *Aralia*-Arten nicht selten vorkommt. Die Secundärnerven entspringen unter ziemlich spitzen Winkeln; am Mediannerv wechseln stärkere mit schwächeren zu beiden Seiten desselben ab; an den seitlichen Basalnerven gehen die stärkeren Secundärnerven vorwiegend an der Aussenseite ab. Diese und ihre Äste laufen meist den Spitzen der Lappen und grösseren Zähne zu; wo dies nicht der Fall ist, bilden sie Schlingen. Die Tertiärnerven treten ziemlich stark hervor und durchziehen in querer Richtung zu ihren Haupt- und Secundärnerven die Blattfläche wie bei *Aralia*-Blättern, und zeigen auch dieselbe Distanz von einander wie bei diesen. Das Blattnetz ist nicht erhalten; doch verrathen Spuren desselben ähnliche lockere Maschen wie beim Blatte von *Aralia dissecta* Lesq. und denen anderer verwandten Arten. (S. die Vergrösserung der

Nervation Fig. 12 *a*.) Durch die vermehrten Lappen und randläufigen Nerven weicht das Fossil von den entfernt ähnlichen, gelappten *Ficus*-Blättern, z. B. der *F. Carica* ab.

Von den bis jetzt bekannt gewordenen fossilen *Aralia*-Arten kann nur die *A. dissecta* Lesq. der nordamerikanischen Tertiärflora namhaft gemacht werden, welche der beschriebenen auffallend nahe kommt. Es unterscheidet sich jedoch unsere Art von derselben durch die kleinere Zahl der Hauptnerven und die geringere Entwicklung der Blattlappen.

LORANTHACEAE.

Loranthus Otagoicus sp. n.

Taf. V, Fig. 2.

L. foliis coriaceis breviter petiolatis, ovatis, basi rotundatis, apice obtusis, integerrimis, nervatione acrodroma, nervo primario basi prominente, apicem versus subevanescente, nervis secundariis basalibus sub angulis 40—50° cum primario divergentibus, reliquis inconspicuis.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Ein kleines kurz gestieltes eiförmiges, an der Basis abgerundetes, an der Spitze stumpfes Blatt, welches von drei Nerven durchzogen ist, von welchen der mittlere an der Basis stärker hervortritt, in seinem weiteren Verlaufe aber, sowie auch die seitlichen, undeutlich wird oder verschwindet. Ausser den erwähnten Nerven sind keine sichtbar. Die Textur kann noch als derb, lederartig bezeichnet werden. Es scheint mir dieses Blatt in seinen Eigenschaften am meisten den Blättern von *Loranthus*-Arten zu gleichen, namentlich von *L. tetrandras* R. et P. (s. Ettingsh., Blattskel. d. Loranthaceen, Denkschr., Bd. XXXII, Taf. V, Fig. 9—12), bei welchen ausser den 3—5 grundständigen Nerven nur einige wenige feine Secundär- und Tertiärnerven sichtbar sind, welche in einem der Erhaltung ungünstigen Gestein leicht verschwinden könnten.

ACERINEAE.

Acer sub-trilobatum sp. n.

Taf. V, Fig. 7, 7 *a*.

A. foliis longe petiolatis, palmato-trilobis, lobis inaequalibus, lobo medio lateralibus longiore et latiore, sinubus angulum acutum formantibus, margine inaequaliter dentatis; nervatione actinodroma, nervo medio longiore prominente, nervis basilaribus lateralibus cum priore angulis 20—30° includentibus, extus ramosis; nervis secundariis sub angulis 20—30° orientibus, plus minusve adscendentibus, craspedodromis; nervis tertiariis tenuissimis sub angulis acutis exeuntibus, inter se conjunctis.

Fundort: Shag Point, mit *Fagus ulmifolia* (Canterbury Museum).

Ist in der Blattbildung dem *Acer trilobatum* A. Braun sehr ähnlich, so dass es schwer hält, hierin einen Unterschied zu entdecken. Die genannte Art hat einen ziemlich grossen Formenkreis; die Abänderungen erstrecken sich fast auf alle Eigenschaften des Blattes. Unserem in Fig. 7 abgebildeten Blattfossil kommt in Bezug auf die Form die Var. *productum* am nächsten. Bezüglich der Nervation (in Fig. 7 *a* vergrössert dargestellt) nähert sich demselben am meisten das in Heer's Tertiärflora der Schweiz, Bd. III, Taf. 115, Fig. 4 abgebildete Blatt, da dasselbe unter ungewöhnlich spitzen Winkeln abgehende Secundärnerven zeigt, wie solche bei dem neuseeländischen Blattfossil zu beobachten sind. Doch sind die an der Aussenseite der seitlichen Basalnerven entspringenden Secundärnerven noch mehr spitzwinklig als die entsprechenden Nerven am citirten Schweizer Fossil. Bei *Acer productum* sind bisher Ursprungswinkel kleiner als 30° bei den Secundärnerven nicht beobachtet worden. Da nun das neuseeländische Ahornblatt der genannten Varietät entspricht, so könnte in diesem Merkmal ein Unterschied begründet werden. Endlich sind die Randzähne feiner und die oberen Secundärnerven etwas mehr bogig und aufsteigend als bei *Acer trilobatum*. Ein reichlicheres Material der Untersuchung kann erst feststellen lassen, ob die angegebenen Unterschiede Giltigkeit haben.

SAPINDACEAE.

Sapindus sub-falcifolius sp. n.

Taf. V, Fig. 3; Taf. VI, Fig. 2.

S. foliolis membranaceis, petiolulatis, anguste lanceolatis acuminatis subfalcatis, basi angustatis, margine integerrimis: nervatione camptodroma, nervo primario prominente, nervis secundariis tenuibus sub angulis 60—70° orientibus, arcuatis adscendentibus, inter se conjunctis; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Racacliffgully (Canterbury Museum).

Die Ähnlichkeit der in Fig. 2 und 3 abgebildeten Blattfossilien mit den Blättchen von *Sapindus falcifolius* A. Braun ist so sehr in die Augen springend, dass, wenn diese Fossilien aus den europäischen Tertiärschichten zu Tage gefördert worden wären, man kaum ein Bedenken tragen würde, dieselbe zur genannten Art zu stellen. Auf die vorliegenden mangelhaft erhaltenen Reste hin wage ich es jedoch nicht, die Identität ihrer Art mit *S. falcifolius* auszusprechen.

CELASTRINEAE.

Elaeodendron rigidum sp. n.

Taf. VI, Fig. 1.

E. foliis rigide coriaceis, breviter petiolatis, oblongo-ellipticis, basi attenuatis, apice rotundato-obtusis, margine minute crenulatis; nervatione camptodroma, nervo primario valido, recto, excurrente, nervis secundariis sub angulis 40—50° orientibus, tertiariis obsoletis.

Fundort: Landslip Hill (Otago Museum).

Ein gestieltes länglich-elliptisches Blatt, welches den Eindruck hinterliess, dass dasselbe eine auffallend steife lederartige Consistenz gehabt haben musste. Der Stiel ist kurz, etwas zur Seite gebogen; die Lamina an der Basis verschmälert, an der Spitze aber abgerundet stumpf, am Rande klein und gedrängt gekerbt. Wegen der sehr ungünstigen Gesteinsbeschaffenheit bemerkt man von der bogenläufigen Nervation nur den mächtigen, bis in die Nähe der Spitze stark hervortretenden geraden Primärnerv und einige unter spitzen Winkeln von demselben in der mittleren Distanz von 1^{cm} abgehende Secundärnerven.

Die Form, Textur, charakteristische Randbeschaffenheit und die Nervation des Blattes, so weit selbe erhalten ist, sprechen für *Elaeodendron*, wo in der That sehr ähnliche dicke lederartige, klein-gekerbte Blätter vorkommen, wie z. B. bei *E. curtipendulum* Endl. von der Insel Norfolk und *E. helveticum* Heer aus der Tertiärflora der Schweiz.

AMPELIDEAE.

Cissophyllum Malvernicum sp. n.

Taf. V, Fig. 8.

C. foliis coriaceis ovato-rotundatis, inaequilateris, irregulariter lobatis, lobis obtusis; nervatione subactinodroma, nervo primario medio prominente, subflexuoso, nervis basilaribus lateralibus inaequilongis, longiore extus nervis secundariis instructis, breviore simplici; nervis secundariis sub angulis 40—50° orientibus, prominentibus, $17—20^{mm}$ inter se distantibus, rectis, simplicibus, craspedodromis; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Malvern Hills I (Canterbury Museum).

Das Blattfossil Fig. 8 kommt in einem sandigen eisenschüssigen, der Erhaltung der Pflanzenreste ungünstigen Gestein vor. Dessungeachtet sind von demselben so viele Merkmale zu entnehmen, dass wenigstens eine annähernde Bestimmung desselben möglich ist. Die Textur muss jedenfalls als derb lederartig angenommen werden, da dementsprechend der Eindruck ist, welchen das Fossil im Gestein verursacht hat. Dasselbe ist auffallend ungleichseitig entwickelt und gibt im Umrisse ergänzt eine breit-eirunde Form. An der

schmäleren Seite sieht man einige kurze breite, abgerundete Lappen. Die breitere Seite ist verletzt, so dass der Rand daselbst nur an der Basis wahrgenommen werden kann. Es ist jedoch nach dem ansehnlich breiten unverletzten Theil dieser Seite auf eine nicht bedeutend grössere Entwicklung der Lappen zu schliessen.

Die Nervation ist unvollkommen strahlläufig mit drei Basalnerven. Der mittlere tritt ziemlich stark hervor und schlängelt sich etwas zu den Ursprungsstellen der Secundärnerven hin. Der längere und stärkere seitliche Basalnerv entspringt kurz oberhalb der Basis und entsendet an der Aussenseite einige Secundärnerven; der kürzere der anderen Seite ist schwächer als die mittleren Secundärnerven, etwas divergirend nach aussen gebogen und ungetheilt. Die in geringer Zahl vorhandenen Secundärnerven treten unten mit einer etwas divergirenden Biegung, im Übrigen aber geradlinig aus und laufen den Enden der Lappen zu. Tertiärnerven und Netz haben sich nicht erhalten.

Ich reihe dieses Blattfossil den Gattungen *Cissites* und *Ampelophyllum* an.

MYRTACEAE.

Eucalyptus dubia sp. n.

Taf. VI, Fig. 5, 5 *a*.

E. foliis coriaceis, lineari-lanceolatis, acutis, subfalcatis, integerrimis: nervatione brochidodroma, nervo primario prominente, nervis secundariis tenuibus, angulis subacutis exeuntibus, nervo marginali inter se conjunctis; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Das Fragment Fig. 5 von Shag Point gehört zweifellos zu *Eucalyptus*. Es lässt sich zu einem lineal-lanzettlichen, fast sichelförmig gekrümmten Blatt ergänzen. Die Spitze ist erhalten und zeigt keine starke Verschmälerung. Von der Nervation sind der nach der Form des Blattes gebogene stark hervortretende Primärnerv, einige der feinen, kaum spitzwinklig von demselben abgehenden Secundärnerven und der charakteristische, diese unter einander verbindende Saumnerv erhalten. Letztere Nerven konnten jedoch nur bei günstiger Beleuchtung mittelst der Loupe deutlich wahrgenommen werden. (S. die Vergrösserung Fig. 5 *a*.)

Die beschriebene Art ist nächstverwandt der *Eucalyptus Mitchelli* Ett. der australischen Tertiärflora und scheint sich von derselben nur durch die wenig verschmälerte Spitze des Blattes zu unterscheiden. Da jedoch bei *Eucalyptus* zugespitzte und an der Spitze wenig verschmälerte Blätter oft bei einer und derselben Art, ja auf demselben Baume und Zweige beisammen vorkommen, so ist auf dieses Unterscheidungsmerkmal kein Gewicht zu legen, und ich hätte keinen Anstand genommen, die neuseeländische *Eucalyptus*-Art der Vorwelt mit der genannten australischen zu vereinigen, wenn mehr Anhaltspunkte zur Vergleichung der Nervation, namentlich des Blattnetzes, das nur bei der letzteren vorzüglich gut erhalten ist, geboten wären. Die Entscheidung, ob hier auch in der Nervation ein Unterschied vorhanden ist oder nicht, muss ich demnach späteren Forschungen überlassen.

PAPILIONACEAE.

Dalbergia australis sp. n.

Taf. V, Fig. 5.

D. foliolis membranaceis, breviter petiolatis, oblongo-ellipticis, basi acutis, apice rotundato emarginatis; nervatione camptodroma, nervo primario debili, nervis secundariis numerosis, tenuissimis, sub angulis acutis orientibus.

Fundort: Shag Point (Canterbury Museum).

Ein zartes, kurz gestieltes länglich elliptisches Blättchen, welches in seinen Eigenschaften am meisten an *Dalbergia bella* Heer der Tertiärflora der Schweiz erinnert. Dasselbe unterscheidet sich von den Blättchen der genannten Art nur durch das viel kürzere Stielchen, die weniger verschmälerte Basis und die länglichere Form.

CAESALPINIEAE.

Cassia Pseudo-Phaseolites sp. n.

Taf. VI, Fig. 6.

C. foliolis submembranaceis, petiolulatis, orato-oblongis, basi obliquis, paullo angustatis, apice subacuminatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario distincto, basi prominente; nervis secundariis sub angulis acutis variis exeuntibus, tenuibus; nervis tertiariis obsoletis.

Fundorte: Shag Point; Murderer's Creek (Canterbury Museum).

Entspricht so sehr der *Cassia Phaseolites* Ung., dass man versucht sein könnte, das Vorkommen dieser Art für die Tertiärflora Neuseelands anzunehmen. Die einzigen Unterschiede, welche zwischen dem beschriebenen Theilblättchen und dem der genannten Art einverleibten zu bestehen scheinen, sind, dass die Textur der neuseeländischen als etwas derber angenommen werden könnte und die Abgangswinkel der Secundärnerven meist spitzer sind. Diese Unterschiede sind jedoch zu gering und zu wenig sichergestellt, um die Trennung dieser Fossilien auch dann noch aufrecht zu erhalten, wenn sich in den Merkmalen der Tertiärnerven und des Blattnetzes kein Unterschied zeigen würde, ein Nachweis, welcher Aufgabe künftiger Untersuchungen bleiben muss.

Die hier abgebildeten Blattfossilien liegen auf einem Steine neben einander und dürften Theilblättchen desselben Blattes sein.

Cassia Pseudo-Memnonia sp. n.

Taf. V, Fig. 6.

C. foliolis membranaceis, petiolulatis, lanceolatis, basi acutis, apice acuminatis, margine integerrimis,; nervatione camptodroma, nervo primario tenui, basi prominente; nervis secundariis tenuissimis approximatis, arcuatis, adscendentibus; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Shag Point (Otago Museum).

Schmale kleine Theilblättchen von deutlich zarter Textur, mit einem schwachen Primärnerv und sehr feinen genäherten aufsteigenden Secundärnerven versehen. Dieselben lassen sich sehr gut mit den Theilblättchen der *Cassia Memnonia* vergleichen, von welchen mir wohlerhaltene Reste aus Parschlug vorliegen; sie unterscheiden sich aber von diesen durch die Richtung und grössere Zahl der Secundärnerven.

Plantae incertae sedis.

Carpolithes Otagoicus sp. n.

Taf. VI, Fig. 7—9.

C. fructibus oblongis subcompressis, utrinque obtusis, supra basin incurvatam paullo constrictis, extus longitudinaliter rugoso striatis, rima longitudinali dehiscentibus, monospermis; superficie interna valvularum minutissime reticulato-foveatis.

Fundort: Shag Point (Otago Museum).

Kleine Früchte, welche eine ausserordentliche Ähnlichkeit mit den räthselhaften, als *Carpolithes Websteri* Heer (*Folliculites minutulus* Bronn und *F. Kaltennordheimensis* Zenker) bezeichneten Fruchtfossilien bekunden, so dass ich auf den ersten Blick glaubte, in den hier abgebildeten Fossilien die genannte Fruchtart vor mir zu haben. Dieselben sind länglich, an beiden Enden stumpf; an dem einen, welches als Basis betrachtet wird, seitwärts gekrümmt und kurz oberhalb derselben ein wenig halsartig verengt, um dann am Ende wieder eine kleine Verdickung zu zeigen. Die Oberfläche ist fein runzelig längsgestreift; die Streifen tragen kleine punktförmige Wärzchen, welche erst bei stärkerer Vergrösserung sichtbar sind. (Fig. 8 *a*.) Diese äusseren Merkmale der Frucht, mit denen von *Carpolithes Websteri* verglichen, zeigen nur äusserst geringe

Abweichungen, welche erst bei wiederholter genauer Betrachtung in die Augen fallen. Die Fruchtfossilien der genannten Art zeigen im Mittel eine Länge von 7^{mm} und eine Breite von 3^{mm}. Die neuseeländischen Früchte sind im Mittel 5^{mm} lang und $2 \cdot 5^{mm}$ breit. Bei *Carpolithes Websteri* tritt an der Bauchseite eine ziemlich scharfe Kante hervor, längs welcher die Frucht aufspringt, und es steht diese Kante in Verbindung mit der Verdickung am Basalende, so dass letztere vom Durchschnitte aus betrachtet, gleichsam wie die Fortsetzung der Kante über die Frucht hinaus erscheint. Beim neuseeländischen Carpolith tritt die erwähnte Kante, längs welcher die Frucht aufspringt, weniger hervor und die Verdickung am Basalende ist dem entsprechend geringer. Die innere Fläche der Fruchtschale zeigt sich fein netzig-grubig (s. die Vergrösserung Fig. 8 *b*) und in dieser Eigenschaft scheint unser Carpolith von *C. Websteri* specifisch abzuweichen. In dem sandigen Thon von Shag Point, wo die beschriebenen Fruchtfossilien an einer Stelle in grosser Zahl angehäuft sich fanden, lagen nur die mit Gesteinsmaterial ausgefüllten Schalen der aufgesprungenen und entleerten Frucht vor. Weder von dem Samen, noch von einer zarten, die Höhlung der Frucht auskleidenden Haut war eine Spur zu sehen. Fig. 9 *a*, 9 *b* stellen zwei aneinander passende Hälften der Frucht schwach vergrössert dar.

B. Beschreibung der Arten aus der Kreideflora Neuseelands.

Cryptogamae.

Blechnum priscum sp. n.

Taf. VII, Fig. 1, 1 *a*.

B. fronde subcoriacea pinnata, pinnis rhachidem sub angulo acuto insertis, confertis, alternantibus, lineari-lanceolatis, integerrimis; nervatione Neuropteridis; nervo primario prominente, versus apicem sensim attenuato, recto; nervis secundariis angulis acutis egredientibus, approximatis, inferioribus dichotomis, reliquis furcatis, ramis elongatis, marginem versus arcuato-divergentibus.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Der in Fig. 1 a. a. O. abgebildete Farnrest zeigt lineallanzettliche ganzrandige, ziemlich gedrängt gestellte Fieder, welche mit breiter, nach oben und unten etwas vorgezogener Basis einer verhältnissmässig dünnen Spindel unter spitzen Winkeln eingefügt sind. Die unter sehr spitzen Winkeln entspringenden feinen Secundärnerven laufen mit ihren Gabelästen divergirend dem Rande zu. (S. die Vergrösserung der Nervation Fig. 1 *a*.) Die Stellung, Einfügung und Nervation der Fieder, sowie die ganze Tracht des Fossils sprechen für die Gattung *Blechnum*. Die nächstverwandte lebende Art ist *B. occidentale* Linn., im tropischen Amerika einheimisch (s. Ettingsh., Farnkräuter, Taf. LXXV, Fig. 4 und 13). Nach dieser Analogie ist das Fossil als ein Fragment des ganzen Wedels, welcher nur einfach fiederförmig ist, zu betrachten. Von den fossilen Farnen ist *B. atavium* Sap. aus der fossilen Flora von Sézanne am nächsten verwandt und nur durch etwas breitere Fieder und weniger genäherte Secundärnerven verschieden.

Aspidium cretaceo-zeelandicum sp. n.

Taf. VII, Fig. 2, 3.

A. pinnis lanceolato-linearibus, lobatis, lobis abbreviato-ovatis acutis, integerrimis; nervatione Goniopteridis (?); nervo primario prominente, recto; nervis secundariis sub angulis 65—75° orientibus, distinctis, rectis vel marginem versus arcuatis; nervis tertiariis tenuissimis vix conspicuis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Die in Fig. 2, 3 abgebildeten Fiederfragmente eines Farnkrautes passen am besten zu *Aspidium*. Die Vergleichung desselben mit dem kleinen fructificirenden Fiederbruchstück Fig. 4, 4 *a* auf Taf. I aus den Tertiärschichten von Dunstan, sowie mit einem sterilen Fragment aus den Schichten von Shag Point, lässt eine

sehr nahe Verwandtschaft ihrer Arten, ja vielleicht die genetische Beziehung derselben vermuthen. Die Kreide-Art unterscheidet sich von der tertiären nur durch die seichteren Einschnitte der Fieder und die eiförmig spitzen Lappen derselben; auch scheinen die Ursprungswinkel der Secundärnerven spitzer zu sein als bei der letzteren.

Als eine analoge Art der Kreide betrachte ich *Aspidium foecundum* Heer aus der fossilen Flora der Atane-Schichten. Dieselbe unterscheidet sich aber durch die tiefer und abgerundet-stumpf gelappten Fieder.

Dicksonia pterioides sp. n.

Taf. VII, Fig. 4—6.

D. fronde bi- vel tripinnata, pinnis alternis, rarius subopposite, sessilibus, ovatis vel lanceolatis, superioribus denticulatis obtusis, inferioribus dentatis vel lobatis, dentibus vel lobis rotundato-obtusis; nervatione Pecopteridis sphenopteridis, nervo primario tenui, sub angulis variis acutis e rhachi oriente, sub apice evanescente; nervis secundariis sub angulis acutis exeuntibus, nervis tertiariis furcatis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Die vorliegenden Farnreste verrathen einen mehr zusammengesetzten Wedel als die im Vorhergehenden beschriebenen. Fig. 4 ist vielleicht die Spitze einer Fieder zweiter Ordnung. Die Fiederchen fliessen hier oft in Lappen zusammen. Hingegen sind an Fig. 5 und 6 die Fiederchen mehr entwickelt. Dieselben sitzen an verlängert lanzettlichen Fiedern zweiter Ordnung, sind ei-lanzettförmig, gezähnt oder gelappt, genähert. Die Nervation, Fig. 6 *a*, welche sehr zart und nur bei günstiger Beleuchtung des Objectes sichtbar ist, zeigt einen feinen Primärnerv und unter oft sehr spitzen Winkeln abgehende anadrom angeordnete Secundärnerven. Die in geringer Zahl vorhandenen Tertiärnerven sind gabelspaltig. Keineswegs mit der Sicherheit wie bei den im Vorhergehenden beschriebenen Farnen lassen sich hier die verwandten Analogien angeben. Dieselben scheinen in den Abtheilungen der Davalliaceen und Cyatheaceen zu finden zu sein. *Alsophila pruinata* Kaulf., ein amerikanischer Farn, *Microlepia pinnata* Presl, in Ostindien und Oceanien einheimisch, *Balantium Brownianum* Presl der australischen Flora, am meisten aber *Dicksonia Smithii* Hook., auf der Insel Luzon vorkommend, zeigen analoge Wedelbildungen.

Von den fossilen Farnkräutern kommt *Dicksonia conferta* Heer aus der Flora der Atane-Schichten der beschriebenen Art am nächsten, unterscheidet sich aber von dieser durch die ganzrandigen Fiederchen.

Gleichenia (Mertensia) obscura sp. n.

Taf. VII, Fig. 7, 7 *a*.

G. pinnis elongatis pinnatifidis, pinnulis lineari-lanceolatis, integerrimis; nervatione Alethopteridis, nervo primario prominente, recto, nervis secundariis numerosis, furcatis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Ein Fragment einer Fieder, sehr mangelhaft erhalten. Dasselbe wäre wohl als unbestimmbar bei Seite zu legen, wenn nicht einige Merkmale von demselben entnommen werden könnten, welche die Bestimmung der Gattung gerade noch ermöglichten. Das Fragment zeigt eine starke Fiederspindel, was darauf schliessen lässt, dass dasselbe dem unteren Theil einer langen Fieder angehörte. Dieselbe ist bis zur Spindel fiedertheilig; die Fiederchen sind auffallend schmal, fast lineal, ganzrandig, von einem hervortretenden Primärnerv durchzogen, aus welchem sehr feine genäherte gabelästige Secundärnerven entspringen. (S. die Vergrösserung der Nervation Fig. 7 *a*.) Die angegebenen Merkmale passen zu dem Wedel von *Gleichenia (Mertensia) flabellata* Desv., einem in Australien einheimischen Farne, sehr auffallend.

Von den fossilen Filices kommt unserer Art *Gleichenia (Mertensia) rigida* Heer aus den Kome-Schichten am nächsten.

Gymnospermae.

CONIFERAE.

ABIETINEAE.

Dammara Mantelli sp. n.

Taf. VII, Fig. 20.

D. foliis subopposítis, coriaceis, patentibus, approximatis, ovato-lanceolatis, basi angustata sessilibus, apice acuminatis, enerviis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Das Zweigfragment Fig. 20 trägt ei-lanzettliche, fast gegenständige, sitzende, ganzrandige, nach der Spitze allmälig verschmälerte Blätter. Dieselben stehen fast rechtwinklig von der Zweigspindel ab, verrathen eine lederartige Textur und ausser vielen feinen Parallelstreifen keinerlei Nervation. Die Ähnlichkeit dieses Fossils mit *Dammara australis* Lamb., einer heutzutage sowohl in Ost-Australien als auch in Neuseeland verbreiteten Art, ist so gross, dass ich es wage, dasselbe der lebenden Gattung einzureihen.

Ich benenne die Art nach Walter Mantell, in Anerkennung seiner verdienstlichen geologischen Arbeiten über Neuseeland.

TAXINEAE.

Taxo-Torreya.

Zufolge des unten beschriebenen Zweigchens einer fossilen Taxinee aus den zur Kreide gezählten Schichten von Wangapeka muss eine die Eigenschaften von *Cephalotaxus* und *Torreya* vereinigende Stammgattung angenommen werden. Die Stellung der Blätter und die Beschaffenheit des Blattstieles ist wie bei *Cephalotaxus*, hingegen die Nervation derselben wie bei *Torreya*. Die übrigen Eigenschaften der Blattbildung sind wie bei beiden Gattungen.

Taxo-Torreya trinervia sp. n.

Taf. VII, Fig. 16, 16 *a*.

T. foliis subopposítis, approximatis, distichis, rigide coriaceis, parvis, lanceolato-linearibus, in petiolum brevissimum subincrassatum contortis, apice subobtuso mucronulatis; nervo mediano prominente latiusculo, excurrente, nervis duabus lateralibus sulcum longitudinalem includentibus.

Fundort: Wangapeka, Nelson (Otago Museum).

Das kleine Zweigfragment Fig. 16 unterscheidet sich von den unten beschriebenen *Podocarpium*-Zweigchen sogleich durch die von drei Nerven durchzogenen Blätter. Diese letzteren stehen in gedrängt zweizeiliger Anordnung einander fast gegenüber, verrathen eine steife lederartige Textur und sind durch einen kurzen, etwas verdickten Stiel sehr ausgezeichnet — alles Eigenschaften, die an *Cephalotaxus* erinnern, insbesondere an *C. drupacea* Sieb. et Zucc. (Japan), da diese Art auch in der Grösse und Form der Blätter mit der fossilen übereinstimmt. Bei der letzteren sind nämlich die Blätter 10—15^{mm} lang, 2—3^{mm} breit. Die Nervation der Blätter zeigt aber die Merkmale von *Torreya*. (S. die Vergrösserung Fig. 16 *a*.) Bei dieser Gattung kommt an der Unterseite der Blätter ein hervortretender breiter, bis zur Spitze verlaufender Mediannerv und jederseits ein dünnerer Längsnerv vor, welcher die schmale, neben dem Mediannerv hinziehende Furche nach aussen begrenzt. Sowohl der breite Mediannerv als auch die beiden Längsfurchen und Seitennerven sind am Fossil deutlich wahrzunehmen. Von den jetzt lebenden *Torreya*-Arten entspricht *T. grandis* Fort., aus China, in Bezug auf Grösse und Form der Blätter unserem Fossil am meisten.

Podocarpium Ungeri sp. n.

Taf. VII, Fig. 13—15.

P. ramis patentibus, foliis dense approximatis patentibus, rigide coriaceis, subfalcatis, linearibus acutis vel acuminatis, basi sessilibus, angustatis, margine planis; nervo mediano excurrente; fructibus ellipsoideis, utrinque obtusis.

Fundort: Pakawau (Canterbury Museum; Otago Museum).

Auf einem in Fig. 13 abgebildeten Gesteinsstück von Pakawau liegen Fragmente von Zweigen in verschiedenen Richtungen durcheinander. Diese Zweige gehörten höchst wahrscheinlich zu demselben Baume und müssen abstehend gewesen sein. Die Blätter sind an dem in Fig. 14 dargestellten Zweigfragment am grössten und am deutlichsten; man erkennt die steife lederartige Textur derselben und einen bis zur Spitze laufenden Mediannerv. An den erwähnten, sowie an den übrigen vorliegenden Exemplaren von Zweigfragmenten zeigen sich die Blätter in sehr genäherter Stellung, abstehend, selten gerade, meist etwas sichelförmig gekrümmt, lineal, spitz oder zugespitzt, 2—3·5^{mm} breit und 15—25^{mm} lang, an der Basis kurz-verschmälert, sitzend, am Rande flach.

Neben den Zweigbruchstücken des abgebildeten Exemplares Fig. 13 sah ich Reste von Früchten. Es sind kleine ellipsoidische verkohlte Abdrücke, die von beerenartigen Früchten herrühren, welche ohne Zweifel zur selben Pflanze gehören, wie die Zweige. Ihre Ähnlichkeit in Grösse und Form mit *Podocarpus*-Früchten ist in die Augen springend. Fig. 15 stellt eine solche Frucht dar.

Nach den angegebenen Thatsachen wäre es wohl kein allzu grosser Fehler, diese Reste geradezu der Gattung *Podocarpus* einzuverleiben. Hievon hält mich jedoch der Umstand ab, dass von Unger ein fossiles Holz aus Neuseeland beschrieben wurde, welches in seinem Baue die Mitte hält zwischen *Podocarpus* und *Dacrydium* und einer besonderen ausgestorbenen Gattung angehört haben mag, welcher Unger den Namen *Podocarpium* gab (Reise der Österr. Fregatte Novara, I. Band, II. Theil, S. 13, Taf. V, Fig. 1 *a—c*). Dieser Gattung glaube ich alle jene Arten der Kreideflora Neuseelands, die an *Podocarpus* oder an *Dacrydium* erinnern, einreihen zu sollen.

Podocarpium cupressinum sp. n.

Taf. VII, Fig. 11.

P. ramis gracilibus elongatis, foliis parvis basi decurrentibus, ramulorum juniorum distichis, patulis linearibus acuminatis; seniorum brevioribus adpressis lanceolatis; nervo mediano distincto.

Fundorte: Pakawau; Wangapeka, Nelson; Grey river, Westland (Canterbury Museum).

Das hier abgebildete Exemplar von Pakawau Fig. 11 zeigt ein älteres, mit angedrückten lanzettlichen Blättern besetztes Zweigchen, an dessen Spitze Triebe jüngerer, mit abstehenden, zweizeilig angeordneten linealen zugespitzten Blättern versehenen Zweigchen entsprossen sind. Hieher zähle ich noch ein anderes hier nicht dargestelltes älteres Zweigchen von Grey river, welches mit ähnlichen angedrückten Blättern besetzt ist, wie das eben erwähnte. Obgleich Spitze und Basis desselben fehlen, zeigt es doch die ansehnliche Länge von 25^{cm} bei einem Durchmesser von nur 3^{mm}. Der Baum war demnach mit langen schlanken Ästchen versehen.

Dieser Art nicht wenig analog ist *Podocarpus prae-cupressina* Ett. der Tertiärflora von Australien, von welcher sie sich durch schlankere Ästchen und weniger gedrängt stehende zugespitzte Blätter unterscheidet.

Podocarpium tenuifolium sp. n.

Taf. VII, Fig. 8—10, 10 *a*.

P. ramulis gracilibus, foliis tenuibus basi decurrentibus, ramulorum juniorum distichis, dense approximatis, linearisubfalcatis, planis, apice acuminato mucronulatis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Fig. 8—10 und vergrössert Fig. 10 *a* sind die jüngeren, mit zweizeiligen Blättern besetzten Zweige dieser Art, welche als die Vorpflanze der in der Tertiärflora Neuseelands vorkommenden und im I. Theil beschriebenen *Podocarpus prae-tenuifolia* m. zu betrachten ist. Dieselbe unterscheidet sich von der letzteren durch eine etwas steifere Spindel und dichter gestellte, etwas sichelförmig gekrümmte Blätter.

Podocarpium prae-dacrydioides sp. n.

Taf. VII, Fig. 12.

P. ramulis abbreviatis, foliis parvis basi decurrentibus, compresso-subtetragonis, ramulorum juniorum distichis, approximatis, linearibus subfalcatis, seniorum minimis imbricatis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Es liegt nur ein Fragment eines Zweiges vor, welcher gerade an der Einfügungsstelle seiner obersten jungen Zweigchen abgebrochen ist. Diese Zweigchen sind auffallend verkürzt, mit kleinen genähert-zweizeilig angeordneten linealen, ein wenig sichelförmigen Blättern besetzt. Die Vergrösserung zeigt einen fast kielartig hervortretenden Mediannerv und eine ebenso hervortretende Randkante, woraus auf ein dickliches kantiges Blatt geschlossen werden darf. Die Basis ist herablaufend. Die meisten Blätter verrathen eine schwache sichelartige Krümmung. Die Breite derselben beträgt kaum 1^{mm}, die Länge $2 \cdot 5—4^{mm}$. Die Spitze ist leider bei keinem Blatt vollständig erhalten; es lässt sich also nicht feststellen, ob dieselbe ein Dörnchen trägt. An der Basis der Zweigchen bemerkt man schon die viel kleineren, dachziegelförmig aneinandergereihten Blätter, mit welchen die älteren Ästchen bedeckt gewesen sein mussten.

In allen beschriebenen Merkmalen schliesst sich diese Art so genau der gegenwärtig im nördlichen Neuseeland verbreiteten *Podocarpus dacrydioides* A. Rich. an, dass man hier die Möglichkeit der Identität der Gattung zugeben muss. Hierüber zu entscheiden, mag künftigen Forschungen auf Grundlage eines vollständigeren Materials vorbehalten bleiben. Der Speciesname *prae-dacrydioides* wurde gegeben, einerseits um die genetische Beziehung der vorweltlichen Pflanze zur jetztlebenden anzudeuten, anderseits zur Unterscheidung von *Podocarpium dacrydioides* Ung., dem schon oben erwähnten fossilen Holz aus der Tertiärformation Neuseelands.

Dacrydinium cupressinum sp. n.

Taf. VII, Fig. 17, 18, 18 *a*.

D. ramis ramulisque gracilibus elongatis; foliis approximatis, subdecussatim oppositis, squarroso-patentibus vel subimbricatis, compresso-carinatis, ovatis vel oblongis falcatis, basi decurrentibus, apice mucronulatis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Es liegen ein Zweigfragment und einige Bruchstücke von Zweigchen, die zu demselben Zweige gehört haben dürften, vor. Alle diese Theile zeigen eine schlanke Spindel und lassen auf verlängerte Zweige und Zweigchen schliessen. Die Blätter, welche an dem Zweigfragment Fig. 18 am besten erhalten sind, stehen gedrängt und fast einander gegenüber. An der Vergrösserung einer Stelle eines anderen Zweigchens Fig. 18 *a* bemerkt man deutlich, dass eine gekreuzte Stellung der Blattpaare vorhanden ist, welche zugleich mehr oder weniger sparrig abstehen, was besonders bei dem Zweigchen mit länglichen Blättern Fig. 18 stattfindet. Bei Fig. 17 sind die Blätter etwas kürzer eiförmig, zugespitzt und fast dachziegelförmig angeordnet. An der bezeichneten Vergrösserung kann man wahrnehmen, dass die Blätter von derberer Substanz waren und Längskanten hatten. Sie sind an der Basis herablaufend, pfriemlich, sichelförmig gebogen. An der Spitze sitzt ein sehr kurzes Dörnchen.

In den angegebenen Merkmalen stimmt die fossile Art mit *Dacrydium cupressinum* Sol., einem im mittleren und südlichen Neuseeland ausgedehnte Wälder bildenden Baume am meisten überein. Der einzige Unterschied zwischen beiden scheint darin zu bestehen, dass bei der genannten lebenden Art die Blätter

pfriemlich und fast gerade sind, während dieselben bei der fossilen breiter sind und deutlich sichelförmig nach aufwärts gebogen erscheinen. Die grosse Zweigähnlichkeit der fossilen Pflanze mit der genannten lebenden lässt immerhin die Möglichkeit zu, dass beide zur selben Gattung gehören und wenigstens vermuthen, dass erstere der lebenden Gattung *Dacrydium* um einen Grad näher als die Mittelgattung *Podocarpium* verwandt ist. In der vorläufigen Annahme, dass auch hier noch die Kreidegattung von der recenten geschieden werden soll, benenne ich erstere *Dacrydinium*, während ich eine dem lebenden *Dacrydium cupressinum* entsprechende Tertiärpflanze Neuseelands als *D. prae-cupressinum* bezeichnete.

Gen. *GINKGOCLADUS.*

Ramuli secundarii phyllodinei; phyllodia longe petiolata, flabellato-pinnatim nervosa, nervi omnes tenuissimi.

Bezüglich der fiedernervigen gelappten Phyllodien trägt diese Gattung die Tracht von *Phyllocladus* an sich; bezüglich der sehr zarten, dieselben durchziehenden Nerven jedoch und des langen Stieles der Phyllodien erinnert sie sehr viel an *Ginkgo*.

Ginkgocladus Novae Zeelandiae sp. n.

Taf. VII, Fig. 19.

G. phyllodiis subcoriaceis, ovato-rhombeis, lobatis, in petiolum longum decurrentibus, lobis truncatis dentatis; nervo primario vix prominente, nervis secundariis et tertiariis angulis acutissimis insertis, simplicibus, craspedodromis.

Fundort: Wangapeka, Nelson (Canterbury Museum).

Das in Fig. 19 dargestellte Blattfossil könnte man bei oberflächlicher Besichtigung für ein Farnfiederchen von *Asplenium* oder *Adiantum* halten. Bei einer genauen Betrachtung und Vergleichung muss man jedoch hievon abkommen, vielmehr zur Überzeugung gelangen, dass dasselbe nur zu den phyllodientragenden Taxineen gehören könne, wo dasselbe eine die Mitte zwischen *Phyllocladus* und *Ginkgo* haltende Stellung einnimmt.

Das Vorhandensein einer verkohlten Substanz am Abdruck zeigt die lederartige Textur wohl an, doch ist die verkohlte Schichte so dünn, dass man auf eine zartere lederartige Beschaffenheit schliessen darf, wie eine solche den phyllodienartigen Blättern von *Ginkgo* zukommt. In der mehr ausgesprochen rhombischen Form, welche in den Stiel herabläuft, gleicht das Fossil den Phyllodien von *Phyllocladus rhomboidalis*, doch ist eine Lappenbildung wahrnehmbar ähnlich der von *Ph. trichomanoides*; die abgestutzten Lappen sind am vorderen Rande klein-, stumpf- und ungleichgezähnt. Besonders auffallend aber ist der verhältnissmässig lange Stiel, wodurch sich das Fossil etwas den gestielten Phyllodien von *Ph. rhomboidalis* nähert, noch mehr aber den langgestielten Blättern von *Ginkgo* anschliesst.

In der Nervation des beschriebenen Fossils erkennen wir eine Art Vereinigung der Nervation von *Ginkgo biloba* mit der von *Ph. trichomanoides*. Aus dem von der herablaufenden Lamina geflügelten Stiele entspringt ein nur an der Basis schwach, im übrigen Verlaufe aber kaum hervortretender Primärnerv, aus welchem schon im Stielflügel Secundärnerven unter sehr spitzen Winkeln abgehen, ein Verhalten, welches weder bei *Adiantum*, noch bei *Asplenium*, wohl aber bei *Ginkgo* beobachtet wird. Die übrigen, im weiteren Verlaufe des Primären sehr spitzwinklig abgehenden Secundärnerven sind eben so fein wie die grundständigen und vertheilen sich auf die einzelnen Lappen, deren Mitte sie bis zum Ende durchziehen, ohne sich gabelig zu theilen. In Bezug auf die Feinheit gleichen diese Nerven denen von *Ginkgo* am meisten, bezüglich ihrer Einfachheit aber denen von *Phyllocladus* und bezüglich ihres Verhaltens zu den Lappen, insbesondere den Secundärnerven von *Ph. trichomanoides*. Die Tertiärnerven entspringen von beiden Seiten der Secundären unter sehr spitzen Winkeln, sind sehr fein, fast geradlinig, einander genähert und laufen ungetheilt den Zähnchen des Randes zu. In den beschriebenen Merkmalen der Tertiärnerven stimmt das Fossil am meisten mit den Phyllodien von *Phyllocladus trichomanoides* überein.

Monocotyledones.

GRAMINEAE.

Poacites Nelsonicus sp. n.

Taf. VII, Fig. 22, 22 *a*.

P. foliis elongatis anguste linearibus, 4^{mm} latis, nervis longitudinalibus primariis 6, tenuibus, aequalibus, cum nervis interstitialibus solitariis tenuissimis alternantibus.

Fundort: Wangapeka, Nelson (Canterbury Museum).

Das in Fig. 22 abgebildete Fossil ist ein Bruchstück eines langen, sehr schmalen Grasblattes. Es zeigt wenige gleich feine Primärnerven, zwischen welchen einzelne sehr feine Nerven verlaufen (s. d. Vergrösserung Fig. 22 *a*). Die Primärnerven sind gegen den Rand zu genähert. Die Blattsubstanz ist ziemlich derb, fast lederartig. Die genauere Bestimmung dieses Restes muss späteren Forschungen vorbehalten bleiben.

Bambusites australis sp. n.

Taf. VII, Fig. 21; Taf. VIII, Fig. 1—3, 3 *a*.

B. rhizomate solido lignoso crasso, ramoso(?), culmis validis, 4·5^{cm} fere crassis; nodosis, tenuiter striatis, nodis prominentibus hinc inde obliquis; foliis late linearibus, nervis primariis et interstitialibus pluribus.

Fundorte: Grey river, Westland; Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Die in obigen Figuren vorliegenden Pflanzenreste halte ich für die Überbleibsel einer Graminee aus der Abtheilung der Bambuseen. Fig. 21 von Pakawau ist ein Fragment des starken holzigen Rhizoms; Fig. 2 von derselben Localität stellt ein Bruchstück eines jungen Halmes dar, welcher Spuren von feinen Längsstreifen und von Knoten zeigt. Fig. 1 von Grey river ist ein wohlerhaltenes Fragment eines stärkeren Halmes, mit feinen Längsstreifen und einem hervortretenden, etwas schiefen Knoten durchzogen. Fig. 3 von derselben Lagerstätte zeigt ein kleines Bruchstück eines Blattes, welches seiner Breite und den mehreren Hauptnerven nach, die mehrere feine Zwischennerven einschliessen (s. die Vergrösserung Fig. 3 *a*), zu den obigen Resten einer Bambusee passt.

MUSACEAE.

Haastia speciosa sp. n.

Taf. VIII, Fig. 5.

H. foliis amplis, nervo primario 6—8·5^{cm} crasso, striato, nervis secundariis tenuissimis oblique insertis simplicibus, densissime confertis, apicem versus arcuatim convergentibus; nervis interstitialibus vix distinctis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Von dieser Musacee liegen mehrere grosse Schaustücke vor, welche nur Fragmente eines ungemein grossen Blattes zeigen. Um Raum zu ersparen, konnte nur ein Stück, das eine charakteristische Partie des Blattes enthält, hier Darstellung finden. Fig. 5 ist etwa aus der Mitte dieses Riesenblattes entnommen. Man sieht den mächtigen, über 8^{cm} breiten Primärnerv, dessen Oberfläche von feineren und gröberen Längsstreifen, welche letztere zum Theil kielartig hervortreten, durchzogen ist. Demselben sind feine, dicht gedrängte Secundärnerven unter sehr spitzem Winkel eingefügt, welche in divergirendem Bogen nach aussen ziehen. Die Zwischennerven scheinen sich nicht erhalten zu haben. Die Dicke dieses Mittelnervs lässt auf ein etwa 4 Meter langes Blatt schliessen, da die Länge eines lebenden *Musa*-Blattes, dessen Mittelnerv 2^{cm} breit ist, 1·5 Meter beträgt. Ein zweites, hier nicht abgebildetes Stück zeigt eine höhere Partie des Blattes sammt Primärnerv. Dieser ist hier nur 4^{cm} breit und zarter gestreift. Die Längskiele sind nicht mehr vorhanden; Ursprung und Verlauf der Secundärnerven so wie bei vorigem Exemplar. Ein anderes Fragment entspricht einer Stelle nahe der Spitze des Blattes. Der Primärnerv ist am unteren Ende desselben nur 2^{cm} breit. Die Lamina ist hier mehrfach zerrissen; die Secundärnerven entspringen unter viel spitzeren Winkeln.

Das Blattfossil weicht durch seine bedeutende Grösse von allen bisher bekannt gewordenen *Musophyllum*-Formen ab. Da diese bis jetzt nur im Tertiär gefunden wurden, so ist anzunehmen, dass dasselbe einer besonderen Gattung angehört, welche ich dem Entdecker desselben, Herrn Dr. Julius v. Haast widme.

PALMAE.

Flabellaria sub-longirhachis sp. n.

Taf. VII, Fig. 4, 4 *a*.

F. foliis flabellifidis, laciniis rhachidi compressae longissimae striatae insidentibus, numerosis, congestis, linearibus basi constrictis conduplicatis; nervis longitudinalibus parallelis, mediano valido, prominente, interstitialibus pluribus.

Fundort: Grey river, Westland (Canterbury Museum).

Das Fossil Fig. 4 stellt ein Fragment eines Fächerpalmblattes dar, welches mit einer sehr langen Spindel versehen war. Es erinnert dasselbe sofort an *Flabellaria longirhachis* Ung. aus der Kreideflora von Muthmannsdorf in Niederösterreich (s. Unger, Iconogr. plant. foss. Denkschr. Bd. IV, S, 19, Taf. VIII, Fig. 1; Taf. IX, Fig. 1), von welcher es sich durch eine flachere, mehr zusammengedrückte Spindel zu unterscheiden scheint. Die Winkel von 25—30°, unter welchen die Fiederabschnitte der Spindel eingefügt sind, und ihre weniger aneinander gedrängte Stellung entsprechen genau dem untersten Theil des grossen, von Unger a. a. O. Taf. VIII abgebildeten Blattfossils, dessen Spindel daselbst, wie die unseres Fossils, eine Breite von 15^{mm} zeigt.

Nebst dem abgebildeten Fossil fanden sich an der genannten Localität noch einige Fetzen von Fiederzipfeln dieses Palmenblattes, welche den mächtig hervortretenden Mediannerv und die zwischen den seitlichen Längsnerven eingeschalteten feinen Interstitialnerven deutlich zeigen. (S. die Vergrösserung Fig. 4 *a*.)

Dicotyledones.

APETALAE.

CASUARINEAE.

Casuarinites cretaceus n. sp.

Taf. VIII, Fig. 6, 6 *a*, 7.

C. ramis nodoso-articulatis, aphyllis, articulis cylindricis costato-striatis; ramulis gracilibus, tenuibus, congestis; vaginis solummodo in ramulis tenuioribus conspicuis, erecto-patentibus, dentatis, dentibus lanceolatis.

Fundorte: Grey river Westland; Pakawau; Reefton, Nelson (Canterbury Museum).

In der Lagerstätte Grey river fanden sich Bruchstücke von knotig-gegliederten und rippenförmig gestreiften Ästchen von 3 bis 7^{mm} im Durchmesser; in Pakawau aber sehr dünne Ästchen, Fig. 6, von nur 1^{mm} im Durchmesser, an welchen sich wohl die feinen Längstreifen und die Gliederung, jedoch der mangelhaften Erhaltung wegen kaum deutliche Scheiden erkennen lassen. Allerdings konnte ich Spuren dieser letzteren nur an einem einzigen Ästchen sehen, an einer Stelle, wo die büschelweise beisammen liegenden Ästchen durch Maceration mehr gelichtet worden sind. Fig. 6 *a* zeigt eine Vergrösserung eines solchen dünnen Ästchens mit den lanzettlichen Zähnen der Scheide an einem Gliede. Ich halte diese Fossilien für Reste einer *Casuarina*-artigen Pflanze deren genauere Vergleichung mit den Arten dieser Gattung jedoch erst bei einem besser erhaltenen Material vorgenommen werden kann.

CUPULIFERAE.

Quercus pachyphylla sp. n.

Taf. VIII, Fig. 8, 8 *a*.

Q. foliis rigide coriaceis, breviter petiolatis, oborato-ellipticis, basi angustatis, apice rotundato-obtusis, margine integerrimis; nervatione brochidodroma, nervo primario valido, recto; nervis secundariis sub angulis 55—65° orientibus, tenuibus, ramosis; nervis tertiariis abbreviatis; rete microsynammato.

Fundort: Brunner Mine, Grey river (Otago Museum).

Entspricht einerseits der *Q. Daphnes* Ung. der europäischen Tertiärflora, anderseits den Eichen der australischen Tertiärflora mit ganzrandigen lederartigen Blättern, als *Q. Wilkinsoni, Q. Greyi* und *Q. Austini,* welche in meinen Beiträgen zu dieser Flora beschrieben sind. Von den jetzt lebenden Eichenarten zeigt *Q. virens* Ait. im Blattbaue die meiste Ähnlichkeit. In Fig. 8 *a* ist das Netz des oben beschriebenen Blattfossils vergrössert zur Anschauung gebracht.

Von den Eichenarten der Kreideflora kommt der beschriebenen Art *Q. Myrtillus* Heer aus den Patoot-Schichten am nächsten.

Quercus Nelsonica sp. n.

Taf. VIII, Fig. 10.

Q. foliis petiolatis, coriaceis, oblongo-ellipticis, utrinque paullo angustatis, margine dentatis, nervatione craspedodroma, nervo primario valido crasso, nervis secundariis numerosis approximatis, sub angulis 65—70° orientibus, leviter arcuatis; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Wangapeka, Nelson (Canterbury Museum).

Ein Blattfossil, das in seinen Eigenschaften, so weit sich diese erkennen lassen, mit den Blättern einiger ostindischen Eichenarten, namentlich *Q. Lobbii* und *Q. oxyodon* Miq. am besten zu vergleichen ist. Doch sind die Randzähne bei diesen mehr nach vorne gerichtet. Unter den fossilen Eichen kommt *Q. Cyri* Ung. der Flora von Sotzka unserer Art in auffallender Weise nahe, und besteht nur der Unterschied, dass das Blatt der letzteren breiter und nach der Spitze weniger verschmälert ist. Als vicariirende Arten können *Q. Beyrichii* m. der Kreide von Niederschöna, *Q. Ellsworthiana* Lesq. der nordamerikanischen Kreideformation und *Q. denticulata* Heer aus den Patoot-Schichten betrachtet werden.

Quercus calliprinoides sp. n.

Taf. VIII, Fig. 9.

Q. foliis coriaceis, ellipticis, apice obtusis, basin versus paullo angustatis, margine undulato-dentatis, nervatione craspedodroma, nervo primario valido, secundariis subarcuatis, fere obsoletis.

Fundorte: Grey river; Wangapeka, Nelson (Canterbury Museum).

Ein kleines lederartiges Blatt, welches in seiner Tracht einerseits an *Q. Rinkiana* Heer aus den Atane-Schichten, anderseits an *Q. Calliprinos* Webb der Jetztwelt erinnert.

Das Fossil fand sich in Begleitung eines Blattrestes einer zweiten Eichenart, welche im Vorhergehenden beschrieben ist. Der Zustand der Erhaltung lässt vieles zu wünschen übrig und es müssen künftige bessere Funde über die Natur desselben noch genaueren Aufschluss bringen. Ein zweites mit dem vorigen übereinstimmendes Blattfossil, welches in die Tafel nicht aufgenommen wurde, fand sich in Grey river.

Dryophyllum Nelsonicum sp. n.

Taf. VIII, Fig. 11, 11 *a*.

D. foliis coriaceis, lanceolatis, apicem versus angustatis, obtuse-dentatis, nervatione craspedodroma, nervo primario firmo, recto, nervis secundariis prominentibus, sub angulis 50—60° orientibus, numerosis approximatis, parallelis, leviter curvatis, simplicibus; nervis tertiariis e latere externo secundariorum sub angulis acutis exeuntibus, prominentibus, flexuosis simplicibus vel furcatis, fere transversim conjunctis.

Fundort: Pakawau Nelson (Canterbury Museum).

Ein Blattfossil, welches den Typus von *Dryophyllum* an sich trägt. Die Textur muss als derb lederartig bezeichnet werden, der Rand ist stumpfgezähnt, die selben versorgenden Secundärnerven treten scharf hervor und sind ungetheilt, einander genähert, wenig gebogen, nicht geschlängelt; die Tertiärnerven treten hervor und sind fast querläufig. (S. d. Vergrösserung der Nervation Fig. 11 *a*.)

Von den bisher beschriebenen Arten kommt *Dryophyllum Holmesii* Lesq. aus der Flora der Dakota-Gruppe der obigen am nächsten.

Fagus Nelsonica sp. n.

Taf. IX, Fig. 9, 9 *a*.

F. foliis membranaceis, ovatis, basi acutis, apice acuminatis, margine inaequaliter vel duplicato-dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario basi vel vix ad dimidium laminae prominente, recto vel paullo flexuoso, nervis secundariis in uno latere 7, sub angulis 40—50° orientibus, rectis simplicibus, nervis tertiariis tenuissimis, angulis subrectis egredientibus, approximatis, flexuosis ramosis, inter se conjunctis, reticulum tenerrimum vix conspicuum includentibus.

Fundort: Wangapeka, Nelson (Canterbury Museum).

Das in Fig. 9 dargestellte Buchenblatt, das sich unter den Pflanzenfossilien der oben angegebenen Localität gefunden hat, macht den Eindruck eines zarten, keineswegs lederartigen Blattes. Es ist eiförmig-zugespitzt, ungleich oder fast doppelt-gezähnt; wird von einem dünnen kaum bis zur Mitte der Lamina hervortretenden Primärnerv durchzogen, welcher jederseits wenige Secundärnerven entsendet, welche geradlinig und ungetheilt in spitzen Winkeln den Randzähnen zulaufen. Die Tertiärnerven sind sehr fein, fast rechtwinklig abgehend, einander auffallend genähert, geschlängelt, gabelspaltig oder ästig, untereinander verbunden. Dieselben, wie auch das sehr zarte, wenig entwickelte dazwischenliegende Netzwerk, in Fig. 9 *a* vergrössert dargestellt, konnten nur am unteren Theil des Blattfossils wahrgenommen werden.

Die Art, welcher das beschriebene Buchenblatt angehörte, ist ein wahrer Repräsentant der europäisch-tertiären *Fagus Feroniae* Ung. und somit der Abtheilung *Eufagus* DC. Bei einer genauen Vergleichung des Blattnetzes und der Tertiärnerven von *Fagus Feroniae*, wozu mir ein reiches Material zu Gebote steht, mit den diesbezüglichen Eigenschaften des beschriebenen Buchenblattes finde ich jedoch, dass bei der genannten Tertiärbuche das Netz mehr entwickelt und aus verhältnissmässig grösseren Maschen zusammengesetzt ist, und dass die Tertiärnerven niemals so fein sind und so gedrängt beisammen stehen. Bei *Fagus prisca* m. der Kreideflora von Niederschöna haben wir ein ähnliches quercoides aus sehr engen Maschen gebildetes Blattnetz wie bei *F. Nelsoniana*, allein bei ersterer Art sind Secundär- und Tertiärnerven fast so wie bei *Fagus Feroniae* und die Textur ist lederartig.

Als eine vicariirende Art der nordamerikanischen Kreideflora kann *Fagus polyclada* Lesq. aus der Dakota-Gruppe betrachtet werden. Das Blatt derselben stimmt in der Form und Textur mit dem beschriebenen überein, weicht aber in der Randbeschaffenheit von demselben ab.

Fagus producta sp. n.

Taf. IX, Fig. 1.

F. foliis coriaceis, e basi ovata lanceolato-acuminatis, margine denticulatis; nervatione craspedodroma, nervo primario valido, recto, nervis secundariis sub angulis 40—45° orientibus, pluribus, arcuatis, inferioribus extrorsum ramosis; nervis tertiariis tenuibus, angulis subrectis exeuntibus, inter se conjunctis, reticulo obsoleto.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Ein Blatt, welches in seiner Form an die grösseren, nach der Spitze lang verschmälerten Blätter der *Fagus Muelleri* erinnert, mit der dasselbe auch bezüglich der lederartigen Textur übereinstimmt. Da jedoch das Blatt noch bedeutend grösser ist als diese und auch in der Nervation in mehrerer Hinsicht abweicht, so glaube ich, dass dasselbe einer besonderen Art angehört. Der Rand ist mit verhältnissmässig kleinen nach vorne gekehrten Zähnen besetzt; die Basis kaum verschmälert, stumpflich. Obgleich das Fossil vielfach zerrissen erscheint, so lässt sich der Verlauf der Blattnerven doch noch genügend entnehmen. Aus einem geraden bis zur Mitte der Lamina mächtig hervortretenden Primärnerv entspringen bogenförmig zum Rande aufsteigende Secundärnerven, von denen die unteren etwas mehr genähert erscheinen und mit hervortretenden Aussennerven besetzt sind. Die Tertiärnerven sind nur an wenigen Stellen erhalten. Sie haben eine grosse Zartheit,

verlaufen aber geradlinig und fast rechtwinklig, sich mit den Secundären kreuzend und verbindend. Vom Blattnetz ist keine Spur erhalten.

Eine Vergleichung dieses interessanten Fossils mit anderen ähnlichen Formen möge späteren Untersuchungen vorbehalten bleiben, sobald ein reichlicheres Material solche gestatten wird. Doch glaube ich bemerken zu dürfen, dass die *F. producta* in die Abtheilung *Nothofagus* zu stellen sein und von den jetzt lebenden Arten derselben mit *F. Dombeyi* Mirb. die meiste Verwandtschaft verräth.

ULMACEAE.

Gen. *ULMOPHYLON.*

Hieher rechne ich fossile Pflanzen der Kreideflora, welche ihren Merkmalen nach wohl zu den Ulmaceen gehören, jedoch keiner lebenden Gattung eingereiht werden können. Die hier beschriebenen zwei Arten dieser Gattung haben lederartige Blätter. Die Eine zeigt die meiste Verwandtschaft zu *Ulmus*, die Andere zu *Planera*. Beide Gattungen finden sich aber in der Tertiärflora Neuseelands.

Ulmophylon latifolium sp. n.

Taf. IX, Fig. 6—8.

U. foliis subcoriaceis, petiolatis, late ovatis, basi inaequali vel obliqua obtusis, apice acuminatis, margine inaequaliter vel duplicato-dentatis; nervatione craspedodroma, nervo primario valido, recto, excurrente, nervis secundariis prominentibus, sub angulis 40—50° orientibus, basin versus approximatis et nervos externos emittentibus, superioribus simplicibus; nervis tertiariis e latere externo secundariorum sub angulis acutis exeuntibus, simplicibus vel ramosis, inter se conjunctis; reticulo obsoleto.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Entspricht unter den fossilen Arten einigermassen der *Ulmus prisca* Ung., ist aber durch die doppelte Zahnung, derbere Textur und die starken hervortretenden Aussennerven der unteren Secundärnerven von der genannten Art abweichend. Unter den lebenden *Ulmus*-Arten dürfte man die Analogien der beschriebenen eher in der Abtheilung *Microtelea* finden, wo derbere fast lederartige Blätter vorkommen. Zu einer genaueren Vergleichung sind jedoch vollständiger und besser erhaltene Exemplare erforderlich als die vorliegenden Fossilien darbieten. Das kleine Blatt, Fig. 7, welches die Eigenschaften eines *Ulmus*-Blattes so deutlich zeigt, rechne ich zur selben Art, da es mit dem grossen Blatte Fig. 6 und einigen Resten von der Grösse nach dazwischenstehenden Blättern auf demselben Stein beisammenliegt.

Diese fossile Pflanze ist jedenfalls ein Vorbildner der *Ulmus*-Arten, und es scheint auch der europäischen Kreide die Gattung *Ulmophylon* nicht zu fehlen, wie spätere Untersuchungen darthun dürften.

Ulmophylon planeraefolium sp. n.

Taf. IX, Fig. 2—5, 4 *a*.

U. foliis breviter petiolatis, coriaceis, ovatis vel ovato-oblongis, basi rotundata aequali vel inaequali, apice acuminatis, margine crenatis vel irregulariter obtuse dentatis; nervatione craspedodroma; nervo primario prominente recto, excurrente; nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, prominentibus, arcuatis simplicibus rarius ramosis; nervis tertiariis e latere externo secundariorum angulis peracutis egredientibus, approximatis, subflexuosis, fere transversim inter se conjunctis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Diese Blätter haben auf den ersten Blick wohl eine grosse Ähnlichkeit mit denen von *Planera*, unterscheiden sich aber von denselben durch eine lederartige Textur und durch die genäherten mehr hervortretenden fast querläufigen Tertiärnerven. (S. die Vergrösserung Fig. 4 *a*.) Diese wesentlichen Verschiedenheiten liessen es für gerathen erscheinen, eine besondere Gattung der Kreideflora anzunehmen, aus welcher in der Tertiärzeit die Gattungen *Planera* und *Ulmus* erst hervorgingen.

In der beschriebenen fossilen Pflanze hätten wir vielleicht den Vorbildner von *Planera* vor uns, wofür die Form, Zahnung und mehrere Merkmale der Nervation des Blattes zu sprechen scheinen.

Planera antiqua Heer aus den Patoot-Schichten kann als Analogie derselben gelten.

MOREAE.

Ficus similis sp. n.

Taf. IX, Fig. 10, 10 *a*.

F. foliis petiolatis rotundato-ovalibus vel ellipticis, basi subacutis, margine integerrimis; nervatione camptodroma; nervo primario prominente, recto, nervis secundariis sub angulis 65—80° orientibus, numerosis, paullo arcuatis parallelis; nervis tertiariis e latere externo secundariorum sub angulis acutis exeuntibus, ramosis inter se conjunctis, reticulum tenerrimum includentibus.

Fundort: Wangapeka, Nelson (Otago Museum).

Gleicht in allen Eigenschaften, mit Ausnahme des kürzeren Blattsticles sehr dem *Ficus Jynx* Ung. Das feinste Blattnetz scheint bei der neuseeländischen Art mehr entwickelt zu sein, wie die Vergrösserung desselben Fig. 10 *a* zeigt. Übrigens ist auch hierin die Nervation sehr ähnlich der von *Ficus Jynx* (vergl. Heer Tertiärflora der Schweiz Bd. II, Taf. 85, Fig. 8). In der Kreideflora haben wir analoge Arten in *F. Geinitzii* Ett. von Niederschöna, in *F. atavina* Heer aus den *Atane*-Schichten Grönlands, insbesondere aber in *F. magnoliaefolia* Lesq. aus der Dakota-Gruppe. Die letztere Art nähert sich der *Ficus Jynx* in gleicher Weise wie die beschriebene, von welcher sie sich durch die mehr aufsteigenden Secundärnerven unterscheidet.

LAURINEAE.

Cinnamomum Haastii sp. n.

Taf. IX, Fig. 11.

C. foliis coriaceis, ovalibus, basi obtusis, margine integerrimis, nervatione acrodroma, nervo primario prominente, nervis secundariis paucis, infimis suprabasilaribus curvatis, elongatis; nervis tertiariis transversis, inter se remotis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Nähert sich dem *Cinnamomum Scheuchzeri* Heer, von welchem es sich nur durch die stark gebogenen, unter stumpferen Winkeln abgehenden spitzläufigen Secundärnerven unterscheidet. Durch dasselbe Merkmal, durch die stumpfe Blattbasis und die geringere Zahl der Secundärnerven ist die beschriebene Art der Kreideflora Neuseelands einerseits von *C. intermedium* m. der Tertiärflora Neuseelands, anderseits von dem analogen *Cinnamomum Heerii* Lesq. der nordamerikanischen Kreideflora zu trennen.

PROTEACEAE.

Knightiophyllum primaevum sp. n.

Taf. IX, Fig. 12.

K. foliis coriaceis obovato-oblongis, margine argute dentatis, nervatione camptodroma, nervo primario valido, nervis secundariis tenuibus, sub angulis 70—80° orientibus, marginem versus flexuosis, fere evanescentibus, nervis tertiariis brevissimis rectangularibus, dictyodromis, vix conspicuis.

Fundort: Grey river (?) (Otago Museum).

Das vorliegende Blattfossil, welches auf einem dunklen Schiefer, sehr ähnlich dem von Grey river vorkommt, und mir ohne nähere Bezeichnung des Fundortes zukam, zeigt durch die starke verkohlte Substanz am Abdrucke eine steife lederartige Textur an. Die Form lässt sich zu einer verkehrt-eiförmig-länglichen ergänzen der Rand ist nur an einer Stelle unversehrt erhalten und zeigt gedrängt stehende, ziemlich ungleiche und sparrige, an ihren Spitzen abgestumpfte Zähne. Die Nervation zeigt feine unter wenig spitzen Winkeln aus

einem starken Primärnerv abgehende und im Bogen gegen den Rand zu aufsteigende Secundärnerven in Distanzen von beiläufig 10^{mm} von einander. In ihrem weiteren Verlaufe werden diese Nerven so fein, dass man sie nur bei günstiger Beleuchtung mittelst der Loupe sehen kann, und sie ziehen zuletzt auffallend geschlängelt eine kurze Strecke am Rand hinauf, ohne sichtbare Schlingen zu bilden. Von den Tertiärnerven, die wegen ihrer Feinheit sich nur an wenigen Stellen im dazu ungünstigen Gestein erhalten haben, nimmt man wahr, dass sie sich sogleich in ein engmaschiges undeutlich sichtbares Blattnetz auflösen. Die genannten Eigenschaften deuten auf die in der Jetztwelt nur in Neuseeland und in Neucaledonien einheimische Gattung *Knightia* (vergl. Ettingsh. Blattskel. d. Apetalen, Denkschr. Bd. XV, Taf. 42 und 43). Die fossile Art scheint von der am meisten ähnlichen neuseeländischen *K. excelsa* R. Brown nur durch die verkehrt-eiförmig-länglichen Blätter und die den Rand hinaufziehenden Secundärnerven verschieden zu sein.

Von der zweiten Species dieser Gattung, der neucaledonischen *K. strobilina* R. Brown weicht unser Fossil durch die Zahnung des Blattrandes ab. Insofern sie aber mit dieser zweiten Art in der Blattform mehr übereinstimmt, kann man annehmen, dass *Knightiophyllum primaevum* in seinen Eigenschaften zwischen den beiden genannten lebenden Arten stehe, somit als die Stammpflanze dieser zu betrachten sei.

Ein ähnliches Blattfossil kam auch aus der Eocänflora von Dalton bei Gunning in Neu-Süd-Wales zum Vorschein, welches ich zu *Knightia* selbst brachte und mit der *K. excelsa* R. Brown verglich (Beitr. z. Tertiärfl. Australiens. I. Denkschr. Bd. XLVII, S. 128, Taf. IV, Fig. 7).

Dryandroides pakawauica sp. n.

Taf. IX, Fig. 13.

D. foliis rigide coriaceis, lineari-lanceolatis, longe acuminatis serratis, nervo primario valido, secundariis sub angulis 60—70° orientibus, ramosis; tertiariis inconspicuis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Das vorliegende Blattfossil verräth eine steife lederartige Textur; es zeigt eine schmallanzettliche Form, die gegen die Spitze zu beträchtlich verlängert ist, einen ziemlich scharf gesägten Rand, kurz Eigenschaften, welche wir an den bisher zu *Dryandroides* gebrachten Blattfossilien antreffen. Da auch die Nervation, so weit selbe an dem beschriebenen Fossil erhalten ist, nicht gegen diese Bestimmung spricht, möge dasselbe in die genannte Sammelgattung eingereiht bleiben, bis besseres Material zu genaueren Untersuchungen diesfalls Anlass gibt. Als eine analoge Species der europäischen Kreide kann *Dryandroides latifolia* Ett. von Niederschöna bezeichnet werden.

DIALYPETALAE.

SAXIFRAGACEAE.

Ceratopetalum rivulare sp. n.

Taf. IX, Fig. 15, 16.

C. foliis simplicibus, petiolatis coriaceis, lanceolatis acuminatis, basi paullo angustatis, margine argute minute serratis, nervatione camptodroma, nervo primario prominente, recto; nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, ante marginem furcatis; nervis tertiariis e latere externo secundariorum angulo acuto egredientibus, tenuissimis.

Fundort: Grey river, Westland (Canterbury Museum).

Die hier dargestellten Blattfossilien dürften zur selben Art gehören, obgleich Fig. 15 ein um die Hälfte kleineres Blatt mit einer etwas mehr eiförmigen Verbreiterung zeigen. Die Consistenz war lederartig; der Stiel erreicht eine Länge von 11^{mm}. Die Form der Lamina ist bei allen lanzettlich, bald breiter, bald schmäler, die Basis mehr stumpf und fast breit eiförmig, selten etwas verschmälert, die Spitze lang verschmälert, der Rand scharf kleingesägt. Eine Verdickung der Zahnspitzen, wie selbe bei anderen Arten vorkommt, ist hier nicht wahrnehmbar. Die Nervation ist bogenläufig. Der Primärnerv tritt in seinem ganzen

Verlaufe stark hervor; die Secundärnerven entspringen in Distanzen von 4—5^{mm} von einander unter wenig spitzen Winkeln, sind in der Nähe des Randes schnell nach aufwärts gekrümmt und meist gabelspaltig. Die Tertiärnerven sind sehr fein, an der Aussenseite der Secundären spitzwinklig abgehend. Ein Blattnetz ist nicht erhalten.

Die beschriebenen Fossilien sind mit Blättern von *Ceratopetalum* am besten zu vergleichen und nähern sich sehr auffallend einerseits dem *Ceratopetalum Mac Donaldi* Ett. der australischen, anderseits dem *C. bilinicum* der europäischen Tertiärflora, von beiden Arten hauptsächlich nur durch die stärkeren entfernter von einander stehenden Secundärnerven verschieden.

TILIACEAE.

Grewiopsis pakawauica sp. n.

Taf. IX, Fig. 21.

G. foliis parvis, coriaceis, ovatis, dense et inaequaliter crenulatis, basi subtruncatis, apice acuminatis, nervatione subactinodroma, nervo primario prominente excurrente, nervis basilaribus lateralibus 3—5, abbreviatis; nervis secundariis paucis sub angulis 40—50° orientibus, 8—14^{mm} inter se distantibus, craspedodromis, inferioribus extus ramosis, superioribus simplicibus vel furcatis, nervis tertiariis tenuissimis, sub angulis acutis emissis.

Fundort: Pakawau, Nelson (Canterbury Museum).

Ein eiförmiges fein und ungleich gekerbtes Blatt von derber Consistenz, welches nach der eigenthümlichen fein-höckerigen Oberfläche zu schliessen mit einem rauhhaarigen Überzug versehen gewesen sein dürfte. Die Basis ist fast flach abgeschnitten, die Spitze verschmälert vorgezogen. Die Nervation ist wegen der strahlenförmig angeordneten, aber sehr ungleichen Basalnerven als unvollkommen strahlläufig zu bezeichnen. Der mittlere Hauptnerv tritt stark hervor und läuft in die Spitze aus. Auf einer Seite desselben gehen zwei, auf der anderen nur ein Basalnerv ab. Dieselben sind kurz, mit einigen Aussenästen besetzt. Die grösseren untersten Secundärnerven entsenden Aussennerven, welche stärker sind als die der Basalnerven. Die übrigen unter spitzen Winkeln entspringenden Secundärnerven sind einfach oder gabelspaltig und laufen in schwachem Bogen den Randkerben zu. Die Tertiärnerven sind sehr fein, einfach und spitzwinklig eingefügt. Ein Blattnetz ist nicht sichtbar.

Das beschriebene Blattfossil stimmt in seinen Eigenschaften am besten zu *Grewiopsis* und schliesst sich der *G. orbiculata* Sap., einer Art der fossilen Flora von Sézanne an, welcher kleine lederartige Blätter von ähnlicher Form und Nervation zukommen. Dieselben unterscheiden sich jedoch durch eine andere Randbeschaffenheit und die geringere Zahl von Secundärnerven von der neuseeländischen Art. Als eine vicariirende Art der nordamerikanischen Kreideflora könnte *Grewiopsis Haidenii* Lesq. aus der Dakota-Gruppe gelten.

SAPINDACEAE.

Sapindophyllum coriaceum sp. n.

Taf. IX, Fig. 22, 23.

S. foliolis rigide coriaceis, lanceolatis inaequilateris, falcatis, basi angustatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario valido, nervis secundariis tenuibus, plerumque obsoletis.

Fundort: Wangapeka, Nelson (Canterbury Museum).

Die in Fig. 22, 23 vorliegenden Blattfossilien von Wangapeka sind zweifelsohne Theilblättchen; sie verrathen eine besonders derbe lederartige Textur, sind lanzettförmig, auffallend ungleichseitig, sichelförmig gekrümmt, nach der Basis verschmälert, am Rande ungezähnt. Das Vorhandensein oder die Abwesenheit eines Stielchens lässt sich nicht ermitteln. Wegen der dicken stark verkohlten Substanz ist von der Nervation wenig zu sehen. Von dem starken gegen die Spitze zu allmählig verschmälerten Primärnerv gehen feine bogenläufige Secundärnerven ab.

Ich glaube keinen allzugrossen Fehler zu begehen, wenn ich diese Blattfossilreste mit den Sapindaceen in Beziehung bringe, einer Familie, welche durch Fruchtreste und wohlerhaltene Blattfossillien für die Flora der Vorwelt im Allgemeinen zweifellos nachgewiesen, überdies sowohl in der Tertiärflora, als auch in der Jetztflora Neuseelands enthalten ist, da die beschriebenen Merkmale der erwähnten Fossilien am besten dahin zu passen scheinen. Spätere Forschungen mögen mehr Licht in die Sache bringen.

In dem *Sapindus prodromus* Heer aus den Atane-Schichten Grönlands haben wir eine analoge Pflanze, welche sich nur durch zartere an der Basis weniger verschmälerte Blättchen von der beschriebenen zu unterscheiden scheint.

Cupanites Novae Zeelandiae sp. n.

Taf. IX, Fig. 18—20.

C. foliolis coriaceis, oblongis, vel lanceolatis basi obliqua rotundato-obtusis, apicem versus angustatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario valido, recto, nervis secundariis sub angulis 60—70° orientibus, arcuatis marginem adscendentibus, simplicibus; nervis tertiariis obsoletis.

Fundorte: Grey River, Westland; Pakawau, Nelson. (Canterbury Museum).

Die schiefe Basis und eine wenn auch nur angedeutete Ungleichheit der Seiten dieser Blattfossilien lässt annehmen, dass dieselben Theilblättchen eines zusammengesetzten Blattes sind. Die Textur ist aus der Beschaffenheit des Abdruckes als lederartig zu erkennen. Die Form variirt vom breiten Länglichen bis in das Schmallanzettliche; der Rand ist ungezähnt. Von der Nervation ist nur der mächtige, gerade, gegen die Spitze zu allmälig verschmälerte Primärnerv und die unter wenig spitzen Winkeln entspringenden bogenläufigen Secundärnerven erhalten. Letztere stehen in Abständen von 7—12^{mm} untereinander.

Ich halte diese Fossilien ebenfalls für Theilblättchen von Sapindaceen und bringe selbe zu *Cupanites*, wo ähnliche Theilblättchen vorkommen, wie z. B. bei *C. miocenicus, C. Neptuni* u. A.

CELASTRINEAE.

Celastrophyllum australe sp. n.

Taf. IX, Fig. 14.

C. foliis coriaceis petiolatis, oboratis, basin versus angustatis, apice rotundato-obtusis, margine serrulatis; nervatione camptodroma, nervo primario distincto, basi prominente, recto, nervis secundariis tenuibus, sub angulis 50—60° orientibus, nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Grey river, Westland (Canterbury Museum).

Ein lederartiges verkehrt eiförmiges in den Blattstiel verschmälertes, am Rande fein gezähntes Blatt mit bogenläufiger Nervation und feinen unter wenig spitzen Winkeln abgehenden Secundärnerven. Die Tertiärnerven haben sich nicht erhalten. Ich vermuthe, dass dieses Blatt zu *Celastrus* gehört, reihe es aber vorläufig der Sammelgattung *Celastrophyllum* ein, bis besser erhaltene Reste die genauere Bestimmung desselben begründen lassen.

Celastrophyllum crenatum Heer aus den Patoot-Schichten der Kreideflora Grönlands scheint mir eine analoge Art zu sein.

PAPILIONACEAE.

Dalbergiophyllum rivulare sp. n.

Taf. VI, Fig. 6.

D. foliolis coriaceis ovatis, inaequilateris, apice acuminatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario basi prominente, apicem versus attenuato, excurrente, nervis secundariis paucis, sub angulis acutis variis egredientibus, curvatis adscendentibus; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Grey river, Westland (Canterbury Museum).

Ein Theilblättchen von lederartiger Textur, welches nach seiner Form und Nervation am besten den Papilionaceen, insbesondere den Dalbergien eingereiht werden dürfte. Die Vergleichung desselben mit Blättchen aus der genannten Abtheilung führt zu den Gattungen *Andira*, *Trioptolemaea*, *Pterocarpus*, *Hecastophyllum* und *Machaerium*. Eine engere Begrenzung der Analogien ist erst bei Vorlage vollständiger erhaltener Reste möglich. Doch scheint *Dalbergia Rinkiana* Heer aus den Atane-Schichten Grönlands eine der beschriebenen näher verwandte Art zu sein.

Dalbergiophyllum Nelsonicum sp. n.

Taf. VI, Fig. 3.

C. foliolis coriaceis, oblongis, basi inaequalibus, apice acuminatis, margine integerrimis; nervatione camptodroma, nervo primario valido, nervis secundariis pluribus, approximatis; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Wangapeka, Nelson (Canterbury Museum).

Ein Theilblättchen, welches insbesondere mit denen von *Pterocarpus*- und *Machaerium*-Arten Ähnlichkeit verräth. Die Textur ist mehr derb als die des vorherbeschriebenen, die Form schmäler, die Ungleichheit der Seiten geringer. Der Primärnerv ist sehr stark, die Secundärnerven, welche an der verkohlten Substanz des Fossils nur mit Mühe wahrgenommen werden konnten, sind zahlreich und einander genähert.

CAESALPINIEAE.

Palaeocassia phaseolitoides sp. n.

Taf. IX, Fig. 17.

C. foliolis coriaceis petiolulatis, oblongis vel ovato-lanceolatis, basi obliquis, apice acuminatis, margine integerrimis, nervatione camptodromis, nervo primario distincto prominente; nervis secundariis sub angulis 50—60° orientibus, tenuibus; nervis tertiariis obsoletis.

Fundort: Grey river, Westland (Canterbury und Otago Museum).

Theilblättchen, welche bezüglich ihrer Form und Nervation denen von *Cassia Pseudo-Phaseolites* m. der Tertiärschichten von *Shag Point* in Neuseeland fast vollkommen gleichen, jedoch durch eine derbe, lederartige Textur sich von denselben unterscheiden. Es lässt sich wohl eine genetische Beziehung der Art, welcher die beschriebenen Theilblättchen angehören, zu der genannten tertiären vermuthen. Ob jedoch die Kreide-Stammart schon zur selben Gattung gezählt werden darf als die tertiäre Tochterart, möge so lange keine weiteren thatsächlichen Beweise hiefür vorliegen, noch in Abrede gestellt bleiben.

Als vicariirend in der europäischen Kreideflora betrachte ich *Palaeocassia angustifolia* Ett. aus den Schichten von Niederschöna.

Erklärung der Tafeln.

TAFEL I.

Fig. 1, 2. Fiederfragmente von *Lomariopsis Dunstanensis* Ett. von Dunstan. Fig. 2 *a* ein Bruchstück vergrössert dargestellt, um die Nervation und die Vertheilung der Fruchthäufchen zu zeigen.

„ 3. Fiederbruchstück von *Aspidium Otagoicum* Ett. von Shag Point.

„ 4. Fiederfragment von *Aspidium tertiario-zelandicum* Ett. von Dunstan. Fig. 4 *a* Vergrösserung der Nervation und Fructification.

„ 5—7. *Sequoia Novae Zelandiae* Ett. Fig. 5 Zapfen, von Shag Point; Fig. 6, 7 Zweigchen, von Landslip Hill; Fig. 7 *a* ein Blatt vergrössert gezeichnet.

„ 8, 9. Reste einer *Pinus(?)*-Art. Fig. 8 Nadelbruchstücke; Fig. 8 *a* ein Bruchstück vergrössert gezeichnet; Fig. 9 Zapfenschuppe. Sämmtlich von Shag Point.

„ 10. Fiederfragment von *Zamites* sp.? von Shag Point.

„ 11. Zweigchen von *Taxodium distichum eocenicum* Ett. von Shag Point. Fig. 11 *a* ein Blatt sammt der Einfügung vergrössert dargestellt.

„ 12—14. *Podocarpus Parkeri* Ett. von Shag Point. Fig. 12, 14 Zweigchen, Fig. 12 *a* ein Blatt mit dem Ansatz vergrössert dargestellt; Fig. 13 Frucht.

„ 15—17. *Podocarpus Hochstetteri* Ett. Fig. 15, 16 Zweigchen; Fig. 15 *a*, 16 *a* kleinere Blätter sammt Einfügung schwach vergrössert; Fig. 17 Frucht. Shag Point.

„ 18. Zweigchen von *Araucaria Dunni* Ett. Shag Point.

„ 19. Zweigchen von *Dacrydium prae-cupressinum* Ett. von Shag Point.

„ 20, 21. *Dammara uninervis* Ett. von Shag Point. Fig. 20 Blatt; Fig. 21 Zapfenschuppe.

„ 22—24. *Dammara Oweni* Ett. von Shag Point. Fig. 22, 24 Blätter; Fig. 23 Zapfenschuppe.

„ 25. *Seaforthia zelandica* Ett. Dunstan.

TAFEL II.

Fig. 1—2. Zweigchen von *Araucaria Haastii* Ett. Shag Point.

„ 3. Zapfen von *Dammara Oweni* Ett. Malvern Hills.

TAFEL III.

Fig. 1—3. *Caulinites Otagoicus* Ett. von Shag Point. Fig. 1, 2 Stengelfragmente; Fig. 3 Rhizomfragment.

„ 4, 5. *Casuarina deleta* Ett. von Shag Point. Fig. 5 *a* Bruchstück eines Zweigchens vergrössert dargestellt, um die Scheiden zu zeigen.

„ 6—12. *Myrica prae-quercifolia* Ett. Fig. 6—11 Blätter, Fig. 12 Frucht. Sämmtlich von Shag Point.

„ 13. *Myrica sub-integrifolia* Ett. von Shag Point.

„ 14. *Myrica proxima* Ett. von Malvern Hills.

„ 15—17. *Alnus Novae Zeelandiae* Ett. von Shag Point.

„ 18. *Fagus Lendenfeldi* Ett. von Malvern Hills.

„ 19. *Dryophyllum dubium* Ett. von Landslip Hill. Fig. 19 *a* Vergrösserung der Nervation.

„ 20—22. *Quercus lonchitoides* Ett. Fig. 20 von Murderer's Creek; Fig. 21, 22 von Shag Point.

„ 23. *Quercus Parkeri* Ett. von Shag Point.

„ 24. *Quercus celastrifolia* Ett. von ebendaher.

„ 25. *Quercus deleta* Ett. von ebendaher.

TAFEL IV.

Fig. 1. *Fagus Ninnisiana* Ung. von Shag Point.
„ 2, 3. *Fagus Leudenfeldi* Ett. von Malvern Hills; Fig. 2 Frucht; Fig. 3 Blatt.
„ 4, 5. *Fagus ilmifolia* Ett. von Shag Point; Fig. 11 *a* die Nervation vergrössert dargestellt.
„ 6. *Dryophyllum dubium* Ett. von Landslip Hill.
„ 7. *Ficus sub-lanceolata* Ett. von Shag Point.
„ 8. *Ulmus Hectori* Ett. von Shag Point.
„ 9. *Planera australis* Ett. von Malvern Hills.
„ 10. *Daphnophyllum australe* Ett. von Wegapass.
„ 11. *Laurophyllum tenuinerve* Ett. von Shag Point.
„ 12. *Santalum sub-acheronticum* Ett. von Shag Point.
„ 13. *Apocynophyllum affine* Ett. von Landslip Hill.
„ 14—18. *Dryandra comptoniaefolia* Ett. von Murderer's Creek. Fig. 18 *a* die Nervation vergrössert gezeichnet.
„ 19. *Hedycaria praecedens* Ett. von Shag Point.
„ 20—22. *Cinnamomum intermedium* Ett. von ebendaher.

TAFEL V.

Fig. 1. *Apocynophyllum elegans* Ett. von Landslip Hill.
„ 2. *Loranthus Otagoicus* Ett. von Shag Point.
„ 3. *Sapindus sub-falcifolius* Ett. von Racacliffgully.
„ 4. *Diospyros Novae Zeelandiae* Ett. von Shag Point; Fig. 4 *a* die Nervation vergrössert dargestellt.
„ 5. *Dalbergia australis* Ett. von Shag Point.
„ 6. *Cassia Pseudo-Memnonia* Ett. von Shag Point.
„ 7. *Acer sub-trilobatum* Ett. von Shag Point; Fig. 7 *a* Vergrösserung der Nervation.
„ 8. *Cissophyllum Malvernicum* Ett. von Malvern Hills.
„ 9—12. *Dryandra comptoniaefolia* Ett. von Murderer's Creek.
„ 13, 14. *Aralia Tasmanni* Ett. von Shag Point; Fig. 13 *a* das Blattnetz vergrössert dargestellt.

TAFEL VI.

Fig. 1. *Elaeodendron rigidum* Ett. von Landslip Hill.
„ 2. *Sapindus subfalcifolius* Ett. von Shag Point.
„ 3. *Dalbergiophyllum Nelsonicum* Ett. von Wangapeka.
„ 4. *Dalbergiophyllum rivulare* Ett. von Grey River.
„ 5. *Eucalyptus dubia* Ett. von Shag Point; Fig. 5 *a* Vergrösserung der Nervation.
„ 6. *Cassia Pseudo-Phaseolites* Ett. von Shag Point.
„ 7—9. *Carpolithes Otagoicus* Ett. von Shag Point. Fig. 8 *a* die Aussenfläche; Fig. 8 *b* die Innenfläche der Fruchtschale vergrössert dargestellt.
„ 10—12. Dünnschliffe des Holzes von *Araucaria Haastii* Ett., 350malige Vergrösserung. Fig. 10 Querschnitt; Fig. 11 Radialschnitt; Fig. 12 Tangentialschnitt.
„ 13—15. Dünnschliffe vom Holze von *Dammara Oweni* Ett. in 350maliger Vergrösserung. Fig. 13 Querschnitt; Fig. 14 Radialschnitt; Fig. 15 Tangentialschnitt.

TAFEL VII.

Fig. 1. Wedelfragment von *Blechnum priscum* Ett. Pakawau. Fig. 1 *a* Vergrösserung der Nervation.
„ 2, 3. *Aspidium cretaceo-zeelandicum* Ett. Fiederfragmente von Pakawau.
„ 4—6. Wedelreste von *Dicksonia pterioides* Ett. Pakawau; Fig. 6 *a* ein Fiederfragment mit der Nervation vergrössert dargestellt.
„ 7. *Gleichenia obscura* Ett. von Pakawau; Fig. 7 *a* ein Fiederchen mit der Nervation vergrössert gezeichnet.
„ 8—10. Zweigchen von *Podocarpium tenuifolium* Ett. von Pakawau. Fig. 10 *a* Blätter mit der Einfügung derselben vergrössert gezeichnet.
„ 11. *Podocarpium cupressinum* Ett. Zweigchen von Pakawau.
„ 12. *Podocarpium prae-dacrydioides* Ett. Zweigchen von Pakawau.
„ 13—15. *Podocarpium Ungeri* Ett. Fig. 13, 14 Zweigchen, Fig. 15 Frucht von Pakawau.
„ 16. *Taxo-Torreya trinervia* Ett. Zweigchenbruchstück; Fig. 16 *a* ein Blatt vergrössert dargestellt.
„ 17, 18. Fragmente von Zweigchen des *Dacrydinium cupressinum* Ett. von Pakawau; Fig. 18 *a* ein Stück derselben vergrössert dargestellt.

Fig. 19. Phyllodium von *Ginkgocladus Novae Zeelandiae* Ett. von Wangapeka.
„ 20. Zweigfragment von *Dammara Mantelli* Ett. von Pakawau.
„ 21. *Bambusites australis* Ett. Rhizombruchstück von Pakawau.
„ 22. *Poacites Nelsonicus* Ett. Blattfragment von Wangapeka.

TAFEL VIII.

Fig. 1—3. *Bambusites australis* Ett. von Pakawau. Fig. 1, 2 Halmfragmente; Fig. 3 Blattfragment; Fig. 3 *a* die Nervation desselben vergrössert dargestellt.
„ 4. *Flabellaria sub-longirhachis* Ett. von Grey River; Fig. 4 *a* Vergrösserung der Nervation.
„ 5. Blattfragment von *Haastia speciosa* Ett. von Pakawau.
„ 6, 7. Fragmente von *Casuarinites cretaceus* Ett. Fig. 6 von Pakawau; Fig. 7 von Grey River; Fig. 5 *a* ein Zweigchen fragment vergrössert gezeichnet.
„ 8. *Quercus pachyphylla* Ett. von Grey River; Fig. 8 *a* Vergrösserung der Nervation.
„ 9. *Quercus calliprinoides* Ett. von Wangapeka.
„ 10. *Quercus Nelsonica* Ett. von Wangapeka.
„ 11. *Dryophyllum Nelsonicum* Ett. von Pakawau; Fig. 11 *a* die Nervation vergrössert gezeichnet.

TAFEL IX.

Fig. 1. *Fagus producta* Ett. von Pakawau.
„ 2—5. *Ulmophylon planeraefolium* Ett. von Pakawau. Fig. 4 *a* Vergrösserung der Nervation.
„ 6—8. *Ulmophylon latifolium* Ett. von Pakawau.
„ 9. *Fagus Nelsonica* Ett. von Wangapeka; Fig. 9 *a* die Nervation vergrössert gezeichnet.
„ 10. *Ficus similis* Ett. von Wangapeka; Fig. 10 *a* Vergrösserung der Nervation.
„ 11. *Cinnamomum Haastii* Ett. von Pakawau.
„ 12. *Knightiophyllum primaevum* Ett. von Grey River.
„ 13. *Dryandroides pakawauica* Ett. von Pakawau.
„ 14. *Celastrophyllum australe* Ett. von Grey River.
„ 15, 16. *Ceratopetalum rivulare* Ett. von Grey River.
„ 17. *Palaeocassia phaseolitoides* Ett. von Grey River.
„ 18—20. *Cupanites Novae Zeelandiae* Ett. von Grey River.
„ 21. *Grewiopsis pakawauica* Ett. von Pakawau.
„ 22, 23. *Sapindophyllum coriaceum* Ett. von Wangapeka.

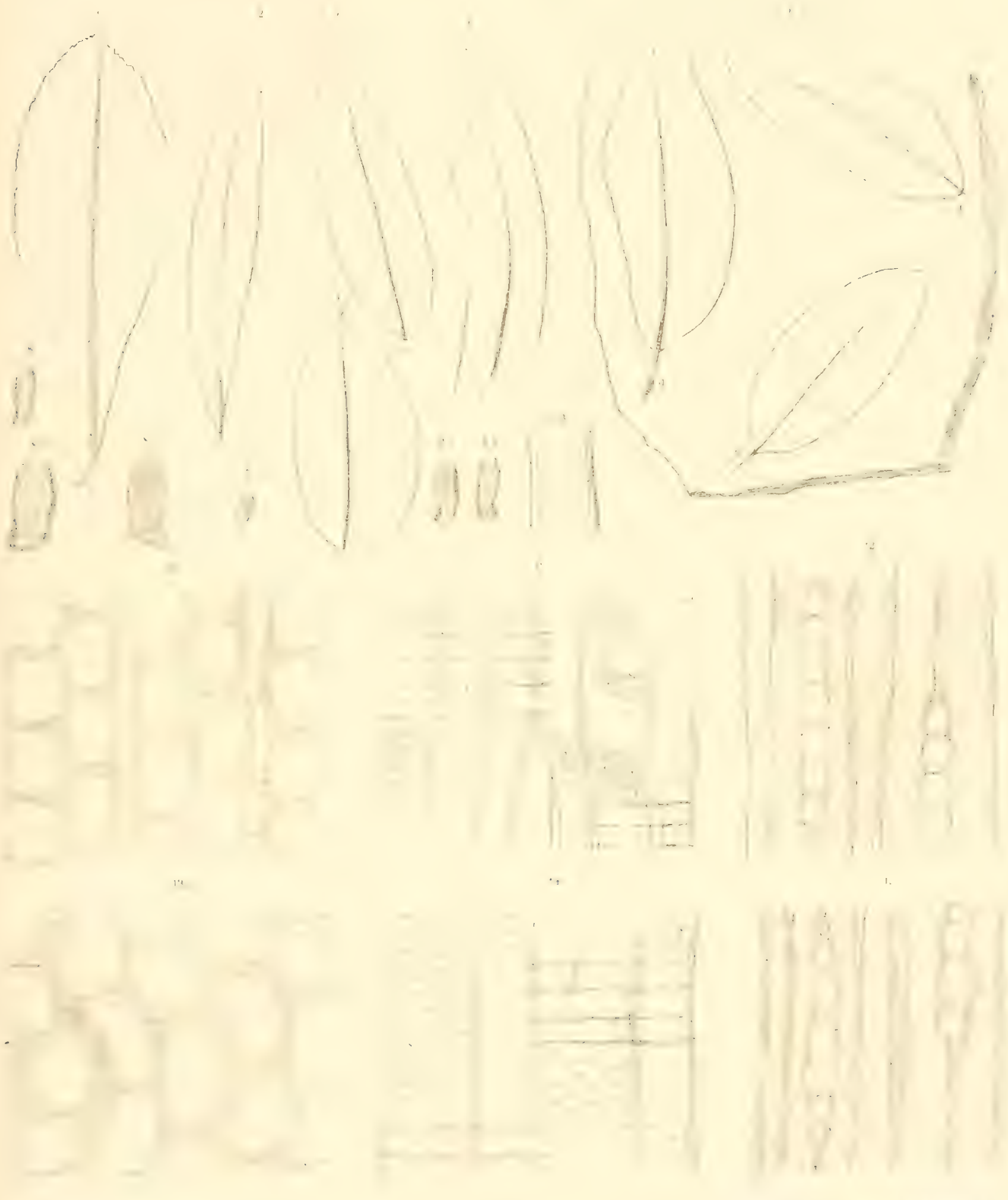
1 2 Lomariopsis dunstanensis. 3 Aspidium otagoicum. 4 A tertiario zeelandicum. 5 7 Sequoia Novae Zeelandiae. 8 9 Pinus sp.? 10 Zamites sp.? 11 Taxodium distichum miocenicum. 12 14 Podocarpus Parkeri. 15 16 P. Hochstetteri. 18 Araucaria Dunii. 19 Dacrydium prae cupressinum. 20 21 Dammara amnervis. 22 24 D. Owenii. 25 Scaforthia zeelandica.

1. 2. *Araucaria Haastii* 3. *Dammara Oweni*

1–3 *Cyclomedes elegans*. 4–5 *Gemmatites edda*. 6–11 *Myrica vera-zelandica*. 12 *M. cuneifolia*. 13 *M. parvula*. 14–15 *M. diversa*. 16 *M. rara*. 17 *Fagus Dicksoni*. 18 *Fagus Lendenfeldi*. 19 *Dryandra Goepperti*. 20–21 *Dryandra Lendenfeldi*. 22 *Dryandra Novae-Zelandiae*. 23 *Quercus Lendenfeldi*.

1 Fagus Nuvisiana. 2. 3 F. Lendenfeldi. 4. 5 F. ulmifolia. 6 Dryophyllum dubium. 7 Lirus sublanceolata. 8 Ulmus Hectori. 9 Planera australis. 10 Dryophyllum australe. 11 Laurophyllum tenuiverne. 12 Santalum sabocherontium. 13 Imeryophyllum affine. 14-18 Dryandra comptoniaefolia. 19 Hedycarya praecedens. 20-22 Cinnamomum intermedium.

1. *Apocynophyllum elegans.* 2. *Loranthus onigoicus.* 3. *Sapindus subtilicolius.* 4. *Diospyros Novae Zeelandiae.* 5. *Dalbergia australis.* 6. *Cassia Pseudo-Memnonia.* 7. *Acer subtrilobatum.* 8. *Cissophyllum Malpighiaeum.* 9. 12. *Dryandra compositaefolia.* 13, 14. *Aralia lusitana.*



1 Flacodendron rigidum 2 Sapindus sublaticifolius 3 Dalbergiophyllum Nelsonicum 4 D. rivulare 5 Eucalyptus dubia 6 Cassia Pseudo Phaseolites 7 9 Carpolithes Otagoicus 10 12 Araucaria Haastii 13 15 Banksiaea Owenii

1 Blechnum priscum. 2. 3. Aspidium cretaceo-zeelandicum. 4. 6. Dicksonia pterioides. 7. Gleichenia obscura. 8. 10. Podocarpium tenuifolium. 11. P. cupressinum. 12. P. dacrydioides. 13. 15. P. Ungeri. 16. Taxo-Torreya trinervia. 17. 18. Dacrydinium cupressinum. 19. Ginkgoeladus Novae Zeelandiae. 20. Dammara Mamelli. 21. Bambusites australis. 22. Poacites Nelsonicus.

1–3 Bambusites australis 4 Flabellaria sublongirhachis. 5 Haastia speciosa 6 7 Casuarinites cretaceus 8 Quercus pachyphylla 9 Q. callipriniides 10 Q. Nelsonica 11 Dryophyllum Nelsonicum

1 Fagus producta. 2-5 Ulmophyllon planeraefolium. 6-8 U. latifolium. 9 Fagus Nelsonica. 10 Ficus similis. 11 Cinnamomum Hoosii. 12 Knightiophyllum primaevum. 13 Dryandroides pakawauica. 14 Celastrophyllum australe. 15, 16 Ceratopetalum rivulare. 17 Palaeocassia phaseolitoides. 18-20 Cupanites Novae Zeelandiae. 21 Grewiopsis pakawauica. 22, 23 Sapindophyllum coriaceum.

BEITRÄGE

ZUR

PHYSIOLOGIE DER MUSKELN.

VON

ALEXANDER ROLLETT,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

(Mit 11 Tafeln.)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 21. APRIL 1887.

Die physiologischen Thatsachen, welche in der folgenden Abhandlung mitgetheilt werden sollen, werden zu einem grossen Theile unser Interesse nur in Bezug auf das Vorkommen, in welchem ich sie beobachtet habe, beanspruchen.

Viele derselben sind an anderen quergestreiften Muskelfasern, als an welchen sie hier beschrieben werden sollen, längst bekannt.

Andererseits glaube ich aber, dass die Studien an den Objecten, die in der folgenden Abhandlung aufgeführt werden, auch einiges Neue bringen und namentlich zur Erweiterung unserer Kenntnisse über das Vorhandensein von quergestreiften Muskelfasern mit ganz abweichenden physiologischen Eigenschaften beitragen werden.

I. Einleitung.

Bei meinen Untersuchungen[1] über den Bau der quergestreiften Muskelfasern habe ich beobachtet, dass zwischen den quergestreiften Muskelfasern verschiedener Käfer sehr wesentliche Verschiedenheiten des Baues existiren.

Ich hatte dabei zunächst von der ganz auffallenden Verschiedenheit der Flugmuskeln und der übrigen Skeletmuskeln der Insecten abgesehen, einer Verschiedenheit, die inzwischen auch von anderer Seite[2] beschrieben worden ist.

[1] Diese Denkschriften, Bd. XLIX, S. 81 und Bd. LI, S. 24. Wien 1885.

[2] R. v. Limbeck, Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien. Bd. XCI, Abth. III, S. 322, 1885; A. van Gehuchten, Étude sur la structure intime de la cellule musculaire striée. (Extrait de la Revue „La Cellule", t. II, fasc. 2. Louvain, 15. novembre 1886, p. 397.) Über die letztere Arbeit, welche viele gut gezeichnete Bilder, aber eine höchst bedenkliche Darstellung des feineren Baues der quergestreiften Muskeln enthält, werde ich mich an anderem Orte kritisch äussern.

Die Flugmuskeln der Insecten beanspruchen darnach eine ganz exceptionelle Stellung in der Histologie, und ich [1] habe auch sofort darauf aufmerksam gemacht, dass Marey [2] schon vor längerer Zeit auch die ganz exceptionelle physiologische Stellung der Flugmuskeln der Insecten gekennzeichnet habe, da er eine unerhörte Schnelligkeit der Einzelzuckungen derselben (bis über 300 in der Secunde) behauptete. Eine Behauptung, welche durch v. Fleischl's [3] stroboskopische Versuche erhärtet wurde.

Die Flugmuskeln der Insecten müssen also jedenfalls als eine besondere Art von Muskeln den übrigen Skeletmuskeln entgegengesetzt werden.

Allein mit diesem Gegensatze zwischen Flugmuskeln und den übrigen Skeletmuskeln sind die Verschiedenheiten in Bezug auf Bau und physiologische Eigenschaften der Muskelfasern der Insecten nicht erschöpft. Man kann bei den Insecten nicht blos zwei Arten von Muskelfasern unterscheiden: Die Flugmuskeln, welche kein eigentliches Analogon bei den Wirbelthieren haben und die übrigen Skeletmuskeln, welche die Analoga der quergestreiften Skeletmuskeln der Wirbelthiere darstellen; es gibt, wenn man von den Flugmuskeln ganz absieht und nur die übrigen Skeletmuskeln in Betracht zieht, bei den letzteren noch verschiedene Fasern von ganz abweichendem Baue und verschiedenen physiologischen Eigenschaften.

Gerade so, wie das nach den Untersuchungen von Ranvier [4], Grützner [5] u. A. bei den Skeletmuskeln der Wirbelthiere der Fall ist.

Ich glaube, dass ich nach dieser Auseinandersetzung darauf rechnen kann, dass man mir zustimme, wenn ich empfehle, man möge sich vorläufig bei vergleichend anatomisch-physiologischen Studien über Insecten- und Wirbelthiermuskeln nicht verleiten lassen, die histologisch-physiologische Verschiedenheit der Flugmuskeln und der übrigen Skeletmuskeln der Insecten in die nächste Parallele zu setzen mit den von Ranvier und Grützner u. A. studirten histologisch-physiologischen Verschiedenheiten der weissen und rothen Fasern der Wirbelthiermuskeln. Man würde damit eine entferntere Analogie einer viel näher liegenden vorschieben.

Die Flugmuskeln der Insecten, die noch einer sehr eingehenden physiologischen Bearbeitung bedürfen, sind eben so gründlich verschieden von den weissen wie von den rothen oder allgemeiner gesagt eben so gründlich verschieden von den rasch, wie von den träge zuckenden Muskeln der Wirbelthiere.

Dagegen lässt sich zeigen, dass unter den übrigen Skeletmuskeln der Insecten Fasern von der Beschaffenheit der rasch und solche von der Beschaffenheit der träge zuckenden Muskelfasern der Wirbelthiere vorkommen.

Eine kurze Mittheilung über diesen Gegenstand habe ich [6] schon früher gemacht und daselbst die Zuckungscurven von Einzelzuckungen beschrieben und abgebildet, die mittelst einzelner Öffnungsinductionsschläge von den den Schenkel des hintersten Beinpaares bewegenden Muskeln des *Dyticus marginalis*, des *Hydrophilus piceus* und der *Melolontha vulgaris* erhalten worden waren.

Alle Skeletmuskelfasern des *Dyticus* weichen in ihrem Baue sehr wesentlich von allen Skeletmuskelfasern des *Hydrophilus* ab, während bei jedem dieser Käfer für sich in allen Muskelfasern des Skeletes ein ganz übereinstimmender Bau realisirt erscheint. Kurz charakterisirt ist die Beschaffenheit des *Dyticus*-Muskels: Verlängerte, radiär angeordnete Cohnheim'sche Felder des Querschnittes, diesen entsprechend platte bandartige Muskelsäulchen; Kerne im Innern der Muskelfaser in einer oder mehreren Reihen; Sarkoplasmageäder des Querschnittes von grösseren, die Kerne umgebenden Ansammlungen federartig ausstrahlend. Dagegen die Beschaffenheit des *Hydrophilus*-Muskels: Ebenmässig entwickelte, polygonale Cohnheim'sche Felder des Querschnittes, in der Mitte jedes Feldes eine Lücke; diesen Feldern entsprechend prismatische

[1] Sitzungsber. der mathem.-naturw. Cl. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien. Bd. LXXXIX. Abth. III, S. 346, 1884.
[2] Marey, Annales des sciences naturelles. Ser. V. (Zoologie.) T. XII, p. 58. Paris 1869.
[3] Archiv für Anatomie und Physiologie, 1886. Physiologische Abtheilung, S. 67.
[4] Archives de physiologie normale et pathologique. Ser. II, Tome I, p. 5. Paris 1874.
[5] Breslauer ärztliche Zeitschrift, 1883, Nr. 18 u. Nr. 24 — und Recueil zoologique Suisse. Tom. I, p. 665. 1884.
[6] L. c.

von einem Canale durchzogene Muskelsäulchen; Kerne an der Oberfläche dicht unter dem Sarkolemma; Sarkoplasmageäder des Querschnittes mit ebenmässig entwickelten Maschen und Balken die Cohnheim'schen Felder umfassend, Sarkoplasma in der Lücke jedes Feldes.[1]

Die Zuckungscurve des Dyticusmuskels erwies sich als übereinstimmend mit der Curve der flinken (weissen), die Zuckungscurve des Hydrophilusmuskels als übereinstimmend mit der Curve der trägen (rothen) Muskeln der Wirbelthiere.

Es ist schon viel über die Bedeutung der Farbe, welche an den Muskeln der Wirbelthiere zu beobachten ist, geschrieben[2] worden.

Durch Ranvier's Untersuchungen an den Muskeln von Kaninchen wurde erwiesen, dass bei diesem Thiere Farblosigkeit der Muskeln, bestimmte histologische Charaktere und rascher Verlauf der Zuckung einerseits; rothe Färbung der Muskeln, andere histologische Eigenschaften und gedehnter Verlauf der Zuckung andererseits zusammentreffen. Spätere Erfahrungen haben aber gezeigt, dass flinke und träge Muskeln nicht immer auch durch die Farbe sich unterscheiden. Die Farbe kann also nicht als eine constante Begleiterscheinung einer bestimmten physiologischen Qualität der Muskelfasern angesehen werden, geschweige als eine nothwendige Bedingung für die letztere. Schon bei niedriger stehenden Wirbelthieren kommt trotz der Anwesenheit von rasch und träge zuckenden Fasern durchaus weisses Fleisch vor. Beim Menschen und bei vielen höheren Wirbelthieren ist das Fleisch dagegen durchaus roth und doch sind flinke und träge Muskelfasern darin enthalten, was ja Grützner[3] veranlasst hat, hier von „so zu sagen weissen Muskeln, die mit einem rothen Farbestoff durchtränkt sind," zu sprechen.

Was die Evertebraten betrifft, so hat zuerst Richet[4] für den Flusskrebs das Vorkommen von trägen (in den Scheren) und flinken (im Schwanze) Muskelfasern nachgewiesen, und hier sind beide Muskelarten weiss. Ich glaube, dass man um der Bezeichnung: „weisse und rothe Muskelfasern" willen, die nach Ranvier's anfangs sehr vereinzelter Beobachtung sich eingelebt hat, den Thatsachen nunmehr keinen Zwang mehr anthun sollte. Bei *Hydrophilus* kommen träge, bei *Dyticus* flinke Muskelfasern vor, beide sind auch bei diesen Arthropoden ungefärbt, und es wäre doch sonderbar, wenn man nun etwa bei *Hydrophilus* von gleichsam rothen Muskeln, denen aber der Farbestoff fehlt, sprechen wollte.

Das Vorkommen von flinken und trägen quergestreiften Muskelfasern ist offenbar eine Thatsache, welche viel durchgreifender in der Thierreihe vorhanden ist, als man anfänglich vermuthen konnte. Mich haben die früher angeführten Abweichungen des histologischen Baues der Muskelfasern von *Hydrophilus* und *Dyticus* und der Umstand, dass ähnliche Verschiedenheiten des Baues bei anderen Käferfamilien wiederkehren, veranlasst, die physiologischen Eigenschaften dieser abweichend gebauten Muskeln zu untersuchen und es liess sich wie gesagt bald constatiren, dass auch wesentliche Verschiedenheiten in den physiologischen Eigenschaften beider Muskelarten existiren.

Man wird zugeben, dass die Thatsache, dass die *Dyticus*-Muskeln rasch, die *Hydrophilus*-Muskeln dagegen träge zuckende Muskeln sind, sehr merkwürdig ist, und ein lebhaftes Interesse verdient. Muskelfasern, die, soweit wir das bis jetzt überschauen können, in Bezug auf eine ihrer hervorstechendsten physiologischen Qualitäten mit einer der zwei Arten von differenten Muskelfasern übereinstimmen, die bei höheren Thieren in verschiedenen Muskeln (rothen und weissen Muskeln des Kaninchen [Ranvier[5]]) oder nebeneinander in denselben Muskeln (Grützner[6]) vorkommen, spielen bei niedriger stehenden Thieren eine so aus-

[1] Vergleiche über beide Arten von Muskelfasern: A. Rollett, diese Denkschriften l. c., besonders Bd. II. Taf. I. Fig. 3 und Fig. 6 und S. 29 u. d. f.

[2] Vergleiche Ranvier l. c.; E. Meyer, Archiv f. Anat. u. Physiol. 1875, S. 217; Kühne, Untersuch. d. physiol. Inst. der Universität Heidelberg, Bd. II, S. 133; Krukenberg, Vergleichend physiologische Studien, 1. Reihe, 4. Abth. Heidelberg 1881, S. 44 und Grundzüge einer vergleich. Physiologie der contractilen Gewebe. Heidelberg 1886, S. 297.

[3] Grützner, Recueil zool. Suisse, etc. p. 680.

[4] Richet, Archiv. de Physiolog. norm. et pathol. 2. Ser., Tom. VI. Paris 1879, S. 262.

[5] Ranvier l. c.

[6] Grützner l. c.

schliessliche Rolle im locomotorischen Apparate, dass sie nach einzelnen Species getrennt beobachtet werden, wie das eben bei Dyticus und Hydrophilus der Fall ist.

II. Ältere Versuche an Insectenmuskeln und darauf Bezügliches.

Mit den Reizversuchen, welche ich an Käfermuskeln anstellte und deren nähere Beschreibung mir in dieser Abhandlung obliegt, hatte ich ein Gebiet betreten, welches vorher gerade nicht besonders cultivirt worden war.

Physiologische Versuche an Insectenmuskeln liegen zwar schon in einiger Anzahl vor. Aber diese betreffen zum Theile ganz andere Fragen, als ich sie mir in Beziehung auf die Skeletmuskeln von Dyticus und Hydrophilus stellte und forderten darum auch eine andere Technik, als ich sie bei meinen Versuchen anwenden musste. Dahin gehören die früher erwähnten Versuche an den Flugmuskeln und die merkwürdigen Versuche von F. Plateau[1] über die Lasten, welche Insecten bei Zug, Flug und Sprung heben. Diese sollen das Körpergewicht um mehr als das 50fache übertreffen können.

In nähere Beziehung zu unseren Versuchen treten dagegen die zahlreichen Versuche und Beobachtungen, welche von Brücke[2], Kühne[3], Aeby[4] u. A. an ausgeschnittenen, überlebenden Muskeln von Tracheaten angestellt wurden über eine Erscheinung, die von Bowman[5] entdeckt wurde und darin besteht, dass man oft viele Stunden lang unter dem Mikroskope an ausgeschnittenen und aufpräparirten Muskelfasern mehr oder weniger lebhafte Bewegungen von sehr wechselndem Charakter wahrnehmen kann. Ich habe mich selbst in der letzteren Zeit mit diesen noch lange nicht genug studirten Bewegungen beschäftigt. Sie tragen bald den Charakter von raschen, bald den von trägen Zuckungen an sich, bald auch sehen sie tetanischen Contractionen ähnlich oder äussern sich in wellenförmig über die Muskeln ablaufenden Contractionen.

In allen diesen Formen können sie zeitlich in ganz unregelmässigen Intervallen sich wiederholen, sehr häufig kehren sie aber auch in ganz regelmässigen Perioden rhythmisch sich wiederholend, also in Form von Pulsen wieder.

Die Neigung ausgeschnittener überlebender Insectenmuskeln in diese freiwilligen Bewegungen zu verfallen ist, was ich hier allein hervorheben muss, eine so grosse, dass sie die Besorgniss wachruft, dass jene Bewegungen an frei präparirten Insectenmuskeln Studien über die Frage des Verlaufes und die Dauer der Einzelzuckungen oder des mittelst zu beherrschender Reizmittel zu erhaltenden Tetanus völlig vereiteln dürften. Diese Besorgniss ist, wie wir später sehen werden, nicht gerechtfertigt.

Es gelingt vielmehr auch frei präparirte, überlebende Insectenmuskeln in einem Zustande zu erhalten, in welchem sie in ähnlicher Weise, wie isolirte Muskeln von Wirbeltbieren, nur in völlig zu beherrschender Weise auf Reize antworten; allein wenn man Versuche der letzteren Art intendirt, bekommt man es in der That mit von Seite der sogenannten freiwilligen Bewegungen drohenden Schwierigkeiten zu thun und man muss immer ganz besonders darauf bedacht sein, jeden Verdacht der Einmischung solcher freiwilliger Bewegungen völlig auszuschliessen.

Mittelst elektrischer Reize sind an die Untersuchung der Muskeln von Insecten und zwar jener zwei Käfer, die auch uns am meisten beschäftigen sollen, schon vor einiger Zeit v. Fleischl[6] und Schoenlein[7] herangetreten.

[1] F. Plateau, Bulletins de l'Académie royale de Belgique. Sér. II, Tom. XX, S. 732, Tom. XXII, p. 283. Bruxelles 1865 u. 1866.

[2] Brücke, Denkschriften der kais. Akad. d. Wissensch. in Wien, Bd. XV, S. 76, 1858 (Käfermuskeln).

[3] Kühne, Arch. f. Anat. u. Physiol. 1859, S. 812 (Käfermuskeln).

[4] Aeby, Untersuchungen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in der quergestreiften Muskelfaser. Braunschweig 1862, S. 61 (Spinnenmuskeln).

[5] Bowman, Philosophical Transactions of the royal society of London 1840, Part. II, S. 488 u. d. f.

[6] v. Fleischl, Centralblatt f. d. medic. Wissenschaften 1875, Nr. 29, S. 469.

[7] Schoenlein, Archiv f. Anat. u. Physiol. 1882. Physiol. Abth., S. 369.

Auch diese Versuche scheinen auf den ersten Blick die Beantwortung der oben berührten Fragen mit Schwierigkeiten zu bedrohen.

v. Fleischl stach durch den Oberschenkel eines abgeschnittenen Beines von Hydrophilus piceus zwei Stahlnadeln einige Millimeter von einander entfernt und leitete mittelst derselben einen sehr schwachen constanten Strom zu. Er beobachtete dann bei Schluss und Öffnung des Stromes sehr complicirte Bewegungen des Beines, die mit den Einstichsorten und der Intensität des Stromes wechselten.

Ihr allgemeiner Charakter war aber folgender: Die durch einmalige Reizung ausgelösten Bewegungen haben in einigen Gelenken das Aussehen von Zuckungen, in anderen das von verschieden lang andauernden tetanischen Contractionen. Die Zeit nach ein und derselben Reizung, in welcher einzelne Gelenke anfangen sich zu beugen oder zu strecken, und in welcher sie wieder zur Ruhe kommen, ist eine sehr verschiedene. Kurz es tritt, wie v. Fleischl angibt, der Effect einer Reizung in mehrere Acte zerlegt auf, die durch deutliche Intervalle getrennt sind. Ehe ich mir erlaube, über diesen Versuch weitere Bemerkungen zu machen, will ich auch über die Versuche von Schoenlein berichten, der mit Inductionsströmen arbeitete. Sie nehmen einen sehr eigenthümlichen Ausgang. Schoenlein[1] hatte sich kurz zuvor mit der Anfangszuckung beschäftigt und war zur Auffassung gelangt, dass von den verschiedenen Hypothesen, welche über dieselbe aufgestellt worden sind, die Annahme, dass die Anfangszuckung auf einer Summation unterwerthiger, einzeln zur Auslösung einer Contraction nicht hinreichender Reize beruhe, das Meiste für sich habe.

Darum drängte sich ihm der Gedanke auf, zu untersuchen, ob es nicht möglich sei, die willkürlichen Muskeln durch gleichmässige Reizung mittelst Inductionsströmen in der für die Anfangszuckung nothwendigen Frequenz und Stärke zu rhythmischen Contractionen zu veranlassen, ähnlich wie sie das Herz macht. Man könne sich im Muskel fester und lockerer gebundene Atomgruppen vorstellen und annehmen, dass durch Reize bestimmter Art nur die lockerst gebundenen Atome zu Leistungen veranlasst werden. Sind sie verbraucht, dann müssen sie durch Regeneration erst wieder ersetzt werden, ehe derselbe Reiz wieder wirksam werde, so könnte es aber, meint Schoenlein, unter den für die Anfangszuckung nothwendigen Bedingungen ohne eines besonderen Reize sammelnden Apparates, wie beim Herzen zu einem Wechsel von Contraction und Ruhe kommen. Von solchen Vorstellungen ausgehend, die wir nur anführen, die wir aber ebenso wenig hier einer Kritik unterwerfen wollen, als die Anfangszuckung selbst, fragt sich Schoenlein, warum die Untersucher der Anfangszuckung keine Pulsationen des Froschmuskels gesehen haben und supponirt dann, dass der Grund dafür vielleicht darin liege, dass der Reiz, welcher die Anfangszuckung hervorbrachte, zu kurz dauerte.

Versuche, die er in dieser Rücksicht am Gastrocnemius des Frosches anstellt, fallen wenig befriedigend aus. Da kam Schoenlein die Angabe von Richet[2] über rhythmische Veränderungen in der Curve tetanisch gereizter Krebsscherenmuskeln in die Hand, und als er diese Angabe geprüft und bestätigt gefunden, wählt er für seine Versuche nebst den Krebsmuskeln auch noch die Muskeln anderer Arthropoden in specie die Muskeln der Beine grosser Wasserkäfer (*Dyticus* und *Hydrophilus*) aus. Er findet nun, wenn er die im abgetrennten Femur liegenden Muskeln mit Inductionswechselströmen von hoher Frequenz und sehr geringer Stärke reizt: 1. rhythmische Contractionen *(Dyticus)*; 2. rhythmisch unterbrochene Tetani (*Hydrophilus* und Krebs); 3. Ruhepausen zwischen Contractionen in mannigfach wechselnden Einzelbildern. Die gewöhnliche Reizfrequenz, deren er sich bedient, ist 880 in der Secunde, die Erscheinungen sind aber auch bei anderen Frequenzen darzustellen. Die Grenzen sind viel weitere, als die für die sogenannte Anfangszuckung; eine obere war nicht zu finden, die untere reichte für die Käfer bis 100 und 80 in der Secunde, für den Krebs bis 30 in der Secunde. In Bezug auf die Stromstärke sei die Rhythmik von eben wirksamen Rollenentfernungen an auf 1—2^{mm}; also auf ein sehr kleines Intervall des Schlittens eingeschränkt. Bei weiterer Annäherung gehe die Rhythmik immer in glatten, ununterbrochenen Tetanus über. Das sind in Kürze die Resultate, zu welchen Schoenlein bei seinen Untersuchungen an Käfermuskeln gelangte.

[1] Schoenlein l. c. S. 357.
[2] Richet l. c.

Sowohl in den Beobachtungen v. Fleischl's, als in jenen von Schoenlein spielen wieder durch eigenthümliche Periodicität und Rhythmik ausgezeichnete Erscheinungen die Hauptrolle.

Diesen Erfahrungen gegenüber muss man sich billig fragen, ob es denn bei dem Insectenmuskel nicht auch möglich ist, über den zeitlichen Verlauf der Einzelzuckung und über die Reaction derselben auf eine von 0 bis zu einem bestimmten Maximum in der Secunde steigende Zahl von Einzelreizen etwas zu erfahren. Gerade diese fundamentalen Erfahrungen wären ja nicht nur für die Entscheidung der Frage, ob mit dem abweichenden Bau bei den Insectenmuskeln auch verschiedene physiologische Qualitäten zusammentreffen, sondern gewiss auch für die Beurtheilung der am locomotorischen Apparate der Insecten während des normalen Ablaufes des Lebens auftretenden Erscheinungen die nothwendigsten.

Es ist mir sehr auffallend, dass weder v. Fleischl, noch auch Schoenlein auch nur mit einem Worte der Verwandtschaft der von ihnen an Käfermuskeln beobachteten Erscheinungen mit den sogenannten freiwilligen Contractionen überlebender Insectenmuskeln, die wir früher erwähnt haben, gedenken.

Diese Bewegungen zeigen uns, dass verletzte, überlebende Insectenmuskeln sehr leicht in einen Zustand gerathen, in welchem sie Reize mit periodischen Bewegungen beantworten. Die Natur des Reizes, welcher die früher erwähnte Art dieser Bewegungen hervorbringt, können wir nicht sicher angeben, und darum haben wir uns gewöhnt, sie freiwillige zu nennen. v. Fleischl und Schoenlein sahen nun ähnliche Bewegungen an Käfermuskeln nach bestimmten Formen der elektrischen Reizung auftreten, und da war es jedenfalls zu berücksichtigen, dass man es in beiden Fällen mit überlebenden, durch das Eintreiben der Elektrodennadeln überdies mechanisch geschädigten Muskeln zu thun hatte, die also dem Zustande, in welchem Insectenmuskeln Reize mit periodischen Bewegungen beantworten, jedesfalls nahe gebracht waren.

Im Jahre 1882, in welchem Schoenlein seine Versuche publicirte, konnte die an den Käfermuskeln beobachtete, in Folge von elektrischer Reizung auftretende Rhythmik auch nicht mehr in der Vereinsamung hingestellt werden, wie es Schoenlein gethan hat, indem er sich auf eine ganz besondere und eigenthümliche Art der elektrischen Reizung, sehr hohe Frequenz äusserst schwacher Inductionswechselströme beschränkte.

Denn es waren zu jener Zeit schon Thatsachen bekannt geworden, welche einerseits die Aufmerksamkeit der Physiologen nothwendig wieder auf die lange bekannten freiwilligen periodischen Bewegungen ausgeschnittener Insectenmuskeln hinlenken mussten, andererseits aber auch darthaten, dass rhythmische Contractionen quergestreifter Muskelfasern viel ausgedehnter beobachtet werden können, als man früher glaubte, und durch sehr verschiedenartige Einflüsse hervorgerufen werden können. Hieher gehören die von Hering,[1] Kühne[2] und Biedermann[3] beobachteten, in Folge von elektrischer Reizung durch den eigenen Strom des Muskels oder durch schwache constante Ströme oder aber in Folge von chemischen Reizen auftretenden rhythmischen Bewegungen der Froschmuskeln, zu denen nachträglich noch die späteren Beobachtungen von Biedermann[4] über rhythmische Contractionen quergestreifter Muskeln unter dem Einflusse des constanten Stromes kamen.

Biedermann[5] entwickelte insbesonders nach Mittheilung einer Reihe von Beobachtungen über rhythmische Contractionen von Froschmuskeln, dass an denselben unter ganz ähnlichen Bedingungen wie an der abgeschnittenen Herzspitze eine analoge rhythmische Thätigkeit auftritt. Zwar seien die Contractionen des Herzpräparates ungleich regelmässiger und gleichförmiger und gleichmässig und gleichzeitig in allen Muskelfasern erfolgend, während sich in den Skeletmuskeln niemals sämmtliche Fasern gleichzeitig und gleichstark

[1] Hering, Sitzungsber. der mathem. naturw. Cl. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien, Bd. LXXIX, Abth. III, S. 7, 1879.

[2] Kühne, Untersuch. aus d. physiol. Instit. d. Univ. Heidelberg, Bd. III, S. 1, 1879.

[3] Biedermann, Sitzungsber. der mathem.-naturw. Cl. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien, Bd. LXXXII, Abth. III, S. 257. 1880.

[4] Biedermann l. c. Bd. LXXXVII, Abth. III, S. 115, 1883.

[5] Biedermann l. c. Bd. LXXXII, Abth. III, S. 269.

contrahiren, sondern vielmehr eine heerdweise Erregung auftrete, das ändere aber nichts an dem Satze, dass es nicht eine ausschliesslich dem Herzmuskel als solchem zukommende Eigenthümlichkeit ist, auf gewisse Reize anstatt mit dauernder gleichförmiger Erregung mit rhythmischer Thätigkeit zu antworten; diese Eigenschaft komme vielmehr, wenn auch in geringem Grade, den gewöhnlichen quergestreiften Stammesmuskeln ebenfalls zu.

Biedermann hatte also schon auf die Analogie der rhythmischen Bewegungen quergestreifter Skeletmuskeln mit den Bewegungen des Herzmuskels hingewiesen, und zwar von viel allgemeineren Gesichtspunkten aus, als dies Schoenlein, wie wir früher angaben, für die von ihm beobachteteten rhythmischen Bewegungen von Käfermuskeln später gethan hat.

Wäre in der That, wie Schoenlein besonders andeutet, die Rhythmik der elektrisch gereizten Käfermuskeln auf periodisch ablaufende Erschöpfung und Erholung zurückzuführen, so würde sie mit Rücksicht auf die Erfahrungen, welche am Herzmuskel namentlich von Kronecker und Stirling[1] und später von Martius[2] gemacht wurden, unser grösstes Interesse verdienen. Dann müsste man aber auch an das Studium derselben nicht mit einer beschränkten Form der elektrischen Reizung (sehr hohe Frequenz sehr schwacher Inductionsschläge) herantreten, sondern sich von vorneherein die grosse Wahrscheinlichkeit vor Augen halten, dass man die Erscheinung der Rhythmik dann auch auf mannigfache andere Weise wird darstellen können, wofür ja eine ganze Reihe der früher angeführten Erfahrungen sprechen. Man müsste das umsomehr festzustellen suchen, als gerade die Art und Weise, wie Schoenlein reizte, mancherlei Einwürfe zulässt.

Wir werden uns später durch zahlreiche Versuche darüber belehren, dass unter gewissen Bedingungen der unverletzte, überlebende Insectenmuskel äusserst prompt die Reize abbildet, die ihn treffen. Man kann sich aber keine Form der elektrischen Reizung vorstellen, bei welcher die Gefahr, dass eine artefacte, durch die Unvollkommenheiten des Reizapparates allein bedingte Rhythmik auftrete, so gross ist, wie bei dem Verfahren von Schoenlein. Kronecker[3] hat besonders hervorgehoben, auf welchem gefährlichen Terrain man sich befindet, wenn man bei möglichst weit von einander entfernten Spiralen des Schlitteninductorium Tetanisirungsversuche anstellt. Um hier sicher zu sein, muss man sich eines äusserst vollkommenen, regelmässig wirkenden und in Bezug auf alle einzelnen Contacte leicht und sicher controlirbaren Unterbrecherwerkes bedienen.

Auf die Unverlässlichkeit von Unterbrechern, die nach Art der König'schen Gabeln wirken, und eines solchen bediente sich Schoenlein bei seinen Versuchen, haben Kronecker und Stirling[4] hingewiesen.

Allzu leicht geschieht es hier, dass das Quecksilber selbst mehrere ganz regelmässig übereinanderliegende Perioden annimmt und sich dann ganz abgesehen von dem Einfluss der Funkenbildung auf die Metalloberfläche periodisch bessere und schlechtere Contacte erzeugen.

Durch solche Unregelmässigkeiten im Contacte werden aber bekanntlich gerade die Erscheinungen bei eben wirksamer Entfernung der Spiralen am meisten beeinflusst.[5] Aus leicht begreiflichen Gründen. Eben merkliche Contacte und die sich in aufsteigender Reihe daran anschliessenden geben dann keine wirksamen Inductionsströme, solche kommen nur bei den ausgiebigeren Contacten noch zu Stande. Steigert man aber durch Aufschieben der secundären Spirale die Stromstärken, dann erweisen sich auch die schlechteren Contacte noch als wirksam.

Und so könnte bei ganz unverändertem Gange des Unterbrechers der Muskel bei grossem Abstande der Spiralen rhythmische Thätigkeit, bei geringerem Abstande einen glatten Tetanus anschreiben.

In beiden Fällen hätte er aber nur ein Bild der Reize gegeben, die ihn wirklich getroffen haben.

---

[1] Kronecker u. Stirling, Beiträge zur Anatomie und Physiologie; als Festgabe Carl Ludwig gewidmet. Leipzig 1885, S. 173.

[2] Martius, Archiv f. Anat. u. Physiol. 1882. Physiol. Abth., S. 543.

[3] Kronecker, Archiv f. Anat. u. Physiol. 1877. Physiol. Abth., S. 571.

[4] Kronecker u. Stirling, Archiv f. Anat. u. Physiol. 1878. Physiol. Abth., S. 17.

[5] Kronecker l. c.

Dafür, dass bei den Versuchen von Schoenlein an den Arthropodenmuskeln nicht auch solche Momente die beobachtete Rhythmik mit bedingten, spricht nur der Umstand, dass es ihm, wie es scheint, nicht gelang, die gleichen Erscheinungen an Froschmuskeln darzustellen.

Man kann aber diese Controle, wie wir später sehen werden, nicht als ausreichend ansehen, und es würde sehr wichtig sein, die Versuche Schoenlein's noch auf andere Weise, etwa mittelst eines Toninductorium, was sich ja Schoenlein selbst einmal vorhält, zu wiederholen.

Wie sich die freiwilligen periodischen Bewegungen ausgeschnittener Arthropodenmuskeln und die von Fleischl und von Schoenlein an Käfermuskeln und von Richet an Krebsmuskeln beobachteten periodischen und rhythmischen Erscheinungen in ihren Einzelnheiten auch noch aufklären mögen, wir können in der Rhythmik vorläufig nicht etwas erblicken, was gegenüber den Wirbelthiermuskeln ohne Analogie dastünde, vielmehr sprechen unsere Erfahrungen dafür, dass wir es an den Muskeln beider mit analogen, bei den Evertebraten wahrscheinlich nur in Bezug auf die Bedingungen des Eintrittes und die Andauer begünstigten Erscheinungen zu thun haben. Und so wird auch die sonst gewiss auffallende Thatsache verständlich, dass man sich an den Evertebratenmuskeln gerade von diesen Erscheinungen[1] vor Allem hat einnehmen lassen, während das Studium derselben lange nicht unter die nächsten Aufgaben der Physiologie der quergestreiften Skeletmuskeln der Wirbelthiere gehörte.

Ich will aber nun auch für die Insectenmuskeln einen ähnlichen Weg einschlagen, wie man ihn bei den Studien über die Wirbelthiermuskeln gegangen ist.

Ich werde mich in den nachfolgenden Mittheilungen ganz vorzugsweise mit den als prompte Beantwortung von Einzelreizen erfolgenden Bewegungsvorgängen der Insectenmuskeln beschäftigen, die rhythmischen Bewegungen derselben will ich vorerst möglichst vermeiden und einer späteren Mittheilung aufbehalten.

Ganz selbstverständlich erscheint uns nach dem Entwicklungsgange, welchen die Physiologie der Muskelbewegung bei den Wirbelthieren genommen hat, eine von den Willensorganen oder den Reflexcentren unabhängige Rhythmik der Skeletmuskeln als etwas Abnormes, weil sich kein Nutzen, im Gegentheile nur ein störender Einfluss einer solchen von den Reizimpulsen innerhalb bestimmter Grenzen unabhängigen Rhythmik für die vom Nervensystem beherrschten Bewegungen jener Muskeln und den an denselben zu Tage tretenden Willens- und Reflexacten der Thiere absehen lässt.

Es scheint mir aber, dass man sich bei der Beurtheilung der für die Biologie der wirbellosen Thiere wichtigen Bewegungsvorgänge an den Gliedermuskeln derselben, vielleicht einige ganz specielle Leistungen derselben ausgenommen, auch auf keinen anderen Standpunkt wird stellen können.

Wie interessant also die rhythmischen Vorgänge für die Erkenntniss des Wesens der Muskelthätigkeit vielleicht auch noch werden mögen, gegenüber der Muskelthätigkeit der lebenden Thiere, werden wir sie als etwas Abnormes bezeichnen müssen und nicht in erster Reihe zu berücksichtigen haben.

Laulanié,[2] welcher Larven von *Corethra plumicornis* sehr lange vom vollkommen lebenskräftigen Zustande an durch alle Stadien des Absterbens hindurch beobachtete, unterscheidet sehr scharf die Muskelbewegungen des lebenskräftigen Thieres von den eigenthümlichen Bewegungen, welche erst an den überlebenden Muskeln des absterbenden Thieres auftreten.

Die ersteren bezeichnet er als „secousses" und sieht sie als den Ausdruck der normalen Muskelthätigkeit an; die letzteren nennt er „ondes musculaires" und sieht sie als Ausdruck der eigenen Thätigkeit überlebender Muskeln an, die damit in eine „Periode der Anarchie" gelangen, welche „Scheintod vom wirklichen Tode" scheide.

[1] Vergleiche auch de Variguy. Sur le tétanos rythmique chez les muscles d'invertébrés. Archives de physiologie normale et pathologique, t. 7, Sér. III. Paris 1886, p. 151.

[2] Laulanié. Sur les phénomènes intimes de la contraction musculaire dans les faisceaux primitifs striés. Compt. rend. T. CI. Paris 1885, p. 669.

Die Bezeichnungen, welche Laulanié für diese Erscheinungen gebraucht, die Verallgemeinerung, in welcher er sie hinstellt und die Auslegungen, welche er ihnen gibt, können allesammt einer strengen Kritik nicht standhalten.

Aber das Thatsächliche seiner Beobachtungen über die Folge der Erscheinungen bei den utersuchten *Corethra*-Larven scheint mir den so vielfach mit Vorliebe behandelten rhythmischen Contractionen isolirter Evertebratenmuskeln gegenüber sehr für unsere früher auf Grund allgemeinerer Erwägungen ausgesprochene Anschauung von der untergeordneten Bedeutung jener Bewegungen auch bei den Evertebraten zu sprechen.

III. Vorrichtung der Versuchsthiere, Einrichtung der Versuche.

Ich musste darauf ausgehen, bei den Käfern Muskeln ausfindig zu machen, welche sich ohne wesentliche Verletzung leicht blosslegen lassen. Das sind bei *Dyticus* und *Hydrophilus* die Muskeln, welche den Femur des hintersten Beinpaares bewegen. Um zu diesen Muskeln zu gelangen, entferne ich Flügeldecken und Flügel. Dann schneide ich, vom hinteren Leibesende ausgehend, den weichen dorsalen Theil der Abdominalringe (die Haut des Rückens des Abdomens) los. Der Schnitt folgt an beiden Seiten der Grenze zwischen Rücken und Bauchfläche des Abdomens und wird bis zum Übergange des Abdomens in die Flügelbrust geführt.

Wird der so gebildete Hautlappen dann nach vorne über die Flügelbrust umgeschlagen, so liegen die im Abdomen befindlichen Eingeweide bloss und lassen sich leicht aus dem Abdomen entfernen. Damit sind wir aber auch an die Muskeln gelangt, die uns zu den Versuchen dienen sollen.

Sie liegen im hinteren, gegen das Abdomen vorspringenden Ende der unteren Hälfte der Flügelbrust zu beiden Seiten der Mittellinie. Es handelt sich nur noch um die Entfernung von oft mehr, oft weniger bedeutenden und die Muskeln noch theilweise bedeckenden Resten des Fettkörpers.

Alle diese Operationen können ohne Verletzung des Bauchstranges, abgesehen natürlich von den zu den Eingeweiden gehenden Nerven, vorgenommen werden, so dass, wenn man den Hautlappen über das entleerte Abdomen wieder herabschlägt, ein also eventrirter Käfer unter Gebrauch aller drei Beinpaare so herumläuft, als wie ein völlig intactes Thier. Das nächste, was nun zu geschehen hat, ist, dass der Bauchstrang aus dem Abdomen und so weit hinauf, als er sich zwischen die bilateral-symmetrisch gelegenen und durch eine tiefe Incisur in der Mittellinie von einander getrennten Bäuche der besagten Muskeln verfolgen lässt, mit Pincette und Scheere entfernt wird. Dabei dürfen die Muskeln selbst nicht angefasst oder gezerrt werden. Damit ist aber das hinterste Beinpaar noch nicht immobilisirt. Dazu bedarf es noch eines Schnittes von der ventralen Seite des Thieres her durch die Mitte des unteren Theiles der Flügelbrust (Fig. 4 und 5, *SS*). Dieser Schnitt bringt keine Verletzung der betreffenden Muskeln hervor; ich lege ihn mit der Scheere an, indem ich in der Mitte zwischen zweitem und drittem Beinpaare an dem aus Fig. 4 und 5 *SS* ersichtlichen Orte, beiderseits von der Mittellinie einige Millimeter entfernt, die spitzen Branchen einer Scheere von geeigneter Grösse mit ihrer Fläche senkrecht zur Längenaxe des Thieres bis zu einer gewissen Tiefe einführe und dann die Scheere zudrücke. Der Erfolg dieses Schnittes muss sein, dass das hinterste Beinpaar vollständig alle seine Bewegungen sofort einstellt. Nur wenn auf diese Weise jeder Einfluss centraler Gebilde auf die Muskeln des hintersten Beinpaares ausgeschlossen ist, und auch nach längerem Liegen und während des Versuches in den Pausen zwischen den applicirten Reizen keinerlei wie immer geartete Bewegung des hintersten Beinpaares auftritt, erhält man brauchbare Versuche. Dafür ist es aber nothwendig, dass die Muskeln selbst in keiner Weise verletzt werden. Ich habe jetzt die beschriebenen Operationen so in meiner Gewalt, dass ich äusserst selten ein Präparat verliere.

Ehe ich aber nun die Einrichtung der Versuche selbst beschreibe, muss ich noch einige Angaben über die physiologischen und anatomischen Eigenschaften der Muskeln machen, an welchen wir unsere Versuche anstellen wollen.

Aus dem, was ich früher vorgebracht habe, ist zu entnehmen, dass es sich bei den Versuchen zunächst um die Herstellung von Präparaten handelt, die aus allen centralen Verbindungen losgelöste, aber nicht entnervte Muskeln enthalten. Auf diese werden wir später die Reizelektroden direct appliciren. Es ist das die einzige Art, in welcher sich die Versuche an unseren Thieren als ausführbar erweisen. Eine Erregung der Muskeln vom Nerven aus erwies sich wegen der Unmöglichkeit, die motorischen Nerven unserer Muskeln frei zu präpariren, als unausführbar. Entnervte Muskeln für die directe Erregung zu gewinnen, scheitert, weil das Curare bei unseren Käfern seine Dienste versagt.

Ich habe diese Thatsache durch viele Versuche, bei welchen ich mit allerlei Modificationen mich bemühte, einen Erfolg herbeizuführen, nur immer neuerdings bewahrheitet gefunden. Es gelang mir niemals, einen Käfer durch Curareinjection in einer für die Versuche brauchbaren Weise vollständig zu immobilisiren, wenn sich auch unzweifelhaft sehr ausgesprochene eigenthümliche Symptome der eingetretenen Curarevergiftung einstellten. Diese Symptome näher zu besprechen, ist hier nicht der Ort. Anmerken will ich aber, dass mir die eigenthümlichen Bewegungen der Muskeln von mit Curare vergifteten Käfern ein grosses Interesse eingeflösst haben, und dass ich vielleicht in späterer Zeit im Stande sein werde, einige Mittheilungen zu machen, die geeignet sein dürften, etwas zur besseren Kenntniss der Curarewirkung bei Evertebraten beizutragen. Diese ist bekanntlich ein noch vielfach controverser Gegenstand, und von der Wirkung des Curare auf die Wirbelthiere zwar nicht durchgreifend, aber in vielen Fällen als ganz verschieden angegeben.[1]

Wir sind also bei unseren Versuchen auf directe Erregung von aus allen centralen Verbindungen losgelösten, aber nicht entnervten Muskeln beschränkt. Da nach den Untersuchungen Ranvier's die rothen und die weissen Muskeln vom Kaninchen sowohl bei der indirecten als bei der directen Erregung dieselben Abweichungen des Zuckungsverlaufes erkennen lassen, so kann uns diese Beschränkung vorerst keine weiteren Bedenken gegen die Ausführbarkeit der Versuche einflössen.

In anatomischer Beziehung ist zu erwähnen, dass die Muskeln, welche zu den Versuchen dienen sollen, die Beuger und Strecker des Femur des letzten Beinpaares sind. Es lässt sich zunächst ein sehr einfaches Schema für die Anordnung und Wirkungsweise unserer Muskeln und für das Gelenk, in welchem sie den Schenkel beugen und strecken, aufstellen. Dieses Schema gibt die Zeichnung Fig. 1, I und II, einem etwa dreifach vergrösserten Beine von *Dyticus* entsprechend.

Das Gelenk, in welchem die Bewegung des Beines stattfindet, ist das Gelenk zwischen Hüfte und Schenkelhals (Trochanter), welchen Langer[2] als Epiphysentheil des Schenkels (Femur) auffasst. Der Trochanter trägt die Gelenksköpfe (Condyle articulaire nach Strauss-Dürckheim[3]). Nach Langer,[4] dessen genaue Beschreibung der Hüftschenkelgelenke des dritten Beines von *Dyticiden* und *Hydrophiliden* am angeführten Orte sich findet, gibt es zwei solche eigentliche Gelenksköpfe in Form von gegenüberliegenden Zapfen, von denen einer nach der Rücken-, der andere kürzere nach der Bauchseite hinsieht. Sie liegen mit ihren Enden in Grübchen, kleinen Pfannen, welche sich je eine an der der Gelenkshöhle zugekehrten Seite der Randleisten der Gelenksöffnung der Coxa befinden.

Beugung im Hüftschenkelgelenke nenne ich in hergebrachter Weise die Bewegung des Schenkels in der Richtung nach dem Kopfende des Thieres; Streckung des Schenkels die Bewegung desselben in der Richtung gegen das Afterende des Thieres.

[1] Vergl. u. A. Steiner, Archiv f. Anat. u. Physiol. 1875, S. 145; Romanes, Philosophical Transactions of the royal Society of London. Vol. 166, part. I, p. 299. London 1876; Klemensiewicz, Sitzungsber. d. mathem.-naturw. Cl. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien, Bd. LXXVIII, Abth. III, S. 40. Wien 1878; Krukenberg, Vergleich. physiol. Studien, 1. Reihe, Abth. I, S. 34, 77, 156; Abth. III, S. 124. Heidelberg 1880.

[2] Langer, Über den Gelenksbau bei den Arthrozoen. Denkschr. d. kais. Akad. d. Wissensch. (Mathem.-naturw. Cl.) in Wien, Bd. XVIII, S. 99. Wien 1860.

[3] Strauss-Dürckheim, Considérations générales sur l'anatom. comp. des animaux articulés. Paris 1828, p. 86, 100 und 114.

[4] Langer l. c. S. 123.

In Fig. 1, I bedeutet AL ein Stück der Längsaxe des Thieres; T den Trochanter, F den Schenkel, Ti die Tibia des Beines.

Von dem zu Fig. 1, I gezeichneten, durch die Radien $D\alpha$ und $D\beta$ und durch die Radien $D\alpha'$ und $D\beta'$ und die Bogen $\alpha\beta$ und $\alpha'\beta'$ begrenzten Kreissectoren möge man vorläufig absehen. Wir werden diese Construction erst später brauchen, um einige Bemerkungen an dieselbe zu knüpfen.

C in Fig. 1, I ist ein Gelenkskopf, und zwar von der Dorsalseite des Thieres gesehen.

Derselbe ist das Ende eines länglichen Zapfens, welcher in der über demselben gelegenen Pfanne ruht, gegenüber liegt der zweite Gelenkskopf an einem kürzeren Zapfen, der in einer unter demselben befindlichen Pfanne ruht.

Das ist in Fig. 1, II zu sehen, die einen von rechts nach links gelegten Durchschnitt durch das Gelenk bei senkrecht auf die Längsaxe stehendem Beine darstellt.

Die obere Pfanne ist mit P, die untere mit L bezeichnet. Die übrigen Buchstaben bedeuten dasselbe, wie in Fig. 1, I. Die Drehungsaxe der Schenkelköpfe ist in Fig. 1, I und II mit D bezeichnet.

An den den oberen Gelenkskopf bildenden Zapfen setzen sich nun die Sehnen st und b (Fig. 1, I und II) der Streck- und Beugemuskeln St und B (Fig. 1, I) in der in der Zeichnung ersichtlichen Weise an. Der Bauch der Streckmuskeln, Fig. 1, I St, liegt mit seiner inneren Seite immer zunächst seitlich an der Längsaxe des Thieres, Fig. 1, I AL); nach aussen reicht er verschieden weit, je nach der Mächtigkeit der Strecker bei den verschiedenen Arten. Nach aussen und unten von dem Bauche der Streckmuskeln, also von diesem ganz oder theilweise bedeckt, oder auch sehr stark nach aussen gelagert und dann von den Streckmuskeln nicht bedeckt, findet sich der Bauch der Beugemuskeln Fig. 1, I B.

Die vorausgehende Orientirung wird genügen, um jetzt die weitere Herrichtung der Präparate von *Dytiscus* und *Hydrophilus*, welche ich für Reizversuche benützte, auseinander zu setzen. Die anatomischen und topographisch-anatomischen Details sind bei beiden Käfern etwas andere.

Ihre genaue Kenntniss ist uns nothwendig.

Erstens für die Technik unserer Versuche. Wir müssen im Stande sein, die zwei antagonistisch wirkenden Muskeln genau von einander zu sondern, um die Wirkung eines derselben allein darstellen zu können.

Eine solche Sonderung der functionell verschiedenen Muskeln ist aber zweitens auch eine wichtige Voraussetzung für die vergleichenden Versuche, welche wir an unseren Thieren anstellen wollen.

Es könnte ja bei den Käfern eine ähnliche Einrichtung antagonistisch wirkender Muskeln verwirklicht sein, wie sie nach Ritter's[1] von mir[2] in ihr altes Recht eingesetzten Angaben beim Frosche vorkommt, von welcher wir durch die Untersuchungen von Grützner[3] wissen, dass sie ihre wesentliche Erklärung in der Anwesenheit und dem numerischen Verhältnisse von rasch und von träge zuckenden Muskelfasern findet.

Die Skizzen Fig. 2, 3, 4 und 5 werden für die geforderte Orientirung ausreichen und zugleich zur später folgenden Erläuterung unserer graphischen Versuche dienen. Fig. 2 und 3 stellen *Dytiscus* und *Hydrophylus* von der Rückenseite gesehen, nach Entfernung der Flügeldecken und Flügel und Eröffnung und Entleerung des Abdomens dar. Fig. 4 und 5 geben eine Ansicht der Bauchseite. In Fig. 2 (*Dytiscus*) bedeuten ADM die Schnittränder der abgetragenen Rückenhaut des Abdomen (vergl. das Frühere, p. 9 [201]). In der Linie AD, welche die Grenze von Flügelbrust und Abdomen darstellt, ist, um die Zeichnung zu vereinfachen, der Hautlappen ganz abgetrennt gedacht.

St-St bedeuten die nun zu Tage liegenden kräftigen Strecker des Schenkels von *Dytiscus*, die Beuger werden bei diesem Thiere von den Streckern ganz bedeckt, wir werden die Beuger erst später an der Bauchseite betrachten.

In Fig. 3 (*Hydrophilus*) bedeutet ADM dasselbe, wie in Fig. 2.

[1] L. c.
[2] L. c.
[3] Grützner l. c.

St-St sind wieder die Strecker des Schenkels, welche frei zu Tage liegen. *B* bedeutet die Beuger, welche hier ganz nach aussen von den Streckern liegen. Sie sind in der Zeichnung auf der einen Seite durch die Schraffirung angedeutet, in Wirklichkeit sind sie aber nach Herstellung des gezeichneten Präparates noch von zwei Chitinlamellen bedeckt, nämlich von der inneren und oberen Chitinwand der bei diesem Thiere walzenförmigen und beweglich zwischen Abdomen und Flügelbrust eingelenkten Hüfte (Coxa) und einer dem ersten Abdominalringe angehörigen Lamelle, welche die obere und innere Wand der zur Aufnahme der Hüfte bestimmten Pfanne bildet. Näheres darüber soll auch bei Betrachtung der Bauchseite noch berichtet werden.

Die Bauchseite von *Dyticus* ist in Fig 4 dargestellt. Ein Umstand erleichtert hier die Orientirung über die fraglichen Muskeln sehr wesentlich. Es ist nämlich sowohl an noch lebenden Thieren, als auch an solchen, die in Alkohol liegen, die Coxa völlig transparent.

Die Coxa des hintersten Beinpaares ist bei diesen Thieren eine flügelförmige Platte *C* (Fig. 4), welche mit den Chitindecken des Abdomens und der Flügelbrust fest verwachsen ist.[1]

Man sieht nun vorerst besonders gut an Alkoholpräparaten durch die Coxa hindurch die mit *St*, *B* und *F* Fig. 4 bezeichneten getrennten Muskeln. Bei flüchtiger Betrachtung könnten die Trennungslinien der Muskeln leicht für eine besondere Zeichnung auf der Chitinplatte der Coxa gehalten werden. Es gelingt aber leicht, mittelst einer flachen Lanzette durch die Chitinplatte hindurch zu gehen, dann dieselbe von den darunter liegenden Muskeln loszupräpariren und so die letzteren blosszulegen. *St* ist die ventrale Seite der Strecker. *B* sind die Beuger. *F* zeichnet sich durch seine gelbe Farbe aus und gibt sich dadurch sofort als Flugmuskel zu erkennen, was durch die mikroskopische Untersuchung leicht zu bestätigen ist.

Hat man sich vorerst an Alkoholpräparaten über diese Verhältnisse orientirt, so sind dieselben auch an noch lebenden Thieren leicht zu erfassen.

Von der Bauchseite her muss man bei *Dyticus* die Beuger aufsuchen und dieselben mittelst eines unter sie geführten stumpfen feinen Hakens herausheben, wenn man sie durchschneiden will, um an den Streckern nach Ausschaltung der Beuger experimentiren zu können. Den Schnitt führe ich in diesem Falle nahe der unteren Spitze von *B*, Fig. 4, mittelst einer feinen, der Schneide nach gekrümmten Scheere.

Die Bauchseite von *Hydrophilus*, Fig. 5, zeigt ein wesentlich anderes Bild. *C* stellt die walzenförmige, zwischen Flügelbrust und Abdomen eingelenkte Coxa dar.

Will man die in der Coxa liegenden Muskeln von der ventralen Seite sehen, so muss man die dicke äussere Chitinwand der Coxa mittelst eines scharfen Messers abtragen. Es präsentiren sich dann zwei Muskeln *B* und *F*, Fig. 5. *B* sind die in der Coxa liegenden und mit ihrer Längenaxe der Längenaxe der Walze parallelen Beuger des Schenkels. *F* von der oberen Hälfte der vorderen Wand der Coxa entspringende Flugmuskeln.

Bei diesem Thiere durchschneide ich die Beuger mittelst eines am inneren Ende der Walze durch die äussere Chitinwand eingestossenen feinen Tenotoms.

Will man zum Zwecke der anatomischen Orientirung die Beuger vollständig blosslegen, dann geschieht das am besten von der dorsalen Seite her. An Präparaten, wie Fig. 3, kann man zuerst die Strecker entfernen, man sieht dann in der Tiefe die Bündel der von der Coxa entspringenden, früher erwähnten Flugmuskeln. Hat man sich diese Ansicht verschafft, dann entferne man die ganze noch übriggebliebene Chitinhülle des Abdomens *ANDM*, Fig. 3. Es liegt dann die innere hintere Chitinwand der walzenförmigen Coxa, welche die Beugemuskeln (Fig. 3*B*) bedeckt, frei; trägt man diese Chitinwand ab, so liegen die mächtigen Schenkelbeuger des *Hydrophilus* bloss.

An Alkoholpräparaten kann man nach dieser Präparation die Beugemuskeln leicht aus der Coxa herausheben, um sie zur Anfertigung von Zupf- oder Schnittpräparaten zu benützen. Handelt es sich bei den Käfern um die Durchschneidung der Schenkelstrecker, dann werden diese mittelst eines stumpfen Hakens von der

[1] Vergleiche Burmeister, Handbuch der Entomologie, Bd. I, S. 106. Berlin 1832 — und Imhoff, Versuch einer Einführung in das Studium der Coleopteren, S. 45. Basel 1856.

Dorsalseite her an Präparaten, wie in Fig. 2 und 3 unterfahren und mittelst einer kleinen Scheere der früher erwähnten Form durchschnitten.

Für unsere Reizversuche benützen wir Präparate, die so hergestellt sind, wie das Fig. 2 und 3 veranschaulicht, nur werden dann von vorneherein der Kopf und die zwei vorderen Beinpaare vollständig abgetrennt, während von dem dritten Beinpaare nur der benützte Schenkel und das an denselben grenzende letzte Ende der Tibia stehen bleibt. Zwischen dieses und den Schenkel knüpfe ich den Faden Fig. 2 und 3 *F*, welcher zur Verbindung von Bein und Schreibhebel bestimmt ist. Ausserdem schneide ich von der ventralen Chitinhülle des Abdomen noch soviel aus, als für die bequeme Application der Elektroden auf die Muskeln erforderlich ist. Durch die Lage von Fig. 2 und 3 soll zugleich veranschaulicht werden, welche Stellung das Präparat bekommt, wenn es sich um die graphische Darstellung von Streck- und Beugebewegungen handelt. Für die Darstellung der Streckungen ist die Lage jene der Fig. 2. Das Präparat steht mit der Längenaxe des Thieres vertical auf einer Korkplatte, deren Ebene in Fig. 2 durch die Pfeile *K* angedeutet ist, dabei läuft der Faden *F* in der Ebene des Schreibhebels auf diesen zu, und zwar senkrecht zur Längenaxe des Thieres, welches mittelst Stecknadeln auf der Korkplatte befestigt ist, die ihrerseits auf der Platte des Myographion in geeigneter Höhe festgemacht wird.

Tritt Streckung des Schenkels ein, dann bewegt sich das Ende des Fadens, welches an das Bein geknüpft ist, in der Richtung nach aufwärts gegen die Mittellinie des Thieres, welches zugleich in solcher Lage befestigt sein muss, dass bei der Drehung des Beines im Hüftschenkelgelenke der Faden auch in der Drehungsebene des Beines bleiben muss. Der Faden wird sehr lang gewählt, so dass bei der unvermeidlichen Deviation des Fadens aus der Ebene des Schreibhebels, die während der Bewegung des Beines auftritt, der Winkel zwischen Faden und Hebelebene ein sehr kleiner bleibt. Es wird dann bei der Einrichtung des Marey'schen[1] Myographion durch diesen Fehler weder die Bewegung des Hebels, noch auch die Berührung zwischen Schreibspitze und Schreibfläche in störender Weise beeinflusst.

Für die Darstellung der Beugebewegungen muss dagegen das Präparat anders befestigt werden.

Diese zweite Art der Lagerung des Präparates veranschaulicht Figur 3.

KK bedeutet wieder die Korkplatte, auf welcher das Thier befestigt ist. Der Faden *F'* für den Hebel läuft aber jetzt der Längenaxe des Thieres und der Korkplatte parallel. Der Schenkel befindet sich in der Strecklage.

Alle übrigen Vorsichten bei Lagerung und Befestigung sind hier ebenso einzuhalten wie früher.

Ich führe noch ausdrücklich an, dass beide Lagen für jeden der untersuchten Käfer gewählt werden müssen, je nachdem man eben bei *Dyticus* oder bei *Hydrophilus* sei es Streckungen, sei es Beugungen anschreiben will.

Ich benützte zu den Versuchen das Marey'sche Myographion, aber nicht jene Form, bei welcher der Hebel mit einer Feder gespannt,[1] sondern jene, bei welcher er mit Gewichten belastet wird.[2] Das Wageschälchen liess ich mir aus Aluminiumblech anfertigen, so dass es mit den Fäden zusammen 1 Grm. wog.

Ich verkenne nicht, dass der äusserst einfach construirte Apparat von Marey noch gegen vielerlei Einwürfe zu sichern sein wird. Zwar entspricht die Einrichtung des Hebels bei demselben den von Fick[3] aufgestellten Forderungen, allein der Umstand, dass mit einem ohne Geradführung versehenen, dafür aber mit seiner Spitze aus der Drehungsebene abgebogenen Hebel über der Mantelfläche eines rotirenden Cylinders geschrieben wird, lässt die Einrichtung, wenn es sich um die Ausmessung der Curven handelt, von vornherein etwas bedenklich erscheinen.

Ich werde in einem späteren Abschnitte auf diese Frage näher eingehen und zeigen, dass die Einrichtung von Marey in der That weit weniger bedenklich ist, als es für den Anfang scheint.

---

[1] Marey, Du mouvement dans les fonctions de la vie, p. 539. Paris 1868.

[2] Marey, La méthode graphique, p. 194. Paris 1878.

[3] Fick in Pflüger's Archiv, Bd. V, S. 301. Bonn 1871.

Das Myographion von Marey bietet für die Ausführung der Versuche sehr grosse Vortheile dar, und gerade diese machen es auch für die Versuche an den Käfermuskeln zu einem leicht zu handhabenden und kaum durch ein anderes zu ersetzenden Instrumente.

Man kommt sehr bald zu der Überzeugung, dass man diese Vortheile nicht aufgeben kann, und dass man vielmehr daran denken muss, die Schreibweise des Mareyschen Instrumentes einer genaueren Analyse zu unterwerfen, als das bisher geschehen ist. Das soll, wie gesagt, erst später geschehen.

Die Vortheile, welche das Marey'sche Instrument bietet, sind aber: Bewegung des Hebels in horizontaler Ebene um eine vertical stehende Axe, was bedingt, dass der am Myographionhebel wirkende Muskel seinen Zug in horizontaler Richtung ausüben muss. Das bringt eine leichte und einfache Befestigungsweise des Präparates auf der horizontal liegenden Korkplatte und eine vereinfachte und rasch auszuführende Präparation mit sich.

Diese Vortheile des Instrumentes kommen schon für die Versuche am Gastrocnemius des Frosches, für welche es Marey besonders berechnet hat, sehr in Betracht.

Sie sind aber von ganz besonderem Werthe für unsere Versuche an den Käfern, die sich leicht in passender Lage auf der Platte des Myographion befestigen lassen. Ein anderer, nicht zu unterschätzender Vortheil des Instrumentes ist, dass der sehr leichte, einer Geradführung entbehrende Hebel ohne viele Mühe der Schreibfläche innerhalb ziemlich weiter Grenzen unter immer sehr feinem und kaum merklich differirendem Drucke so angelegt werden kann, dass die Schreibspitze immer an der Schreibfläche gehalten wird, ohne dass sie von derselben jemals mitgeführt oder in ihren Bewegungen durch zu grosse Reibung beeinträchtigt würde. Ferner kann mit der grössten Leichtigkeit die Hebelspitze von der bewegten Schreibfläche abgehoben und gleich darauf wieder genau in der früheren Weise an die bewegte Schreibfläche angelegt werden.

Endlich kann das Marey'sche Myographion mittelst der gleich später zu erwähnenden Einrichtung leicht in linearer Richtung parallel der Axe des rotirenden Cylinders mit gleichförmiger Geschwindigkeit verschoben werden, womit die schönen und dichten Curvenreihen in verticaler, seitlicher oder schiefer dachziegelförmiger Anordnung[1] erhalten werden, wie sie aus Marey's Arbeiten bekannt sind. Einige weitere Vortheile, welche die Einrichtungen Marey's gerade für unsere Versuche mit sich bringen, werden sich aus der Mittheilung der Versuche noch ergeben.

Als Elektroden für die Reizversuche dienten biegsame Kupferdrähte, welche die Form feiner geknöpfter Sonden hatten und verplatinirt waren, sie befanden sich in dem von Marey angegebenen Elektrodenhälter am Grundbrettchen des Myographion. Die geknöpften Enden wurden auf die blossgelegten und vor Verletzung mit aller Vorsicht bewahrten Muskeln aufgesetzt.

Ein Schema für die Anordnung eines Versuches ist in Figur 6 dargestellt.

MMMM bedeutet die Grundplatte des Myographion, an welcher der mit Gewicht belastete Hebel befestigt ist. *E* bedeutet den Elektrodenträger; *K* den Käfer, der mittelst Stecknadeln fixirt und dessen Bein durch einen Faden mit dem Hebel verknüpft ist. *C* ist der rotirende Cylinder, auf welchem der Hebel schreibt.

Zu den Tetanisirungsversuchen diente das Schlitteninductorium in seiner gewöhnlichen Einrichtung, Fig. 6 *J*. Im primären Kreise, Fig. 6 *B*, befanden sich als Kette drei constante Zink-Kupfer-Elemente, von der von mir[2] beschriebenen Form.

Im secundären Kreise befand sich ein rotirender Schlüssel[3] Fig. 6 *RRRR*, welcher die Einstellung auf eine bestimmte Reizdauer gestattete, und nach diesem ein Vorreiberschlüssel nach Du Bois, Fig. 6 *S*, der die Abblendung der Inductionsschläge dauernd erlaubte, wenn ein bestimmter Versuch beendigt war.

---

[1] Imbrication verticale, laterale et oblique. Marey, Du mouvement dans les fonctions de la vie, p. 222 u. d. f. Paris 1868. — La méthode graphique, p. 518 u. d. f. Paris 1878.

[2] Untersuchungen aus dem Institute für Physiologie und Histologie in Graz, S. 295. Leipzig 1870—72. Wiedemann.

[3] A. Rollett, Sitzungsber. d. mathem.-naturw. Cl. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien, Bd. LXXII, Abth. III, S. 358, 1875.

Das Myographion befand sich auf dem von Marey angegebenen, auf Eisenbahn laufenden Wagen (Fig. 6 *W*), und für den Fall, dass die Bewegung dieses Wagens benützt wurde, diente der rotirende Schlüssel, der von einer auf der Axe der Schreibtrommel befindlichen Stufenscheibe (Fig. 6 *P*) mittelst Schnurlaufes angetrieben wurde, auch dazu, um die einzelnen Curven in der sogenannten „imbrication laterale" anzuschreiben.

Ganz ähnlich wie der Versuch Fig. 6 waren auch die Versuche zusammengestellt, bei welchen ich die früher [1] veröffentlichten und unten [2] noch weiter zu besprechenden Zuckungscurven von Käfermuskeln erhielt, nur fällt für diesen Fall der rotirende Schlüssel weg und führen die Drähte von der secundären Spirale direct nach *S* (Fig. 6) und befindet sich für diesen Fall die Unterbrechungsstelle (*U*, Fig. 6) des primären Stromes unter einem (bei *D*, Fig. 6) an der einen Grundfläche des rotirenden Cylinders angebrachten Daumen, der einen in bekannter Weise hergestellten Contact auszuschlagen hat. Die Umdrehungsgeschwindigkeit des Cylinders betrug bei den Tetanusversuchen 64 Secunden, bei den Einzelzuckungen etwas über $1^1/_2$ Secunde.

In beiden Fällen wurde die Verkürzung bedeutend vergrössert angeschrieben.

Das Verhältniss der Entfernung des Angriffspunktes des Beines zur Entfernung der Hebelspitze vom Drehpunkte des Schreibhebels betrug 1 : 7·4. Dazu muss aber noch gerechnet werden, dass nicht die Muskeln selbst an dem Schreibhebel befestigt sind, sondern das Ende einer von den Muskeln bewegten Gliedmasse, die selbst wieder einen Hebel darstellt. Leider spottet der Mechanismus des Gelenkes, in welchem die Drehung des Schenkels durch die Beuger und Strecker bewirkt wird (Fig. 1, I und II) wegen der Kleinheit der Theile einer jeden messenden Analyse.

Um aber zu einer beiläufigen Vorstellung von der durch das Bein selbst bedingten Hebelübersetzung zu gelangen, habe ich die folgenden Messungen und Berechnungen vorgenommen.

Sowohl beim *Hydrophilus* als beim *Dyticus* entspricht der Bogen, welchen das untere, an die Tibia stossende Ende des Schenkels beim Übergange aus der stärksten Streck- in die stärkste Beugelage beschreibt, einem Winkel von etwas über 110°.

Ich habe nun an einer Reihe von möglichst gleich grossen Exemplaren von *Hydrophilus* einerseits und von *Dyticus* andererseits, die in Alkohol lagen, die von unten her zwischen die Fasern des Muskels hinein sich fortsetzende Strecksehne *st*, Fig. 1 *A*, durch sorgfältige Entfernung der Muskelfasern herauspräparirt. Diese verhältnissmässig steife Sehne erleidet, wenn man dann an dem Präparate den Schenkel aus der Beuge- in die Strecklage oder umgekehrt überführt, eine messbare lineare Verschiebung ihres oberen Endes, welche man mittelst eines kleinen, auf einen dünnen, kurzen Glasstreifen aufgetragenen und unter die Sehne geiegten Massstabes bestimmen kann.

Diese Verschiebung bestimmte ich nun, während ich an dem auf einer passenden Unterlage von Kork fixirten Präparate den Schenkel aus starker Beugelage $D\alpha$, Fig. 1, I, in starke Strecklage $D\beta$ oder umgekehrt führte, so dass der Bogen $\alpha\beta$, Fig. 1, I, welchen das Ende des Schenkels beschrieb, genau einem Winkel von 110° entsprach. Der Radius dieses Bogens ist die Länge des Schenkels. Macht man nun die Annahme, dass der Ansatz der Sehne des Muskels an dem Gelenkskopfe bei der Bewegung des Schenkels so verschoben wird, dass die Anfangs- und die Endlage dieses Ansatzes durch die Chorda [3] eines Bogens $\alpha'\beta'$, Fig. 1, I verbunden werden können, welche der Chorda des Bogens $\alpha\beta$ parallel liegt, dann könnte man die weitere Annahme machen, dass die Chorda, welche die verschobenen Ansatzpunkte der Muskelsehne verbindet, gleich sei der gemessenen linearen Verschiebung, welche die Sehne des Muskels erleidet, wenn

[1] Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Cl. d. kais. Akad. in Wien. Bd. LXXXIX, Abth. III, S. 316. 1884.

[2] Unten Abschnitt VII.

[3] Ich werde immer diese Bezeichnung gebrauchen, um die für die Darstellung lästige Concurrenz des Ausdruckes „Sehne" einmal in der Bedeutung Sehne des Kreises, dann wieder in der Bedeutung Sehne des Muskels zu vermeiden. Dagegen soll mit dem Worte Sehne immer die Muskelsehne bezeichnet werden.

man mit dem Beine den Bogen $\alpha\beta$ beschreibt. Unter diesen Annahmen liesse sich aber, wie eine einfache Uberlegung ergibt, aus der Formel

$$r = \frac{Rs}{S}$$

die Länge des Hebelarmes r berechnen, an welchem der Muskel wirkt. R ist die gemessene Länge des Femur, s die gemessene lineare Verschiebung der Sehne des Muskels, S die Chorda des mit dem Schenkel als Halbmesser beschriebenen Bogens $\alpha\beta$, der einem Winkel von 110° entspricht.

Für den *Hydrophilus* fand ich R im Mittel aus 20 Messungen 14^{mm}.

Die lineare Verschiebung der Sehne des Muskels $s = 2 \cdot 2^{mm}$. Die Chorda S des Bogens $\alpha\beta$ beträgt $22 \cdot 92^{mm}$. Daraus ergibt sich, dass der Muskel an einem Hebelarme wirkt, dessen Länge $r = 1 \cdot 34^{mm}$ ist. Wenn der Schenkel aus der Beuge- in die Strecklage bei der zu Grunde gelegten Excursion von 110° übergeführt wird, betrüge aber, da die Länge der Streckmuskeln bei den betreffenden Käfern 12^{mm} gefunden wurde, die Verkürzung des Muskels $^1/_5 - ^1/_6$ seiner ursprünglichen Länge.

Für den *Dyticus* ergab sich R im Mittel zu 9^{mm}.

Die lineare Verschiebung der Sehne des Muskels $s = 1 \cdot 4^{mm}$. Die Chorda des Bogens $\alpha\beta$ beträgt $14 \cdot 74^{mm}$. Daraus ergäbe sich, dass der Muskel an einem Hebelarme wirkt, dessen Länge $r = 0 \cdot 85^{mm}$ ist. Wenn bei diesem Thiere der Übergang aus der Beuge- in die Strecklage unter einem Winkel von 110° stattfinden würde, betrüge die Verkürzung des Muskels, dessen Länge 8^{mm} gefunden wurde, wieder zwischen $^1/_5 - ^1/_6$ der ursprünglichen Länge. Das Verhältniss $r : R$ des Hebelarmes, an welchem der Muskel wirkt, zur Länge des Schenkels, wäre darnach

für *Hydrophilus* . . 1 : 10·49,
„ *Dyticus* . . . . 1 : 10·53.

Darnach würde aber die Muskelverkürzung von dem Myographionhebel in unseren Versuchen

für *Hydrophilus* . . $10 \cdot 49 \times 7 \cdot 4 = 77.626$ mal
„ *Dyticus* . . . . $10 \cdot 53 \times 7 \cdot 4 = 77.922$ mal

vergrössert angeschrieben.

Ich lege auf diese Zahlen keinen besonders grossen Werth, denn es ist leicht ersichtlich, wie sehr das Resultat beeinflusst wird, wenn man bei der Bestimmung von s nur einen sehr geringen Fehler macht. Die Annahme, dass s der Chorda des Bogens $\alpha'\beta'$ (Fig. 1, I) entspricht, trifft nicht völlig zu, da ein Theil der Sehne des Muskels bei der Drehung des Zapfens C des Gelenkskopfes auf denselben auf- und von demselben abgewickelt wird. Für die Chorda 2·2 beim *Hydrophilus* beträgt aber die Bogenlänge 2·57 und für die Chorda 1·4 beim *Dyticus* die Bogenlänge 1·63.

Darnach würde sich aber die Entfernung des Insertionspunktes der Sehne des Muskels von der Drehungsaxe noch etwas kleiner ergeben, als wir sie gefunden haben.

Die obigen Zahlen zeigen uns aber beiläufig, wie sehr die erhaltenen Curven die Muskelverkürzung vergrössern und dass die Vergrösserung wahrscheinlich für beide Käfer nicht beträchtlich abweicht. Sie müssen ferner in Anschlag gebracht werden für die Belastungen, welche wir an dem mit dem langen Hebelarme des Schenkels verknüpften Myographionhebel wirken lassen. Es ist der lange Hebelarm des Schenkels über 10mal länger, als der Hebelarm, an welchem die Muskeln wirken.

Was nun wieder die Versuche selbst anbelangt, so ist noch das Folgende zu bemerken.

Wenn man, nachdem man ein Präparat von *Dyticus* in der Fig. 2 entsprechenden und früher beschriebenen Weise hergestellt hat, in Vorversuchen, bei welchen das Bein nicht mit dem Myographionhebel verknüpft wird, auf einen der zu Tage liegenden Streckmuskeln etwa in der Gegend von A die eine Elektrode, an der hinteren Ecke des pyramidenförmigen Muskels die andere Elektrode aufsetzt, erhält man bei passend gewählter Stärke der Inductionsströme reine Streckung des Schenkels auf der Seite, wo gereizt wird. Es ist dieses

Resultat nach den vorgebrachten anatomischen Daten leicht verständlich. Die tief liegenden Beugemuskeln werden bei diesem Versuche nicht mehr von wirksamen Stromschleifen getroffen.

Durchschneidet man dann von der Bauchseite her, Fig. 4, die Beugemuskeln, so bleibt der Erfolg der Reizung derselbe, nur muss man dann das Bein vor jeder Reizung künstlich in der Beugelage zu erhalten suchen, da sonst wegen des einseitigen Zuges der nicht gelähmten Strecker von vorneherein eine bleibende Strecklage vorhanden ist.

Wie bei *Dyticus* die Beuger isolirt gereizt werden, soll später angegeben werden.

Weniger einfach verhält sich die Sache bei *Hydrophilus*. Wenn man bei Präparaten, die nach Art der Fig. 3 hergestellt wurden, die Elektroden so aufsetzt, dass eine derselben bei *D*, Fig. 3, die andere bei *N* sich befindet, so erfolgt eine energische Beugung. Man kann aber nun die eine Elektrode von *D* entlang der Linie *AD* allmälig bis an den inneren Rand der Strecker verschieben und erhält noch immer energische Beugung; in diesen Fällen werden also die Beuger gereizt, ohne dass beide Elektroden sich über denselben befinden und offenbar müssen gleichzeitig auch die Strecker gereizt, von den Beugern aber überwunden werden. Welche Einrichtung diesem Verhalten zu Grunde liegt, habe ich nicht ermitteln können. Wahrscheinlich ist der Verlauf der motorischen Nerven für die Beugemuskeln die Ursache der Erscheinung. Über diese Nerven vermochte ich aber durch anatomische Präparation nicht ins Klare zu kommen. Ich musste mich begnügen, für die isolirte Darstellung der Beugebewegungen vorerst die Strecker zu durchschneiden, was hier sehr leicht gelingt. Wenn man aber reine Streckbewegungen bei *Hydrophilus* erhalten will, muss man immer vorher die Beuger durchschneiden, was, wie schon angeführt, durch Tenotomie am inneren Ende der Coxa und zwar, wie ich jetzt hinzufüge, sowohl von der Bauchseite her, als auch von der Dorsalseite her, an Präparaten nach Art der Fig. 3 geschehen kann. Diese Operation ist aber die heikelste unter allen, und man muss dabei immer bedacht sein, nur eine der Chitinwände der Coxa und diese möglichst wenig zu verletzen. Sollen die Streckbewegungen bei *Hydrophilus* graphisch dargestellt werden, dann muss man, wie schon angegeben, die Präparate statt in der Stellung Fig. 6 in jener der Fig. 2 fixiren. Beim *Hydrophilus* werden also sowohl die Strecker, als auch die Beuger von der dorsalen Seite her an Präparaten, die nach Art der Fig. 3 hergestellt wurden, gereizt. Die analogen Präparate von *Dyticus*, Fig. 2, dienen aber auch zu allen Versuchen an diesem Thiere. Über die Reizung der Strecker bei *Dyticus* habe ich schon früher gesprochen. Die Reizung der Beuger nehme ich bei diesem Thiere von der dorsalen Seite her vor, nachdem ich die Strecker durch Durchschneiden ihres unteren Endes und Abschneiden von ihrer oberen Insertion ganz herausgeräumt habe, und zwar bei Lagerung des Präparates, wie in Fig. 3. Ich habe mich überzeugt, dass nach diesem Eingriffe die Beuger reactionsfähiger bleiben, als wenn man sie durch Ausschneiden der Coxaplatte von der ventralen Seite her blosslegt. Bei der Herstellung der Präparate und bei der Ausführung der angegebenen Operationen muss jede Verletzung derjenigen Muskeln, die nicht ausgeschaltet werden sollen, auf das sorgfältigste vermieden werden.

Häufig verliert man aber Präparate, namentlich wenn man die Versuche noch wenig geübt hat, trotz aller aufgewendeten Mühe. Verloren muss man alle Präparate geben, bei welchen während oder nach der Ausführung der Operationen freiwillige Bewegungen auftreten, das passirt aber selbst bei grosser Übung gelegentlich immer wieder einmal.

Bei graphischen Versuchen geben sich dann Störungen sowohl während der Reizperiode, als während der Intermissionen der Reize kund.

Ich habe Versuche, bei welchen Bewegungen auch in den Pausen der Reize auftraten, welche mir aber schliesslich nur noch als Ausnahmen von der Regel vorgekommen sind, vorerst nicht weiter berücksichtiget. Dass die grösste Zahl von Versuchen ohne diese Störungen abläuft, ist das wichtigste für die von uns hier zu besprechenden Thatsachen, und die Mittheilung zahlreicher Myogramme, bei welchen die Muskeln die applicirten Reize eben so tadellos beantworteten, als sie sich während der Reizintervalle tadellos ruhig verhielten, wird als selbstredende Thatsache für die Versuche eintreten.

IV. Wiederholung lange dauernder Tetani bei Hydrophilus nnd Dyticus.

Nach einigen Vorversuchen entschied ich mich für die Anstellung oft hinter einander wiederholter Tetanusversuche.

Für solche Repetirversuche sind ja die Apparate von Marey ganz vorzüglich brauchbar.

Diese Versuche schienen mir geeignet, eine Reihe von Fragen zu lösen, deren Beantwortung für die Käfermuskeln in anderer Weise nicht leicht möglich wäre. Sie bringen insbesondere sofort mit grosser Bestimmtheit eine Entscheidung der Hauptfrage.

Es fördern nämlich Versuche über in bestimmten Intervallen wiederholten, länger andauernden Tetanus der Muskeln beider Käfer, die in Bezug auf Reiz- und Intermissionsperioden tadellos verlaufende Curven ergeben, sehr charakteristische physiologische Verschiedenheiten der Muskeln beider Thiere zu Tage.

Einen solchen Versuch bei *Hydrophilus* stellen die Curven Fig. 19 I, II, III, IV, V, VI und VII (Taf. III) dar.[1] Es sind Tetani des Schenkelbeugers von *Hydrophilus*, die unmittelbar aufeinanderfolgend bei langsamem Gange des rotirenden Cylinders von demselben Präparate angeschrieben wurden. Die Dauer der Reiz- und Intermissionsperioden ist durch bestimmte Einstellung des offenen Sectors des rotirenden Schlüssels bedingt. Die Frequenz des Hammers des Inductoriums war in den Versuchen bestimmt.[2] Sie betrug im Mittel 27 Schwingungen in der Secunde, was bei wirksamen Schliessungs- und Öffnungsschlägen einer Reizfrequenz von 54 in der Secunde entspricht. Die Curven Fig. 19 sind bei steigender Grösse der an dem Myographionhebel wirkenden Gewichte angeschrieben. Diese Gewichte sind bei I 6 Grm., bei II 8 Grm., bei III 10 Grm., bei IV 12 Grm., bei V 14 Grm., bei VI 16 Grm., bei VII 18 Grm.; bei jeder dieser Belastungen wurden drei Tetani hinter einander angeschrieben, während der das Myographion tragende Wagen Fig. 6 auf der Eisenbahn sich bewegte. Nur bei VII wurden nur zwei solcher Tetani angeschrieben. Da der ganze Umfang des rotirenden Cylinders 420 Millimeter beträgt, eine Umdrehung des Cylinders aber 64 Secunden dauert, entspricht 1^{mm} der Abscisse einer Zeit von 0·1524 Secunden. Ein Tetanus dauert im Mittel 18 Secunden, dann folgt eine Pause von 46 Secunden, dann wieder Tetanus u. s. f. Nur die erste Tetanuscurve der Gruppe I entspricht einer kürzeren Zeit und erscheint in ihrem Anfangspunkte von dem Anfangspunkte der Curve 2 derselben Gruppe weniger weit abstehend. Dies beruht darauf, dass der Schlüssel *S*, Fig. 6, aus Versehen etwas zu spät geöffnet wurde.

Zwischen den Versuchen I und II, II und III u. s. f. wurde der Myographionhebel mittelst des bekannten, am Marey'schen Myographion angebrachten Excenters von der Schreibfläche abgehoben, die Belastung gewechselt und dann der Hebel wieder angelegt. Vom Anfange bis zum Ende dieser Operationen wurde vorsichtshalber der Schlüssel *S*, Fig. 6, geschlossen. Der Schlüssel *R* und der Wagen *w* bewegten sich ebenso wie der rotirende Cylinder fort. Die Gruppen der Curven wurden dadurch erhalten, dass immer, nachdem die letzte Curve einer Gruppe angeschrieben war, der Wagen mit der Hand soweit linear verschoben wurde, dass die neue Abscisse über die letztangeschriebene Curve zu liegen kam.

Die Gruppen der Curven zeigen dieselbe lineare Verschiebung gegen einander, wie die einzelnen Curven in den Gruppen, und diese Verschiebung ist von dem Verhältnisse der Radien der Stufenscheiben am rotirenden Cylinder und am rotirenden Schlüssel abhängig. Der ganze Versuch, Fig. 19, dauerte etwas über 21 Minuten. Der Abstand der Rollen war bei allen Reizungen 60 Millimeter. Die grössten Höhen der Tetanuscurven und die Belastung sind in der Tabelle, S. 19, verzeichnet.

Ich bemerke, dass dem Versuche Fig. 19 an demselben Präparate noch zwei ganz gleiche Versuche nachfolgten und dann noch ähnliche Versuche angestellt wurden, bei welchen sich nur der Unterschied von den

---

[1] Die Figur gibt den Versuch so wieder, wie er auf dem rotirenden Cylinder angeschrieben wurde. Die Figuren 15, 16, 17, 18, von welchen ich vorläufig abzusehen ersuche, wurden der Raumersparniss wegen an solchen Stellen der Tafel aufgelegt, welche nur von geradlinig verlaufenden Abscissen der Fig. 19 beschrieben waren.

[2] Vergl. A. Rollett, Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien, Bd. LXX, Abth. III, S. 43, 1874.

zuerst erhaltenen Curven zeigte, dass die allen einzelnen Belastungen entsprechenden Tetani sich allmälig erniedrigten. Ganz nahe übereinstimmende Resultate sind aber an dem Schenkelbeuger von *Hydrophilus*, wie viele verschiedene Käfer man auch vornehmen mag, immer leicht zu erhalten.

Gruppe	Gewichte in Grm.	Zunahme der Gewichte in Grm.	Grösste Höhe der Curve im Mittel in Millim.	Abnahme der Höhe in Millim.
I	6	—	46·7	—
II	8	2	39·5	7·2
III	10	2	32·4	7·1
IV	12	2	25·6	6·8
V	14	2	19·0	6·6
VI	16	2	13·4	5·6
VII	18	2	9·6	4·8

Gehen wir nun über zu den Schenkelstreckern von *Hydrophilus*. Fig. 20 stellt einen dem Versuche Fig. 19 entsprechenden Versuch an dem Schenkelstrecker von *Hydrophilus* dar, nur sind die Tetani etwas länger dauernd (23 Secunden im Mittel) und die Pausen zwischen je 2 Tetani etwas kürzer (41 Secunden im Mittel).

Ich stelle den Versuch Fig. 20 in einer ähnlichen Tabelle dar, wie Fig. 19.

Gruppe	Gewichte in Grm.	Zunahme der Gewichte in Grm.	Grösste Höhe der Curve im Mittel in Millim.	Abnahme der Höhe in Millim.
I	2		34·9	—
II	4	2	18·6	16·3
III	6	2	10·3	8·3
IV	8	2	6·9	3·4
V	10	2	5·2	1·7
VI	2	−8	26·8	−21·6

Auch an dem Schenkelstrecker von *Hydrophilus* lassen sich diesem analoge Versuche jeder Zeit leicht erhalten.

An die vorerwähnten Versuche möchte ich nun noch die Versuche Fig. 21 und 22, Taf. IV anschliessen, welche wieder Beispiele von vielen gleichartigen solchen Versuchen geben.

Fig. 21 stellt im Mittel 18 Secunden währende, in Pausen von 46 Secunden bei 10 Grm. am Myographionhebel wirkendem Gewichte und steigender Reizfrequenz verzeichnete Tetani des Schenkelbeugers von *Hydrophilus* dar.

Der Rollenabstand betrug 80^{mm}. Die Reizfrequenz wurde dadurch variirt, dass dem Halske'schen Unterbrecher des Inductorium verschiedene Einstellungen gegeben wurden. Sie betrug bei I 18, bei II 24, bei III 54, bei IV 86, bei VI 94 in der Secunde. Die Curven sind, wie ersichtlich, über derselben Abscisse, also bei arretirtem Wagen (Fig. 6 *W*) angeschrieben.

Fig. 22 stellt Tetani des Schenkelbeugers von *Hydrophilus* von derselben Dauer und in denselben Pausen bei einer Reizfrequenz von 54 in der Secunde, bei 8 Grm. am Hebel wirkendem Gewichte dar. Dabei wurden aber die Rollen in den Pausen einander genähert. Für I betrug der Rollenabstand 110^{mm}, für II 100, für III 90, für IV 80, für V 70, für VI 60, für VII 50, für VIII 40, für IX 30, für X 20, für XI 10, für XII 0^{mm}. Der letztere Versuch zeigt besonders, welche Ausdauer der *Hydrophilus*-Muskel in dem durch maximale und übermaximale Reize hervorgerufenen Tetanus besitzt, während aus allen mitgetheilten Versuchen zusammen hervorgeht, dass der *Hydrophilus*-Muskel trotz angestrengter Leistungen sich längere Zeit ganz continuirlich im Zustande hoher Leistungsfähigkeit erhält.

Die Leistungen, welche wir dem Muskel auferlegt haben, waren in Bezug auf ihre Grösse und Dauer und in Bezug auf die Dauer der Erholung, welche wir ihm zwischen den einzelnen Tetanis gewährten, ziemlich willkürlich gewählt und wären natürlich der mannigfachsten Variationen fähig. Den Versuchen Fig. 19 und 20 ist aber zu entnehmen, dass die Zeiten für die Erholung genügten, dass nach Ablauf derselben immer wieder dieselbe Leistungsfähigkeit des Muskels vorhanden war, denn die Curven, welche in den einzelnen Gruppen aufeinanderfolgen, erheben sich nahezu auf dieselbe Höhe und in den einzelnen Versuchen mit gleichbleibender Belastung ist ja die geleistete Arbeit proportional der Höhe der Curve und nimmt mit dieser proportional zu und ab.

Es ist also dem in den einzelnen Gruppen der Curven nahezu gleichen Verlaufe der Curven auch zu entnehmen, dass die Arbeitsenergie des Muskels während des Hubes der an dem ruhenden Muskel angefügten Last bis zur maximalen Höhe des Tetanus sich zeitlich in den aufeinanderfolgenden Tetani immer in nahezu derselben Weise entwickelt hat. So lange der Muskel auf derselben Höhe der Contraction dauernd verharrt, wobei er anscheinend in einem neuen Zustande statischen Gleichgewichtes sich befindet, schwankt er, nach den Vorstellungen, welche wir uns vom Tetanus machen müssen, in der That rasch zwischen Zusammenziehung und Erschlaffung, was nur mit stets erneuertem Aufwande von Energie möglich ist.

Wir sind mit den mit der Arbeitsleistung des Muskels einhergehenden stofflichen Veränderungen und den chemischen Vorgängen, welche zur Erhaltung einer bestimmten Menge von potentieller Energie im Muskel führen, noch so wenig bekannt, dass für die Erklärung der Thatsache, dass bei einem Muskel Tetani von derselben Dauer, Grösse und Form und von demselben mechanischen Effecte in kurzen Intervallen oft hinter einander wiederholt werden können, vorerst noch zwischen verschiedenen Möglichkeiten gewählt werden kann.

Das Vorhandensein dieser Thatsache bei den *Hydrophilus*-Muskeln, welches sich in den eben vorgeführten Curven ausspricht, ist aber, wie wir sehen werden, schon ein für die vergleichend-physiologische Charakteristik jener Muskeln wichtiges Merkmal.

Wenden wir uns jetzt auch noch einer genaueren Betrachtung des Verlaufes der Curven der einzelnen Tetani zu.

Gerade bei so ausdauernd und regelmässig functionirenden Muskeln, wie sie die *Hydrophilus*-Muskeln nach den mitgetheilten Versuchen sind, bietet die Frage nach der Form der einzelnen Tetanuscurve kein geringes Interesse dar.

Ich habe meine Aufmerksamkeit zunächst darauf gerichtet, ob unsere an dem *Hydrophilus*-Muskel erhaltenen Tetanuscurven etwa den Gesetzen folgen, welche Bohr[1] für den Verlauf der Tetanuscurven des unermüdeten Froschmuskels angegeben hat. Bekanntlich soll darnach die Tetanuscurve eine gleichseitige, zu den Asymptoten hingeführte Hyperbel sein; ferner sollen sich mit Contractur verlaufende Tetani aus zwei Theilen zusammensetzen, aus der geradlinig verlaufenden Contracturhöhe und einem hyperbolisch verlaufenden Antheile, welcher dem contracturfreien Tetanus analog ist. Später hat noch Buckmaster[2] eine merkwürdige Beziehung zwischen dieser Form der Tetanuscurve und dem Verlaufe von Zuckungsreihen nachzuweisen gesucht.

Bohr hat bei der Ausmessung seiner Myogramme die Tangenten der Ablenkungswinkel des Myographionhebels als Mass der Muskelverkürzung ermittelt und von der allerdings geringfügigen Deformation der Myogramme, welche durch die Schreibweise seines Hebels bedingt war, abgesehen. Wir werden im nächsten Abschnitte auf beide Momente etwas näher eingehen, sie weisen darauf hin, dass die von Bohr aufgestellten Gesetze nur einem annäherungsweisen Ausdrucke des Verlaufes des Tetanus entsprechen können.

Es soll und kann damit natürlich kein Einwand gegen die von Bohr gegebenen Ableitungen erhoben werden.

---

[1] Bohr, Archiv f. Anat. u. Physiologie. Physiolog. Abth., S. 233.

[2] Buckmaster, Archiv f. Anat. u. Physiologie. Physiolog. Abth., S. 459.

Aber abgesehen davon muss auch hervorgehoben werden, dass es immer nur für eine ganz bestimmte Zeit möglich sein wird, dass die tetanische Curve sich einer bestimmten Grenze asymptotisch annähert. Wenn einmal ein Tetanus so lange gedauert hätte, dass die den Tetanus zusammensetzenden Einzelzuckungen in Folge der Ermüdung des Muskels kleiner werden, würde die Curve gegen die Abscisse absinken müssen; Bohr hebt darum auch ausdrücklich hervor, dass sein Gesetz nur für den unermüdeten Muskel gelte.

Die Zeit, zu welcher, vom Beginne des Tetanus an gerechnet, ein solcher Wendepunkt der Curve auftritt, ist aber von sehr complicirten Bedingungen abhängig, wie aus einigen Angaben von Richet[1] und den Untersuchungen von Wedenski[2] gefolgert werden muss.

Die Curven Fig. 19, von den Schenkelbeugern des *Hydrophilus* zeigen schon einen Wendepunkt, von welchem das Ende des Tetanus ganz langsam gegen die Abscissenaxe abfällt. Etwas Ähnliches, aber weit weniger ausgeprägt, ist an den Curven Fig. 20, von den Schenkelstreckern von *Hydrophilus* zu sehen, während in den Curven Fig. 21 und 22 auch dieser geringe Abfall noch fehlt.

V. Einige Bemerkungen über die Schreibweise der Myographien, besonders des Marey'schen Myographion und die Theorie des letzteren Instrumentes.

Ich muss mir nun hier erlauben, die begonnene Darstellung meiner Untersuchungen an den Käfermuskeln etwas zu unterbrechen und einen Abschnitt einzuschalten, der die Frage behandeln soll, in welcher Weise die Tetanuscurve von dem von mir benützten Marey'schen Myographion angeschrieben wird.

Wir werden zu untersuchen haben, ob und wie wir die mit demselben erhaltenen Curven ausmessen können, um eine möglichst getreue Vorstellung jenes Vorganges im Muskel zu erhalten, welchen die Curven versinnlichen sollen.

Wir werden auch zu überlegen haben, wie sich die mit Marey's Instrument erhaltenen Curven mit den auf andere Weise erhaltenen myographischen Curven vergleichen lassen.

Ich habe schon früher einige der grossen Vortheile auseinandergesetzt, welche die Anwendung des Marey'schen Myographion für unsere Versuche an den Käfermuskeln mit sich bringt. Jetzt muss ich aber einen vergleichenden Blick auf die Schreibweise der gebräuchlichen Myographien überhaupt werfen. Für die Marey'sche Einrichtung werden sich daraus einige Momente der Beurtheilung ergeben, welche, soviel ich weiss, weder der Erfinder selbst, noch irgend jemand nach ihm besonders gewürdigt hat.

Tigerstedt[3] hat vor einiger Zeit in einer Arbeit über die Latenzdauer der Muskelzuckung ein, wie er selbst sagt, möglichst vollständiges Verzeichniss aller bis dahin veröffentlichten Myographien zu liefern gesucht.

Ich verweise auf dieses Verzeichniss, denn nach den Aufschreibungen zu urtheilen, die ich mir in ähnlicher Absicht schon durch einige Zeit gemacht habe, hat Tigerstedt den beabsichtigten Zweck völlig erreicht.

Ich verweise gleichzeitig auf die vielen kritischen Bemerkungen, welche Tigerstedt in seine Darstellung verflochten hat.

Uns soll aber hier eine Frage beschäftigen, welche Tigerstedt eingehender zu berühren keine Veranlassung fand. Ich meine die Form und den Werth der Ordinaten der myographischen Curven.

Diese Grössen sind bei den einzelnen Myographien von der Art der Führung der Schreibspitze des Hebels auf der Schreibfläche abhängig.

---

[1] Richet, Physiologie des muscles et des nerfs, p. 114. Paris 1882.

[2] Wedenski, Pflüger's Archiv, Bd. XXXVII, S. 69; ferner: Über die Beziehungen zwischen Reizung und Erregung im Tetanus (Resumé zu der in russischer Sprache erschienenen Abhandlung). St. Petersburg 1886. Ich muss sehr bedauern, dass meine Versuche an den Käfermuskeln längst abgeschlossen waren, als mir Wedenski's Arbeiten bekannt wurden, und dass ich auch bis jetzt nicht Gelegenheit hatte, die ausführliche russische Abhandlung, die mir freundlichst zugesendet wurde, mir übersetzen zu lassen.

[3] Tigerstedt, Archiv f. Anat. u. Physiologie, 1885. Physiolog. Abth., Supplementband, S. 111.

Für alle Fälle wollen wir nur Hebel voraussetzen, welche nach den Principien von Marey [1] und Fick [2] angefertigt sind, also Hebel, welche den wechselnden Zuständen des Muskels mit der bisher überhaupt erreichten Genauigkeit folgen. In eine Erörterung dieser Frage hier noch näher einzugehen, vermeide ich, da ich nichts Neues darüber zu bringen vermöchte, nur auf die von Mach [3] für einen möglichst treu zeichnenden Sphygmographenhebel theoretisch entwickelten Anforderungen will ich noch verweisen, weil vieles davon sich direct auf den Myographionhebel übertragen lässt.

Zu den Myographien, bei welchen die Schreibfläche vertical liegt und die Drehung des Hebels um eine horizontal liegende Axe stattfindet, gehören unter Anderen das Helmholtz'sche Cylindermyographion, das Fick-Helmholtz'sche Pendel- und das Du Bois'sche Federmyographion; zu den Myographien, bei welchen die Schreibfläche horizontal liegt und die Drehung des Hebels um eine vertical liegende Axe stattfindet, gehört neben anderen das Myographion von Marey.

Bei zweien von den angeführten Myographien mit vertical gehendem Hebel — bei dem Cylinder- und Federmyographion — erhält man bekanntlich Curven, in denen jeder Punkt durch zwei auf einander senkrechte gerade Linien vollkommen bestimmt ist. Die Ordinaten des rechtwinkligen Coordinatensystems, auf welches die Curve zu beziehen ist, betrachtet man als die vergrösserten Zuckungshöhen des am Myographionhebel wirkenden Muskels.

Jede solche myographische Curve stellt aber die Muskelbewegung nicht ebenmässig vergrössert, sondern von allen anderweitigen Fehlern vollkommen abgesehen, in Folge der Führung der Schreibspitze auf der Schreibfläche in etwas deformirter Weise dar.

Darauf muss ich, obwohl ich dabei zunächst nur an ganz geläufige Dinge zu erinnern haben werde, doch wegen der folgenden Darlegungen etwas näher eingehen.

Es sei in der schematischen Fig. 7 (Taf. I) FF' der Durchschnitt der Schreibfläche, d. i. einer ebenen Fläche oder eines Cylindermantels. MP sei der Hebel, mit dessen Spitze auf der Fläche FF geschrieben werden soll, M sei der Drehpunkt des Hebels. Der Angriffspunkt des Muskels, der im Punkte Q befestigt ist, am Hebel sei N; dann wird, wenn der Muskel sich verkürzt, z. B. um $QN—QN'$, der Hebel mit dem Punkte N den Kreisbogen NN' beschreiben und wegen der Gleichheit und Veränderlichkeit der Entfernung $MN = MN'$ wird die Richtung des Zuges, welchen der Muskel ausübt, zugleich eine Änderung erfahren, indem die Richtung QN in die Richtung QN' übergeht.

Bei den Myographien wird nun zunächst beabsichtigt, die dem Hebel vom Muskel ertheilte Bewegung vergrössert aufzuschreiben. Damit wollen wir uns zuerst beschäftigen. Es wird sich aber dann auch fragen, wie die Muskelverkürzung als Function der Hebelbewegung dargestellt werden kann, und diese Frage werden wir an einer späteren Stelle behandeln.

Was die erstere Frage betrifft, so wollen wir annehmen, dass der Hebel zu Anfang des Versuches normal stehe auf der Fläche FF (Fig. 7).

Um bei Drehungen des Hebels die Schreibspitze an der Schreibfläche zu erhalten, muss die Hebelspitze geführt werden in der Tangente PP'' des Bogens PP', welchen der unveränderlich lang gedachte Hebel MP als Radius mit seiner Spitze beschreibt. Das ist nur möglich, wenn der Hebel sich, während er gedreht wird, auch verlängert, und zwar für jede Lage um so viel, dass seine Länge gleich wird der Sekante des Bogens, welchen der Hebel MP als Radius beschreibt. Für die Lage MP'' (Fig. 7) des Hebels muss also z. B. die Hebellänge MP'' werden.

Bekanntlich wird das durch die an den Myographionhebeln angebrachten Geradführungen erreicht; am genauesten nach unserem Schema bei den Geradführungen, bei welchen wie bei dem Hebel von Helmholtz [4] die beweglich eingelenkte Schreibspitze durch ein Gewicht an der Schreibfläche gehalten wird, oder bei der

[1] L. c.

[2] L. c.

[3] Mach, Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien. Mathem.-naturw. Cl., Bd. XLVI u. XLVII.

[4] Helmholtz, Archiv f. Anat. u. Physiologie. 1852. Physiolog. Abth., S. 199.

Geradführung durch eine bügelförmige Glasfeder, deren Enden in der geraden Fortsetzung des Hebels liegen, wie sie z. B. Fick [1] angewendet hat. Ebenfalls, aber von dem Schema mehr abweichend, weil der Anfangspunkt der angeschriebenen Tangenten verschoben ist, mit Geradführungen, bei welchen die Schreibspitze durch Federdruck [2] an der Schreibfläche gehalten wird.

Hebel mit solchen Geradführungen hat man bei Cylinder-, Pendel- und Federmyographien angewendet. Die letzteren beiden setzen bekanntlich, abgesehen von den durch die beschriebene veränderliche Länge des Hebels bedingten Eigenthümlichkeiten des Myogrammes auch noch eine Deformation ganz anderer Art, die bekanntlich viel grösser ist, durch die ungleichförmige Bewegung der Schreibfläche.

Diese letztere Deformation lasse ich, da uns nur Myogramme beschäftigen sollen, welche auf gleichförmig bewegten Flächen erhalten wurden, hier ganz unberücksichtigt. Das wollte ich noch bemerken, um nun die durch die veränderliche Länge des Hebels bedingte besondere Form des Myogrammes allein weiter zu verfolgen.

Aus Fig. 7 ist leicht ersichtlich, dass der Hebel mit Geradführung nicht einfach eine im Verhältnisse $\frac{MP}{MN}$ vergrösserte Aufzeichnung der durch den Muskel hervorgebrachten Bewegung des Punktes N des Hebels anschreibt, sondern eine stärker vergrösserte Aufzeichnung ergibt, und zwar würde die Vergrösserungszahl nicht $\frac{MP}{MN}$, sondern $\frac{MP}{MN} \cdot \frac{\text{tang. } \vartheta}{\frac{\pi}{180} \cdot \vartheta}$ sein, worin der zweite Factor das Verhältniss der Tangente des Ablenkungswinkels des Hebels ϑ zum Bogen dieses Winkels bedeutet. Da nun zwar $\frac{MP}{MN}$ für alle Werthe von ϑ gleich bleibt, dagegen $\frac{\text{tang } \vartheta}{\frac{\pi}{180} \cdot \vartheta}$ in dem Intervalle von 0—90° mit zunehmendem ϑ wächst, so wächst auch die Vergrösserungszahl mit zunehmendem ϑ, es wird also die Bewegung des Punktes N des Hebels nicht ebenmässig vergrössert, sondern mit zunehmender Deformation angeschrieben.

Wollten wir nicht so wie in Fig. 7, statt des Bogens PP' die Tangente PP'' anschreiben, sondern einen Hebel von constanter Länge ohne Geradführung der Spitze benützen, so könnte mit einem solchen nur geschrieben werden, wenn wir in linearer Richtung die Mantelfläche eines Hohlcylinders von dem Krümmungsradius MP an der schreibenden Spitze vorüberführen würden, auf dieser Schreibfläche würde dann eine Curve angeschrieben, die wenn der Cylindermantel in eine ebene Fläche abgewickelt würde, auf ein rechtwinkeliges Coordinatensystem bezogen werden könnte, dessen Ordinaten gerade Linien von der Länge der über denselben Abscissenpunkten auf dem Hohlcylinder angeschriebenen Kreisbogen wären. Die so erhaltene Curve könnte aber als ein ebenmässig vergrössertes nicht deformirtes Bild der Bewegung des Punktes N des Hebels angesehen werden.

Man wird nicht gerne an die Verwirklichung einer so eingerichteten Schreibfläche denken, deren Herstellung und lineare Verschiebung gewiss auf nicht unerhebliche Schwierigkeiten stossen würde. Ich habe auch die ganze vorausgehende Betrachtung nicht einem solchen Projecte zu Liebe angestellt, und wir werden ausserdem später noch sehen, dass solche nicht deformirte Curven auch in theoretischer Beziehung uns nicht befriedigen könnten.

Der Grund, warum ich jene Betrachtungen angestellt habe, liegt vielmehr darin, dass ich jetzt an dieselben die Besprechung der Schreibweise der Marey'schen Apparate anknüpfen will. Dafür scheinen sie mir aber sehr lehrreich zu sein.

Marey [3] hat einen sehr einfachen Kunstgriff benutzt, um mit einem Hebel von constanter Länge zu schreiben. Zuerst hat er dieselbe bei seinem für die Radialarterie bestimmten Sphygmographen [4] verwirklicht. Der Hebel desselben ist bekanntlich mit seiner Spitze aus der Drehungsebene des Hebels seitlich abgebogen.

---

[1] Pflüger's Archiv, Bd. IV, S. 303.

[2] Vergl. Du Bois-Reymond, Gesammelte Abhandlungen, Bd. I, S. 271, Tigerstedt l. c. S. 132 und Andere.

[3] Marey, Journ. de la physiologie, T. III, p. 241. Paris 1860.

[4] Sphygmographe à pression élastique.

Fig. 8 MNP stellt das Schema eines solchen Hebels in der Aufsicht dar: M ist der Drehpunkt, N der Punkt, in welchem die Bewegung auf den Hebel übertragen wird, P die umgebogene Schreibspitze. Die Drehungsebene ist senkrecht auf die Ebene des Papieres gedacht und der Drehungsebene parallel wird an der Spitze des Hebels in linearer Richtung die Schreibfläche FF mit gleichförmiger Bewegung vorübergeführt. Die mittelst einer solchen Vorrichtung erhaltenen Curven müssen auf ein Coordinatensystem bezogen werden, dessen Abscissen gerade Linien, dessen Ordinaten aber Kreisbogen sind von einem Krümmungsradius, welcher der Hebellänge MP entspricht.

Der Hebel von constanter Länge, mit seitlich abgebogener Spitze, welchen Marey beim erwähnten Sphygmographen anwendete, kehrt wieder bei der viel benützten Marey'schen Registrirtrommel, bei dem Myographion von Marey und bei vielen anderen Apparaten. Es empfiehlt sich auch darum, die Schreibweise dieses Hebels etwas genauer ins Auge zu fassen.

So lange man sich einen solchen Hebel auf einem Planum schreibend vorstellt, erhält man damit Curven, welche sich sehr leicht ausmessen lassen, und welche sowohl an sich, als auch auf ein rechtwinkliges geradliniges Coordinatensystem reducirt, ein sehr ebenmässig vergrössertes Bild der Muskelbewegung darstellen. Um das zu zeigen, betrachten wir zunächst die Fig. 9; in derselben stelle ON ein Stück einer mit einem solchen Hebel auf bewegtem Planum angeschriebenen Curve dar. In den Punkten 0, 1, 2, 3, 4, 5 der Abscissenaxe OX seien die kreisbogenförmigen Ordinaten errichtet. Es sollten nun eigentlich die den einzelnen Punkten der Curve entsprechenden Kreisbogen als die den betreffenden Abscissenpunkten entsprechenden Ordinaten ermittelt werden.

Dieses Verfahren kann aber durch ein viel einfacheres ersetzt werden. Man braucht nur die von den einzelnen Punkten der Curve auf die Abscissenaxe gefällten Lothe zu messen, so, als ob man es mit geradlinigen Ordinaten zu thun hätte. Diese Lothe sind, wie aus der Figur leicht zu entnehmen ist, die den betreffenden Bögen entsprechenden Sinus und diese geben in der That das beste vergleichbare Maass für die in den aufeinanderfolgenden Zeiten vorhandenen Verkürzungsgrössen des Muskels. Um das zu zeigen, müssen wir jetzt auf die Frage eingehen, wie sich die Muskelverkürzung als Function der Hebelbewegung darstellen lässt.

An Fig. 7, an der man sich ja leicht den Hebel von constanter Länge mit seitlich abgebogener Spitze und statt der Schreibfläche FF eine der Drehungsebene des Hebels parallele Schreibfläche, auf welche die Bogen PP' aufgeschrieben werden, vorstellen kann, habe ich früher erläutert, dass der in Q befestigte, in N an dem Hebel MP angreifende Muskel, wenn er sich um $QN - QN' = v$ verkürzt, aus der Richtung QN in die Richtung QN'' übergeht.

Bezeichnen wir QN mit d, QN' mit d', $MN = MN'$ mit h, den Winkel NMN' mit ϑ und den Winkel NQN' mit α, so ist

$$SN = RN' = h \sin \vartheta$$

und

$$SQ = d - h \sin \vartheta$$

und

$$d' = \frac{SQ}{\cos \alpha} = \frac{d - h \sin \vartheta}{\cos \alpha},$$

also

$$d - d' = v = h \frac{\sin \vartheta}{\cos \alpha} - d\left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1\right).$$

Es zeigt sich nun, dass bei der gewöhnlichen Anordnung der myographischen Versuche der $\cos \alpha$ so wenig verschieden von 1 ist, dass man keinen wesentlichen Fehler begeht, wenn man die Muskelverkürzung gleich setzt

$$v = h \sin \vartheta,$$

also gleichsetzt dem Sinus des Bogens, welchen der vom Muskel bewegte Punkt des Hebels beschreibt. Die vergrösserte Darstellung der Muskelverkürzung, und zwar die im Verhältnisse $MP : MN$ vergrösserte Darstellung derselben wäre aber dann der Sinus des Bogens, welchen der Hebel MP mit seiner Spitze beschreibt.

Es wird später allgemein gezeigt werden, dass die Differenz $\bar{v}-v$, welche immer positiv ist, um so mehr zu vernachlässigen ist, je weiter Aufhänge- oder Befestigungspunkt M des Muskels vom Angriffspunkte N des Muskels am Hebel entfernt ist und um je kleinere Ausschläge des Myographionhebels es sich handelt.

Bekanntlich kann die Contraction des Muskels, die von einem Myographionhebel, an dessen Drehungsaxe das belastende Gewicht wirkt, verzeichnet wird, auch um so mehr als eine isotonische Contraction betrachtet werden, je besser die zuletzt genannten Bedingungen erfüllt sind. Die constante Spannung des Muskels entspricht, wenn man von der Änderung des Winkels, welchen die Zugrichtung des Muskels mit dem Hebel macht, absieht, dem Producte aus dem angehängten Gewichte und dem Verhältnisse der Hebelarme, an welchen Gewicht und Muskel wirken. Ein Urtheil darüber, um welche Grössen es sich bei der Vernachlässigung der Differenz $v-v$ in praxi handelt, kann man sich vorerst leicht bilden, wenn man die nachfolgenden mit Bezug auf Fig. 7 ausgerechneten Werthe betrachtet.

$QN = 116{\cdot}598966$						
Für die Werthe ϑ	3°	6°	9°	12°	15°	17°
$SN = RN' = \sin \vartheta . 22 = \bar{v}$	1·151392	2·29966	3·44146	4.57402	5·69404	6·43214
$SN' = RN = (1-\cos \vartheta)\,22$	0·03014	0·12650	0·27082	0·48070	0·74954	0·96140
$QS = QN-SN$	115·447574	114·299306	113·157506	112·024946	110·904926	110·166826
cotang $\alpha = \frac{QS}{SN'}$	3830·376709	903·551826	417·869825	233·045446	147·963986	114·590000
$\sphericalangle \alpha$	0°0'53·849428"	0°3'50·760631"	0°8'14·890272"	0°14'45·832208"	0°23'14·504148"	0°30'
$QN'' = \frac{QN}{\cos \alpha}$	116·598966	116·598966	116·598966	116·599083	116.601298	116·603630
$N'N'' = \frac{\sin \vartheta . 22}{\cos \alpha}$	1·151392	2·29966	3·44146	4·574066	5·694154	6·432400
$QN' = QN''-N'N''$ . . .	115·447574	114·299306	113·157506	112·025017	110·907144	110·171230
$QN-QN' = v$	1·151392	2·29966	3·44146	4·573949	5·691822	6·427736
(Muskelverkürzung) $\bar{v}-v$	0·0000··	0·0000··	0·0000··	0·000071	0·002218	0·004404
$(\bar{v}-v)\,7.364$	0·0000··	0·0000··	0·0000··	0·000523	0·016333	0·032431

Es ist der benützte Myographionhebel von einer Länge $l = 162^{mm}$ vorausgesetzt, an welchem der Muskel in einer Entfernung h vom Drehpunkte $= 22^{mm}$ angreift, der also eine 7·364malige Vergrösserung der Muskelverkürzung verzeichnet. Als Entfernung des Befestigungspunktes des Muskels von seinem Angriffspunkte am Hebel ist $QN = 116{\cdot}598966^{mm}$ vorausgesetzt, für welche bei einer Verkürzung des Muskels, die einem Ausschlage des Hebels von $\vartheta = 17°$ entspricht, die Veränderung der Richtung des Muskels $\alpha = 30'$ beträgt.

Wenn man also bei dem grössten Ausschlage des Hebels die Muskelverkürzung gleich dem Sinus des Ausschlagwinkels setzt, begeht man nur einen Fehler von etwas über $0{\cdot}004^{mm}$, der im Myogramm vergrössert erscheint, aber auch hier nicht viel mehr als $0{\cdot}03^{mm}$ beträgt. Bedeutend kleiner wird der Fehler schon bei Ausschlägen von 15° und 12°, bei 9°, 6° und 3° ist er völlig verschwindend.

Denkt man sich den Befestigungspunkt des Muskels nur in eine Entfernung von $61{\cdot}510746^{mm}$ vom Angriffspunkte des Muskels am Hebel, wobei die Deviation des Muskels $\alpha = 1°$ wird, wenn der Myographionhebel um 17° ausschlägt, dann berechnet sich die Differenz $\bar{v}-v = 0{\cdot}008263$ und die 7·364mal vergrösserte zu 0·060849, man würde also unter diesen ungünstigen Verhältnissen noch keinen erheblichen Fehler machen, wenn man die Muskelverkürzung gleich dem Sinus des Ablenkungswinkels des Hebels setzen würde.

In den vorausgehenden Mittheilungen ist die Begründung für den früher ausgesprochenen Satz enthalten, dass es genügt, an den mit dem Marey'schen Hebel erhaltenen Myogrammen den geraden Abstand der einzelnen Curvenpunkte von der Abscissenaxe zu messen und zugleich nachgewiesen, dass die Tangenten der Bögen, welche der vom Muskel abgelenkte Hebel beschreibt, ein relativ zu grosses und ungleichförmiges

Mass, die Länge der Bögen ein relativ zu grosses Mass der Muskelverkürzung sind, dass dagegen das gleichförmigste und passendste Mass für die Muskelverkürzung die Sinus der Bögen darstellen, welche der vom Muskel abgelenkte Hebel beschreibt.

In den mit einem Hebel von constanter Länge, aber mit senkrecht auf die Drehungsebene abgebogener Spitze erhaltenen Myogrammen erscheinen die bogenförmigen Ordinaten, welche die nicht abgebogene Hebelspitze ergeben würde, gleichsam um einen Winkel von 90° gedreht. Würden wir uns in einem solchen Myogramme die Sinus der bogenförmigen Ordinaten auf jene Punkte der Abscissenaxe zurückgeschoben denken, in welchen die entsprechenden Bogen fussen, dann würden wir damit ein möglichst undeformirtes Myogramm erhalten.

Zur Erläuterung verweise ich wieder auf Fig. 9. In derselben stellt ON die mit dem Marey'schen Hebel erhaltene Curve dar, ON' die nicht deformirte auf ein geradliniges Coordinatensystem mit den Sinus als Ordinaten zu beziehende Curve. ON weicht aber von ON' nur darin ab, dass die correspondirenden Punkte der Curve ON gegen die Punkte der Curve ON' mit zunehmender Höhe der Curve immer mehr parallel der Abscissenaxe in der Richtung nach rechts verschoben erscheinen.

Thatsächlich grössere Abstände der Curvenpunkte von der Abscissenaxe erhält man aber in denselben Zeiten, wenn man sich in den Fusspunkten der Bogen die Tangenten derselben errichtet denkt; dann resultirt die Curve ON''. Und zwischen ON' und ON'' würde die Curve liegen, welche man erhalten würde, wenn man sich die Bogen in gerade Linien ausgestreckt als Ordinaten vorstellen würde.

Man sieht, dass alle diese Curven, so lange es sich nur um sehr geringe Hebelausschläge handelt, nicht wesentlich von einander abweichen; anders ist es bei grösseren Ausschlägen. Ich glaube nun den Sinn der Marey'schen Myogramme genügend erläutert und gezeigt zu haben, wie dieselben leicht auf ein geradliniges rechtwinkliges Coordinatensystem zurückgeführt werden können.

Es erübrigt aber noch anzugeben, wie für die einzelnen Curvenpunkte, als deren Ordinaten y die geraden Abstände derselben von der Abscissenaxe in gewöhnlicher Weise gemessen werden, die richtige Zeit auf der Abscissenaxe bestimmt wird. Zu dem Ende wird vom 0 Punkte (Fig. 9) aus in derselben Weise wie die y auch

$$x^1 = 0\,I,\ 0\,II,\ 0\,III,\ 0\,IV,\ 0\,V\ .\ .\ .$$

gemessen, die richtigen Zeiten

$$x = 01,\ 02,\ 03,\ 04,\ 05\ .\ .\ .$$

ergeben sich dann aus

$$x^1 - l(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta}) = x,$$

worin l die Länge des Hebels, die bekannt sein muss, $\sin \vartheta$ den Sinus des Ablenkungswinkels des Hebels, bezogen auf den Radius 1 bedeutet, der aus dem gemessenen y nach $\frac{y}{l} = \sin \vartheta$ berechnet wird.

So lange wir uns also mittelst des Hebels von Marey Curven auf ein Planum geschrieben denken, wie das z. B. bei dem Sphygmographen von Marey wirklich geschieht, und wie wir es bei unseren bisherigen Betrachtungen auch für das Myographion vorausgesetzt haben, ist die Ausmessung der Curven und die Zurückführung derselben auf ein geradliniges rechtwinkliges Coordinatensystem mit nicht erheblich grösseren Fehlern behaftet, als sie die Ausmessung auch der besten, direct auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem zu beziehenden Curvenschriften mit sich bringt.

Vor eine Reihe von neuen Fragen werden wir aber geführt, wenn mit einem solchen Hebel auf der Mantelfläche eines rotirenden Cylinders geschrieben wird, wie es Marey bei seinem Myographion und bei zahlreichen anderen graphischen Apparaten gethan hat und wie es auch zu anderen als physiologischen Zwecken geschieht.

Hier wird es sich darum handeln, welcher Natur die Raumcurve ist, die der Hebel über der Mantelfläche des ruhenden Cylinders offenbar anschreibt und welche als Ordinate der mit so eingerichteten Apparaten erhaltenen Curven zu betrachten ist. Nur wenn man sich denken könnte, dass diese Raumcurve von dem Cylindermantel in eine Ebene abgewickelt, einen Kreisbogen darstellt, wären auch auf so gewonnene Myo-

gramme unsere früheren Betrachtungen anwendbar. Marey macht für seine Myogramme ohne weiteren Beweis die Annahme, dass die Ordinaten derselben Kreisbogen sind und darauf beruht seine empirische Zurückführung der Curven auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem, die er als „correction de l'arc de cercle dans les traces" beschreibt.[1] Beiläufig gesagt, die einzige flüchtige Betrachtung, welche er der Schreibweise seines Hebels widmet.

Wir werden dieselbe, die sich, wie gesagt, nicht auf Myogramme bezieht, die auf einer ebenen Schreibfläche, sondern auf solche, die an einem rotirenden Cylinder angeschrieben wurden, des Zusammenhanges mit unseren früheren Betrachtungen wegen, gleich hier besprechen und erst darauf in die Untersuchung des Einflusses einer cylindrisch gekrümmten Schreibfläche eingehen. Das empirische Verfahren Marey's ist aus der Fig. 10, welche ich reproducire, leicht ersichtlich. Sie stellt eine „correction de l'arc de cercle dans le graphique d'une secousse musculaire" dar. Marey errichtet im o-Punkte eine gerade senkrechte Linie oy auf der Abscissenaxe ox, ferner legt er durch diesen Punkt einen Kreis oy', dessen Centrum in der verlängerten Abscissenaxe liegt und dessen Halbmesser gleich ist der Länge des Hebels, mit dem geschrieben wurde. Dann zieht er durch die senkrechte Gerade, die Kreislinie und die Curve eine Reihe von zur Abscissenaxe parallelen Linien a, a' a'' etc. und schiebt auf denselben die Schnittpunkte mit der Curve so weit nach links zurück, als dem auf derselben Parallellinie gemessenen Abstande von senkrechten Geraden und Kreislinien entspricht. Die so gefundenen Punkte geben die corrigirte Curve um so genauer, je mehr parallele Linien gezogen wurden. Von der neuen Curve sagt Marey: „on obtiendra une courbe nouvelle, qui représentra fidelement les mouvements musculaires".

Es ist leicht ersichtlich, dass die Abstände der Parallellinien Marey's von der Abscissenaxe den Sinus der Kreisbögen entsprechen, welche der Hebel anschreibt. Fällt man von den Schnittpunkten der corrigirten Curve mit den Parallellinien senkrechte Linien auf die Abscissenaxe, so erhält man die auf die richtige Zeit zurückgeschobenen Sinus. Das constructive Correctionsverfahren von Marey beruht also unter der Voraussetzung, dass die Ordinaten Kreisbogen sind, auf ganz richtigen Principien, kann aber bei der Ausmessung der Curven ganz erspart und durch das oben angeführte genauere rechnende Verfahren ersetzt werden.

Ausserdem ist der Ausspruch von Marey über seine neue Curve nur richtig, wenn, wie wir gezeigt haben, die Muskelverkürzung gleich dem Sinus des Ausschlagswinkels des Hebels gesetzt werden kann.

Marey schreibt mit dem Hebel seines Myographion über der Oberfläche eines rotirenden Cylinders (vergl. Fig. 6), an welchen er den Hebel in der Richtung der Tangente oder einer Sehne des kreisförmigen Querschnittes des Cylinders senkrecht auf die Axe des letzteren anlegt.

Wir müssen jetzt auch diesen, wie schon gesagt, viel schwierigeren Fall untersuchen. Wäre der von Marey benützte Hebel völlig steif, dann könnte damit niemals eine Curve über einen Cylinder angeschrieben werden, denn in diesem Falle würde die abgebogene Spitze des Hebels, wenn man sich dieselbe bei einer Orientirung des Hebels senkrecht auf die Axe des Cylinders an den letzteren angelegt denkt, bei dem geringsten Ausschlage nach der einen oder der anderen Seite die Oberfläche des Cylinders verlassen müssen. Der Hebel von Marey stellt aber eine dünne federnde, aus Rohr geschnittene Lamelle dar, und diesem Umstande allein ist es zu danken, dass mit demselben Curven an einer Cylinderoberfläche nach Art der Curven von Marey angeschrieben werden können.

Nachdem ich mich von den grossen Vortheilen, welche die Bewegung des Myographionhebels in einer horizontalen Ebene gewährt und die ich schon früher hervorgehoben habe, überzeugt hatte, liess ich es anfänglich nicht an Versuchen fehlen, die darauf gerichtet waren, den Hebel von Marey durch einen horizontal sich bewegenden steifen Hebel zu ersetzen, dessen Bewegungen in einer durch die Axe des Cylinders gelegten Ebene erfolgen sollten. Natürlich musste ein solcher Hebel dann mit Geradführung eingerichtet werden und damit mussten auch alle Vortheile aufgegeben werden, welche, wie wir gesehen haben, ein Hebel von constanter

[1] Marey, Du mouvement dans les fonctions de la vie, p. 329. Paris 1868 — und La méthode graphique, p. 501. Paris 1878.

Länge mit seitlich abgebogener Spitze gewährt, so lange man sich denselben auf einer ebenen Fläche schreibend vorstellt. Allein ich fand die mancherlei Schwierigkeiten, welche federnde Geradführungen, und an solche konnte dabei zunächst nur gedacht werden,[1] schon bei vertical sich drehendem Hebel mit sich bringen, für den horizontal gehenden Hebel noch beträchtlich gesteigert. Die Spitze eines solchen Hebels unter passendem Drucke genau in der durch die Cylinderaxe gelegten Ebene anzulegen, so dass sie bei den Drehungen des Cylinders nicht mitgenommen wird, ist immer nur schwer auszuführen, und die schwierige Orientirung des Hebels kostet viele Zeit und ist, wenn einmal wirklich gut gelungen, äusserst leicht wieder gestört. Jedesfalls ist das Arbeiten mit dem Hebel von Marey dagegen ungemein leicht, die Versuche gelingen damit ohne Mühe völlig sicher und jeder, der die Schwierigkeiten des ersteren Verfahrens nur selber durchgemacht hat, wird gerne zu der Einrichtung Marey's zurückkehren und einsehen, dass die reiche Ausstattung der Publicationen Marey's mit vielen, oft in grosser Anzahl repetirten Myogrammen vorzugsweise in der ungemein leichten Handhabung seines schmiegsamen Hebels wurzelt.

Ich stellte mir darum die Frage, ob man nicht auch die Schreibweise des elastischen Hebels mit aus der Drehungsebene abgebogener Spitze für den Fall, als die Oberfläche eines rotirenden Cylinders als Schreibfläche benützt wird, einer genaueren Analyse unterwerfen kann, die uns über die Natur der auf diese Weise erhaltenen Myogramme besser zu orientiren vermöchte.

In Bezug darauf sei nun vorerst das Folgende bemerkt. Es ist, während man den Hebel des Marey'schen Myographion[2] so an die Oberfläche des Cylinders anlegt, dass gute, den Originalcurven von Marey entsprechende Curven gewonnen werden, leicht, sich davon zu überzeugen, dass die Hebelspitze bei der Ablenkung des Hebels eine auf drei auf einander senkrechte Coordinatenaxen zu beziehende Bewegung ausführt. Eine dieser Axen liegt vertical, die beiden anderen liegen in einer horizontalen Ebene, die eine in der Richtung der Axe des rotirenden Cylinders, die andere senkrecht auf die Cylinderaxe. Wir wollen die mit der Richtung des Hebels in der Ruhelage zusammenfallende Coordinatenaxe die ξ, die senkrecht daraufstehende in die Richtung der Cylinderaxe fallende die η, die verticale Axe die ζ Axe nennen, Fig. 6, 0ξ, 0η, 0ζ, wobei der Nullpunkt des Coordinatensystemes in dem Drehungspunkte des Hebels liege, von welchem wir annehmen, dass er auch der fixe Punkt für die Abweichung des elastischen Hebels aus seiner Drehungsebene ist, dann können wir am einfachsten so verfahren, dass wir den aus seiner Ruhelage abgelenkten Hebel als eine begrenzte Gerade annehmen und deren Projectionen auf die drei Coordinatenaxen bestimmen, was leicht geschehen kann. Das Verfahren war Folgendes: Ich ermittelte möglichst genau die Länge des Myographionhebels l, wenn derselbe in der Ruhelage, d. i. mit seiner Richtung senkrecht auf die Axe des Cylinders an den letzteren angelegt war, einmal durch einen angelegten passenden Massstab, zweitens dadurch, dass ich genau in der Höhe, in welcher der Hebel den Cylinder berührte, statt des Cylinders eine horizontale ebene Fläche anbrachte, auf diese wurde ein Stück berussten Glanzpapiers gelegt und nun auf diesem durch Drehung des Hebels mit der Spitze des letzteren ein Kreisbogen angezeichnet. Für diesen Kreisbogen wurde dann Radius und Mittelpunkt bestimmt. Endlich dadurch, dass der Hebel in der Ruhelage auf dem Cylinder mittelst eines Fernrohres gegen eine Scala anvisirt wurde, in gleich zu beschreibender Weise.

Für die Länge des Hebels ergab sich so $l = 162^{mm}$, auf welche derselbe eben von vorneherein[3] einzustellen versucht wurde.

Um nun dem Hebel in einer Reihe von aufeinanderfolgenden Versuchen immer genau bestimmte Ablenkungen ertheilen zu können, brachte ich auf der Platte des Myographion dicht unter dem Hebel einen in

[1] Nachdem diese Arbeit bereits lange abgeschlossen und auch grösstentheils niedergeschrieben war, ist mir eine Anordnung eingefallen, bei welcher ein horizontal gespannter Muskel auf einen vertical gehenden, mit Helmholtz'scher Geradführung versehenen Hebel wirken würde. Ich habe aber diese Anordnung bisher nur an einem Modelle geprüft, vielleicht werde ich sie später ausführen lassen.

[2] Die von mir benützten Apparate sind alle Originale von Breguet, welche schon im Jahre 1873 für das physiologische Institut der Grazer Universität geliefert worden sind.

[3] Siehe das Frühere.

Grade getheilten Kreisbogen *G*, Fig. 6 an, dessen Mittelpunkt mit dem Drehungspunkte des Hebels zusammenfiel. Zum Behufe der genauen Einstellung des Hebels war der Faden, an welchem sonst der Muskel wirkte, an einer neben dem Myographion stehenden Schlittenvorrichtung befestigt, die mittelst einer Mikrometerschraube bewegt werden konnte.

Der Hebel konnte damit von Grad zu Grad abgelenkt werden. Ich stellte denselben damit auf fünf verschiedene Ablenkungen ein, nämlich auf 5°, 10°, 15°, 20°, 25°, die letztere Excursion liegt schon nahe derjenigen, bei welcher die Hebelspitze die Oberfläche des Cylinders verlässt. Zwischen 0—25° fallen also die vom Hebel überhaupt angeschriebenen Ausschläge.

Bei jeder dieser Lagen wurde nun der Stand der Hebelspitze mittelst eines in einer Entfernung von 5 Metern in der Richtung der Cylinderaxe und in der Höhe der Drehungsebene des Hebels aufgestellten Fernrohres auf einer einmal vertical (*N*, Fig. 6), dann aber horizontal (*N'*, Fig. 6) dicht hinter dem Cylinder aufgestellten Theilung abgelesen. Diess führte zur Bestimmung von ξ und ζ.

Zur Bestimmung von η diente der schreibende Hebel selbst dadurch, dass für jede Lage des Hebels der Cylinder in Rotation versetzt wurde, wobei der Hebel der Abscisse parallele Linien anschreibt, deren Abstand gemessen wurde.

Ich erhielt auf diese Weise für ξ, η und ζ die nachfolgenden Werthe:

Versuch I.

	ξ	η	ζ
1	161·3	14	0·2
2	159·5	28	0·7
3	156·4	42	1·7
4	151·9	56	3·5
5	145·9	70	6·5

Versuch II.

1	161·3	14	0·2
2	159·8	28	0·7
3	156·8	42	1·7
4	152·2	56	3·5
5	145·9	70	6·5

setzt man nun

$$l^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$$

und bestimmt daraus l und vergleicht den gefundenen Werth von l mit 162, so erhält man:

	ξ^2	η^2	ζ^2	$l^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$	l	$\Delta l = l - 162$
			Versuch I.			
1	26017·69	196	0·04	26213·73	161·91	—0·09
2	25536·04	784	0·49	26320·53	162·24	+0·24
3	24586·24	1764	2·89	26353·13	162·33	+0·33
4	23164·84	3136	12·25	26313·09	162·21	+0·21
5	21286·81	4900	42·25	26229·06	161·95	—0·05
			Versuch II.			
1	26017·69	196	0·04	26213·73	161·91	—0·09
2	25440·25	784	0·49	26224·74	161·94	—0·06
3	24460·96	1764	2·89	26227·85	161·95	—0·05
4	23073·61	3136	12·25	26221·86	161·94	—0·06
5	21286·81	4900	42·25	26229·06	161·95	—0·05

Am genauesten sind in diesen Versuchen die η bestimmt, da sie ja durch eine Art von Theilverfahren auf dem berussten Cylinder selbst ermittelt wurden und oft und oft wiederholte Einstellungen den in der Tabelle verzeichneten gleichen Abstand der Theilstriche als den richtigen ergaben. Die Werthe von ξ und ζ in den beiden Versuchen sind die Mittelwerthe von je 10 Ablesungen. Es ist zu bemerken, dass der Hebel des Myographion, so lange die Spitze desselben nicht unterstützt ist, durch seine eigene Schwere etwas herabgebogen ist; wenn er an den Cylinder angelegt wurde, suchte ich ihm eine genau horizontale Lage zu geben; das war bei Versuch II noch genauer der Fall als bei Versuch I, bei welchem der Hebel etwas stärker an die Schreibfläche angelegt war. Auch hier war die Abweichung von der horizontalen Lage kaum merklich, es erschienen aber die vom Hebel in die Russschichte eingeschriebenen Linien stärker ausgeprägt. Es war das der hauptsächlichste Unterschied von Versuch I und Versuch II. Wurde der Hebel stärker an den Cylinder angelegt als in Versuch I, oder weniger stark als in Versuch II, so war es schon merklich, dass die elastische Lamelle des Hebels im ersteren Falle etwas nach aufwärts, im letzteren Falle etwas nach abwärts gebogen erschien.

Aus den beiden Versuchen ergibt sich, dass die Veränderung der Länge des Hebels für eine Excursion desselben in dem Intervalle $0-25°$ eine ganz unbeträchtliche ist. Theoretisch sind aber folgende Fälle möglich. 1. Der Hebel ist so stark angelegt, dass er in der Ruhelage nach oben ausgebogen erscheint, dann wird er sich beim Herabgleiten seiner Spitze über den Cylindermantel gerade strecken und etwas verlängern. 2. Der Hebel ist nur wenig in der Ruhelage nach oben ausgebogen, dann wird er sich beim Ausschlagen anfangs etwas verlängern, dann aber wieder etwas verkürzen. 3. Der Hebel liegt in der Ruhelage wirklich vollkommen horizontal, dann wird er sich beim Ausschlagen immer mehr verkürzen.

Wichtig ist aber, dass die Versuche ergeben, dass man innerhalb gewisser Grenzen findet, dass die Abweichung der Hebelspitze aus der horizontalen Drehungsebene eine solche ist, dass sich die Länge des Hebels dabei nur in einer zu vernachlässigenden Weise verändert.

Wenn wir uns nun, nachdem wir das vorausgeschickt haben, fragen, welchem Gesetze die Curve folgt, die ein also beschaffener Hebel über der Mantelfläche des ruhenden Cylinders anschreibt, so stossen wir zunächst auf ein rein geometrisches Problem.

Mein sehr verehrter College Prof. Dr. Victor v. Dantscher hat sich mit grosser Freundlichkeit die Mühe genommen, die Natur der abgewickelten Raumcurve zu untersuchen, welche der Hebel von Marey über der Mantelfläche eines Cylinders anschreibt und hat mir zugleich die für die Theorie aller Myographien wichtige Bemerkung gerechtfertigt, dass die Muskelverkürzung mit hinreichender Genauigkeit ausgedrückt werden kann durch den Sinus des Bogens, welchen der vom Muskel bewegte Punkt des Hebels beschreibt. Ich kann nichts Besseres thun, als im Nachfolgenden unter I und II die Entwicklungen mit v. Dantschers eigenen Worten zu bringen.

I.

In der Fig. 11 bedeutet MNQ ein bei N rechtwinkeliges Dreieck, N' einen Punkt im Innern von MNQ, der auf dem Kreise aus dem Mittelpunkte M mit dem Halbmesser MN liegt.

Zur Abkürzung werden die Bezeichnungen eingeführt:

$$MN = MN' = h\,,\ NQ = d\,,\ N'Q = d'\,,\ \sphericalangle NMN' = \vartheta\,,\ d-d' = v.$$

Die Grösse v soll als Function von h, d und ϑ dargestellt werden.

Sind R und S die Normalprojectionen des Punktes N' auf die Geraden MN und NQ, so ist:

$$N'S = RN = h(1-\cos\vartheta)\,,\quad SQ = NQ-NS = NQ-RN' = d-h\sin\vartheta, \tag{1}$$

somit aus dem bei S rechtwinkeligen Dreiecke $N'SQ$

$$d' = \sqrt{d^2-2hd\sin\vartheta+2h^2(1-\cos\vartheta)}, \tag{2}$$

wobei der Quadratwurzel ihr positiver Werth beizulegen ist, da es sich hier nur um absolute Masse handelt.

Damit ist die Darstellung gewonnen:

$$v = d - \sqrt{d^2 - 2hd\sin\vartheta + 2h^2(1-\cos\vartheta)}, \tag{3}$$

Setzt man darin:

$$\sqrt{d^2 - 2hd\sin\vartheta + 2h^2(1-\cos\vartheta)} = d\left[1 - 2\frac{h}{d}\sin\vartheta + 2\frac{h^2}{d^2}(1-\cos\vartheta)\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= d - h\sin\vartheta + \frac{h^2}{d}(1-\cos\vartheta) + \ldots, \tag{4}$$

wobei bemerkt sein mag, dass diese Entwicklung convergirt, solange $|2hd\sin\vartheta - 2h^2(1-\cos\vartheta)| < d^2$ ist, so ergibt sich für v eine Darstellung von der Form

$$v = h\sin\vartheta - \frac{h^2}{d}(1-\cos\vartheta) + \ldots \tag{5}$$

Nunmehr ist wesentlich zu bemerken, dass für die hier beabsichtigten Anwendungen schon das Glied $h\sin\vartheta$, welches mit $\bar{v}$ bezeichnet wird, die Grösse v mit hinreichender Genauigkeit darstellt.

Dies zu begründen diene das Folgende:

In dem vorhin angedeuteten Bereiche für ϑ, dessen genaue Bestimmung für das Weitere nicht erforderlich ist, findet für die Differenz $\bar{v} - v$ eine Entwicklung nach ganzen positiven Potenzen von ϑ statt, von der Form:

$$\bar{v} - v = \frac{h^2}{8d}\vartheta^4 + \ldots, \tag{6}$$

welche bereits erkennen lässt, dass für hinreichend kleine Werthe von ϑ $\bar{v}$ grösser ist als v, die Differenz $\bar{v} - v$ mit positivem ϑ zugleich wächst und abnimmt, und durch Verkleinerung von ϑ beliebig klein gemacht werden kann.

Betrachtet man den aus 3. sich ergebenden Ausdruck

$$\bar{v} - v = (d - h\sin\vartheta)\left\{\sqrt{1 + \left(\frac{h(1-\cos\vartheta)}{d - h\sin\vartheta}\right)^2} - 1\right\}, \tag{7}$$

wobei die Wurzel wie in 3) positiv zu nehmen ist, so ersieht man sofort, dass für $d > h$ durchweg $\bar{v} > v$ ist.

Ob aber die Differenz $\bar{v} - v$ für alle in Betracht kommenden Werthe von ϑ mit ϑ zugleich zunimmt oder nicht, ist aus 7) nicht unmittelbar zu erkennen, weil mit wachsendem ϑ im Intervalle $0 < \vartheta < \frac{\pi}{2}$ der erste Factor der rechten Seite kleiner, der zweite dagegen grösser wird.

Um dies zu entscheiden bilde man die Ableitungen

$$\frac{d\bar{v}}{d\vartheta} = h\cos\vartheta \qquad \frac{dv}{d\vartheta} = \frac{h(d\cos\vartheta - h\sin\vartheta)}{\sqrt{d^2 - 2hd\sin\vartheta + 2h^2(1-\cos\vartheta)}}. \tag{8}$$

Im Intervalle $0 < \vartheta < \operatorname{arctg}\frac{d}{h}$, wobei $\operatorname{arctg}\frac{d}{h}$ im Intervalle 0 bis $\frac{\pi}{2}$ liegt, sind beide Ableitungen positiv; zu ihrer Vergleichung können daher in demselben Sinne der Ungleichheit auch die Quadrate benützt werden, und lässt sich nun in der That zeigen, dass in dem eben angegebenen Intervalle für ϑ

$$(h\cos\vartheta)^2 - \frac{h^2(d\cos\vartheta - h\sin\vartheta)^2}{d^2 - 2hd\sin\vartheta + 2h^2(1-\cos\vartheta)} > 0 \tag{9}$$

ist. Da der Nenner $d^2 - 2hd\sin\vartheta + 2h^2(1-\cos\vartheta)$ für alle reellen Werthe von ϑ von Null verschieden ist, so ist 9) nach Weglassung des Factors h^3 gleichbedeutend mit:

$$2d\sin\vartheta\cos\vartheta(1-\cos\vartheta) - h(\sin^2\vartheta - 2\cos^2\vartheta + 2\cos^3\vartheta) > 0. \tag{10}$$

Setzt man darin $\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2}=t$, wobei also t im betrachteten Intervalle von ϑ positiv ist, so ist

$$\cos\vartheta=\frac{1-t^2}{1+t^2}\qquad \sin\vartheta=\frac{2t}{1+t^2} \tag{11}$$

und ergibt sich aus 10)

$$\frac{4t^3}{(1+t^2)^3}\left[ht^3-2dt^2-3ht+2d\right]>0 \tag{12}$$

Bezeichnet man $\frac{d}{h}$ mit λ, so ist jetzt die Frage, ob für das in Rede stehende Intervall von ϑ die Ungleichung 9) erfüllt ist, darauf zurückgeführt, ob für das entsprechende Intervall von t, die ganze Function

$$f(t)=t^3-2\lambda t-3t+2\lambda>0 \tag{13}$$

ist. Für $\vartheta=0$ ist auch $t=0$, für $\vartheta=\operatorname{arctg}\lambda$ hat man zur Bestimmung des entsprechenden Werthes von t die Gleichung

$$\operatorname{tg}\vartheta=\lambda=\frac{2t}{1-t^2}$$

oder

$$g(t)=\lambda t^2+2t-\lambda=0. \tag{14}$$

Hieraus folgt:

$$t'=\frac{-1+\sqrt{1+\lambda^2}}{\lambda}\qquad t''=\frac{-1-\sqrt{1+\lambda^2}}{\lambda}.$$

Gibt man also der $\sqrt{1+\lambda^2}$ ihren positiven Werth, so ist

$$0<t<t'$$

das gesuchte Intervall für t.

Nun ist aber:

$$g(0)<0\qquad g(t')=0,$$

also

$$g(t)<0\quad\text{für}\quad 0<t<t'. \tag{15}$$

Bemerkt man jetzt, dass

$$f(t)=t^3-2g(t)+t$$

ist, so erkennt man sofort, dass wegen 15)

$$f(t)>0\quad\text{ist für}\quad 0<t<t'.$$

Damit ist nun auch gezeigt, dass im Intervalle $0<\vartheta<\operatorname{arctg}\frac{d}{h}$

$$\frac{d(\bar{v}-v)}{d\vartheta}>0$$

ist, oder dass die Differenz $\bar{v}-v$ zugleich mit ϑ zu- und abnimmt, also auch, dass in einem Intervalle

$$0\leqq\vartheta\leqq\vartheta_0<\operatorname{arctg}\frac{d}{h}$$

der grösste Werth der Differenz $\bar{v}-v$ dem Endwerthe ϑ_0 von ϑ entspricht.

Für die Zahlenwerthe

$$h=22\qquad d=116\cdot598966\qquad \vartheta_0=17^\circ$$

zeigt die Rechnung, dass $\bar{v}-v<0\cdot005$ ist; nach dem Vorausgehenden weiss man daher, dass im ganzen Intervalle $0\leqq\vartheta\leqq17^\circ$ die Grösse v durch $\bar{v}$ so genau dargestellt wird, dass der Fehler nicht $0\cdot005$ erreicht.

Es sei endlich noch darauf aufmerksam gemacht, dass die Differenz $\bar{v}-v$, wenn nur d allein sich ändert, mit wachsendem d abnimmt und umgekehrt, denn es ist, da $\bar{v}$ von d unabhängig ist, aus 3)

$$\frac{\partial}{\partial d}(\bar{v}-v) = -\frac{\partial v}{\partial d} = -1+\frac{d-h\sin\vartheta}{\sqrt{d^2-2hd\sin\vartheta+2h^2(1-\cos\vartheta)}} < 0.$$

II.

Es sei MP eine starre Punktverbindung vom Abstande l, M fest, P an die Oberfläche eines geraden Kreiscylinders gebunden, der so gestellt ist, dass in den Berührungsebenen von M an den Cylinder die Lagen von P in die Normalprojectionen O, O' von M auf die Berührungskanten fallen.

Der Ort des Punktes P soll auf eine Ebene abgewickelt dargestellt werden.

Hiezu wird ein rechtwinkliges Coordinatensystem ξ, η, ζ, wie folgt, angeordnet.

Die durch M auf die Axe des Cylinders senkrecht gelegte Ebene schneidet denselben in einem Kreise K, dessen Mittelpunkt und Halbmesser mit C und r bezeichnet werden. Die Berührungspunkte der von M an K gehenden Tangenten sind die Punkte O, O'.

Einer derselben, etwa O, wird als Anfangspunkt des Coordinatensystems, OC als die positive Richtung der ζ-Axe, OM als die positive Richtung der ξ-Axe gewählt; dann fällt die η-Axe mit der Kante des Cylinders durch O zusammen, ihre positive Richtung wird beliebig festgelegt.

In der beigegebenen Fig. 12 sind P', P'', P''' die Normalprojectionen des Punktes P in einer seiner Lagen auf die Coordinatenebenen $\eta\zeta$, $\zeta\xi$, $\xi\eta$; Q', Q'', Q''' die Normalprojectionen von P auf die Axen ξ, η, ζ.

Der Ort von P ist nun bestimmt durch die beiden Gleichungen

$$\xi^2+\zeta^2-2r\zeta = 0 \qquad 1)$$

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2-2l\xi = 0. \qquad 2)$$

Durch Subtraction ergibt sich hieraus die Gleichung

$$\eta^2 = 2(l\xi-r\zeta), \qquad 3)$$

die etwa mit 1) zusammen ebenfalls den gesuchten Ort darstellt.

Bezeichnet man den Kreisbogen OP'' (von der positiven Seite der $\zeta\xi$-Ebene aus gesehen im Drehungssinne $\circlearrowright$ beschrieben gedacht), gemessen durch seinen Radius r, mit φ, so ist

$$Q'''P'' = \xi = r\sin\varphi \qquad OQ''' = \zeta = r(1-\cos\varphi). \qquad 4)$$

Führt man diese Ausdrücke in 3) ein, so ergibt sich

$$\eta^2 = 2r(l\sin\varphi+r\cos\varphi-r), \qquad 5)$$

durch 4) und 5) sind somit ξ, η, ζ als Functionen von einer Veränderlichen φ dargestellt.

Wickelt man jetzt die Cylinderfläche auf die Ebene $\xi\eta$ ab, bezieht die abgewickelte Curve, die der Punkt P auf dem Cylinder beschreibt, auf das Coordinatensystem $\xi\eta$ und bezeichnet die Coordinaten des Punktes P nach der Abwicklung mit x und y, so ist:

$$x = OP'' = r\varphi \qquad y = P''P = \eta. \qquad 6)$$

Setzt man also in 5) $\varphi = \frac{x}{r}$, $\eta = y$, so ergibt sich als Gleichung der gesuchten Curve:

$$y^2 = 2r\left(l\sin\frac{x}{r}+r\cos\frac{x}{r}-r\right). \qquad 7)$$

Sie ist demnach eine transcendente Curve, welche symmetrisch zur x-Axe liegt, und besteht aus den im Abstande $2r\pi$ aufeinanderfolgenden Wiederholungen eines Ovals $\mathfrak{C}$, welches durch 7) dargestellt wird, wenn x auf das Intervall $0 \leqq x \leqq 2r\,\mathrm{arctg}\frac{l}{r}$ beschränkt ist.

Das Maximum von y^2 und damit auch des absoluten Betrages von y, der durch $|y|$ bezeichnet wird, fällt in den Punkt

$$x = a = r \operatorname{arctg} \frac{l}{r} = OH < r\frac{\pi}{2} \qquad 8)$$

$$y = b = \left|\sqrt{2r\left(\left|\sqrt{r^2+l^2}\right| - r\right)}\right| = HC < l. \qquad 9)$$

Schreibt man die Gleichung 7) in der Form

$$y^2+2r^2 = 2r\sqrt{r^2+l^2}\left[\frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}}\sin\frac{x}{r} + \frac{r}{\sqrt{r^2+l^2}}\cos\frac{x}{r}\right],$$

wobei $\sqrt{r^2+l^2}$ positiv zu nehmen ist, und bemerkt, dass

$$\frac{r}{\sqrt{r^2+l^2}} = \cos\frac{a}{r} \qquad \frac{l}{\sqrt{r^2+l^2}} = \sin\frac{a}{r} \qquad 10)$$

ist, so ergibt sich:

$$y^2+2r^2 = 2r\sqrt{r^2+l^2}\cos\frac{a-x}{r}, \qquad 11)$$

woraus man ersieht, dass das Oval $\mathfrak{C}$ auch gegen eine im Punkte $x = a$ auf die x-Axe Senkrechte symmetrisch ist.

Es hat ferner keine Schwierigkeit, zu zeigen, dass die Tangente an $\mathfrak{C}$ im Intervalle $0 \leqq x \leqq a$, sich beständig in demselben Sinne drehend, von der senkrechten in die horizontale Lage übergeht.

Dies möge hinreichen, um eine Vorstellung vom Verlaufe dieses Ovals zu geben, welches für das Auge grosse Ähnlichkeit mit einer Ellipse bietet, deren Mittelpunkt in H und deren Halbaxen die Längen a und b haben und in die Richtungen der Axen x und y fallen.

Schlägt man aus dem Punkte M ($OM = l$) den Kreis $\mathfrak{K}$ vom Radius l, so liegt das Oval $\mathfrak{C}$, wie aus 7) entnommen werden kann, ganz innerhalb des Kreises $\mathfrak{K}$, ausgenommen den Punkt O, wo sich die beiden Curven berühren.

Um diesen letzteren Umstand, der für den hier verfolgten Zweck von besonderer Bedeutung ist, zu beleuchten, betrachte man die Entwicklung von y^2 in der Umgebung der Stelle $x = 0$, nämlich:

$$y^2 = 2lx - x^2 - \frac{rl}{3}\left(\frac{x}{r}\right)^3 + \frac{r^2}{12}\left(\frac{x}{r}\right)^4 + \frac{rl}{60}\left(\frac{x}{r}\right)^5 \cdots \qquad 12)$$

und bemerke, dass

$$\bar{y}^2 = 2lx - x^2 \qquad 13)$$

die Gleichung des Kreises $\mathfrak{K}$ ist.

Aus 12) und 13) erhält man für y und $\bar{y}$ selbst die Entwicklungen

$$y = \sqrt{2l}\,x^{\frac{1}{2}}\left\{1 - \frac{1}{4l}x - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3r^2} + \frac{1}{8l^2}\right)x^2 - \frac{1}{128l^3}x^3 \cdots\right\} \qquad 14)$$

$$\bar{y} = \sqrt{2l}\,x^{\frac{1}{2}}\left\{1 - \frac{1}{4l}x \quad \frac{1}{32l^2}x^2 - \frac{1}{128l^3}x^3 \cdots\right\}, \qquad 15)$$

aus welchen hervorgeht, dass $\mathfrak{K}$ der Krümmungskreis von $\mathfrak{C}$ im Punkte O ist, in welchem die beiden Curven einen sechspunktigen Contact eingehen. Siehe Fig. 13.

Nunmehr wird angenommen, dass der Drehungspunkt M und die Spitze P des Schreibhebels am Marey'schen Myographen eine starre Punktverbindung vom Abstande l darbieten und dass der Schreibcylinder (vom Radius r) so orientirt sei, wie es in der Fig. 12 vorausgesetzt ist. Alsdann beschreibt die Spitze des in der Ruhelage MO befindlichen Schreibhebels auf dem rotirenden Cylinder bei einer ganzen Umdrehung den Kreis K, der nach der Abwicklung der Cylinderfläche in die xy ($\xi\eta$) Ebene ein Stück der x-Axe von der Länge $2r\pi$ darstellt.

Bewegt sich der Hebel aus der Ruhelage MO heraus, so geschieht diess um eine feste Axe $\mu\mu'$, parallel zur Axe ζ; seine Spitze bleibt dabei fortwährend auf der Cylinderfläche.

Der Winkel, den die Ebene μMP des aus seiner Ruhelage herausgebrachten Schreibhebels mit der Ebene μMO, oder der Coordinatenebene $\zeta\xi$ bildet, soll der Ausschlag ϑ des Schreibhebels genannt werden, von der Seite der positiven Halbaxe ζ aus gesehen wieder im bekannten positiven Drehungssinne $\curvearrowright$ gezählt.

Zur Vereinfachung der Darstellung wird in dem zunächst Folgenden der einem Punkte A der Cylinderfläche (nach der Abwicklung) in der xy-Ebene zwischen den Geraden $x=0$ und $x=2r\pi$ entsprechende Punkt mit $\mathfrak{A}$ bezeichnet.

Ist nun P ein Punkt der Cylinderfläche, den die bewegte Schreibspitze passirt hat, P''' die Normalprojection desselben auf die Ebene $\zeta\xi$, D derjenige Punkt der rotirenden Cylinderfläche, welcher mit O zusammenfiel, als die Schreibspitze sich in P befand, also zugleich auch derjenige Punkt der Cylinderfläche, den die Schreibspitze einnimmt, wenn bei ruhendem Cylinder der Hebel aus der Stellung MP in die Ruhelage gebracht wird, so sollen aus der Ordinate $P'''P=\mathfrak{P}''\mathfrak{P}=y$ dieses Punktes die folgenden zwei Grössen ermittelt werden:

(I.) Die Strecke $\mathfrak{D}\mathfrak{P}''=$ arc OP'', oder mit andern Worten, die zu einer gegebenen Ordinate y (natürlich im Intervalle $0\leqq y\leqq b$) eines Punktes P der Curve $\mathfrak{C}$ zugehörige Abscisse x im Intervalle $0\leqq x\leqq a$. Dabei tritt jetzt $\mathfrak{D}$ an die Stelle des Anfangspunktes O in der Fig. 13 und ist die Beschränkung von x auf das Intervall o bis a dadurch gerechtfertigt, dass beim wirklichen Gebrauch des Apparates der Schreibhebel niemals soweit aus seiner Ruhelage heraustritt, dass der Punkt P'' ausserhalb des Bogens OH fällt.

(II.) Der Ausschlag ϑ des Schreibhebels in der Position MP.

Für die unter (I.) gesuchte Grösse x hat man aus 11) sofort:

$$x=a-r\,\text{arc}\cos\frac{y^2+2r^2}{2r\sqrt{r^2+l^2}}; \qquad 16)$$

wobei der arc cos im Intervalle 0 bis $\frac{\pi}{2}$ zu nehmen ist.

Zur Bestimmung von ϑ ergibt sich aus dem bei P''' rechtwinkligen Dreiecke $MP'''P$, Fig. 12, $MP'''=\sqrt{l^2-\zeta^2}$, also ist aus dem bei Q' rechtwinkligen Dreiecke $MQ'P'''$

$$\cos\vartheta=\frac{l-\xi}{\sqrt{l^2-\zeta^2}} \qquad \sin\vartheta=\frac{\eta}{\sqrt{l^2-\zeta^2}} \qquad \operatorname{tg}\vartheta=\frac{\eta}{l-\xi}. \qquad 17)$$

Hat man aus 16) x berechnet, so erhält man die dem gegebenen $y=\eta$ entsprechenden Werthe von ξ und ζ durch die Formeln:

$$\xi=r\sin\frac{x}{r} \qquad \zeta=r\left(1-\cos\frac{x}{r}\right)=2r\sin^2\frac{x}{2r}, \qquad 18)$$

die sich aus den beiden Gleichungen 4) und der ersten Gleichung 6) ergeben, und kann damit am bequemsten durch die letzte der Gleichungen 17) ϑ berechnen.

Übrigens können die Grössen ξ und ζ vermittelst der Gleichungen 1) und 2) auch unmittelbar durch η ausgedrückt werden.

Beispiel:

für $\quad r=66\cdot845076 \qquad l=162 \qquad y=48$

ergibt sich:

$$a=78\cdot840749 \qquad \frac{a}{r}=\text{arc}\,67^\circ\,34'\,40\cdot03''$$

$$\frac{x}{r}=\text{arc}\quad 6^\circ\,14'\,52\cdot96''$$

$$x=\;7\cdot289385 \qquad \xi=7\cdot274940 \qquad \vartheta=17^\circ\,14'\,7\cdot22''.$$

Indessen wäre, wenn es sich um eine rasche und oftmalige Auswerthung der Grössen x und ϑ aus gegebenem y handelt, das soeben angegebene strenge Verfahren praktisch noch viel zu umständlich und zeitraubend.

Es soll daher jetzt noch untersucht werden, welche Fehler man begeht, oder in welchen Fehlergrenzen man sich bewegt, wenn man an Stelle der Grössen x und ϑ die Grössen $\bar{x}$ und $\bar{\vartheta}$ benützt, welche sogleich definirt werden sollen.

Aus dem gegebenen Punkte $\mathfrak{P}$ schlage man mit dem Radius l den Kreis und bezeichne mit $\mathfrak{M}$ denjenigen seiner beiden Schnittpunkte mit der x-Axe, welcher auf $\mathfrak{P}''$ im Sinne der positiven x-Axe folgt.

Der Kreis $\mathfrak{K}$ aus dem Mittelpunkte $\mathfrak{M}$ durch den Punkt $\mathfrak{P}$ schneidet dann die x-Axe in zwei Punkten, von welchen derjenige, der mit $\mathfrak{M}$ zu verschiedenen Seiten von $\mathfrak{P}''$ liegt, mit $\mathfrak{D}$ bezeichnet wird. Siehe Fig. 14.

Alsdann wird bezeichnet:

$$< \mathfrak{P}''\mathfrak{M}\mathfrak{P} = \bar{\vartheta} \qquad \overline{\mathfrak{D}\mathfrak{P}''} = \bar{x}. \tag{19}$$

Macht man, wie bereits früher erwähnt wurde, den Punkt $\mathfrak{D}$ der x-Axe zum Anfangspunkte des Coordinatensystems, so geht die durch die Gleichung 11) dann definirte Curve $\mathfrak{C}$ durch den Punkt $\mathfrak{P}$ und ist $\mathfrak{D}\mathfrak{P}'' < a$, wenn die gegebene Ordinate y des Punktes $\mathfrak{P}$ kleiner als b ist.

Zur Bestimmung von $\bar{x}$ und $\bar{\vartheta}$ durch y dienen nun die Formeln:

$$\bar{x} = l - \sqrt{l^2 - y^2} \tag{20}$$

$$\cos\bar{\vartheta} = \frac{\sqrt{l^2-y^2}}{l} \qquad \sin\bar{\vartheta} = \frac{y}{l} \qquad \operatorname{tg}\bar{\vartheta} = \frac{y}{\sqrt{l^2-y^2}}$$

worin die $\sqrt{l^2-y^2}$ positiv zu nehmen ist.

Um zunächst x und $\bar{x}$ zu vergleichen, hat man aus 16)

$$\frac{dx}{dy} = \frac{y}{\sqrt{r^2+l^2}} \quad \frac{1}{\sqrt{1-\frac{(y^2+2r^2)^2}{4r^2(r^2+l^2)}}} = \frac{2ry}{\sqrt{4r^2l^2-4r^2y^2-y^4}}, \tag{22}$$

und aus 20)

$$\frac{d\bar{x}}{dy} = \frac{y}{\sqrt{l^2-y^2}} = \frac{2ry}{\sqrt{4r^2l^2-4r^2y^2}} \tag{23}$$

Also ist:

$$\frac{d(x-\bar{x})}{dy} > 0, \qquad \text{wenn} \quad y > 0 \quad \text{ist.} \tag{24}$$

Die Differenz $x-\bar{x}$ nimmt daher mit y zugleich zu und ab; für $y = 0$ ist $x = 0$ und $\bar{x} = 0$, folglich ist für alle in Betracht kommenden Werthe von y $\quad x-\bar{x} > 0$.

Zur Vergleichung von ϑ und $\bar{\vartheta}$ betrachte man die Ausdrücke

$$\sin\bar{\vartheta} = \frac{\eta}{\sqrt{l^2-\zeta^2}} \qquad \sin\vartheta = \frac{\eta}{l} \tag{25}$$

um sofort zu ersehen, dass $\sin\vartheta > \sin\bar{\vartheta}$ ist. Die Winkel ϑ und $\bar{\vartheta}$ liegen beide im Intervalle 0 bis 90°, folglich ist auch $\quad \vartheta - \bar{\vartheta} > 0$.

Es ist aber weiter noch zu zeigen, dass auch die Differenz $\vartheta - \bar{\vartheta}$ zugleich mit $\eta = y$ zu- und abnimmt.

Aus 1) und 3) erhält man nämlich, um ζ als Function von η darzustellen, die Gleichung

$$4(r^2+l^2)\zeta^2 - 4r(2l^2-\eta^2)\zeta + \eta^4 = 0. \tag{26}$$

Hieraus folgt:

$$\zeta = \frac{1}{2(r^2+l^2)}\left\{r(2l^2-\eta^2) - l\sqrt{4r^2l^2-4r^2\eta^2-\eta^4}\right\}, \tag{27}$$

wobei die Quadratwurzel positiv zu nehmen ist, da für $\eta = 0$ auch $\zeta = 0$ werden soll.

Also ist:

$$\frac{d\zeta}{d\eta} = \frac{\eta}{r^2+l^2}\left\{r + \frac{l(2r^2+\eta^2)}{\sqrt{4r^2l^2-4r^2\eta^2-\eta^4}}\right\} \qquad 28)$$

und somit auch für positive η $\frac{d\zeta}{d\eta} > 0$.

ζ nimmt also mit η zugleich zu; man kann daher wegen 25) behaupten, dass ϑ, $\bar{\vartheta}$ und die Differenz $\sin\vartheta - \sin\bar{\vartheta} = \eta\left(\frac{1}{\sqrt{l^2-\zeta^2}} - \frac{1}{l}\right)$ zugleich mit η zu- und abnehmen.

Damit ist aber auch gezeigt, dass die Differenz $\vartheta - \bar{\vartheta}$ selbst zugleich mit η zu- und abnimmt, denn es ist ja

$$\sin\frac{\vartheta-\bar{\vartheta}}{2} = \frac{\sin\vartheta - \sin\bar{\vartheta}}{2\cos\frac{\vartheta+\bar{\vartheta}}{2}}.$$

Wenn somit für einen Werth y_0 im Intervalle 0 bis b die entsprechenden Differenzen $x_0 - \bar{x}_0$ und $\vartheta_0 - \bar{\vartheta}_0$ die nach der Natur einer Untersuchung zulässigen Fehlergrenzen nicht überschreiten, so gilt dies umsomehr für die Differenzen $x - \bar{x}$ und $\vartheta - \bar{\vartheta}$, welche zu Werthen von y gehören, die kleiner sind als y_0.

Für das früher angeführte Beispiel ergibt die Rechnung:

$$x = 7\cdot274437 \qquad \bar{\vartheta} = 17°14'7\cdot03'',$$

also

$$x - \bar{x} = 0\cdot014948$$
$$\vartheta - \bar{\vartheta} = 0\cdot19''$$

Man kann daher behaupten: Im Intervalle

$$0 \leqq y \leqq 48$$

oder

$$0 \leqq \vartheta \leqq 17°$$

ist sicher

$$x - \bar{x} < 0\cdot015$$
$$\vartheta - \bar{\vartheta} < 0\cdot2''.$$

Aus diesen Ableitungen geht hervor, dass wir einen zu vernachlässigenden Fehler begehen, wenn wir in dem Intervall von 0—17° für den Werth von ϑ die krummlinigen Ordinaten, welche der Myographionhebel über dem ruhenden Cylinder anschreibt, als Kreisbogen von einem Krümmungsradius, der gleich ist der Hebellänge, ansehen.

Ich habe aber zur Prüfung des Verfahrens auch noch einen rein empirischen Weg eingeschlagen.

Der Myographionhebel werde in horizontaler Lage genau senkrecht auf die Cylinderaxe orientirt, dann schreibe man zunächst, indem man den Cylinder eine Umdrehung machen lässt, eine Abscisse an. Ist das geschehen, dann werde der Cylinder arretirt und nun mittelst der früher beschriebenen Vorrichtung auf dem ruhenden Cylinder mit von 0—25° abgelenktem Hebel eine Ordinate angeschrieben; man erhält dann Curven, wie sie in Taf. III, Fig. 15 (6 ℭ), in Fig. 16 (11 ℭ), in Fig. 17 (1 ℭ), in Fig. 18 (1—10 ℭ), mit ihrem oberen Ende rechts stehend, enthalten sind. Werden die also gewonnenen Curven auf dem vom Cylinder abgenommenen Papiere fixirt und schlägt man dann von einem Punkte auf der Abscissenaxe, der 162^{mm} von dem Durchschnittspunkte der Curve mit der Abscissenaxe entfernt ist, mit dem Radius 162^{mm} einen Kreis, so erhält man einen Kreisbogen, welcher eine lange Strecke mit der auf dem Cylinder angeschriebenen Curve zusammenfällt, dann aber so von der Curve divergirt, dass die letztere innerhalb des Kreises verläuft; siehe Fig. 15 (6 ℜ), Fig. 16 (11 ℜ), Fig. 17 (1 ℜ), Fig. 18 (1—10 ℜ), die oben links auslaufende Curve.

Um nun, worauf es uns am meisten ankommt, die Grenze zu ermitteln, bis zu welcher die vom Cylinder abgewickelte Curve und der Kreis als zusammenfallend angenommen werden können, bediente ich mich einer gebrochenen Darstellung der Curve auf dem Cylinder.

Der letztere Vorgang wurde hauptsächlich darum gewählt, weil durch das rein empirisch constructive Verfahren, welches zur Bestimmung jener Grenze führen sollte, dieselbe immer nur mit einer nicht besonders sicheren Annäherung gefunden werden kann. Durch die gebrochene Darstellung der fraglichen Curve auf dem Cylinder entstanden die Figuren 15, 16, 17, 18, welchen ich noch eine grosse Zahl von Varianten an die Seite stellen könnte. Bei Fig. 15 wurde zuerst die 0° entsprechende Abscisse angeschrieben, dann der Cylinder arretirt und hierauf auf dem ruhenden Cylinder durch Ablenken des Hebels mittelst der früher beschriebenen Vorrichtung der Hebel von 0° bis 5° Ausschlag geführt; auf diese Weise wurde das zwischen der 0° entsprechenden Abscisse und der 5° entsprechenden, zur Abscisse parallelen Linie liegende Stück der Curve 𝔈 erhalten; in der neuen Lage schrieb dann der Hebel auf dem wieder rotirenden Cylinder die dem Ausschlage von 5° entsprechende, zur Abscissenaxe parallele Linie an; hatte der Cylinder eine Umdrehung und etwas darüber gemacht, dann wurde er wieder arretirt und nun auf dem ruhenden Cylinder der Hebel von 5° Ablenkung zu 10° Ablenkung übergeführt, man erhält dann das zwischen 5° und 10° liegende Stück einer Curve 𝔈; in derselben Weise wurde dann weiter verfahren, indem der Hebel von 10° bis zu 15°, von 15° bis zu 20°, von 20° bis zu 25° abgelenkt wurde. Nachdem das der letzteren Ablenkung entsprechende Curvenstück 𝔈 angeschrieben war, wurde wieder nach einer Umdrehung des Cylinders und etwas darüber der Hebel von 25° Ausschlag auf dem ruhenden Cylinder auf 0° Ausschlag zurückgeführt, auf diese Weise erhielt man dann die Curve 6 𝔈.

Ich glaube nach den vorausgehenden Angaben mich auf die Art und Weise, wie die Figuren 16, 17, 18 gewonnen wurden, nicht auch des näheren einlassen zu müssen. In allen diesen Figuren ist, ausgenommen zwischen den Curven 8𝔈, und 9𝔈 und 9𝔈 und 10𝔈 in Fig. 18, anstatt von 5 zu 5° mit der Ablenkung des Hebels von 2°30′ zu 2°30′ gestiegen. In Fig. 16, die wie Fig. 15 erhalten ist, wurde zum Unterschiede von dieser Figur nur allein die 0° entsprechende Abscisse durch eine volle Umdrehung des Cylinders angeschrieben, von den zwischen den Curvenstücken liegenden, parallel zur Abscissenaxe verlaufenden Linien aber nur ein Stück, indem der Cylinder nach kurzem Laufe wieder arretirt wurde.

In Fig. 17 wurde zuerst die Curve 𝔈 ganz und dann, indem der Hebel von 25° bis 0° successive zurückgeführt wurde, die Curve 𝔈 gebrochen angeschrieben, zwischen je zwei Curvenstücken sind aber die Parallellinien wieder ganz ausgeschrieben. In Fig. 18 ist das gleiche Verfahren benützt, wie in Fig. 16, insoferne nur Stücke der Parallellinien angeschrieben sind, welche die entsprechenden Curvenstücke zwischen sich abgrenzen. Es ist aber jede Ordinate vollgezeichnet, und zwar in der Weise, dass zuerst 1𝔈 über der Abscisse angeschrieben wurde, dann wurde der Hebel auf 1𝔈 zurückgeführt, bis zur Ablenkung von 2°30′, durch Bewegung des Cylinders das Stück der Parallellinie zwischen 1𝔈 und 2𝔈 angeschrieben, dann der Hebel auf dem ruhenden Cylinder zuerst wieder nach 0° zurückgeführt und darauf von 0° auf 25° geführt; auf diese Weise wurde 2𝔈 angeschrieben und so fortfahrend erhält man 3𝔈, 4𝔈 u. s. w.

Alle diese so erhaltenen Curvenschriften benützt man nun, um sie nach dem früher angegebenen Verfahren mit dem Kreise von 162^{mm} Radius zu vergleichen, dessen Mittelpunkt natürlich für alle Curven und Curvenstücke auf der Abscissenaxe liegen muss. In Fig. 15, 16, 17, 18 bedeuten 𝔎 die den einzelnen Curven entsprechenden so erhaltenen Kreisbogen.

Aus einer grossen Anzahl solcher Versuche lässt sich aber ersehen, dass für Ausschläge des Hebels bis zu 15—17°, die vom Hebel auf dem Cylinder angeschriebene Curve 𝔈, wenn man sich dieselbe von dem Cylinder auf eine Ebene abgewickelt denkt, mit dem Kreise 𝔎 zusammenfällt, welchen der Hebel als Radius auf einem Planum anschreibt, für Ausschläge über 17° wird die Abweichung der Curve 𝔈 vom Kreise 𝔎 mit zunehmender Excursion des Hebels immer merklicher und ist dann nicht mehr zu vernachlässigen.

Der Verlauf der Curve 𝔈 und ihre Abweichung vom Kreise kann in der angegebenen Weise empirisch bestimmt werden. Und es ist auch leicht ersichtlich, dass man damit auch ein Mittel gefunden hätte, um

myographische Curven, welche Hebelausschlägen von über 17° entsprechen, empirisch zu corrigiren. Man müsste von jenem Punkte der verlängerten Abscissenaxe, welcher 162^{mm} von dem zu dem betreffenden Curvenpunkte gehörigen Punkte der Abscissenaxe entfernt liegt, eine gerade Linie zu dem betreffenden Curvenpunkte ziehen und darüber hinaus verlängern. Der Punkt, in welchem die Verlängerung dieser Linie von dem durch denselben Abscissenpunkt gehenden Kreis geschnitten würde, wäre der Punkt der corrigirten Curve.

Denkt man sich eine solche Correction ausgeführt, dann sieht man, dass der corrigirte Curventheil sich etwas über die wirklich erhaltene Curve erhebt.

Einiges Zutrauen würde das hier kurz angeführte Correctionsverfahren nur verdienen, wenn man sich die empirische Ordinate $\mathfrak{C}$ in ein Lineal aus Glas oder Metall einschneiden liesse, dessen eine Seite von dieser Curve gebildet wird, während zwei andere Seiten desselben geradlinig verlaufen und unter einem rechten Winkel zusammenstossen. Mittelst eines solchen Lineales müssten die Ordinaten der myographischen Curve errichtet und dann die Correction in der früher erwähnten Weise ausgeführt werden.

Am besten wird es aber sein, wenn man dieses Verfahren dadurch ganz erspart, dass man für myographische Curven, welche genau ausgemessen werden sollen, nur solche Hebelausschläge benützt, welche nicht über 17° hinausgehen.

Es muss noch besonders bemerkt werden, dass sich unsere Auseinandersetzungen auf einen Hebel von bestimmter Länge beziehen und dass andere Längen des Myographionhebels auch andere Abweichungen der Curven vom Kreise ergeben würden, die ebenso untersucht werden müssten, wie wir das hier gethan haben. Es ist auch leicht ersichtlich, dass Hebel von geringerer Länge viel ungünstigere Resultate ergeben würden und dass es sich empfiehlt, mit langen Hebeln zu arbeiten. Dass man aber hier über eine gewisse Grenze nicht hinausgehen kann, hat schon Marey[1] begründet, und zwar bei Gelegenheit der Mittheilung seines Correctionsverfahrens der kreisbogenförmigen Ordinaten.

Als Consequenzen unserer vorausgehenden Betrachtungen ergeben sich aber noch einige kleine Verbesserungen des Myographion von Marey, welche ich ausführen liess. Erstens die schon früher erwähnte Kreistheilung *G*, Fig. 6, unter dem Myographionhebel. Zweitens aber eine Zerlegung der Grundplatte des Myographion in zwei Theile. Ich liess dieselben mittelst Schlittenführung ineinanderfügen; der eine Theil ist bestimmt zur Anbringung der festen Lager für die Drehungsaxe des Hebels und zur Befestigung des Röllchens, über welches der Faden vom Hebel zur Wageschale läuft. Dieses Röllchen ist in einem Schlitze, der parallel der Richtung des Hebels in der Ruhelage läuft, so verschiebbar, dass der Faden um die Axe geschlungen, oder aber in sehr geringer Entfernung von dem Drehungspunkte des Hebels an dem letzteren befestigt werden kann, wodurch es gelingt, dem Hebel verschiedene Grade von Empfindlichkeit zu ertheilen, wie es die im einzelnen Falle gegebenen Versuche verlangen. Dieser den Hebel und das Röllchen tragende Theil der Platte des Myographion ist in der schematischen Fig. 6 unschraffirt. Über demselben und durch Schlittenführung in demselben beweglich, und zwar mittelst der senkrecht auf die Ruhelage des Hebels stehenden Mikrometerschraube *T*, Fig. 6, ist der zweite, die Korkplatte tragende Theil der Platte des Myographion angebracht, auf welchem das Präparat befestigt wird.

Der Sinn dieser Einrichtung ist leicht verständlich. Sie dient dazu, dass jede myographische Curve von der Ruhelage des Hebels aus an den Cylinder angeschrieben wird. Unter Ruhelage verstehe ich dabei die Lage des Hebels genau senkrecht auf die Axe des Cylinders, in welcher der Hebel auf der Kreistheilung die Ablenkung 0 angeben muss. Für diese Ruhelage des Hebels muss die Aufstellung aller Apparate ursprünglich mit der grössten Sorgfalt vorgenommen werden.

Das erfordert einige Zeit und Mühe. Erreicht ist dieses Ziel, wenn der Hebel in der Ruhelage auf dem berussten Cylinder eine Abscissenaxe anschreibt, über welcher, wenn der Hebel bei ruhendem Cylinder nach beiden Seiten von der Ruhelage um gleich viel Grade abgelenkt wird, genau gleich lange entgegengesetzt gerichtete Ordinaten angeschrieben werden, welche von dem mit der Hebellänge als Halbmesser durch den

[1] Marey, Du mouvement etc., p. 329.

Schnittpunkt von Ordinaten und Abscissenaxe von einem Punkte der Abscissenaxe des abgewickelten Papieres geschlagenen Kreise zu beiden Seiten der Abscissenaxe in derselben Entfernung von der letzteren genau denselben Abstand ergeben.

Nur wenn diese Forderung erfüllt ist, gelten unsere früheren Angaben über das Verhalten der empirischen Ordinaten zu dem Kreise, und nur dann lassen sich die einzelnen Myogramme z. B. die bei verschiedener Belastung desselben Muskels erhaltenen mit einander vergleichen. In dem angeführten Beispiele muss jedesmal, sobald das Gewicht, welches am Muskel wirkt, geändert wird, der Hebel durch Verschieben des befestigten Präparates mittelst der Mikrometerschraube *T'* auf den Nullpunkt der Kreistheilung zurückgeführt werden und so bei allen Versuchen, die mit anderen genau verglichen werden sollen.

Wäre dagegen diese Forderung nicht genau erfüllt, dann würden sich empirische Ordinate und Kreis nicht in ihrem Durchschnittspunkte mit der Abscissenaxe berühren, sondern es würde die empirische Ordinate die Kreislinie durchschneiden und in diesem Falle würde die Abweichung der empirischen Ordinate von der Kreislinie ganz anderer Natur sein, sie könnte grösser oder kleiner oder auch mit entgegengesetzten Vorzeichen versehen auftreten, kurz nicht mehr nach den oben entwickelten Grundsätzen beurtheilt werden.

Nach allem, was wir nun über die Schreibweise des Hebels des Marey'schen Myographion über einem rotirenden Cylinder vorgebracht haben, wird sich aber leicht ermessen lassen, dass die genauere Untersuchung dieser Schreibweise sich der Mühe lohnte.

Es hat sich nämlich gezeigt, dass die Ordinaten der erhaltenen Myogramme bis zu Ausschlägen des Hebels, die nicht über 17° hinausgehen, als Kreisbogen von einem Radius, der der Länge des Myographionhebels entspricht, angesehen werden können.

Die Zulässigkeit dieser Annahme setzt uns aber in die Lage, auch für die Ausmessung der auf dem rotirenden Cylinder erhaltenen Myogramme das auf S. 26 [218] beschriebene Verfahren in Anwendung zu bringen. Und damit glaube ich die Verwendung der Marey'schen Einrichtung zu den hier mitgetheilten Versuchen völlig gerechtfertigt zu haben. Andererseits glaube ich aber auch einer sicheren kritischen Beurtheilung der vielen Myogramme, welche in Marey's und anderer, namentlich französischer Forscher Arbeiten vorliegen, eine bessere Grundlage verschafft zu haben.

Man konnte doch offenbar vergleichenden Betrachtungen, die an denselben angestellt wurden und Schlüssen, die aus denselben gezogen wurden, kein allzugrosses Vertrauen entgegenbringen, so lange die Schreibweise des eigenthümlichen Hebels des so einfach construirten Apparates von Marey nicht genauer untersucht war. Nach den Erfahrungen, die wir gemacht, glaube ich, dass man auch auf Grund streng theoretischer Erwägungen das Problem, welches in Marey's Myographion gelöst vorliegt, nicht einfacher hätte lösen können, als das Marey durch seine glücklichen experimentellen Griffe gethan hat.

VI. Fortsetzung der Versuche über lange dauernden Tetanus bei Hydrophilus und Dyticus.

Zur Beurtheilung des Verlaufes der einzelnen Tetani, welche durch die Curven der Fig. 19, 20, 21 und 22 dargestellt sind, theile ich die Resultate der Ausmessung jener Curven in den nachfolgenden Tabellen mit. Die Ausmessung wurde nach den im vorausgehenden Abschnitte mitgetheilten Grundsätzen vorgenommen. Für Fig. 19 und 20 bezieht sich die Messung auf die zweite Curve einer jeden der aufeinanderfolgenden Gruppen, für Fig. 21 und 22 ist die Messung sämmtlicher Curven verzeichnet. x' bedeutet die gemessenen, von 10 zu 10 Millim. vom Anfangspunkte auf der Abscissenaxe liegenden Abstände, in welchen für alle Curven die Ordinaten y gemessen wurden. Beide Werthe wurden mittelst eines in 0·1 Millim. getheilten gläsernen Maassstabes von Zeiss unter der Loupe bestimmt. x bedeuten die Abstände vom Anfangspunkte, auf welche man sich die entsprechenden y bezogen denken muss, also die wahre, für den entsprechenden Curvenpunkt giltige Zeit. Diese Werthe sind in der früher angegebenen Weise berechnet und auf die erste Decimalstelle cor-

rigirt in die Tabelle eingetragen. Für die grösste der bei diesen Curven vorkommenden Ordinaten (46·7) beträgt der Ausschlag des Myographionhebels $\sphericalangle \vartheta = 16°45'15''$.

I. Versuch an den Schenkelbeugern von Hydrophilus. (Fig. 19.)

Curve	I—VII	x'	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
	I	y	**24·9**	**35·5**	**40·5**	**43·3**	**44·9**	**45·9**	**46·5**	**46·7**	**46·7**	**46·7**	**46·5**
		x	8·1	16·1	24·9	34·1	43·7	53·4	63·2	73.1	83·1	93·1	103·2
	II	y	**23·9**	**32·1**	**35·6**	**37·4**	**38·4**	**39·1**	**39·3**	**39·5**	**39·5**	**39·5**	**39·4**
		x	8·2	16·8	26·0	35·6	45·4	55·2	65·2	75·1	85·1	95·1	105·2
	III	y	**19·6**	**26·3**	**29·1**	**30·6**	**31·4**	**31·9**	**32·3**	**32·4**	**32·4**	**32·4**	**32·2**
		x	8·8	17·9	27·1	37·1	46·9	56·8	66·8	76·7	86·7	96·7	106·8
	IV	y	**16·9**	**21·5**	**23·3**	**24·5**	**25·1**	**25·4**	**25·6**	**25·6**	**25·6**	**25·5**	**25·3**
		x	9·1	18·6	28·3	38·1	48·0	58·0	68·0	78·0	88·0	98·0	108·0
	V	y	**12·9**	**16·2**	**17·5**	**18·2**	**18·7**	**19·0**	**19·0**	**18·9**	**18·7**	**18·7**	**18·6**
		x	9·5	19·2	29·1	39·0	48·9	58·8	68·8	78·9	88·9	98·9	108·9
	VI	y	**9·9**	**11·9**	**12·8**	**13·2**	**13·3**	**13·4**	**13·4**	**13·4**	**13·3**	**13·2**	**13·1**
		x	9·7	19·6	29·5	39·5	49·5	59·5	69·5	79·5	89·5	99·5	109·5
	VII	y	**7·2**	**8·6**	**9·0**	**9·5**	**9·6**	**9·6**	**9·6**	**9·5**	**9·4**	**9·4**	**9·3**
		x	9·8	19·8	29·8	39·7	49·7	59·7	69·7	79·7	89·7	99·7	109·7

II. Versuch an den Schenkelstreckern von Hydrophilus. (Fig. 20.)

Curve	I—VI	x'	10	20	30	10	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
	I	y	**27·3**	**31·7**	**33·5**	**34·4**	**34·8**	**34·9**	**34·9**	**34·9**	**34·9**	**34·6**	**34·6**	**34·6**	**34·5**	**34·5**	**34·4**
		x	7·7	16·9	26·5	36·3	46·2	56·2	66·2	76·2	86·2	96·3	106·3	116·3	126·3	136·3	146·3
	II	y	**16·4**	**17·7**	**18·4**	**18·6**	**18·6**	**18·6**	**18·5**	**18·4**	**18·2**	**18·1**	**18·0**	**17·8**	**17·6**	**17·4**	**17·2**
		x	9·2	19·1	29·0	38·9	48·9	58·9	69·0	79·0	89·0	99·0	109·0	119·1	129·1	139·1	149·1
	III	y	**9·4**	**10·1**	**10·3**	**10·3**	**10·2**	**10·2**	**10·2**	**10·1**	**10·0**	**9·9**	**9·8**	**9·7**	**9·5**	**9·3**	**9·1**
		x	9·7	19·7	29·6	39·6	49·7	59·7	69·7	79·7	89·7	99·7	109·7	119·7	129·7	139·7	149·8
	IV	y	**6·4**	**7·0**	**7·0**	**6·9**	**6·9**	**6·9**	**6·8**	**6 7**	**6·6**	**6·5**	**6·4**	**6·2**	**6·0**	**5·7**	**5·3**
		x	9·9	19·9	29·9	39·9	49·9	59·9	69·9	79·9	89·9	99·9	109·9	119·9	129·9	139·9	149·9
	V	y	**4·9**	**5·2**	**5·2**	**5·0**	**5·0**	**5·0**	**5·0**	**5·0**	**4·9**	**4·9**	**4·7**	**4·5**	**4·4**	**4·3**	**4·1**
		x	9·9	19·9	29·9	39·9	49·9	59·9	69·9	79·9	89·9	99·9	109·9	119·9	129·9	140·0	150·0
	VI	y	**21·4**	**25·8**	**26·6**	**26·6**	**26·7**	**26·8**	**26·8**	**26·8**	**26·8**	**26·7**	**26·6**	**26·5**	**26·4**	**26·3**	**26·3**
		x	8·6	17·9	27·8	37·8	47·8	57·8	67·8	77·8	87·8	97·8	107·8	117·8	127·8	137·9	147·9

III. Versuch an den Schenkelbeugern von Hydrophilus. (Fig. 21.)

	I–V	x'	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Curve	I	y	16·9	19·0	19·3	19·4	19·7	20·0	20·2	20·2	20·4	20·6	21·0	21·4
		x	9·1	18·8	28·8	38·8	48·8	58·8	68·7	78·7	88·7	98·7	108·6	118·6
	II	y	15·5	19·5	20·1	20·5	20·9	21·3	21·6	22·0	22 2	22·4	22·5	22·6
		x	9·3	18·9	28·8	38·7	48·7	58·6	68·6	78·5	88·4	98·4	108·4	118·4
	III	y	18·3	21·1	22·3	23·0	23·5	24·1	24·5	24·8	24·8	25·0	25·2	25·3
		x	9·0	18·6	28·4	38·4	48.3	58·2	68·1	78·1	88·1	98·1	108·0	118·0
	IV	y	20·3	22·8	24·1	24·8	25·3	25·9	26·2	26·4	26·4	26·4	26·4	26·4
		x	8·7	18·4	28·2	38·1	48·0	57·9	67·9	77·8	87·8	97·8	107·8	117·8
	V	y	21·2	23·8	25·1	25·9	26·3	26·8	26·9	27·0	26·9	26·9	26·9	26·9
		x	8·6	18·3	28·0	37·9	47·9	57·8	67·8	77·7	87·8	97·8	107·8	117·8

IV. Versuch an den Schenkelbeugern von Hydrophilus. (Fig. 22.)

	I–XII	x'	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Curve	I	y	32·8	37·4	38·0	38·0	38·0	38·0	38·0	38·0	38·0	38·1	38·5	39·1
		x	6·7	15·6	25·5	35·5	45·5	55·5	65·5	75·5	85·5	95·5	105·4	115·2
	II	y	33·2	38·2	39·2	39·4	39·5	39·5	39·5	39·5	39·7	39·9	40·2	40·8
		x	6·6	15·4	25·2	35·2	45·1	55·1	65·1	75·1	85·1	95·0	105·0	114·8
	III	y	34·0	38·0	38·8	39·0	39·0	39·0	39·0	39·0	39·1	39·2	39·2	39·6
		x	6·4	15·5	25·3	35·2	45·2	55·2	65·2	75·2	85·2	95·2	105·2	115·1
	IV	y	32·0	36·9	37·9	38·0	38·0	38·0	38·0	38·0	38·2	38·2	38·2	38·3
		x	6.8	15·8	25·5	35·5	45·5	55·5	65·5	75·5	85·4	95·4	105·4	115·4
	V	y	32·7	37·0	37·8	38·0	38·0	38·0	38·0	38·0	38·2	38·2	38·2	38·2
		x	6·7	15·7	25·5	35·5	45·5	55·5	65·5	75·5	85·4	95·4	105·4	115·4
	VI	y	32·4	36·8	37·3	37·5	37·5	37·5	37·7	37·7	37·7	37·8	37·9	37·9
		x	6·7	15·8	25·7	35·6	45·6	55·6	65·6	75·6	85·6	95·5	105·5	115·5
	VII	y	32·2	36·6	37·4	37·6	38·0	38·4	38·6	38·9	39·0	39·2	39·4	39·4
		x	6·8	15·8	25·6	35·6	45·5	55·4	65·3	75·3	85·2	95·2	105·2	115·2
	VIII	y	31·9	36·0	36·8	37·2	37·7	37·9	37·9	38·1	38·5	38·7	38·9	39·1
		x	6·8	16·0	25·8	35·7	45·6	55·5	65·5	75·5	85·4	95·3	105·3	115·2
	IX	y	32·3	36·3	37·0	37·5	37·9	38·2	38·4	38·6	38·8	39·0	39·1	39·4
		x	6·8	15·9	25·7	35·6	45·5	55·4	65·4	75·3	85·3	95·2	105·2	115·2
	X	y	31·4	34·9	36·1	36·8	37·4	37·9	38·5	38·6	38·8	39·0	39·1	39·4
		x	6·9	16·2	25·9	35·8	45·6	55·5	65·4	75·3	85·3	95·2	105·2	115·2
	XI	y	31·1	34·6	35·5	36·1	36·8	37·1	37·4	37·7	37·9	38·0	38·1	38·3
		x	7·0	16·3	26·1	35·9	45·8	55·7	65·6	75·6	85·5	95·5	105·5	115·4
	XII	y	30·6	34·2	35·3	35·9	36·4	36·8	37·3	37·7	37·9	38·1	38·3	38·6
		x	7·1	16·4	26·1	36·0	45·9	55·8	65·7	75·6	85·5	95·5	105·4	115·3

Der Satz, aus welchem Bohr ableitet, dass die tetanische Curve beim Frosche eine zu den Asymptoten als Axen hingeführte gleichseitige Hyperbel ist, bewährt sich für den *Hydrophilus*-Muskel nicht.

Für keine der in unseren Versuchen verzeichneten Curven ergibt sich, dass die Verhältnisse zwischen Abscissen und Ordinaten in den betreffenden Abscissenpunkten aufgetragen in einer geraden Linie von der Form

$$y = x \operatorname{tang} r + k \ldots .$$

gelegen sind. Es ist dies natürlich auch nicht der Fall, wenn man den Sinus der Ablenkungswinkel des Myographionhebels, wie sie unsere Tabellen enthalten, die entsprechenden Tangenten substituirt. Ich war nicht mit einem so vollkommenen Reizapparate ausgerüstet, wie Bohr, es ist mir aber nicht wahrscheinlich, dass ich an meinem Versuchsobjecte wesentlich andere Resultate damit erzielt hätte.

Zu diesem Schlusse berechtigt, wie ich glaube, die grosse Regelmässigkeit, welche, wie ein Blick auf Fig. 19 und 20 zeigt, in der Repetition der Versuche hervortritt.

Ich habe schon früher bemerkt, dass unsere Versuche einer ziemlich willkürlichen Wahl der Bedingungen entsprechen und dass sie mit Bezug auf die letzteren einer grossen Variation fähig und auch bedürftig wären. Wir werden später auch noch andere Tetanusversuche kennen lernen. Damit man aber die in diesem Abschnitte mitgetheilten Versuche gleich vom richtigen Gesichtspunkte aus beurtheile, möchte ich nur daran erinnern, dass ich an die Käfermuskeln nicht herantrat, um Studien über den Tetanus der Muskeln im Allgemeinen anzustellen. Dazu hätte ich mir gewiss nicht die eben so viel Geduld als Ausdauer erfordernden und Schwierigkeiten der mannigfachsten Art darbietenden Objecte ausgesucht. Die Versuche an diesen haben sich mir vielmehr aufgedrängt, weil ich erfahren wollte, wie die Muskeln, deren Bau ich kurz vorher genauer untersucht hatte, auf bestimmte äussere Einwirkungen reagiren, um so, wie ich das schon in der Einleitung hervorgehoben habe, zu ermitteln, ob abweichende anatomische Eigenschaften der Muskelfasern auch mit abweichenden physiologischen Eigenschaften derselben zusammenfallen. Dazu genügen aber die hier mitgetheilten Versuche, wie sich durch die bald folgende Vergleichung der unter ganz ähnlichen Bedingungen angestellten Versuche an den *Hydrophilus*- und *Dyticus* Muskeln ergeben wird. Sie weiter zu führen und zu vervollständigen muss Gegenstand weiterer Arbeiten sein.

Mit dieser Einschränkung kann ich, nun noch bei den ersteren verbleibend, doch eine Reihe von bemerkenswerthen Thatsachen nicht unbeachtet lassen, welche sich bei der Betrachtung der so regelmässig verlaufenden Tetanuscurven der Fig. 19, 20, 21 und 22 ergeben.

An den Curven Fig. 19 und 20 ist zu bemerken, dass die Curven bis zu einem bestimmten Maximum ansteigen, gegen das Ende hin aber wieder, wenn auch nur um sehr wenig absinken. Bemerkenswerth ist ferner, dass in beiden Versuchen die Zeit, während welcher die höchsten Ordinaten der Tetanuscurve vorhanden sind, abhängig von der Belastung erscheint.

In Versuch Fig. 19, Tabelle I, fallen in Curve I bei 6 Grm. am Myographionhebel wirkendem Gewichte die höchsten Ordinaten (46·7) auf die Zeit von 11—14 Secunden nach dem Beginne des Tetanus; in Curve II bei 8 Grm. die Ordinaten 39·5 auf 11—14 Secunden; in Curve III bei 10 Grm. die Ordinaten 32·4 auf 11—14 Secunden; in Curve IV bei 12 Grm. die Ordinaten 25·6 auf 10—13 Secunden; in Curve V bei 14 Grm. die Ordinaten 19·0 und 18·9 auf 9—12 Secunden; in Curve VI bei 16 Grm. die Ordinaten 13·4 auf 9—12 Secunden; in Curve VII bei 18 Grm. die Ordinaten 9·6 auf 7—10 Secunden.

Etwas ganz Ähnliches kehrt in dem Versuche Fig. 20, Tabelle II wieder. In Curve I bei 2 Grm. fallen die höchsten Ordinaten 34·9 auf 8—13 Secunden; in Curve II bei 4 Grm. die Ordinaten 18·6 auf 6—7 Secunden; in Curve III bei 6 Grm. die Ordinaten 10·3 auf 4—6 Secunden; in Curve IV bei 8 Grm. die Ordinaten 7·0 auf 3—4 Secunden; in Curve V bei 10 Grm. die Ordinaten 5·2 auf 3—4 Secunden; in Curve VI bei 2 Grm. die Ordinaten 26·8 auf 8—13 Secunden.

Über die kürzeste oder längste Zeit, während welcher ein continuirlicher Tetanus andauern kann, so dass, wie in den Versuchen Fig. 19, Tabelle I und Fig. 20, Tabelle II, gegen das Ende des Tetanus ein geringes Absinken der Curve beobachtet wird, welches die Leistungsfähigkeit des Muskels so wenig beeinträchtigt,

dass in einem verhältnissmässig kurzen Intervalle ein gleich langer Tetanus mit vom Anfange bis zum Ende nahezu gleichem Verlaufe wiederholt werden kann, wie das bei den Versuchen Fig. 19 und 20 der Fall war, kann ich auf Grund der hier ausgewählten Versuche und zahlreicher ähnlicher Versuche, die ich aufbewahre, nichts Bestimmtes aussagen.

Diese Zeit ist bei den Versuchen an den einzelnen Thieren grossen Schwankungen unterworfen. So sehen wir auch gleich in den Versuchen Fig. 21, Tabelle III und Fig. 22, Tabelle IV, welche Tetanuscurven von derselben Dauer und in gleichen Intervallen, wie Fig. 7 darstellen, die Curven ausnahmslos bis zum Ende fortwährend ansteigen.

Ausser dem vorübergehenden Absinken der Curven während der Andauer eines Tetanus, dessen wir soeben gedacht haben, macht sich die nach oft wiederholter Anstrengung des Muskels zu beobachtende bleibende Abnahme der Energie desselben allmälig bemerkbar, wie ein Vergleich der Höhe der Curven der Gruppe I in Fig. 20 mit der Höhe der Curven der Gruppe VI derselben Figur, welche beide Tetani bei 2 Grm. Belastung darstellen, und ein Vergleich der Curven XI und XII in Fig. 22 mit den vorausgehenden Curven derselben Figur ergibt. Der zuletzt besprochene Fall des Absinkens der Energie des Muskels soll später noch durch andere Versuche illustrirt werden. Alle Versuche weisen auf die grosse Ausdauer der Muskeln des *Hydrophilus* im Tetanus hin, in welcher Beziehung sie geradezu grossartige Leistungen erbringen, und dieses Resultat allein möchte ich als das für unsere vergleichenden Studien wichtigste hier noch besonders hervorgehoben haben.

Wesentlich anders als der isolirte *Hydrophilus*-Muskel arbeitet der isolirte *Dyticus*-Muskel. Konnten wir unsere Versuche an *Hydrophilus*-Muskeln vorerst nur als solche ansehen, welche die Wege anzeigen, auf welchen man eine bessere Kenntniss der Physiologie jener Muskeln anstreben müsste, so ist das noch viel mehr der Fall bei den Versuchen an den *Dyticus*-Muskeln. Wie viele solche Versuche ich auch angestellt habe, so sind dieselben doch nur genügend, um im Allgemeinen die Hauptfrage, von der ich ausgegangen war, zu entscheiden, dass nämlich der *Dyticus*-Muskel wesentlich andere physiologische Eigenschaften besitzt, als der *Hydrophilus*-Muskel; an sich können sie aber wieder nur auf den Werth von Vorversuchen zu einer Physiologie des *Dyticus*-Muskels einen Anspruch erheben.

Beabsichtigt man am *Dyticus*-Muskel analoge Repetirversuche anzustellen, wie wir sie früher am *Hydrophilus*-Muskel gemacht haben, so überzeugt man sich sehr bald, dass das ganz in derselben Weise nicht angeht. Die *Dyticus*-Muskeln entwickeln anfänglich rasch eine sehr grosse Energie, sie dauern aber dabei continuirlich so wenig aus, dass sich schon nach kurzen Zeiten der Anstrengung sehr auffallende Erscheinungen von absinkender Energie der Muskeln geltend machen. Aber nicht blos der rasche Eintritt dieser Erscheinungen macht den *Dyticus*-Muskel zu einem viel schwieriger zu behandelnden Objecte, als es der *Hydrophilus*-Muskel ist, die Schwierigkeiten werden noch gesteigert durch den variablen und complicirten Verlauf jener Erscheinungen.

Man muss sehr bedauern, dass eine directe zeitliche Vergleichung der *Dyticus*- und *Hydrophilus*-Muskeln in Bezug auf Hubhöhe, absolute Kraft und mechanischen Nutzeffect durch die Kleinheit und schwierige Zugänglichkeit der betreffenden Muskeln völlig ausgeschlossen ist.

Zu Schlüssen, zu welchen uns solche vergleichende Versuche führen würden, suchte ich eben durch die Repetirversuche auf indirectem Wege zu gelangen.

In der That fördert das Verfahren, nur etwas anders eingerichtet als bei den Versuchen am *Hydrophilus*-Muskel, auch eine weitere merkwürdige Eigenschaft des *Dyticus*-Muskels zu Tage.

Die so leicht zu erschöpfenden *Dyticus*-Muskeln besitzen andererseits auch die Fähigkeit, sich nach längeren Ruhepausen, die man ihnen gewährt, immer wieder bis zu einem gewissen Grade zu erholen.

Die letztere Erscheinung lässt es nun wieder vor Allem bedauern, dass bei den Käfern wohl gar keine Aussicht vorhanden ist, dass es gelingen wird, an Muskeln zu arbeiten, bei welchen die Zufuhr von Nährmateriale und Respirationsluft ebenso wie die Abfuhr der Umsetzungsproducte beherrscht werden könnten.

Am isolirten überlebenden *Dyticus*-Muskel scheinen die vorerwähnten beiden Processe der Erschöpfung und Erholung sehr unregelmässig in einander zu greifen, so dass sehr mannigfache und oft beträchtlich von einander differirende Bilder in den Curven länger dauernder Tetani des *Dyticus*-Muskels auftreten.

Zur besseren Würdigung dieses Gegensatzes zwischen den Bildern längerer Tetani bei *Hydrophilus*- und *Dyticus*-Muskeln will ich aber hier auch gleich auf eine Thatsache hinweisen, die wir später noch näher kennen lernen wollen. Repetirt man beim *Hydrophilus*-Muskel kurze Tetani mit längeren Intervallen, so sind die Bilder nicht wesentlich verschieden von jenen, welche man bei der Repetition von längeren Tetanis in kürzeren Intervallen erhält. Anders bei *Dyticus*; bei diesem zeigen kurze Tetani, in längeren Pausen wiederholt, Bilder, welche von jenen des *Hydrophilus* zwar auch wesentlich verschieden sind, aber die Zeichen von Erschöpfung, welche schon in den ersten Bildern langer Tetani bei *Dyticus* auftreten, machen sich dann erst nach öfterer Wiederholung der kurzen Tetani geltend. Die physiologische Verschiedenheit der beiden Muskeln drückt sich dann hauptsächlich darin aus, dass beim *Hydrophilus* eine sehr grosse Anzahl von Wiederholungen der kurzen Tetani möglich ist, ohne dass die Arbeitsenergie des Muskels sinkt, beim *Dyticus* dagegen nur eine viel beschränktere Anzahl von Wiederholungen.

Die Vergleichung der Bilder langer Tetani beider Muskeln fördert also sofort die Eigenthümlichkeiten beider Muskeln, das in Folge von Thätigkeit auftretende rasche Sinken der Arbeitsenergie bei dem einen, die trotz angestrengter Thätigkeit lange in unveränderter Weise erhaltene Arbeitsenergie des anderen zu Tage. Bei wiederholten kurzen Tetanis dagegen treten bei beiden Muskeln einander viel ähnlichere Bilder auf, insoferne sowohl bei *Hydrophilus* als auch bei *Dyticus* die grösste Höhe der Tetanuscurven in einer Anzahl der anfänglich aufeinanderfolgenden Tetani wiederkehrt. Diese Bemerkung habe ich schon vorläufig gemacht, weil sie dafür spricht, dass der Grund für die in unseren Versuchen an ausgeschalteten überlebenden Muskeln hervortretenden Unterschiede zwischen *Hydrophilus* und *Dyticus*-Muskeln wenigstens der Hauptsache nach nicht in zufälligen, mit der Ausschaltung der Muskeln in dem einen und in dem anderen Falle sich einstellenden verschiedenen Bedingungen gesucht werden kann, sondern in inneren Verschiedenheiten der Muskeln selbst zu suchen ist. Verschiedenheiten, die auch in den intacten, im Thiere functionirenden Muskeln einen wesentlich anderen Ablauf der Erscheinungen bedingen werden, womit eben der verschiedene Bau und eine Reihe später zu prüfender verschiedener Eigenschaften der *Hydrophilus*- und *Dyticus*-Muskeln übereinstimmen.

Ich wähle nun zum Vergleiche mit den früher beschriebenen Versuchen an *Hydrophilus*-Muskeln aus den zahlreichen Versuchen am *Dyticus*-Muskel, welche mir vorliegen, die in den Figuren 23 und 24, Taf. V, 25 und 26, Taf. VI und 27 und 28, Taf. VII sich darstellenden Versuche aus. Es sind wieder im Mittel 18 Secunden währende Tetani von *Dyticus*-Muskeln, und zwar Fig. 23—27 Tetani der Schenkelstrecker, Fig. 28 Tetani der Schenkelbeuger.

Die Reizfrequenz betrug bei allen im Mittel 54 in der Secunde.

Die übrigen Bedingungen, unter welchen diese Versuche angestellt sind, finden sich in der auf der folgenden Seite befindlichen Tabelle zusammengestellt.

Wenn man an einem ganz frischen Präparate einen Tetanus der erwähnten Dauer hervorgerufen hat und in einem Intervalle von 46 Secunden einen zweiten folgen lässt, so ergibt sich in der Regel, dass dieser zweite Tetanus um Vieles niedriger ausfällt als der erste. Meist ist die Differenz der maximalen Höhen eine sehr grosse. Vergleiche Fig. 25, I (1 u. 2); Fig. 26, I (1 u. 2); Fig. 27, I (1 u. 2); Fig. 28, I (1 u. 2).

Die Curvengruppen der einzelnen Versuche sind in den Tafeln und im Texte wieder mit römischen Zahlen bezeichnet. Die Aufeinanderfolge der einzelnen Curven einer Gruppe ist aus den Tafeln leicht zu entnehmen. Im Texte sind die aufeinanderfolgenden Curven einer Gruppe durch die der römischen Gruppenzahl in Klammern beigesetzten arabischen Zahlen bezeichnet.

Bezeichnung des Versuches	Nummer der Tetanuscurve	Nummer der Gruppe von Tetanuscurven	Am Hebel wirkendes Gewicht in Grammen	Abstand der Rollen des Inductorium in Millimetern	Ruhe zwischen dieser und der vorangehenden Curve oder Curvengruppe in Minuten.	Anzahl der in Pausen von 46 Secunden angeschriebenen Tetanuscurven derselben Gruppe	Anmerkung
	I	.	4	100	.	—	
	II	.	4	„	5	.	
Fig. 18	III	.	3	„	„		
	IV	.	2	„	„		
	V	.	1	„	„	.	
	.	VI	3	„	„	5	Der Wagen bleibt arretirt.
	I	.	5	100	—	—	
	II	.	4	„	5	—	
	III	.	3	„	„	—	
Fig. 19	IV	.	2	„	„		
	.	V	3	„	„	3	
		VI	3	„	10	4	
	.	I	5	100	—	2	
	.	II	5	„	5	„	
	.	III	5	„	„	„	
	.	IV	3	70	„	„	
Fig. 20	.	V	3	„	„	„	
	.	VI	3	40	„	„	
	.	VII	3	„	„	„	
	.	VIII	3	0	„	„	
	.	I	5	100	.	2	
	.	II	5	„	10	3	
	.	III	4	„	„	„	
		IV	3	„	„	„	
		V	3	„	„	„	
	.	VI	3	80	„	„	
	.	VII	3	„	„	„	
Fig. 21	.	VIII	3	„	„	„	
	.	IX	3	„	„	„	
	.	X	3	„	135	„	
	.	XI	2	40	30	2	
	.	XII	2	„	60	„	
	.	XIII	2	0	180	„	
	.	XIV	2	„	30	„	
	.	I	5	110	—	2	
	.	II	5	„	„	3	
	.	III	5	„	„	2	
	.	IV	3	80	„	„	
	.	V	3	„	„	„	
Fig. 22	.	VI	3	40	„	„	
	.	VII	3	„	„	„	
	.	VIII	2	„	„	„	
	.	IX	2	0	„	3	
	.	X	2	„	0·766	6	Der Wagen bleibt arretirt.
	.	I	3	100	.	2	
	.	II	3	„	5	„	
		III	2	70	„	„	
	.	IV	2	„	„	„	
	.	V	1	40	„	„	
Fig. 23	.	VI	1	„	„	„	
	.	VII	1	0	„	„	
	.	VIII	1	„	„	„	
	.	IX	1	„	„	„	
	.	X	1	„	„	„	
	.	XI	1	„	0·766	„	

Viel seltener als der eben angeführte Fall kommt an den frischen Muskeln der Fall vor, dass die zweite Tetanuscurve der ersten an Höhe noch nahe gleichkommt, obwohl sich dieser Fall öfter an Tetanusgruppen ereignet, die ihrerseits von vorausgehenden Gruppen von Tetanis durch längere Ruhepausen getrennt sind, worauf ich sogleich eingehen werde. Vergleiche einstweilen Fig. 26, II (1 u. 2), III (1 u. 2), IV (1 u. 2), V (1 u. 2), VI (1 u. 2); Fig. 27, II (1 u. 2).

Durch diese Erfahrungen am *Dyticus*-Muskel und den gleich zu besprechenden eigenthümlichen Verlauf der ersten Tetanuscurve waren an diesem Objecte Versuche nach der Analogie der in Fig. 19 und 20 dargestellten, an den *Hydrophilus*-Muskeln gemachten Repetirversuche völlig ausgeschlossen.

Ein 18 Secunden währender, einer Reizfrequenz von 54 in der Secunde entsprechender Tetanus eines belasteten Muskels muss nun im Vergleiche zu den Leistungen, welche dem *Dyticus*-Muskel während des normalen Ablaufes des Lebens dieses Thieres auferlegt sind, gewiss als harte Probe bezeichnet werden; allein solche Überlegungen der Ursachen des Misserfolges meiner Versuche an den *Dyticus*-Muskeln waren nicht mehr die nächsten, welche ich anzustellen hatte.

Ich musste mich vielmehr im Hinblicke auf die Versuche am *Hydrophilus* sofort fragen: warum halten die Muskeln dieses Thieres jene Probe aus, die Muskeln von *Dyticus* aber nicht?

Von diesem vergleichenden Standpunkte aus führt aber die beobachtete Ausdauer des *Hydrophilus*-Muskels den von uns angewendeten Reizmitteln und Erholungspausen gegenüber auf die Frage, wie sich ein *Dyticus*-Muskel verhält, wenn man ihm längere Ruhepausen zwischen den wie früher gewählten Reizperioden gestattet.

Ich suchte also zunächst, ob man den in Fig. 19 und 20 dargestellten Versuchen ähnliche Versuche am *Dyticus*-Muskel anstellen kann, wenn man nur immer einen Tetanus anschreibt und zwischen diesem und dem nächstfolgenden z. B. eine Ruhepause von 5 Minuten einschaltet. Solche Versuche stellen die Fig. 23, I, II, III, IV, V und VII (1) und Fig. 24 I, II, III, IV und V (1) dar.

Wie man sieht, weichen die Versuche noch immer beträchtlich von den Versuchen am *Hydrophilus*-Muskel ab. Es zeigt sich aber ganz deutlich, dass die Erschöpfung, in welcher ein dem ersten Tetanus in kurzem Intervalle folgender zweiter Tetanus den Muskel trifft, keine definitive ist. Ein dem ersten Tetanus in längerem Intervalle folgender Tetanus zeigt vielmehr, dass sich der Muskel aus der Erschöpfung, welche dem ersten Tetanus folgte, wieder bis zu einem beträchtlichen Grade erholt hat, und dasselbe ist für jeden folgenden Tetanus der Fall, wenn ihn ein eben so langes Intervall von dem vorausgehenden trennt. Wenn man aber nun wieder einem Tetanus in kurzem Intervalle einen zweiten u. s. w. folgen lässt, tritt in den sich folgenden Tetanis wieder die grosse Erschöpfung des Muskels durch jeden vorausgehenden Tetanus zu Tage. Fig. 23 VI (1, 2, 3, 4, 5), Fig. 24 V (1, 2, 3) und die von V durch ein Intervall von 10 Minuten getrennte Gruppe VI (1, 2, 3, 4).

Die abwechselnde Erschöpfung durch längere Tetani und Wiedererholung durch längere Ruhepausen, wie sie beim *Dyticus*-Muskel beobachtet werden kann, demonstriren aber in sehr auffallender Weise die Versuche Fig. 25, 26, 27 und 28, in welchen Gruppen von längeren Tetanis in Pausen von 5 oder 10 Minuten angeschrieben sind, während die in den einzelnen Gruppen vorhandenen Tetani in Pausen von 46 Secunden sich wiederholen. In der Regel wurden in den einzelnen Gruppen nur zwei Tetani angeschrieben, wie in allen Gruppen der Fig. 25 und 28, in den Gruppen I, III, IV, V, VI, VII, VIII der Fig. 27 und in I, XI, XII, XIII, XIV der Fig. 26.

Drei aufeinanderfolgende Tetani in einer Gruppe wurden dann angeschrieben, wenn der zweite Tetanus einer Gruppe nicht auffallend niedriger war als der erste.

Ich habe schon bemerkt, dass dieser Fall meist erst in repetirten Gruppen auftrat. Er findet sich in Fig. 27, II und in sehr auffallender Weise in Fig. 26, II bis X. Bei dem letzteren Versuche sind die Gruppen durch Pausen von 10 Minuten getrennt. Ich bemerke aber, dass bei zahlreichen Versuchen, die in derselben Weise wie die in den Fig. 25—28 verzeichneten angestellt wurden, Versuche mit 5 Minuten Pause zwischen den Gruppen einen ähnlichen Verlauf nahmen, wie die Versuche in Fig. 26 und andererseits Versuche mit

10 Minuten Pause einen ähnlichen Verlauf, wie die Versuche in Fig. 25, 27 und 28, woraus ich entnehmen musste, dass 5 Minuten Ruhe den Muskel schon nahe auf jenen Grad der Erholung bringen, welchen er überhaupt zu erreichen im Stande ist. Dies scheint aber nur für eine bestimmte Zeit nach Herstellung des Präparates zu gelten. Wenn einmal viele Versuche an demselben Muskel angestellt wurden, gewinnen längere Pausen einen sichtlichen Einfluss auf den Grad der Erholung. Man beachte in dieser Beziehung Fig. 26 X, XI, XII, XIII, XIV, für welche die vorangehenden Ruhepausen 135, 30, 60, 180, 30 Minuten betragen. In Fig. 26 XIII und XIV ist nur der Anfang der Reizperiode der letzten an dem Präparate angestellten Versuche in der Tafel wiedergegeben, da an dem nun im Absterben begriffenen Muskel nur im Anfange der Reizbarkeit die verzeichneten Hebungen vorkamen.

Ich habe noch auf Fig. 27 IX und X zu verweisen, welche ebenso wie Fig. 23 VI und Fig. 24 VII die rasch zunehmende Erschöpfung des Muskels in Folge von in kurzen Intervallen repetirten Tetanis illustriren.

Bevor ich zu den Folgerungen aus unseren vergleichenden Versuchen übergehe, ist nun noch Einiges über den Verlauf der einzelnen langen Tetani bei *Dyticus* zu bemerken. Derselbe ist ein wesentlich anderer als beim *Hydrophilus*-Muskel.

Die ersten Tetani, welche vom frisch präparirten *Dyticus*-Muskel erhalten werden, steigen viel steiler an, als jene vom *Hydrophilus*, und meist zeigt sich am Ende des steilen Anstieges ein spitzer Gipfel, von welchem die Curve abfällt, um nach kürzerem oder längerem Verlaufe zu einem zweiten gedehnteren Berge anzusteigen, der oft höher ist als der erste Gipfel, von da fällt sie definitiv oder unter leichten Schwankungen, deren eine oft knapp am Schlusse liegt, gegen das Ende hin meist sehr beträchtlich ab. Fig. 23, 24, 25, 26, 27, I (1).

In den nach längeren Pausen dem zuerst angeschriebenen Tetanus zunächst folgenden Tetanuscurven kehrt meist nur der steile Anstieg, selten der erste Gipfel wieder. Fig. 23 II—VI (1), Fig. 24, II—IV, Fig. 26 II (1), III (1), IV (1), Fig. 28 II (1), III (1).

Dagegen fehlt der steile Anstieg gerade in den nach kurzen Intervallen angeschriebenen Tetanis oder ist in denselben doch weniger ausgesprochen, wie zahlreiche Curven, Fig. 23—28, zeigen.

Der steile Anstieg fehlt auch in den nach öfterer Repetition von Tetanis in abwechselnd längeren und kürzeren Pausen erhaltenen Tetanuscurven 1 von späteren Gruppen, z. B. Fig. 24 V (1) und VI (1), Fig. 26 V (1), seltener kommt dies auch schon bei früheren Gruppen vor, z. B. Fig. 27 II (1) und III (1).

Solche im Anfange sehr allmälig ansteigende Curven erheben sich dann oft erst am Ende des Tetanus zu ihrer grössten Höhe, wie viele Beispiele in den Tafeln ergeben.

Der steile Anstieg kann sich aber dann bei späteren Gruppen wieder einstellen, wenn grössere Reizstärken zur Hervorbringung des Tetanus angewendet werden, z. B. Fig. 26 VI (1), X (1), XI (1), Fig. 27 IV (1) und VI (1).

Endlich ist für die Tetanuscurven des *Dyticus*-Muskels noch anzuführen, dass sie sehr häufig, aber bei weitem nicht immer von Contractur begleitet sind, die oft gerade bei den ersten Tetanuscurven so bedeutend ist, dass das Ende des Tetanus nur durch eine leichte Senkung in der Curve angedeutet erscheint.

Ich habe nun in aller Kürze angeführt, was bei den Tetanusversuchen am *Dyticus*-Muskel als besonders bemerkenswerth im Vergleiche mit dem *Hydrophilus*-Muskel hervortritt. Einer genaueren Analyse der Erscheinungen, die sich in den meisten Fällen nur schwer und häufig auch gar nicht geben lässt, bin ich vorläufig absichtlich aus dem Wege gegangen.

Hätte ich die früher erwähnten Versuche am *Hydrophilus*-Muskel nicht schon angestellt gehabt, als ich die Untersuchung des *Dyticus*-Muskels begann, so hätte die letztere vielleicht eine ganz andere Gestalt angenommen. So wie die Dinge lagen, wollte ich ja aber gerade erfahren, wie sich der *Dyticus*-Muskel den Einwirkungen gegenüber verhält, gegen welche sich der *Hydrophilus*-Muskel so ausdauernd zeigte.

Wie lückenhaft unsere an beiden Muskelarten gasammelten Erfahrungen nun aber auch sein mögen, ihre Gegenüberstellung berechtigt uns doch zu einigen wichtigen Folgerungen. Der *Hydrophilus*-Muskel erhält sich trotz anstrengender Leistungen durch lange Zeit so leistungsfähig, dass er, wenn ihm auch nur kurze Ruhe

zwischen längeren und in gewisser Zahl aufeinanderfolgenden Perioden der Thätigkeit gewährt wird, doch nur ganz allmälig erschöpft wird. Der *Dyticus*-Muskel dagegen wird durch anstrengende Leistungen in verhältnissmässig kurzer Zeit erschöpft, wenn ihm aber zwischen den Perioden erschöpfender Thätigkeit auch längere Ruhe gewährt wird, so kann er sich während der letzteren auch nach oft wiederholter solcher Anstrengung immer wieder bis zu einem gewissen Grade erholen.

Aufbrauch und Wiedergewinn von potentieller Energie nehmen also im *Hydrophilus*-Muskel einen ganz anderen Verlauf als im *Dyticus*-Muskel. Das ist den beobachteten Thatsachen unmittelbar zu entnehmen. Eine nähere Präcisirung dieser physiologischen Verschiedenheit lässt sich aber vorläufig nicht geben, weil uns über die Natur des chemischen Processes in den beiden Muskelarten nur ganz allgemeine Vermuthungen aufzustellen möglich ist.

Nehmen wir an, dass die isolirten Muskeln, und um solche handelt es sich in unseren Versuchen, Materiale in sich aufgespeichert enthalten, welches sie befähigt, mechanische Leistungen zu erbringen und nennen wir dasselbe angebildetes Arbeitsmateriale.

Setzen wir ferner voraus, dass dem Muskel zu Arbeitszwecken anbildbares Materiale zur Verfügung steht, sei es in den zum Aufbau des Muskels selbst verwendeten Substanzen, sei es in den Resten von Nährflüssigkeit, welche auch noch den isolirten Muskel durchtränken, und nehmen wir an, dass er aus diesem anbildbaren Materiale den Verbrauch von angebildetem Arbeitsmateriale ersetzt; dann wären für Aufbrauch und Wiedergewinn von potentieller Energie, wie wir sie am *Hydrophilus*- und *Dyticus*-Muskel beobachten können, eine Reihe von Annahmen möglich.

Der *Hydrophilus*-Muskel könnte so ausdauernd gefunden werden, wie wir ihn beobachtet haben, weil er einen grossen Vorrath von angebildetem Arbeitsmateriale in sich enthält, der aber unter dem Einflusse zeitlicher Verbrauchshemmungen steht, so dass derselbe nicht auf einmal, sondern nur allmälig verbraucht werden kann. Daneben könnte noch überdies eine ebenso allmälige Anbildung von Arbeitsmateriale stattfinden; oder aber wir könnten auch annehmen, dass ohne besonderen Vorrath an Arbeitsmateriale beim *Hydrophilus*-Muskel Verbrauch und Anbildung von Arbeitsmateriale immer nahezu gleichen Schritt halten. Durch beide Annahmen würde sich erklären, dass der *Hydrophilus*-Muskel lange Zeit ohne Erschöpfung thätig sein kann.

Beim *Dyticus*-Muskel weisen die Erscheinungen auf wesentlich andere Vorgänge hin. Er besitzt keinen anhaltenden Vorrath von Arbeitsmateriale; was er davon in sich enthält, verbraucht er, wenn Leistungen von ihm angesprochen werden, rasch und ungehemmt, diesem Verbrauch hält die Anbildung niemals Schritt. Er bedarf, um sich leistungsfähig zu erhalten, immer längerer Ruhepausen, während welcher sich die Anbildung von Arbeitsmateriale vollziehen kann, welches er bei erneuter Erregung eben so rasch wieder verbraucht.

VII. Die Muskelzuckung von Hydrophilus, Dyticus und einigen anderen Käfern.

Man wird bei Durchlesung dieses Abschnittes, welcher hauptsächlich den zeitlichen Verlauf der Muskelzuckung bei verschiedenen Käfern behandeln soll, vielleicht die Frage aufwerfen: Warum ich diese Mittheilungen nicht an erster Stelle in dieser Abhandlung gebracht habe?

Der Grund dafür ist einfach der, dass ich Tetanisirungsversuche an den Muskeln von *Hydrophilus* und *Dyticus* in der That viel früher anstellen lernte, als mir auch die Darstellung von Einzelzuckungen gelang. Bei den Tetanusversuchen bin ich aber sofort auf das früher behandelte, merkwürdige, grosse Vermögen und die Ausdauer des *Hydrophilus*-Muskels im Tetanus geführt worden und das bedingte die Parallelversuche am *Dyticus*-Muskel. Das so auffallend abweichende Resultat beider Versuchsreihen machte mir aber die Versuche, auch Einzelzuckungen von beiden Muskeln zu gewinnen, zur gebieterischen Nothwendigkeit, weil ich mir sagen musste, dass in diesen ein Element für die Erklärung der früher mitgetheilten Versuche vor Allem gefunden werden könne.

Es gelang mir dann auch bald, solche Einzelzuckungen darzustellen, und ich habe das Ergebniss dieser Untersuchungen für sich in meiner Abhandlung:[1] „Zur Kenntniss des Zuckungsverlaufes quergestreifter Muskeln", vor einiger Zeit veröffentlicht.

Ich bin damals die genauere Beschreibung der Herstellung der Präparate und der Einrichtung der Versuche schuldig geblieben.

Jetzt verweise ich in dieser Beziehung auf den dritten Abschnitt dieser Abhandlung insonderheit auf S. 15 [207], wo diese Beschreibung gegeben ist.

Ich habe aber seither noch bei einigen anderen Thieren solche Einzelzuckungen dargestellt und ausserdem auch Reihen von Einzelzuckungen von *Hydrophilus* und *Dyticus* auf langsam bewegter Schreibfläche.

An die Mittheilung dieser neuen Versuche muss ich aber des Zusammenhanges wegen auch Einiges von den schon veröffentlichten Versuchen anknüpfen.

In der vorerwähnten Abhandlung habe ich Zuckungscurven und deren zeitliche Auswerthung von *Dyticus marginalis, Hydrophilus piceus* und *Melolontha vulgaris* veröffentlicht.

Dazu füge ich jetzt den zeitlichen Verlauf der Zuckung in den Schenkelstreckern von *Cybisteter Roeseli Lucanus cervus* und zweier *Carabiden* nämlich von *Procerus gigas* und *Procrustes coriaceus*. Er wurde in derselben Weise auf myographischem Wege ermittelt, wie bei den früheren Käfern.

In Fig. 29, Taf. IV, finden sich Myogramme von Einzelzuckungen jener Käfer, mit Ausnahme von *Cybisteter*, zusammengestellt, und zwar entsprechen dieselben Zuckungen, welche bei 1—2 Grm. am Hebel wirkendem Gewichte durch einen einzigen Öffnungsinductionsschlag hervorgebracht wurden. Die Stimmgabelschrift darunter gibt $^1/_{100}$ Secunden an.

Der Zuckungsverlauf ist in der beifolgenden Tabelle zusammengestellt, welche die Dauer der einzelnen Stadien einer Zuckung in Secunden angibt.

Käfer	Stadium der latenten Reizung	Zuckung	aufsteigender Curventheil	absteigender Curventheil	Abbildung einer Zuckung in Taf. III, Fig. 29
Dyticus marginalis . .	0·017	0·112	0·055	0·057	*A*
Cybisteter Roeseli	0·016	0·115	0·059	0·056	—
Procrustes coriaceus . . .	0·040	0·292	0·061	0·231	*F*
Procerus gigas	0·045	0·296	0·064	0·232	*E*
Hydrophilus piceus . . .	0·047	0·350	0·108	0·242	*D*
Lucanus cervus	0·047	0·380	0·110	0·270	*B*
Melolontha vulgaris . . .	0·075	0·527	0·116	0·411	*C*

Die Zahlen für *Cybisteter* und *Lucanus* sind eben so wie jene von *Dyticus*, *Hydrophilus* und *Melolontha* die Mittelzahlen[2] aus einer grossen Anzahl von Versuchen, dagegen standen mir für *Procrustes* und *Procerus* nur je fünf Versuche zu Gebote und sind die angegebenen Zahlen aus diesen wenigen Versuchen berechnet. Bemerkenswerth ist die Folge, in welcher die Thiere in der Tabelle auftreten, gewiss.

Die Muskeln der zwei Dyticiden stimmen mit einander überein, so wie sie auch einen übereinstimmenden Bau haben.

Dann folgen die Muskeln der zwei Carabiden. Es stehen aber auch in Bezug auf den Bau die Muskeln dieser Thiere jenen der Dyticiden näher. Beide Familien haben Muskeln mit Kernenreihen im Innern, die in grösseren Ansammlungen von Sarcoplasma liegen. Sie unterscheiden sich aber durch die Form und Anordnung der Muskelsäulchen. Die Cohnheim'schen Felder sind bei den Dyticiden sehr verlängert und radiär gestellt, bei den genannten Carabiden polygonal und ebenmässig entwickelt. Die Muskelfasern der Hydro-

[1] Sitzungsber. d. mathem.-naturw. Cl. d. kais. Akad. d. Wissensch. in Wien, Bd. LXXXIX, Abth. III, 1884, S. 346.

[2] Vergl. l. c. S. 350.

philiden, Lucaniden und Scarabaeiden haben ihre Kerne an der Oberfläche dicht unter dem Sarcolemma. In Bezug auf die Grösse des Gesammtquerschnittes und die Grösse ihrer polygonalen Cohnheim'schen Felder stehen die Muskeln von *Lucanus*, jenen des *Hydrophilus* näher, als denen von *Melolontha*.

Am meisten verschieden von allen übrigen Zuckungscurven ist, wie ein Blick auf Fig. 29 lehrt, die Zuckungscurve der Dyticiden nicht nur durch ihren raschen Verlauf und ihre Höhe, sondern auch durch die energischen, um die Abscissenaxe auf- und abgehenden elastischen Endschwankungen.

Diese halten sich in den Curven der trägeren Muskeln meist über der Abscissenaxe und sind viel weniger energisch.

Ebenso wie die Zuckung fällt auch der oben näher erwähnte Bau der Dyticiden-Muskeln als der von allen anderen Muskeln am meisten verschiedene auf.[1]

Ich schliesse hier die Besprechung von Einzelzuckungen der Muskeln von *Dyticus* und *Hydrophilus* an, welche ich, hauptsächlich mit Rücksicht auf die Versuche, die im nächsten Abschnitte mitgetheilt werden sollen, auf langsam bewegter Schreibfläche des Myographion dargestellt habe. Die Versuche sind in Fig. 30 (1—9) durch Beispiele illustrirt, deren Mittheilung genügt, weil alle Versuche, die ich angestellt habe, und es ist das eine sehr grosse Zahl, einen hohen Grad von Übereinstimmung unter einander zeigen.

Fig. 30 (1) sind Einzelzuckungen des Schenkelstreckers von *Dyticus* an einem ganz frisch präparirten Muskel. Am Hebel wirkte ein Gewicht von 2 Grm., der Rollenabstand betrug 120^{mm}, und wechselten Öffnungs- und Schliessungsschläge mit einander ab.

Nachdem 12 Zuckungen, wie in Fig. 30 (1), dargestellt waren, wurden fünf Minuten Pause gemacht, worauf unter den früher genannten gleichen Bedingungen der Versuch Fig. 30 (2) folgte.

Das Intervall zwischen den Zuckungen in 1 betrug im Mittel nahe an 6 Secunden, während in 2 die Zuckungen in einem Intervalle von ungefähr 1·5 Secunden aufeinanderfolgten. Dass der Abstand der Zuckungen in diesen und den übrigen Versuchen der Fig. 30 kein völlig gleichmässiger ist, wie sich aus der directen Betrachtung und der Vergleichung mit der unter den Zuckungscurven angebrachten, Secunden darstellenden Zeitschrift ergibt, ist dem Umstande zuzuschreiben, dass die intendirte Austheilung der Reize bei dem Verfahren, welches ich benützte, nur nahezu erreicht wurde. Das soll im nächsten Abschnitte noch berührt werden.

In den Versuchen 1 und 2 ist die grössere Höhe der ersten Zuckung bemerkenswerth, die übrigen Zuckungen verliefen mit abwechselnd grösserer und geringerer Höhe ziemlich gleichmässig.

Fig. 30 (3) stellt Einzelzuckungen des *Dyticus*-Muskels dar, wieder bei 2 Grm. am Hebel wirkendem Gewichte und 120^{mm} Rollenabstande in Intervallen von 1·5 Secunden, nachdem an demselben Präparate unmittelbar vorher eine Reihe von kurzen, in kurzen Intervallen folgende Tetani bei wechselnder Reizfrequenz dargestellt worden waren und der Muskel dadurch in den Zustand der Erschöpfung gebracht worden war. Die Einzelzuckungen erscheinen im Vergleiche mit 1 und 2 sehr niedrig und auch gedehnt.

Fig. 30 (4 und 5) sind Einzelzuckungen eines ganz frisch präparirten Schenkelbeugers von *Hydrophilus*, bei 4 Grm. am Hebel wirkendem Gewichte und einem Rollenabstand von 60^{mm} erhalten.

Fig. 30 (6 und 7) stellen unter denselben Bedingungen erhaltene Einzelzuckungen eines *Hydrophilus*-Muskels dar, welcher durch viele vorausgehende Tetanusversuche ermüdet war. Die Zuckungen erscheinen sehr stark gedehnt. In noch viel höherem Maasse tritt aber diese bekannte[2] Dehnung der Zuckungen durch die Ermüdung in Fig. 30 (8 und 9) hervor, welche Versuche an einem sehr stark ermüdeten *Hydrophilus*-Muskel wiedergeben.

In Fig. 30 (9) setzen sich die starkgedehnten Zuckungen des ermüdeten Muskels schon deutlich zu einem niedrigen Tetanus von klonischem Verlaufe zusammen und ist, was ich gleich hier bemerken will, durch die Tetanuscurve Fig. 30 (9) so zu sagen ad oculos auch das Gefüge dieses Tetanus blossgelegt.

[1] Vergleiche über die hier kurz berührten Verschiedenheiten des Baues der Muskelfasern meine Untersuchungen etc.“ Diese Denkschriften, Bd. XLIX, S. 81 und Bd. LI, S. 23.

[2] Funke, Über den Einfluss der Ermüdung auf den zeitlichen Verlauf der Muskelthätigkeit. Freiburger Programm. 1873.

Wir werden auf diese Thatsache im nächsten Abschnitte zurückkommen. Sie ist, wenn auch nicht so auffallend wie in Fig. 30 (9), schon in Fig. 30 (8) zu beobachten.

Die Belastungen und Reizstärken waren in den eben mitgetheilten Versuchen nach den Erfahrungen gewählt, welche in den Versuchen über die Einzelzuckungen in Folge eines einzigen Öffnungsinductionsschlages gewonnen worden waren.

Die beschriebenen Versuche berechtigen uns zu den folgenden Schlüssen:

Der frische *Dyticus*-Muskel ist dem frischen *Hydrophilus*-Muskel in Bezug auf Schnelligkeit und Energie der Einzelzuckung weit überlegen. Man erinnere sich hier daran, dass die für die Versuche benützten *Dyticus*-Muskeln an Länge den benützten *Hydrophilus*-Muskeln nachstehen, während die Verkürzungsgrösse der ersteren die der letzteren weit übertrifft.

Der *Dyticus*-Muskel verliert aber durch fortgesetzte Thätigkeit rasch die Energie seiner Zuckungen und zwar diese in viel höherem Grade, als die Schnelligkeit der Zuckung; aber auch die letztere nimmt deutlich ab.

Der träger zuckende *Hydrophilus*-Muskel erhält sich dagegen auch nach lange fortgesetzter Thätigkeit die Energie seiner Zuckungen noch in verhältnissmässig wenig verringertem Grade, dagegen werden die Zuckungen im Verlaufe einer länger und öfter fortgesetzten Thätigkeit allmälig immer gedehnter, so dass schliesslich die Zuckung des Muskels eine über zwanzig Mal längere Dauer zeigen kann, als am frischen Muskel.

VIII. Entstehung des Tetanus bei Hydrophilus und Dyticus.

Nach den Erfahrungen, welche namentlich Kronecker und Stirling an den flinken und trägen Muskeln vom Kaninchen gesammelt hatten, war vorauszusehen, dass die Muskeln von *Hydrophilus* bei steigender Frequenz tetanisirender Reize ganz andere myographische Bilder ergeben werden, als die Muskeln von *Dyticus*. Bei den ersteren war nach den Zuckungszeiten frischer Muskeln, die im vorausgehenden Abschnitte zusammengestellt sind, eine Rückkehr zur Ruhelänge zwischen den, den einzelnen Reizen entsprechenden Zuckungen nur zu erwarten, wenn die Anzahl isoperiodisch folgender Reize in der Secunde unter 3 betragen würde, bei den Dyticiden-Muskeln dagegen noch bei allen unter 8 liegenden Reizfrequenzen.

Über die Reizfrequenzen von 2·52 in der Secunde bei *Hydrophilus*, und 7·75 in der Secunde bei *Dyticus* hinaus, waren zunächst mit Zacken versehene klonische Tetani zu erwarten, die bei steigender Reizfrequenz bei *Hydrophilus* viel früher als bei *Dyticus* in glatten Tetanus übergehen müssten.

Ich strebte auch zur Prüfung dieser Thatsachen Repetirversuche nach Art der in den Abschnitten IV und VI mitgetheilten an. Nur sollten dabei den Muskeln viel kürzere Tetani in längeren Pausen sich folgend auferlegt werden.

Als ich mich nach einem passenden Mittel besann, um bei solchen Versuchen die Reizfrequenz innerhalb der erwünschten Grenzen rasch und bequem zu ändern, zog ich einen Foucault-Rhumkorf'schen Interruptor heran, welchen früher schon Stirling[1] und Kronecker und Stirling[2] bei physiologischen Versuchen benützt haben.

Ich bemerke, dass einzelne meiner Versuche schon in das Jahr 1883 zurückreichen.[3] Dieser Unterbrecher entspricht freilich in mancher Beziehung nicht den Anforderungen, welche man an einen solchen Apparat gerne stellen wird, aber für die nächsten Zwecke, die ich anstrebte, fielen die Versuche damit so befriedigend aus, dass ich in Ermanglung einer anderen Vorrichtung damit weiter arbeitete.

Der Verlauf der Versuche liess mich aber schliesslich doch bedauern, dass mir bis heute keiner von den neueren Reizapparaten, wie sie Bohr, v. Voit und v. Frey benützen konnten, zur Verfügung stand.

[1] Stirling, Arbeiten aus der physiologischen Anstalt zu Leipzig. 1874, S. 223.

[2] L. c. S. 5.

[3] Zuckungscurven und die in diesem Abschnitte mitzutheilenden Versuche über Tetanus bei steigender Reizfrequenz von *Hydrophilus* und *Dyticus* habe ich in Originalcurven auch schon auf der Naturforscherversammlung in Strassburg demonstrirt.

Der Interruptor, welchen ich benützte, war ein sogenannter doppelter mit eigenem Strome als Motor für den Unterbrecher und davon getrenntem zweiten ausnutzbaren Strome.

Er hatte sonst die gewöhnliche Form. [1]

Bekanntlich kann die Oscillationsgeschwindigkeit des Hammers dieses Unterbrechers variirt werden, durch verschiedene Einstellung einer schweren Metallkugel, die nach Art eines Laufgewichtes an einer vertical auf den Hammer aufgesetzten Stange verschiebbar ist.

Die Anordnung der Versuche blieb dieselbe, wie sie in Fig. 6, Taf. I schematisch dargestellt ist, nur wurde an Stelle des aus dem Inductorium ausschaltbaren Halske'schen Stromunterbrechers der von Foucault eingeschaltet.

Ich überzeugte mich zunächst, dass eine ganz constante Kette als Motor für den Interruptor und eine bestimmte Entfernung des Ankers von den Elektromagnetpolen vorausgesetzt, jede bestimmte Einstellung der früher erwähnten Metallkugel auf der Stange auch eine ganz bestimmte und immer wiederkehrende Oscillationsgeschwindigkeit des Hammers ergibt, die auch sehr gut gemessen werden kann.

Als Motor für den Interruptor diente eines der früher genannten constanten Zinkkupferelemente.

An dem benützten Unterbrecher befand sich für gewöhnlich eine 14^{cm} lange Stange für die Metallkugel, an deren Stelle konnte aber auch eine viel längere, die ich gelegentlich benützte, eingeschraubt werden.

Wenn sich die Metallkugel ganz am oberen Ende der 14^{cm} langen Stange befand, gab der Hammer nahe an drei Schwingungen in der Secunde, wenn sie auf 14^{cm} herabgeschoben wurde, gab er über 19 Schwingungen in der Secunde, durch langsames Verschieben der Metallkugel an der Stange liessen sich alle dazwischen liegenden Frequenzen erhalten.

Für die Versuche fand ich es dagegen bequem und zweckmässig, die Kugel in Sprüngen auf der Stange einzustellen. Ich ging damit von 0 (Stellung der Metallkugel am obersten Ende der Stange) auf 3, 6, 9, 12, 14^{cm} nach abwärts und nahm schliesslich die Metallkugel ganz fort. Bei diesen Stellungen der Metallkugel ergaben sich die nachfolgenden Schwingungen des Hammers in der Secunde, deren mit zwei multiplicirte Anzahl bei wirksamen Öffnungs- und Schliessungsschlägen die Anzahl der Reize in der Secunde ergibt.

Einstellung der Metallkugel	Anzahl der Oscillationen in der Sec.	Anzahl der Reizungen in der Sec.	Nummer der Abstufung
0	2·98	5·96	1
3	3·65	7·30	2
6	4·47	8·94	3
9	5·63	11·26	4
12	7·58	15·16	5
14	9·70	19·40	6
weg	12·15	24·30	7

Bestimmt wurden die Schwingungszahlen aus je zwei Zeitschriften, die auf rotirender Trommel erhalten wurden, von welchen immer die eine Secunden markirte, die andere aber den Gang des Unterbrecherwerkes mittelst eines in den Kreis des zu unterbrechenden Stromes geschalteten Signal Deprez verzeichnete.

Zur Verdeutlichung des Gesagten möge Fig. 37 II dienen. Unter dem angeschriebenen Tetanus *a* sind in *b* Secunden, in *c* mit dem Signal Deprez die Reizfrequenz (unserer Abstufung 1 entsprechend) verzeichnet. Die Marken nach aufwärts in *c* bedeuten Öffnung, die Marken nach abwärts Schliessung des Stromes. Gleichabstehend sind die Öffnungen und Schliessungen bei diesem Unterbrecher eben so wenig wie bei dem gewöhnlichen Hammerwerke des Inductorium. Es ist vielmehr aus *c* zu ersehen, dass das Intervall zwischen Schlies-

[1] Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität, Bd. IV. Braunschweig 1885, S. 516, Fig. 105.

sung und Öffnung grösser ist, als das Intervall zwischen Öffnung und darauffolgender Schliessung. Die Intervalle, deren Verhältniss bei den verschiedenen Frequenzen des Hammers des Unterbrechers variirt, lassen sich aber aus den Curvenschriften bestimmen.

Für alle unsere Frequenzabstufungen fielen die Schriften ähnlich scharf aus, wie in Fig. 37 II *c*. Sie wurden unter dem Mikroskope mikrometrisch ausgemessen und so die Intervalle ermittelt. Diese Möglichkeit ist für die Anwendbarkeit des Unterbrechers von Wichtigkeit.

Unser Reizapparat gibt abwechselnd stärker und schwächer wirkende Inductionsschläge, dieser Umstand zusammen mit den alternirend grösseren und kleineren Intervallen der Schläge bedingt eine in vieler Beziehung unliebsame Complication und erschwerte Auslegung der Myogramme. Dagegen tauscht man aber, namentlich für vergleichende Versuche, wie die mitzutheilenden, auch einen kleinen Vortheil ein und dieser ist, dass solche Myogramme gleichsam als Erprobung der Treue anzusehen sind, mit welcher der Muskel die ihn treffenden Reize abbildet. Innerhalb der Grenzen, in welchen ich den Interruptor benützte, functionirte derselbe mit den angeführten Besonderheiten völlig regelmässig und in quantitativ bestimmbarer Weise, wenn er nur sauber gehandhabt wurde. Über die angeführten sieben Abstufungen hinaus, habe ich denselben nicht benützt. Für jede den erwähnten sieben Abstufungen entsprechend verzeichnete Frequenz wurde die Anzahl der Schwingungen von 10 zu 10 der gleichzeitig markirten Secunden dem ganzen Umfange des rotirenden Cylinders entsprechend, gezählt, und daraus die Anzahl der Schwingungen in der Secunde berechnet, die in der früheren Tabelle verzeichnet ist. Eine sehr gute Controle für den Gang des Interruptors geben aber die Myogramme selbst ab, zu welchen ich nun übergehe.

Myogramme bei steigender Frequenz des Interruptors und zwar den verzeichneten Abstufungen entsprechend, sind in den Fig. 31 und 32, Taf. VIII und 33, Taf. IX wiedergegeben. Bei der Vergleichung der am *Hydrophilus* angestellten Versuche Fig. 31 mit den am *Dyticus* angestellten Versuchen Fig. 32 und 33 ergibt sich sofort eine ganz grosse, in die Augen springende Verschiedenheit.

Reiz- und Intermissionsperioden waren bei den Versuchen wieder durch Stellung des Sectors am rotirenden Schlüssel Fig. 6 abgegrenzt. Je sieben Curven in den Fig. 31, 32 und 33 gehören zu einer Gruppe zusammen und entsprechen den sieben verschiedenen Frequenzen des Interruptors.

Bei dem Versuche am *Hydrophilus* liegen die Abscissen einander näher und wurde derselbe bei langsam bewegten Wagen *W*, Fig. 6, in ununterbrochener Folge der Abscissen angeschrieben.

Bei den Versuchen am *Dyticus* wurde jede Gruppe für sich über dem höchsten Punkt der vorausgegangenen angefangen dadurch, dass der Wagen *W*, Fig. 6, ehe die erste Curve der folgenden Gruppe fiel, mit der Hand passend verschoben wurde, die Abscissen der Curven in den einzelnen Gruppen stehen weiter von einander ab als bei den Versuchen am *Hydrophilus*. Das wurde dadurch erreicht, dass dem Wagen *W*, Fig. 6, seine maximale Geschwindigkeit gegeben wurde. Die beiden zuletzt genannten Anordnungen wurden getroffen, um die Curvenschriften von *Dyticus* nicht zu verwirren.

Um eine Wiederholung der Angaben über einzelne Bedingungen der Versuche Fig. 31, 32 und 33 enthoben zu sein, stelle ich diese Bedingungen in einer Tabelle zusammen. (Siehe die folgende Seite.)

Die Dauer der Erregung betrug in den Versuchen Fig. 31 und 32 im Mittel 1·5 Secunden, die Pause zwischen den Erregungen etwas über eine Minute; in dem Versuch Fig. 33 war die Dauer der Erregung im Mittel zwei Secunden, die Pause etwas über eine Minute.

Nachdem die Curve IX des Versuches Fig. 31 angeschrieben war, wurden noch acht Gruppen von Curven angeschrieben, wie die Gruppen I, II, III und IV. Der Versuch hatte dann über $1^1/_2$ Stunden gedauert, es war nur eine geringe Abnahme der grössten Höhe der einzelnen Curven zu bemerken.

Die Versuche Fig. 32 und 33 am *Dyticus* sind vom Anfange bis zum Ende wieder gegeben.

In Fig. 32 zeigen die Curven der Gruppe I mit jenen der Gruppe II und diese mit jenen der Gruppe III verglichen, ein ganz beträchtliches Absinken der Höhen der einzelnen Curven. In Fig. 33 tritt dieses Absinken, wie ein Vergleich der Curven, die hier in den Gruppen I—V dargestellt sind, ergibt, viel später ein.

Bezeichnung des Versuches	Nummer der Curvengruppe	Nummer der Curve	Am Hebel wirkendes Gew. in Grm.	Abstand der Rollen des Inductorium in Millim.	Nummer der Abstufung d. Reizfrequenz f. d. einzelnen Curven
			Hydrophilus		
Fig. 31. (Taf. VIII)	I.	.	8	60	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
	II.	.	6	„	„
	III.	.	10	„	„
	IV.	.	8	„	„
	.	V.	8	„	1
	.	VI.	6	„	„
	.	VII.	10	„	„
	.	VIII.	6	„	„
	.	IX.	10	„	„
			Dyticus		
Fig. 32. (Taf. VIII)	I.	.	3	120	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
	II.	.	„	„	„
	III.	.	„	„	„
Fig. 33. (Taf. IX)	I.	.	2	„	„
	II.	.	„	„	„
	III.	.	„	„	„
	IV.	.	„	„	„
	V.	.	„	„	„

Der Versuch Fig. 32 wurde an einem vom Hause aus mit grösserer Energie ausgestatteten Präparate angestellt, als der Versuch Fig. 33.

Auf diese Verschiedenheit stösst man bei *Dyticus* oft und leicht. Es wäre aber den Thatsachen nicht entsprechend, wenn man sich darum vorstellen wollte, dass alle Versuche, welche so wie Fig. 32 anfangen, auch so wie Fig. 32 verlaufen müssen und alle die wie Fig. 33 anfangen, auch so verlaufen wie dieser Versuch. Im Gegentheile hier herrschen bei *Dyticus* die allergrössten Verschiedenheiten. Ein anfangs kräftiger Muskel ist oft sehr bald erschöpft und andererseits kann ein anfangs weniger kräftiger Muskel oft sich so lange auf einer gewissen Höhe der Energie erhalten, dass an ihm viel mehr Versuche gelingen, als an dem ersteren. Kurz auch bei den neu angeordneten Versuchen treten am *Dyticus*-Muskel die mannigfachen Abweichungen zu Tage, welche früher bei den langen Tetanis hervorgehoben wurden. Der Versuch Fig. 32 dauerte etwas über 22 Minuten, der Versuch Fig. 33 etwas über 30 Minuten. Die Versuche Fig. 31, 32 und 33 zeigen also in neuer Weise die grosse continuirliche Ausdauer des *Hydrophilus*-Muskels gegenüber dem *Dyticus*-Muskel bei einer analogen Art der Thätigkeit beider. Der *Dyticus*-Muskel zeigt sich auch jetzt viel rascher erschöpft.

Es ist aber den Versuchen auch wieder unmittelbar zu entnehmen, dass der *Dyticus*-Muskel im Anfange durch die grosse Energie seiner raschen Zuckungen ausgezeichnet ist.

Der *Hydrophilus*-Muskel zeigt schon bei der Reizfrequenz Nr. 1 einen klonischen (mit Zacken versehenen), durch Überlagerung von Einzelzuckungen ansteigenden Tetanus, und dieser geht bei Zunahme der Reizfrequenz bis Nr. 7 in einen nahezu glatten Tetanus über.

Beim *Dyticus*-Muskel dagegen findet bis zur Reizfrequenz Nr. 5 wenigstens zwischen den den längeren Intervallen entsprechenden Reizen noch Rückkehr zur Ruhelage oder bis nahe zu derselben statt.

Eine genauere Analyse der *Dyticus* Curven werden wir gleich später nach Bestimmung der Reizintervalle geben.

Zu bemerken ist, dass die Zacken der Tetani sowohl bei *Hydrophilus* als *Dyticus* ihrer Zahl nach immer übereinstimmen mit der Anzahl der Reize, welche den Muskel getroffen haben, und dass bei Zunahme der Reizfrequenz sowohl bei *Hydrophilus* als bei *Dyticus* die dem kleineren Intervalle zwischen Öffnungs- und

Schliessungsschlage [1] entsprechenden Zuckungen früher mit einander verschmelzen, als die dem grösseren Intervalle zwischen Schliessungsschlage und darauffolgendem Öffnungsschlage entsprechenden Zuckungen. Beide Muskeln geben also ein treues Bild der Frequenz der Reize, die sie treffen.

Was die Höhe der Zuckungen anbelangt, so ist diese, gleiche Reizstärke vorausgesetzt, bei dem mit trägeren Zuckungen antwortenden *Hydrophilus*-Muskel während langer Zeiten nur innerhalb enger Grenzen variabel, der *Dyticus*-Muskel mit seinen, ich möchte sagen explosionsartigen Zuckungen ergibt bei derselben Reizstärke in rasch aufeinanderfolgenden Zeiten an Höhe beträchtlich variirende Zuckungen. Hätte ich nicht stets die Controle der von mir verwendeten Reizapparate durch den so prompt antwortenden *Hydrophilus*-Muskel zur Seite gehabt, so würde mich der *Dyticus*-Muskel zu den grössten Bedenken in Bezug auf die Verlässlichkeit der Apparate veranlasst haben. Wenn man aber beide Muskeln unmittelbar mit einander bei Anwendung derselben Methoden vergleicht, bleibt nur die Annahme möglich, dass die Unregelmässigkeiten, welche am *Dyticus*-Muskel zu Tage treten, während sie am *Hydrophilus*-Muskel fehlen, ihren Grund nicht in dem Zufalle haben, dass die Apparate das eine Mal regelmässig und das andere Mal unregelmässig functionirten, sondern dass der Grund dafür in einer inneren Verschiedenheit beider Muskeln zu suchen ist. Die Versuche Fig. 31 am *Hydrophilus* und Fig. 32 am *Dyticus* sind an frisch eingefangenen Thieren an demselben Tage (6. September 1884) so angestellt, dass Versuch Fig. 32 vorausging, dann folgte Versuch Fig. 31. Der Versuch Fig. 33 ist am folgenden Tage angestellt. Solche Beispiele könnte ich noch viele anführen.

Die Versuche erledigen also nicht nur die Frage, ob der *Hydrophilus*-Muskel bei steigender Reizfrequenz früher in Tetanus verfällt, als der *Dyticus*-Muskel, sie weisen auch noch auf andere Eigenthümlichkeiten beider Muskeln hin.

In Bezug auf die Frage der Entstehung des Tetanus bei *Hydrophilus* und bei *Dyticus* lehren uns aber die Versuche auch noch weitere wichtige Thatsachen.

Der Betrachtung der Curve in Fig. 31 ist zu entnehmen, dass der Muskel von *Hydrophilus* dadurch auf die grösste Höhe des Tetanus emporkommt, dass er schon von niedrigen Reizfrequenzen angefangen, eine mit zunehmender Reizfrequenz in entsprechender Weise wachsende Anzahl von Zuckungserfolgen summirt. Bei dem flinken *Dyticus*-Muskel mit seinen hohen und schnellen Zuckungen verhält sich dies etwas anders. Ehe ich darauf eingehe, möchte ich noch der Erscheinung, welche sich bei Betrachtung der Fig. 33 in sehr auffälliger Weise darstellt, in Fig. 32 aber fast völlig fehlt, einige Bemerkungen widmen.

Es ist die ganz ausserordentliche Höhe der ersten Zuckung, die namentlich in den ersten Curven der Gruppe I der Fig. 33 und ebenso in den meisten Fällen an den ersten Curven der übrigen Gruppen der Fig. 33 ganz unzweideutig hervortritt. Diese Erscheinung ist zwar nicht constant, aber in der überwiegenden Anzahl von Fällen an ganz frisch präparirten Muskeln in den ersten Curven vorhanden, und kann sich dann, wie Fig. 33 zeigt, auch während der fortgesetzten Versuche erhalten, oder sie fehlt, was seltener ist, in den späteren Gruppen. Es kommt aber auch vor, dass die Erscheinung in späteren Gruppen auftritt, während sie anfänglich fehlte. In den 29 Versuchen, welche ich an den Schenkelstreckern und Beugern des *Dyticus* nach Art der Versuche in Fig. 32 und 33 angestellt habe, wurden folgende Verhältnisse bemerkt. Die Erscheinung ist in den Curven der ersten Gruppe vorhanden in 18 Fällen, sie fehlt in den Curven der Gruppe I in 11 Fällen. Sie kehrt wieder in den Curven aller oder einzelner späterer Gruppen in 10 Fällen, sie fehlt — während sie anfänglich vorhanden war — in allen späteren Gruppen in 8 Fällen; sie fehlt sowie anfänglich in allen späteren Gruppen in 7 Fällen; sie tritt in späteren Gruppen auf, während sie anfänglich fehlte in 4 Fällen.

Viel seltener als die hohe Zuckung am Anfange kommt es vor, dass auch noch die zweite Zuckung viel höher ist als die übrigen, etwas erhöht erscheint sie aber im Falle einer sehr hohen ersten Zuckung sehr häufig. Siehe Beispiele in den Curven der verschiedenen Gruppen der Fig. 32 und 33. Am seltensten kommt der Fall vor, dass sich aus der Reihe der Zuckungen eine beliebige durch besondere Höhe heraushebt,

[1] Siehe das Folgende.

dagegen ereignet es sich häufiger, dass eine der späteren Zuckungen etwas höher ist, als die anderen. In allen diesen Fällen kann dann ein treppenartiges Ansteigen oder Abfallen der neben der höchsten stehenden Zuckungen beobachtet werden. Auch dafür finden sich Beispiele in unseren Fig. 32 und 33. Ich vermag weder die Ursachen aller dieser Erscheinungen, noch auch den Grund dafür, dass dieselben so inconstant beobachtet werden, anzugeben, nur möge man mit dem Einwande nicht kommen, dass unser Reizapparat an denselben die Schuld trägt.

Es machen sich durch die angeführten Erscheinungen vielmehr nur – wenn auch nicht in so auffallendem Grade — ähnlich mannigfaltige und von einander differirende Bilder geltend, wie wir sie in den Curven länger dauernder Tetani des *Dyticus* im Vergleiche zu ebensolchen beim *Hydrophilus* beobachtet haben.

So wie uns dort die *Hydrophilus*-Versuche als Controle der am *Dyticus* angestellten dienen mussten, so ist das auch für die eben besprochenen Versuche der Fall, die noch überdies durch die schon vorher erwähnten Schriften des elektrischen Signales controlirt sind.

Und nun kehre ich zu der schon früher angeführten Thatsache zurück, dass sich bei *Dyticus* der Tetanus, es gilt das sicher für den ganz frischen Muskel, in etwas anderer Weise aus den Einzelzuckungen zusammensetzt, als der Tetanus des *Hydrophilus*-Muskels.

Ich habe an den für unsere sieben Abstufungen von Reizfrequenzen erhaltenen Schriften mittelst eines Ocularmikrometers von $0{\cdot}032^{mm}$ Werth eines Theilstriches bei Reichert, Objectiv 1 *A*, Ocular 2, die Intervalle zwischen Öffnung und Schliessung J und zwischen Schliessung und darauffolgender Öffnung J' ausgemessen und die Summe beider S, also eine Schwingung verglichen mit dem Werthe, welcher für eine Schwingung resultirt, wenn der ganze Umfang des rotirenden Cylinders $U = 420^{mm}$ durch die Zeit einer Umdrehung $t = 65$ Secunden und durch die, wie früher angegeben, bestimmte Anzahl n der Schwingungen in der Secunde dividirt wurde, dabei ergaben sich für unsere sieben Abstufungen der Frequenz die in dem 2.—5. Stabe der beifolgenden Tabelle enthaltenen Werthe.

Frequenz-abstufung	J in Millim.	J' in Millim.	S in Millim.	$\frac{U}{tn}$	J in Sec.	J' in Sec.
1	0·544	1·658	2·202	2·203	0·083	0·253
2	0·512	1·280	1·792	1·795	0·078	0·195
3	0·480	0·992	1·472	1·468	0·073	0·151
4	0·448	0·717	1·165	1·166	0·068	0·109
5	0·384	0·480	0·864	0·866	0·058	0·073
6	0·320	0·352	0·672	0·676	0·049	0·054
7	0·256	0·288	0·544	0·540	0·039	0·044

Es ist das für unsere Zwecke eine hinlängliche Controle für die auf Grund der mikrometrischen Bestimmung der Intervalle ermittelten Zeitwerthe dieser Intervalle. Diese betragen für unsere sieben Abstufungen die im 6. und 7. Stabe der obigen Tabelle angeführten Werthe.

Vergleichen wir nun mit der alternirend rascheren und weniger raschen Aufeinanderfolge der Reize bei den sieben verschiedenen Frequenzen des Interruptors die im früheren Abschnitte angegebene mittlere Dauer einer Zuckung des frischen Muskels in ihren drei Stadien nämlich:

$$0{\cdot}047 + 0{\cdot}108 + 0{\cdot}242 = 0{\cdot}397 \text{ Secunden für } \textit{Hydrophilus}$$

und

$$0{\cdot}017 + 0{\cdot}055 + 0{\cdot}057 = 0{\cdot}129 \text{ Secunden für } \textit{Dyticus},$$

so finden wir, dass bei *Hydrophilus* eine vorausgehende Zuckung von einer nachfolgenden getroffen wird, im Falle der kurzen Intervalle (J) für die sieben Abstufungen im Stadium der wachsenden Energie oder am Ende des Stadiums der latenten Reizung; im Falle der langen Intervalle (J') für die Abstufung 1 und 2 im Stadium der sinkenden Energie, für die Abstufung 3 nahe dem Gipfel, für die Abstufung 4, 5 und 6 im Stadium der wachsenden Energie und für die Abstufung 7 am Ende des Stadiums der latenten Reizung.

Bei *Dyticus* dagegen wird eine vorausgehende Zuckung von einer nachfolgenden getroffen im Falle der kurzen Intervalle (J) für die Abstufung 1 im Stadium der sinkenden Energie nahe vor Ablauf des ersten Fünftels desselben, für die Abstufungen 2 und 3 im Stadium der sinkenden Energie näher dem Gipfel, für die Abstufungen 4, 5, 6, 7 im Stadium der wachsenden Energie von nahe dem Gipfel bis zur Grenze der ersten und zweiten Hälfte; im Falle der langen Intervalle für die Abstufungen 1, 2 und 3 in keinem Stadium, für die Abstufung 4 im Stadium der sinkenden Energie nahe der Mitte desselben, für die Abstufung 5 nahe dem Gipfel, für die Abstufung 6 und 7 in der zweiten Hälfte des Stadiums der wachsenden Energie.

Die vorausgehenden Betrachtungen können uns nun bei einer weiteren Vergleichung der Curven Fig. 31, 32 und 33 von *Hydrophilus* und *Dyticus* leiten.

In den Curven von *Hydrophilus* sehen wir die Zuckungen sowohl im langen, als im kurzen Intervalle summirt und den ansteigenden Theil der Tetanuscurve aus summirten Zuckungserfolgen gebildet.

In den Curven von *Dyticus* sehen wir bei Curve 1 (Reizfrequenz Nr. 1 entsprechend), dass das kurze Intervall dem Muskel noch nahezu Rückkehr zur Ruhelage gestattet, das lange Intervall gestattet vollkommene Rückkehr zur Ruhelage, ja wegen der elastischen Endschwankungen geht der Muskel noch darüber hinaus.

In den Curven 2 und 3 (entsprechend der Reizfrequenz Nr. 2 und 3) entspricht dem kurzen Intervalle ein Minimum, dem langen Intervalle Rückkehr zur Ruhelage. In den Curven 4 (entsprechend der Reizfrequenz 4) sehen wir ein Minimum entsprechend dem kurzen Intervalle und ein grösseres, aber keine vollständige Rückkehr zur Ruhelage, entsprechend dem grösseren Intervalle. In den Curven 5 (entsprechend der Reizfrequenz 5) entspricht auch dem langen Intervalle nur mehr ein kleines Minimum, es ist aber auch das dem kurzen Intervalle entsprechende Minimum noch deutlich zu erkennen.

Weder die im kurzen noch die im langen Intervalle folgenden Zuckungen erscheinen in diesen Curven summirt. Wir sehen im Anstiege aller dieser Curven von *Dyticus* nur eine Zuckung vorhanden, sowohl bei den Curven der Fig. 33, wo die erste Zuckung besonders hoch erscheint, als auch bei den Curven der Fig. 32, wo das letztere Verhalten nicht beobachtet wird. Im weiteren Verlaufe erscheinen, auch wenn eine Verschmelzung der aufeinander folgenden Zuckungen stattfindet, gleichsam nur die Zuckungsmaxima juxtaponirt und zwischen denselben treten Minima auf, die um so geringere Werthe besitzen, je kleiner das Intervall der sich folgenden Zuckungen ist.

Bei *Hydrophilus* tritt, wenn eine folgende Zuckung die vorausgehende in vorgeschrittenem Stadium der sinkenden Energie trifft, und von da an beim Vorrücken des Einfallens der folgenden Zuckung über alle Stadien der vorausgehenden Zuckung eine Überlagerung der Zuckungen auf und eine beträchtliche Höhe des Tetanus wird beim *Hydrophilus*-Muskel nur durch Summirung von Zuckungserfolgen erreicht, indem bei Steigerung der Reizfrequenz (siehe die Curven 3, 4, 5, 6, 7 der Gruppen I, II, III, IV, Fig. 31) eine immer grössere Anzahl von Zuckungen bis zur grössten Höhe des Tetanus sich übereinander legt.

Beim *Dyticus* ist im Anstiege der Tetanuscurve, auch wenn die Reizfrequenz so gesteigert wird, dass die folgende Zuckung die vorausgehende in einem sehr frühen Stadium ihrer Entwicklung trifft, nur eine hohe Zuckung vorhanden, mit der die folgenden in der früher erwähnten Weise verschmelzen (Curven 4 und 5 der Gruppen I, II, Fig. 32).

Auch in den unseren höchsten Reizfrequenzen entsprechenden Curven 6 und 7 der Gruppen I und II, Fig. 32 und aller Gruppen der Fig. 33 sind in dem rasch ansteigenden Theile der Curve noch keine oder nur einige wenige hohe Zuckungen summirt. Dieses verschiedene Verhalten beider Muskeln scheint aber hauptsächlich die Abweichung in der Form der Tetanuscurven bei ganz frischen Präparaten von *Hydrophilus* und *Dyticus* zu bedingen. Die Curve des *Dyticus* Muskels steigt viel rascher an, als jene des *Hydrophilus*-Muskels.

Wir haben derselben schon im VI. Abschnitte gedacht und werden auf dieselbe im IX. Abschnitte wieder verweisen (siehe vorläufig Fig. 41, I und II; Taf. X und XI und Fig. 42, I und II, Taf. IX, die erstere kurze Tetani von *Hydrophilus*, die letztere solche von *Dyticus* darstellend).

Diese Verschiedenheit haben für die rothen und weissen Kaninchenmuskeln auch schon Kronecker und Stirling hervorgehoben. Ich habe soeben für einen bestimmten Fall Anlass gehabt, auf den Abschnitt VI

zurückzuverweisen, und der dort behandelten langen, glatten Tetani zu gedenken. Ich glaube, dass Versuche, wie ich sie zuletzt mitgetheilt habe, überhaupt berufen sein werden zu einer Erklärung vieler Erscheinungen des glatten Tetanus hinzuleiten. Freilich müssten sie dann, wie schon angedeutet, mit Wechselströmen, die genau gleich stark und in Bezug auf die Frequenz der feinsten Abstufung fähig wären, angestellt sein.

Trotz des Mangels, der unseren Versuchen in dieser Beziehung anhaftet, und der in den Detailuntersuchungen, zu welchen die an den Käfermuskeln gewonnenen Erfahrungen die Veranlassung geben müssen, jedenfalls vermieden werden müsste, ist denselben doch schon eine Reihe von Thatsachen zu entnehmen, von welchen einige hier angeführt werden sollen. In Fig. 32, III, Taf. VIII treten, nachdem schon die Curven 6 und 7 der vorausgehenden Gruppe II derselben Figur eine etwas abweichende Form zeigen, bei *Dyticus* Bilder von klonischem Tetanus auf, die zwar noch immer von den betreffenden Bildern des *Hydrophilus*-Muskels sehr verschieden sind, aber doch eine unverkennbare Ähnlichkeit mit denselben besitzen.

Ganz ersichtlich ist diese Ähnlichkeit dadurch bedingt, dass nun auch in der Curve des *Dyticus*-Muskels eine beträchtliche Höhe des Tetanus durch Superposition einer grösseren Anzahl von Zuckungen erreicht wird (Fig. 32, III, fünfte, sechste und siebente Curve).

Diese Erscheinung tritt bei dem *Dyticus*-Muskel immer nur auf, wenn er durch vorausgehende Leistungen bis zu einem gewissen Grade von Erschöpfung gebracht wurde.

Nicht immer äussert sich aber die Erschöpfung des Muskels in dieser Weise. Man vergleiche nur Fig. 33, bei welchem Versuche sie sich in ganz anderer Weise geltend macht.

Was kann nun der Grund dieser Verschiedenheiten sein?

Diese Frage kann zwar nicht völlig beantwortet werden, aber es muss darauf hingewiesen werden, dass sich die Folgen vorausgegangener Leistungen an den Einzelzuckungen des Muskels in einer zweifachen Weise kundgeben. Erstens in einer Erniedrigung und zweitens in einer Dehnung der Zuckung. Diese beiden Veränderungen der Einzelzuckungen laufen aber beim *Dyticus*-Muskel nicht immer einander parallel in derselben Weise ab. Einmal fällt die Erniedrigung der Zuckung weit mehr auf, als die Dehnung, während ein anderes Mal die Dehnung ganz besonders hervortritt.

Welche Momente auf den zeitlichen Ablauf dieser Veränderungen einen Einfluss ausüben, konnte ich nicht ermitteln. Für gewöhnlich überwiegt im Anfange einer Zuckungsreihe des vorher angestrengten Muskels die Veränderung der Zuckungshöhe, während am Ende die Veränderung der Zuckungsdauer überwiegt.

Ich verweise in dieser Beziehung auf Fig. 34 (1 und 2), Taf. IX, darstellend zwei unmittelbar nach einander angeschriebene Zuckungsreihen (Reizfrequenzabstufung Nr. 1) von einem *Dyticus*-Muskel, an dem vorher vier Gruppen von Curven nach Art der in den Fig. 32 und 33 enthaltenen angeschrieben worden waren.

Abgesehen von dem Anfange der Zuckungsreihe, in welcher anfänglich ein Ansteigen der Zuckungen zu einigen besonders hohen vorkommt, zeigt sich im ferneren Verlaufe zunächst als auffallende Erscheinung die Erniedrigung der Zuckung, und das dauert bis an das Ende von 1 und in den Anfang von 2 und bis etwa an die Grenze des ersten und zweiten Drittels von 2 fort, von da an macht sich aber eine auffallende Dehnung der Zuckungen geltend.

Es tritt nun manchmal der Zeitpunkt, wo auch die Dehnung der Zuckung eine beträchtliche wird, bei gewissen Versuchen am *Dyticus*-Muskel viel früher ein, als das bei anderen Versuchen an denselben Muskeln der Fall ist.

Ein solcher Fall liegt in Fig. 32, III, Taf. VIII vor. Von den niedrigen und gedehnten Zuckungen werden aber dann bei zunehmender Reizfrequenz eine grössere Anzahl im ansteigenden Theile der Curve summirt, als von den hohen und raschen Zuckungen. Daher die Ähnlichkeit solcher Curven von *Dyticus* mit jenen von *Hydrophilus*.

Unter den im Abschnitte VI mitgetheilten Curven langer Tetani von *Dyticus* finden sich viele von in Erschöpfung begriffenen Muskeln angezeichnete Curven, welche ganz allmälig ansteigend, schliesslich eine beträchtliche Höhe erreichen (Fig. 23, 24, 25, 26, 27) und die wahrscheinlich ihre Erklärung in derselben Weise finden wie die Curven der Fig. 32, III.

Es lägen nun in den Fig. 31, 32 und 33 noch viele Bilder vor, an welche sich Betrachtungen über die Entstehung des Tetanus, namentlich mit Rücksicht auf eine Reihe von Angaben, die von verschiedenen Seiten darüber gemacht wurden, anknüpfen liessen.

Allein die Mannigfaltigkeit der Bilder lehrt uns auch, dass solche Anschauungen meist nur auf Grund ganz specieller Fälle, die sich vorfinden können, aber nicht vorhanden sein müssen, gebildet wurden, und dass wir von einer befriedigenden Kenntniss des Tetanus noch weit entfernt sind.

Man wird mir darum nicht übel nehmen, wenn ich einige beim Anblicke der Fig. 31, 32 und 33 ziemlich nahe liegende Discussionen noch auf später verschiebe, wo noch andere auf ganz bestimmte Fragen gerichtete Versuchsreihen vorliegen werden.

Bemerken muss ich aber, dass trotz aller Mannigfaltigkeit der Bilder der Fig. 31, 32 und 33 in denselben doch noch weit einfachere Verhältnisse ihren Ausdruck zu finden scheinen, als sie in den Muskeln anderer Versuchsthiere vorliegen. Ich habe, um nur darauf hinzuweisen, in Fig. 35, Taf. VIII und 36, Taf. IX zwei aus einer Versuchsreihe stammende Bilder klonischer Tetani des Gastrocnemius vom Frosche darstellen lassen. Fig. 35 gehört einem Versuche an, der am 8. Juli 1885, Fig. 36 einem Versuche, der am 7. Juli 1885 angestellt wurde. Bei dem ersteren Versuche war der Muskel mit 10 Grm., bei dem letzteren mit 15 Grm. belastet.

Die Reizfrequenz entsprach für die einzelnen Curven in jeder Gruppe unseren erwähnten sieben Abstufungen.

Die Bilder gemahnen in ihrem Anfange, wie ich fast sagen möchte, an den *Dyticiden*-, in ihrem Ende an den *Hydrophiliden*-Muskel; ob darin ein Hinweis auf die von Grützner behauptete, zusammengesetzte Natur der Froschmuskeln erblickt werden kann, müssten erst genauere Versuche lehren.

Wir sind nun über den Rahmen, in welchem ich die Untersuchungen an den Käfermuskeln eigentlich halten wollte, mehrfach hinausgeführt worden. Den Anlass dazu haben vorzugsweise die Erscheinungen der zuletzt angeführten klonischen Tetani gegeben, in welchen sich die Verschiedenheit des *Dyticus*- und *Hydrophilus*-Muskels in so prägnanter Weise ausdrückt.

Gerade diese Tetani legen uns aber auch noch andere Aufgaben nahe, die ich hier jedoch nur vorläufig skizziren kann.

Meine Untersuchungen an Coleopteren-Muskeln drängten aus mehr als einem Grunde zu einem einstweiligen Abschlusse und ich konnte aus Mangel an Zeit, an Materiale und passenden Apparaten manche angefangene Versuchsreihe noch nicht zum Abschlusse bringen. Einiges möchte ich aber schon jetzt darüber mittheilen.

Durch Versuche von Kronecker und Hall[1] und von Sewall[2] ist nachgewiesen worden, dass die Summirung zweier sich innerhalb des Intervalles der ersten Zuckung folgender Zuckungen nicht immer der einfachen Superpositionsregel von Helmholtz folgt. Man muss ferner annehmen, dass beim Tetanus die Summirung der Zuckungen nur eine begrenzte ist und nicht mehr oder nach anderen Gesetzen als anfänglich erfolgt, wenn der Muskel das tetanische Verkürzungsmaximum erreicht hat, oder sich demselben asymptotisch annähert.

Alle diese Erscheinungen, nämlich die Summirung von Zuckungen bis zur maximalen Höhe des Tetanus und die Erhaltung dieser letzteren und ebenso die häufig zu beobachtende Erscheinung von mehreren Wendepunkten in der tetanischen Curve weisen auf äusserst complicirte Vorgänge im Muskel hin. Diesen müsste man offenbar viel näher zu kommen suchen, wenn eine Auflösung der tetanischen Curve nach mechanischen Principien, wie sie v. Frey[3] jüngst in Angriff zu nehmen suchte, in befriedigender Weise gelingen soll.

Unter möglichst einfachen Bedingungen erhaltene regelmässige klonische Tetani bei niederen Reizfrequenzen, wie man sie von *Hydrophilus*- und *Dyticus*-Muskeln bekommen kann, scheinen mir aber für die Behandlung dieses Problemes einige Bedeutung zu besitzen.

---

[1] Kronecker und Hall, Archiv f. Anat. u. Physiologie. Jahr 1879. Physiol. Abth., S. 11.

[2] Sewall, The journal of physiology, Vol. II, 1879—80, p. 164.

[3] Beiträge zur Physiologie. Carl Ludwig zu seinem siebenzigsten Geburtstage gewidmet. Leipzig 1887, S. 55.

Die Curven Fig. 30 (9), Taf. VIII, Fig. 31, Taf. VIII, Fig. 32, Taf. VIII und 33, Taf. IX und Fig. 37 I und II, Taf. VIII und Fig. 38 I, II und III, Taf. VIII, welche letztere bei geringen Reizstärken und Reizfrequenzen erhaltene Tetani von *Hydrophilus* darstellen, kann man ebensogut als unvollkommen gebildete Tetani, wie auch als partiell noch in die zusammensetzenden Einzelzuckungen aufgelöste Tetani betrachten. Sie eignen sich aber als solche sehr gut zu einer, wie ich sofort betonen muss, vorerst rein graphischen Zerlegung.

Eine solche graphische Zerlegung eines klonischen Tetanus kann man sich zunächst realisirt denken durch die Schlusslinien, die man erhalten würde, wenn man sich nach jeder einzelnen der den Tetanus zusammensetzenden Zuckungen die Erregung des Muskels beendigt vorstellen würde.

Vergleiche Fig. 39 I, 1—10, Taf. IX und die entsprechenden Linien in Fig. 40 I, 1—9, II, 1—25 und III, 1—25, Taf. IX. Die Fig. 39, I ist in Bezug auf die vom Myographionhebel gezeichneten Theile eine durch Pausen erhaltene Copie des klonischen Tetanus Fig. 30 (9), Taf. VIII. Fig. 40, I und II stellen zerlegte Tetani von *Hydrophilus*, entsprechend etwa den Tetanis Fig. 31, I, (1 und 5), Taf. VIII im vergrösserten Massstabe dar und ebenso Fig. 40, III einen zerlegten Tetanus von *Dytiens* etwa entsprechend dem Tetanus Fig. 32, I (5), Taf. VIII.

Ist die Höhe der Einzelzuckungen bekannt, dann ist auch für die einzelne Zuckung der Werth der Überlagerungsordinate zu bestimmen, der, wie Versuche ergeben, grösser, gleich (Helmholtz'sche Regel) oder kleiner als der Werth sein kann, welchen die Ordinate der vorausgehenden Zuckung im Beginne der nachfolgenden besitzt, der endlich auch gleich 0 sein kann.

Gelänge es im gegebenen Falle eine mechanische Definition für die Überlagerungsordinate zu gewinnen, so wäre damit ein wichtiger Fortschritt in der Erklärung des Tetanus aus den variablen Bedingungen desselben: Höhe, Dauer, Frequenz und Summirung der Einzelzuckungen gegeben.

In der graphischen Zerlegung, die, von den erwähnten klonischen Tetanis ausgehend, auch auf glatte Tetani bei höheren Reizfrequenzen angewendet werden kann, und die umgekehrt für die Lösung bestimmter Fragen auch ein constructives Verfahren ermöglichen wird, muss ein wichtiges Hilfsmittel für die Untersuchungen über den Tetanus erblickt werden.

Beispielsweise möchte ich zum Schlusse nur die Curven Fig. 39, I, Taf. IX (i. e. Tetanus Fig. 30 [9]), Taf. VIII und Fig. 40, III, Taf. IX aus dem Gesichtspunkte der rein graphischen Zerlegung noch näher besprechen.

In dem Tetanus Fig. 39 sind abwechselnd die Einzelzuckungen Fig. 39, II und Fig. 39, III enthalten, und zwar entsprechen die Gipfel 1, 3, 5, 7, 9 der Zuckungscurve II (Fig. 39), die Gipfel 2, 4, 6, 8, 10 der Zuckungscurve III (Fig. 39). Man findet nun im Tetanus Fig. 39, I der Zuckung 1 die Zuckung 2 überlagert ungefähr nach der Helmholtz'schen Regel (Fig. 39, Überlagerungsordinate oy^2), die Zuckung 3 ist der Zuckung 2 überlagert, aber um viel weniger, als nach der Helmholtz'schen Regel gefordert würde (Überlagerungsordinate oy^1); die Zuckung 4 ist der Zuckung 3 wieder um vielmehr überlagert (Ordinate oy^2), wogegen die Zuckung 5 wieder beträchtlich tiefer steht (Ordinate oy); im weiteren Verlaufe findet eine Juxtaposition der Zuckungsmaxima 5, 7 und 9 über der Ordinate oy und der Zuckungsmaxima 4, 6, 8, 10 über der Ordinate oy^3 statt. Ähnliche merkwürdige Erscheinungen ergeben Zerlegungen der Curven Fig. 31, I (1), II (1), III (1), IV (1), V, VI, VII, VIII, IX, Taf. VIII.

Tetani von *Dytiens* von der Form, wie sie Fig. 40, III, Taf. IX darstellt, lassen sich als durch blosse Juxtaposition der Zuckungsmaxima entstandene auffassen.

Es könnte zweifelhaft erscheinen, ob man hier überhaupt noch von einem Tetanus sprechen könne.

Kronecker und Stirling,[1] welche Curven ähnlicher Natur bei den weissen Kaninchenmuskeln beobachteten und hervorhoben, dass dabei die Maxima der resultirenden Curve nicht wesentlich über das erste Maximum der einfachen Zuckung sich erheben, knüpfen daran die Bemerkung, dass sich daraus ergebe, dass unter Umständen intermittirend gereizte Gliedermuskeln ganz ähnlich sich verhalten, wie mit schnell folgenden

[1] Archiv f. Anat. u. Physiologie. 1878. Physiol. Abth., S. 10—13, Fig. 7 u. 8.

Stromstössen erregte Froschventrikel, von welchen sie nachgewiesen hätten, dass sie in wirklichen Tetanus nicht versetzt werden können. Ich glaube aber doch, dass eine Verschmelzung der Einzelzuckungen, wie sie durch Fig. 40, III, Taf. IX repräsentirt wird, ein klonischer Tetanus genannt werden solle.

Die aufeinanderfolgenden Zuckungsantriebe machen zwar nicht, dass sich der Muskel dauernd auf der maximalen Höhe der ersten Zuckung erhalten kann, aber sie verhindern, dass der Muskel sich über eine gewisse Grenze hinaus wieder verlängert und erzeugen noch überdies je ein neues Maximum der Verkürzung. Der Muskel wird also gleichsam auf einem bestimmten Grade der Verkürzung, den Minimis der Curve entsprechend, dauernd gehalten und setzt diesem dauernden Verkürzungszustande nur periodisch die Maxima der Verkürzung auf. Einen solchen Vorgang kann man, so lange die Tetani klonisch, d. i. mit Zacken verlaufen, auf der Höhe des Tetanus bei allen Muskeln beobachten, auch wenn im ansteigenden Theile schon eine ganze Anzahl von Zuckungen sich summirten. Was also im ersteren Falle schon nach der ersten Zuckung, das tritt in den anderen Fällen erst nach einer Anzahl von Zuckungssummirungen in die Erscheinung.

Eine reine Juxtaposition der Zuckungsmaxima auf der Höhe des Tetanus kommt aber weder bei dem einen noch bei dem anderen Falle ganz constant zur Beobachtung.

Die Zacken stehen nur in einzelnen Fällen in gerader Linie parallel über der Abscissenaxe, in anderen Fällen liegen sie in einer leicht ansteigenden oder abfallenden Linie, Erscheinungen, deren Ursachen einzeln ermittelt werden müssten, für welche aber in unseren Curven viele Beispiele zu finden sind.

IX. Kurze, glatte Tetani in längeren Intervallen bei Hydrophilus und Dyticus.

Indem wir nun wieder zu den rein vergleichenden Versuchen an den Käfermuskeln zurückkehren, wollen wir noch Versuche an *Hydrophilus*- und *Dyticus*-Muskeln kennen lernen, welche, was Reiz- und Intermissionsperioden betrifft, mit den in dem früheren Abschnitte mitgetheilten Versuchen über unvollkommenen Tetanus übereinstimmen, aber bei einer Reizfrequenz von 54 in der Secunde angestellt wurden. Sie lehren in neuer Form die charakteristische Verschiedenheit der beiden Muskelarten und dienen so wesentlich zur Ergänzung der im Abschnitte VI vorgebrachten Thatsachen. Es sind kurze, im Mittel $1^1/_2$ Secunden währende Tetani, die in Pausen von etwas über eine Minute wiederholt werden.

Fig. 41, I und II (Taf. X und XI) stellt einen Versuch an den Schenkelbeugern eines *Hydrophilus* dar. Der Rollenabstand betrug während des ganzen Versuches 60^{mm}. Bei den ersten 15 Tetani wirkten 2 Grm., bei allen übrigen Tetani 8 Grm. am Hebel. Der erste Theil des Versuches (Fig. 41, I) dauerte 1 Stunde 35 Minuten. Darauf blieb das Präparat, ohne dass irgend etwas nach dem letzten Tetanus an demselben geändert wurde, durch 50 Minuten sich selbst überlassen, aber sorgfältig vor Vertrocknung geschützt liegen, bis der zweite Theil des Versuches (Fig. 41, II, Taf. XI) folgte, der eine Zeit von 1 Stunde 40 Minuten in Anspruch nahm. Als der Versuch mit dem letzten Tetanus der Fig. 41, II, Taf. XI beendet wurde, waren also vom Anfange des ganzen Versuches an $1^h\,35^m + 50^m + 1^h\,40^m = 4^h\,5^m$ verflossen.

Der Versuch zeigt, wie alle analogen Versuche an den *Hydrophilus*-Muskeln wieder die grosse Ausdauer der *Hydrophilus*-Muskeln im Tetanus. Die Höhe der Tetani nimmt ganz allmälig ab. Auffallend bei dem mitgetheilten Versuche ist, dass die erste Tetanuscurve nach der 50 Minuten währenden Unterbrechung niedriger ist als die letzte Curve vor der Unterbrechung. Es weist das darauf hin, dass die Erregbarkeit des Präparates während des ruhigen Liegens sank.

Trotz angestrengter Thätigkeit wird aber der *Hydrophilus*-Muskel nur ganz allmälig erschöpft.

Ein anderes Verhalten zeigt bei analogen Versuchen der *Dyticus*-Muskel, der bei ähnlich fortgesetzter Thätigkeit in verhältnissmässig kurzer Zeit erschöpft wird.

Aus der Reihe der Versuche an *Dyticus*-Muskeln will ich aber hier einen auswählen, der die Eigenschaften des *Dyticus*-Muskels in ganz auffallender Weise darlegt.

Fig. 42, I, Taf. IX, ist ein Versuch an dem Schenkelstrecker von *Dyticus*, bei welchem die Reizfrequenz 54 in der Secunde, der Rollenabstand 120^{mm} betrug. Es sind die Tetani in den früher angeführten Pausen, und

zwar je zwei aufeinanderfolgende immer bei demselben am Hebel wirkenden Gewichte angeschrieben, und zwar die Curven 1 und 2 bei 2 Grm.; 3 und 4 bei 3 Grm.; 5 und 6 bei 4 Grm.; 7 und 8 bei 5 Grm.; 9 und 10 bei 6 Grm.; 11 und 12 bei 5 Grm.; 13 und 14 bei 4 Grm.; 15 und 16 bei 3 Grm.; 17 und 18 bei 2 Grm.

Nachdem diese Tetani, welche gegen 20 Minuten Zeit in Anspruch nahmen, beendigt waren, wurden lange Tetani nach Analogie der im Abschnitte VI mitgetheilten, also 18 Secunden andauernd, in Pausen von 46 Secunden sich folgend, hervorgerufen, und zwar folgten acht solche Tetani aufeinander, welche ein Bild ergaben, analog dem der Fig. 27, X, Taf. VII, und $9^1/_2$ Minuten in Anspruch nahmen.

Nachdem der Muskel so in einen Zustand grosser Erschöpfung gebracht worden war, folgte der Versuch Fig. 42, II (Taf. IX), also wieder kurze Tetani in längeren Pausen, wie im ersten Theile des Versuches; bei den ersten neun Tetani der Fig. 42, II wurde das Gewicht von 2 Grm. belassen, dann folgen sechs Tetani bei $1^1/_2$ Grm. am Hebel wirkendem Gewichte, dann drei Tetani bei 2 Grm. und endlich zwei Tetani bei 3 Grm. Der Rollenabstand betrug bei Versuch Fig 42, II, 60^{mm}.

Es zeigt sich nun, dass sich der *Dyticus*-Muskel von den Folgen der langen Tetani, während er in längeren Pausen kurze Tetani auszuführen hat, wieder erholt, denn die Höhe der bei derselben Belastung ausgeführten Tetani nimmt von 1—6 (Fig. 42, II) zu und bleibt dann bei den Tetani 7—9 nahezu dieselbe; die folgenden Tetani 10—15 (Fig. 42, II), bei etwas geringerer Belastung, zeigen successive immer geringere Höhe; ähnlich sinkt die Höhe von 16—18 (Fig. 42, II) und von 19—20 (Fig. 42, II), von welchen die ersten drei wieder bei derselben Belastung wie 1—9, die letzten zwei bei etwas höherer Belastung erhalten wurden. Der letzte Theil des Versuches (Fig. 42, II) nahm über 20 Minuten, also der ganze Versuch (Fig. 42) nahe an 50 Minuten in Anspruch.

Schon der erste Theil des Versuches (Fig. 42, I) zeigt durch die beträchtliche Abnahme der Höhe der Tetani, die gleichen Belastungen entsprachen, die viel geringere Ausdauer des *Dyticus*-Muskels im Vergleiche mit dem *Hydrophilus*-Muskel. Der zweite Theil des Versuches zeigt, dass der *Dyticus* Muskel die Fähigkeit besitzt, aus einer durch beanspruchte erhöhte Leistung gesetzten raschen Erschöpfung unter geeigneten Umständen sich bis zu einem gewissen Grade wieder zu erholen, selbst wenn ihm während dieser Zeit geringere Leistungen in längeren Perioden auferlegt werden, deren regelmässige Fortsetzung ihrerseits wieder ein verhältnissmässig langsameres, aber noch immer im Vergleiche mit dem *Hydrophilus*-Muskel um sehr viel rascheres Sinken der Leistungsfähigkeit zur Folge hat. Bei Vergleichung der Versuche Fig. 41 und Fig. 42 tritt die Verschiedenheit der Form der Tetanuscurven von *Hydrophilus* und *Dyticus* hervor, die wir schon früher berührt haben.

Es ist mir vorerst nur gelungen, die physiologische Verschiedenheit der abweichend gebauten Skeletmuskeln von *Hydrophilus* und *Dyticus* in groben Umrissen hinzustellen. Jede von diesen beiden Muskelarten würde jetzt ihre weitere ausführliche Bearbeitung verlangen, und es wird sich zeigen, nach welcher Richtung hin dieselbe zunächst mit Nutzen erstreckt werden kann.

In Bezug auf die vergleichend physiologische Untersuchung der *Hydrophilus*- und *Dyticus*-Muskeln, welche ich eigentlich anstrebte, möchte ich bemerken, dass sie mir ebenso als Gewähr für die Nützlichkeit, wie auch als Fingerzeig für die weitere Verfolgung meiner noch nicht abgeschlossenen Untersuchungen über den feineren Bau der verschiedenartigen quergestreiften Muskeln der Coleopteren und anderen Insecten von Wichtigkeit erschien.

Ich habe in der vorliegenden Abhandlung mit Ausnahme der in dem siebenten Abschnitte mitgetheilten Einzelzuckungen Versuche an anderen Käfern als an *Hydrophilus* und *Dyticus* nicht mitgetheilt, obwohl ich Versuche über glatten und klonischen Tetanus nach Art des Mitgetheilten auch an *Cybisteter Roeseli*, *Lucanus cervus*, *Melolontha vulgaris*, *Scarabaeus laticollis*, *Procerus gigas* und *Procrustes coriaceus* angestellt habe. Mit Ausnahme von *Cybisteter Roeseli*, dessen Muskeln ganz wie jene von *Dyticus* sich verhalten, zeigen die Muskeln aller anderen Käfer sich als Muskeln von grösserer Ausdauer im Tetanus ähnlich, aber doch nicht in allen Beziehungen gleich jenen von *Hydrophilus*.

Indem ich das anführe, muss ich auch noch darauf zurückkommen, warum ich in den vorliegenden Studien, obwohl ich nur die Schenkelstrecker und Schenkelbeuger des letzten Beinpaares von *Hydrophilus* und *Dyticus* untersucht habe, doch kurzweg die Muskeln von *Dyticus* und *Hydrophilus* einander gegenübergestellt habe. Das hat seinen Grund darin, dass, wie ich schon an einer früheren Stelle anführte, die Schenkelstrecker und Schenkelbeuger von *Dyticus* einerseits und die Schenkelstrecker und Schenkelbeuger von *Hydrophilus* andererseits in Bezug auf ihren Bau völlig mit einander übereinstimmen.

Ich habe zahlreiche Präparate, und zwar Isolirungs- und Schnittpräparate von den functionell verschiedenen Muskeln beider Käfer angefertigt, um mich dieser Thatsache besonders zu vergewissern.

Durch ähnliche Untersuchungen an allen übrigen Skeletmuskeln kann man sich aber auch überzeugen, dass alle Skeletmuskeln des *Dyticus* einerseits und alle Skeletmuskeln der *Hydrophilus* andererseits ganz denselben übereinstimmenden Bau besitzen, wodurch es im höchsten Grade wahrscheinlich wird, dass eben, sowie den zwei functionell verschiedenen Muskeln am Schenkel des *Dyticus*, so auch allen anderen *Dyticus*-Muskeln die gleichen physiologischen Eigenschaften zukommen und dass ganz derselbe Fall andererseits für den *Hydrophilus* vorliegt.

Ähnliches wie für *Hydrophilus* und *Dyticus* lässt sich für alle jene Thiere vermuthen, deren Skeletmuskeln einen übereinstimmenden Bau zeigen. Das ist aber nicht bei allen Käfern der Fall. Viele derselben zeigen Muskeln von verschiedenem Baue dicht nebeneinander oder untereinander gemischt.[1]

Als die vorliegende Abhandlung fast bis zu Ende niedergeschrieben war, erhielt ich durch die Güte meines hochgeehrten Collegen Grützner[2] eine Mittheilung: „Zur Muskelphysiologie“ übersendet, welche zwar auf wesentlich andere Versuche hin, als ich sie an den Käfermuskeln anstellen konnte, physiologische Unterschiede zwischen den rasch und träge zuckenden Muskelfasern von Wirbelthieren aufstellt, die aber in wesentlichen Punkten sich mit den aus den Versuchen an den Käfermuskeln gefolgerten berühren.

[1] Vergleiche meine Abhandlung: Untersuchungen über den Bau der quergestreiften Muskelfasern. II. Theil. Diese Denkschriften.

[2] Separatabdruck aus der Breslauer ärztlichen Zeitschrift, Nr. 1, 15. Jänner 1887.

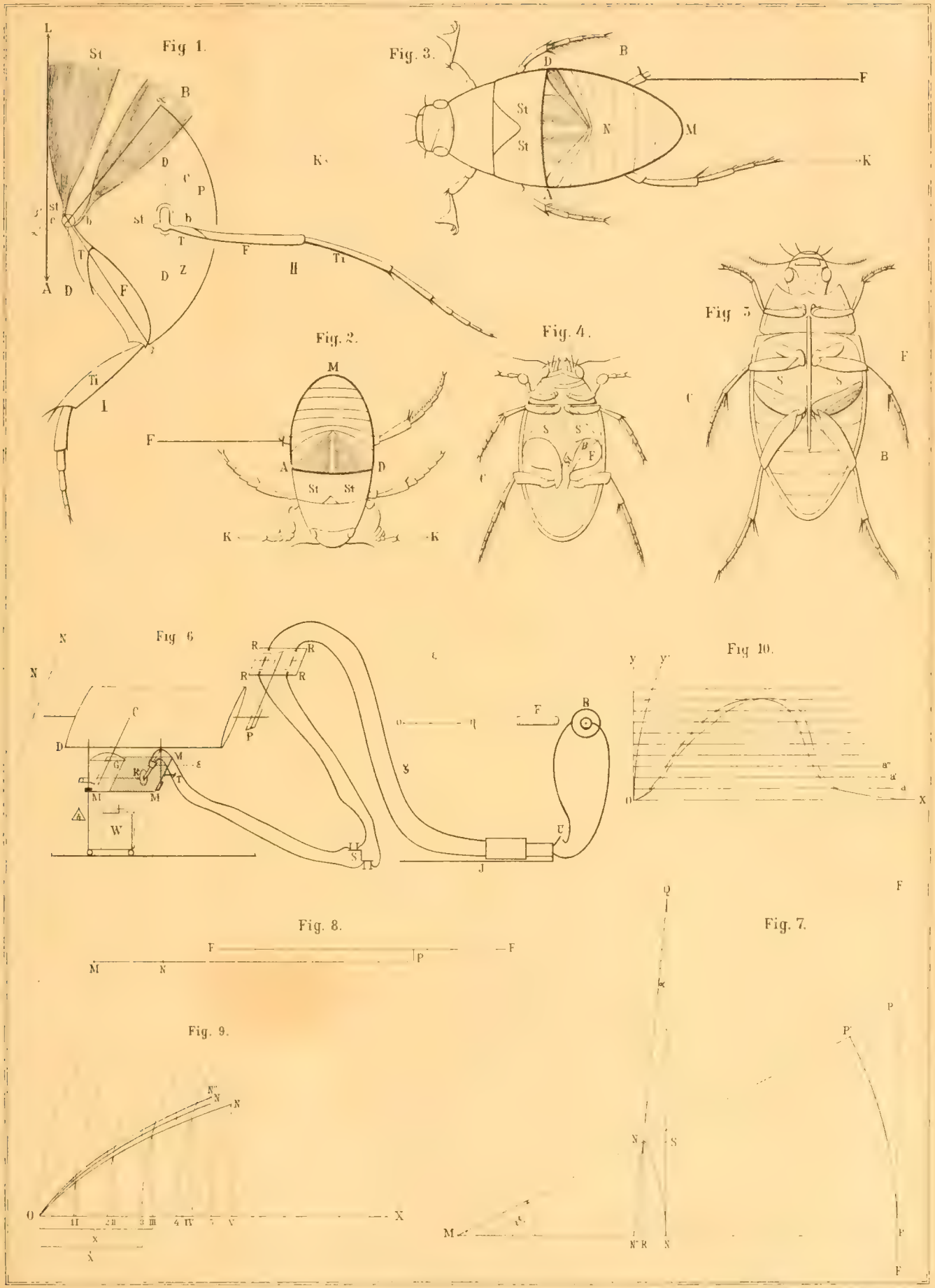


Fig 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig 5
Fig 6
Fig 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig 10.

Fig. 12.

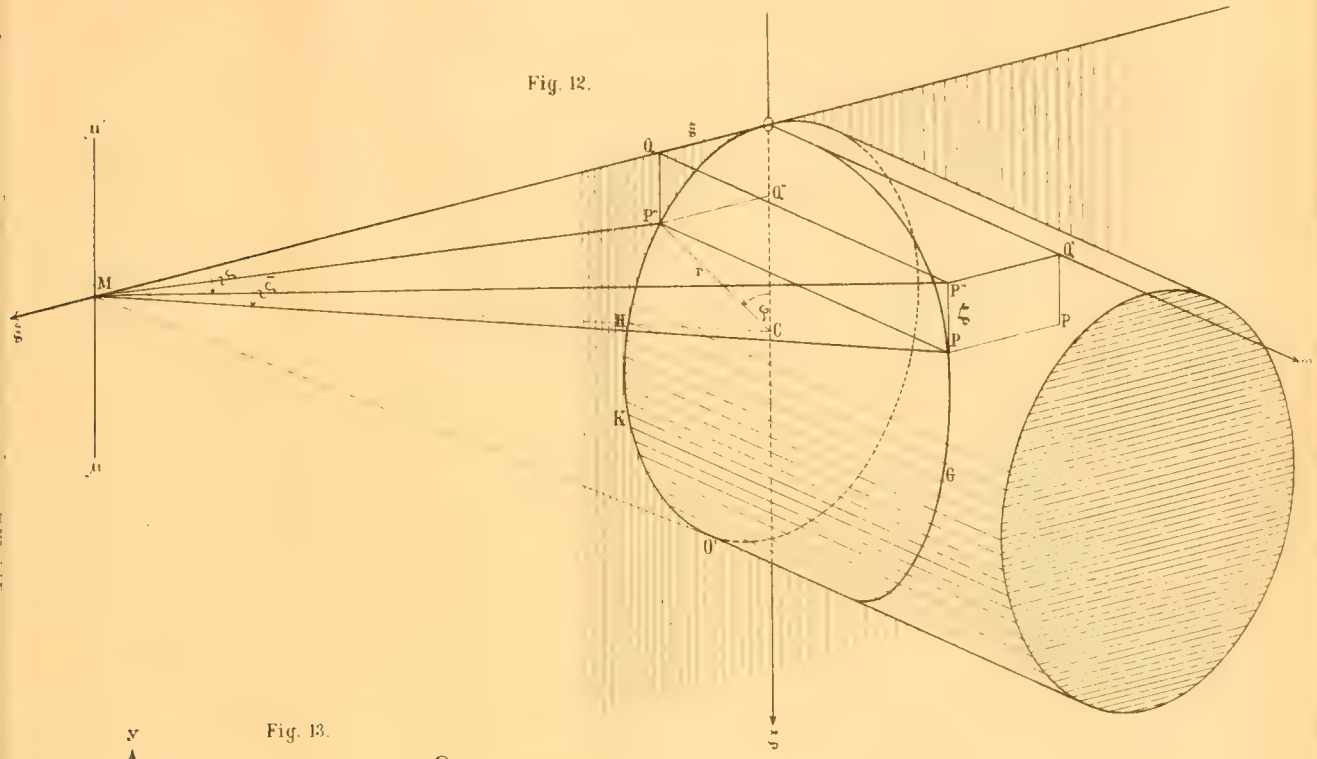


Fig. 13.

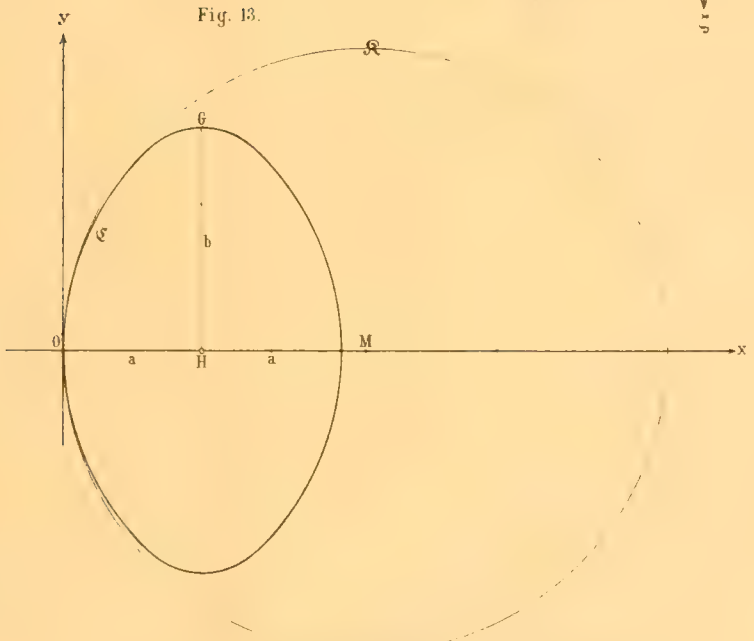


Fig. 11.

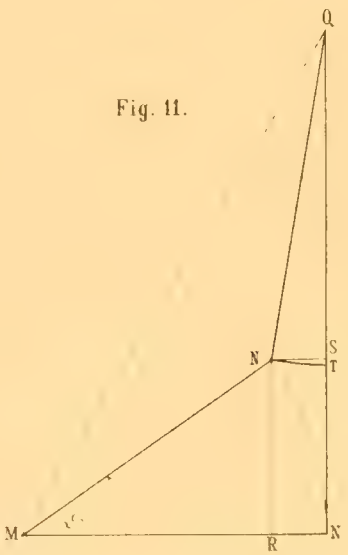


Fig. 14

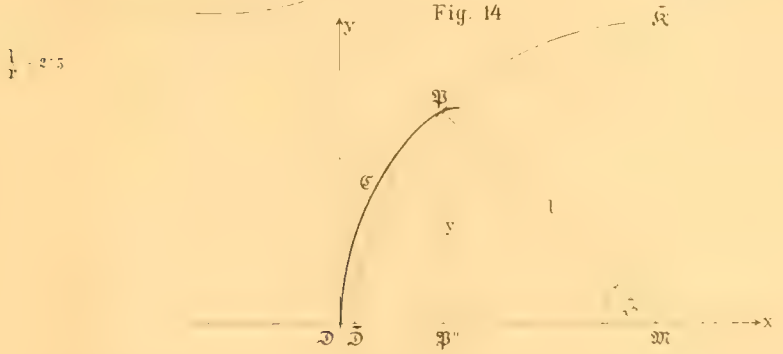


Fig. 15.

Fig. 19.

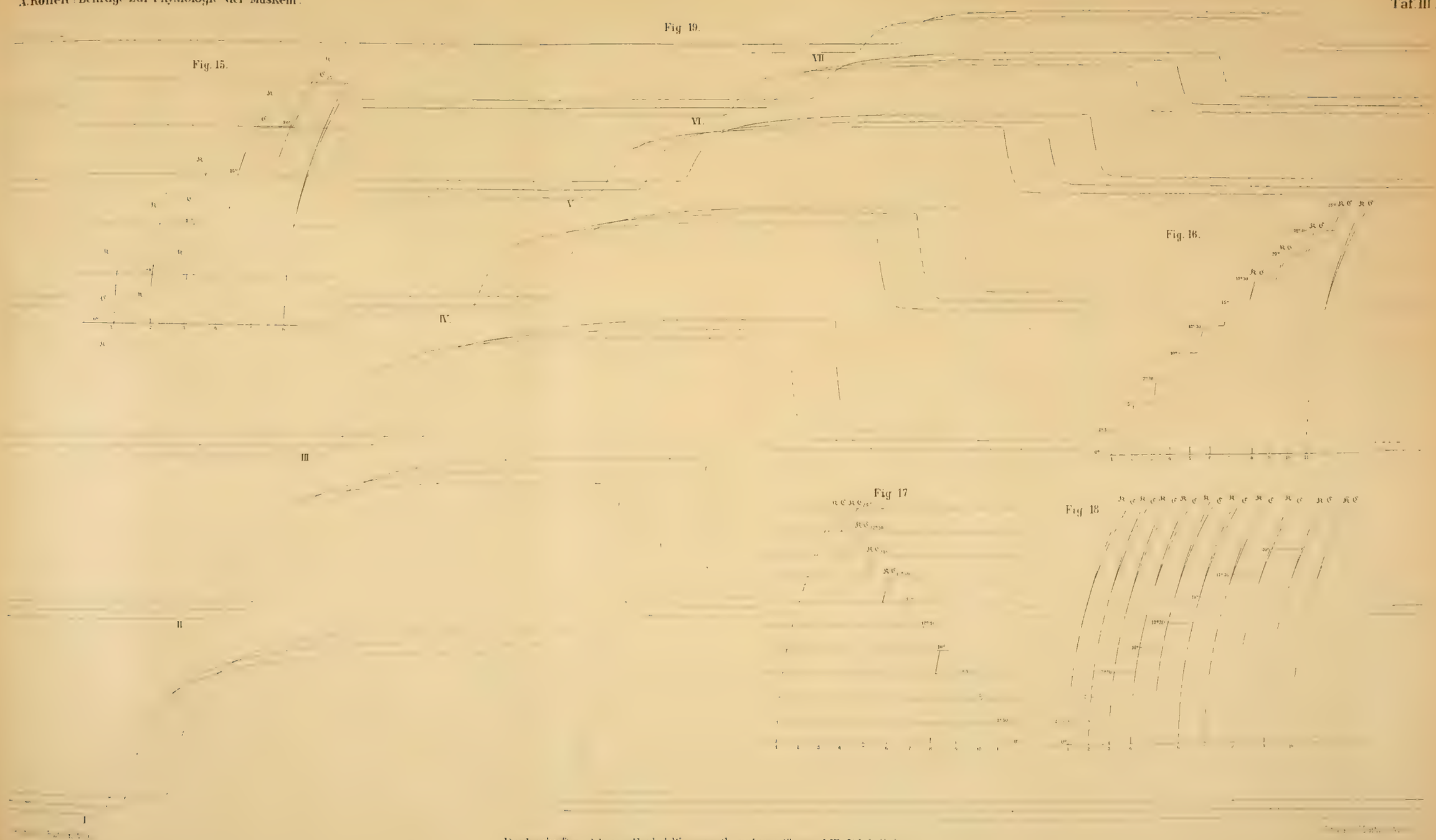


Fig. 16.

Fig. 17

Fig. 18

Fig. 20

Fig. 21

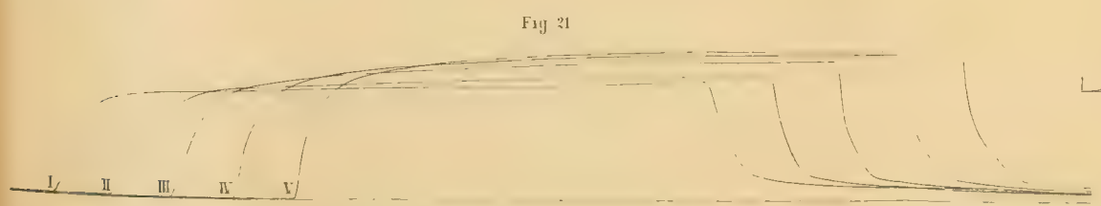


Fig. 29

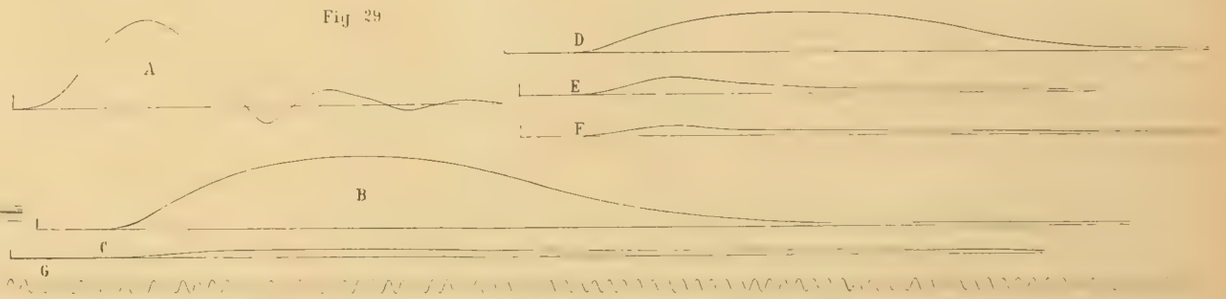


Fig. 22.

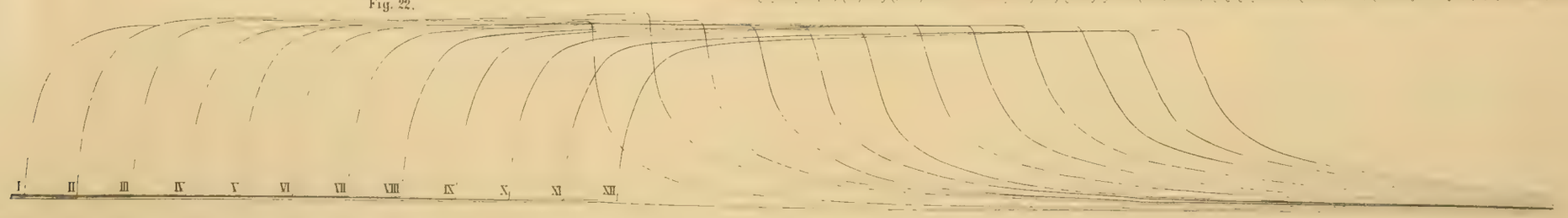


Fig.23.

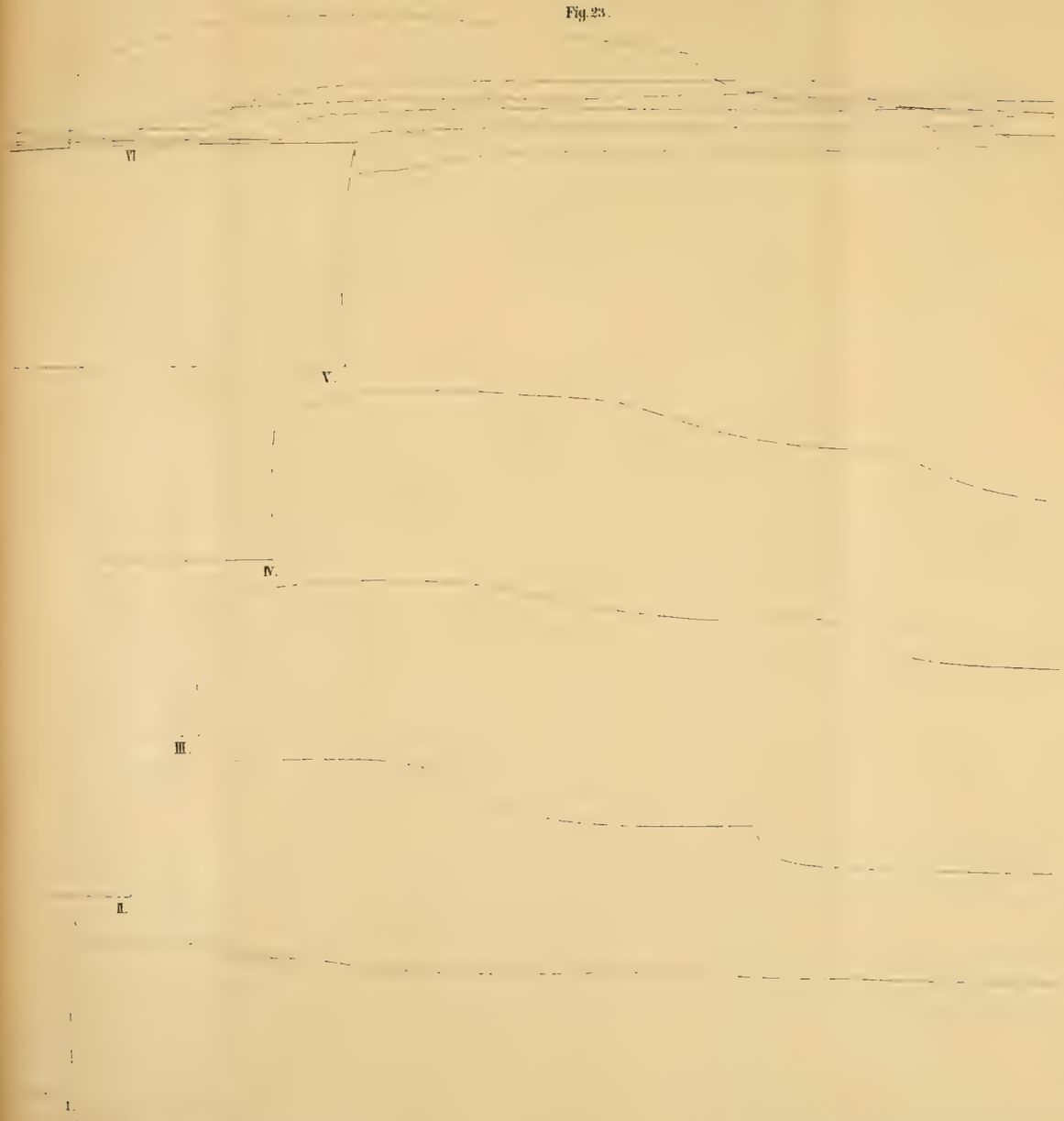
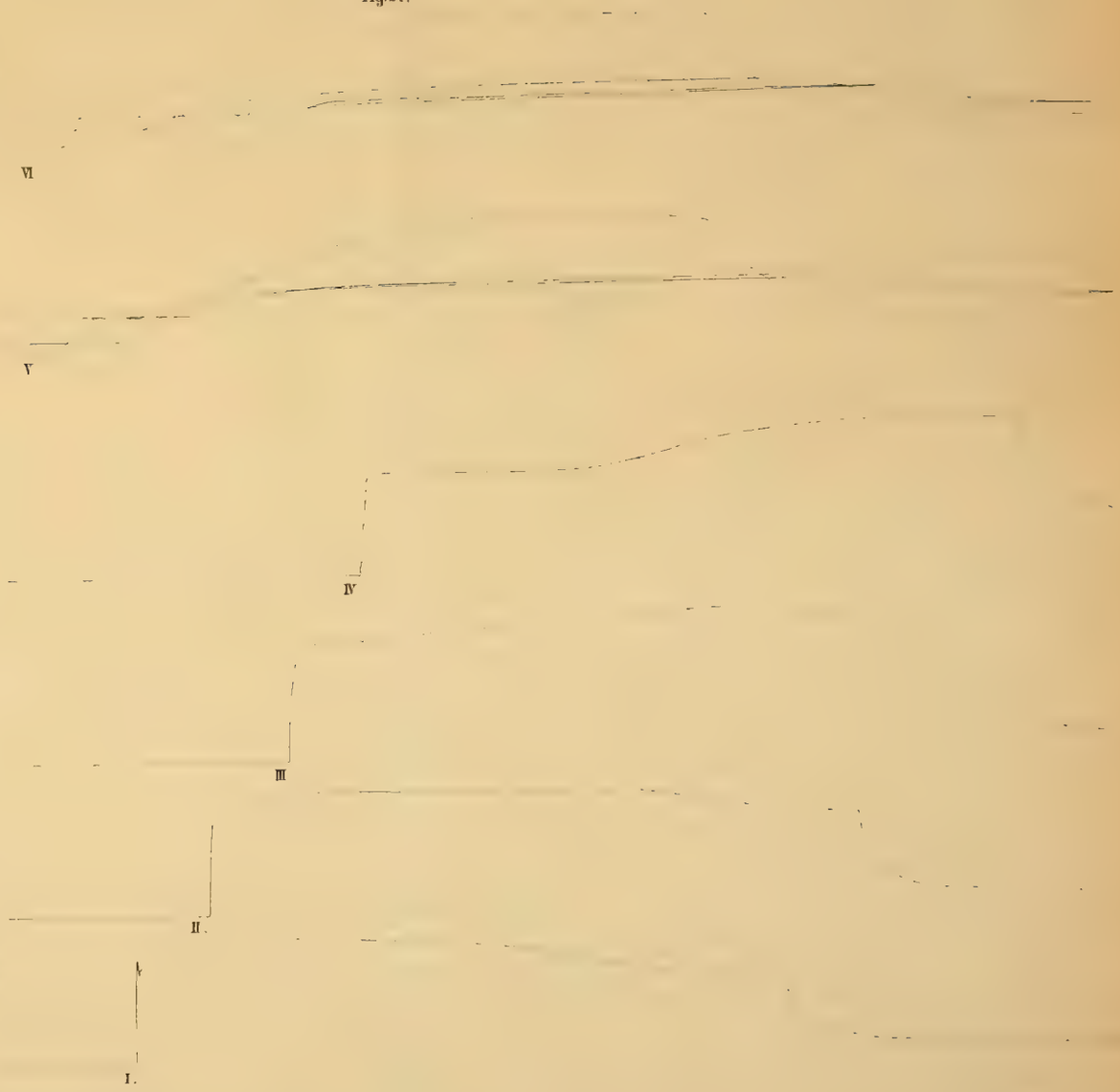


Fig.24.



Druck v. J. Roth in Wien.

Fig 26

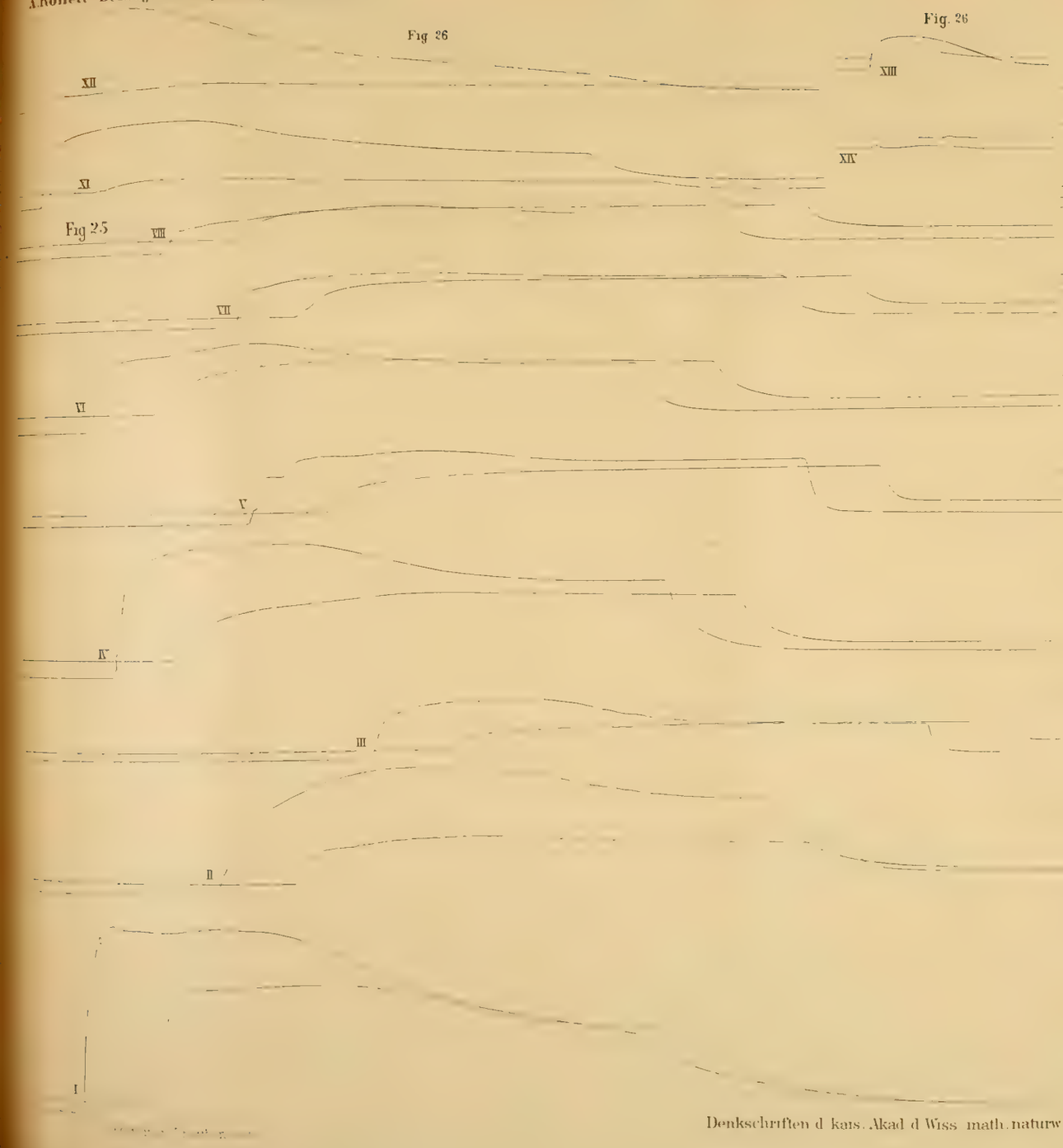
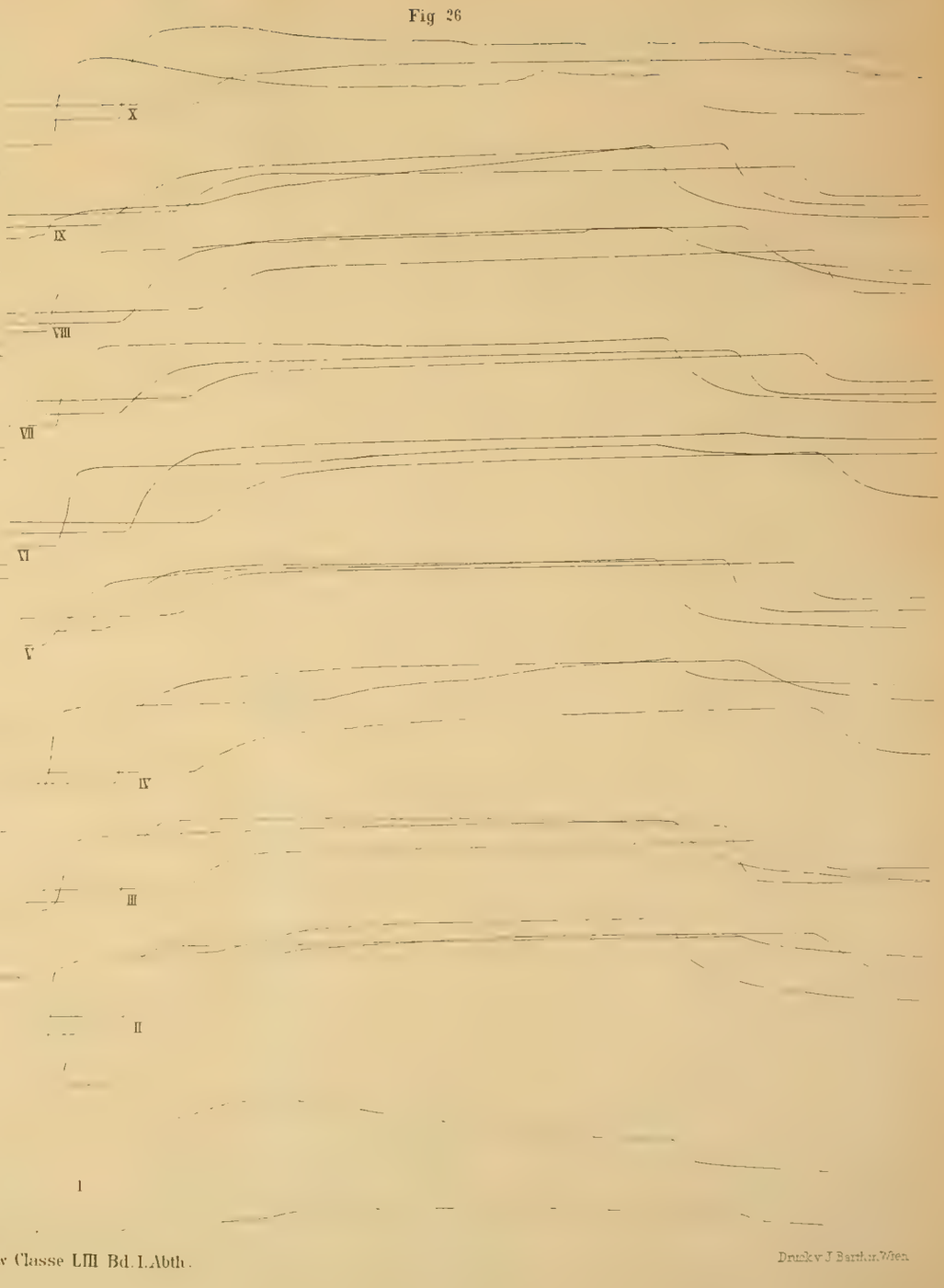


Fig. 26

Fig 25

Fig 26



Druck v. J. Barth in Wien.

Fig 27

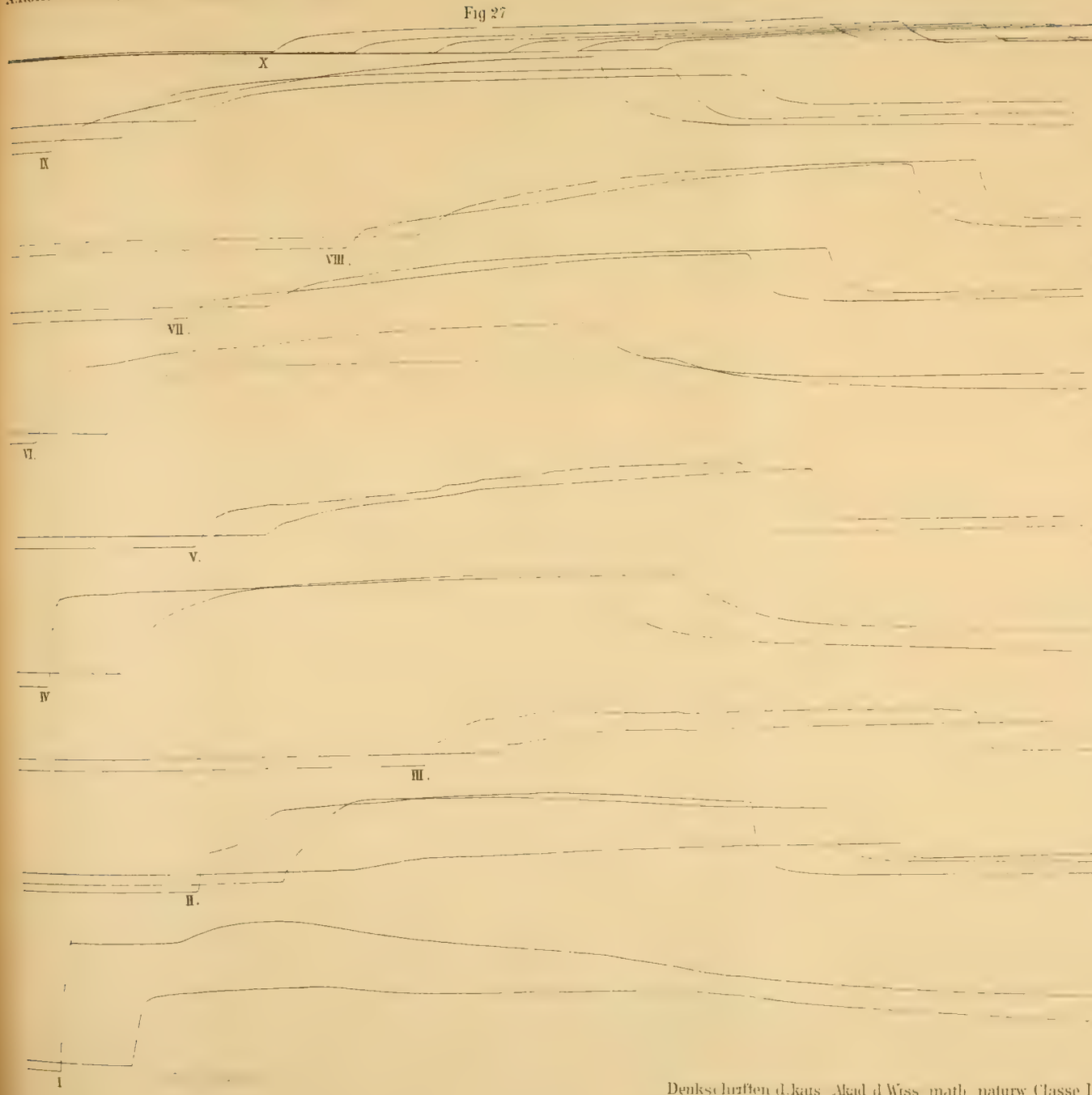


Fig 28.

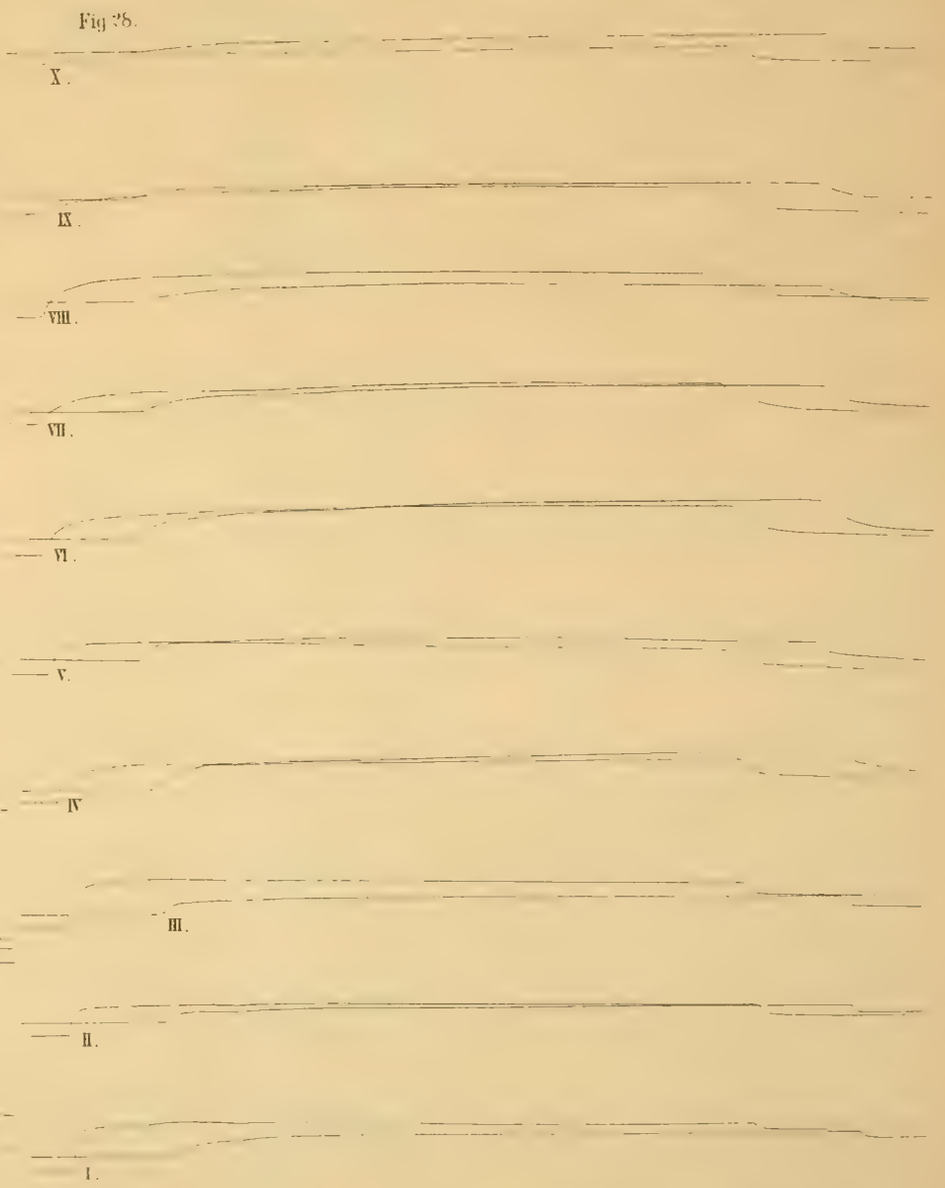


Fig. 30.

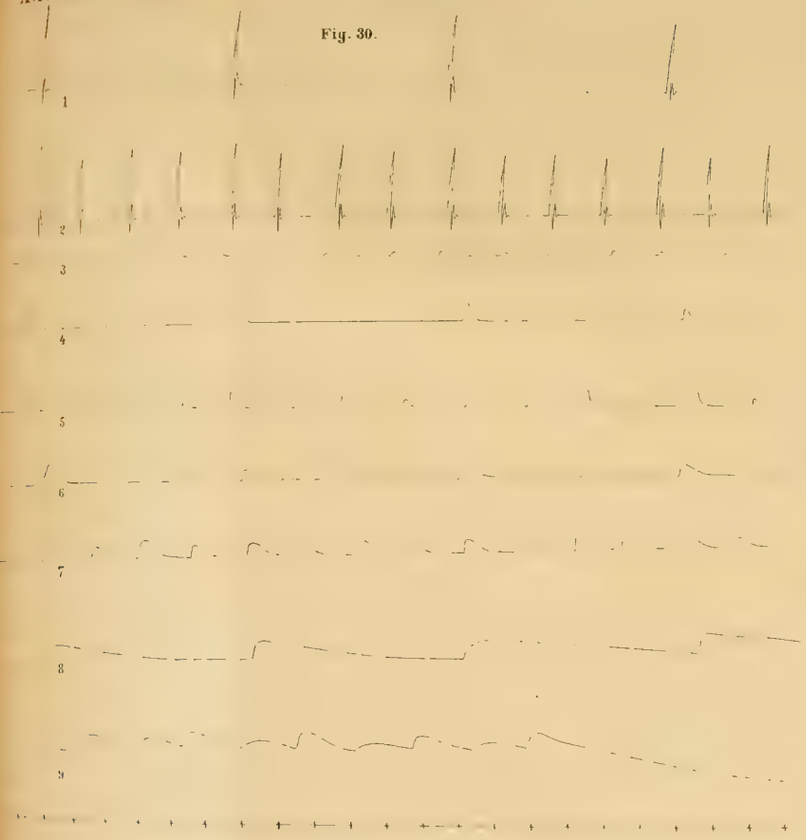


Fig. 32.

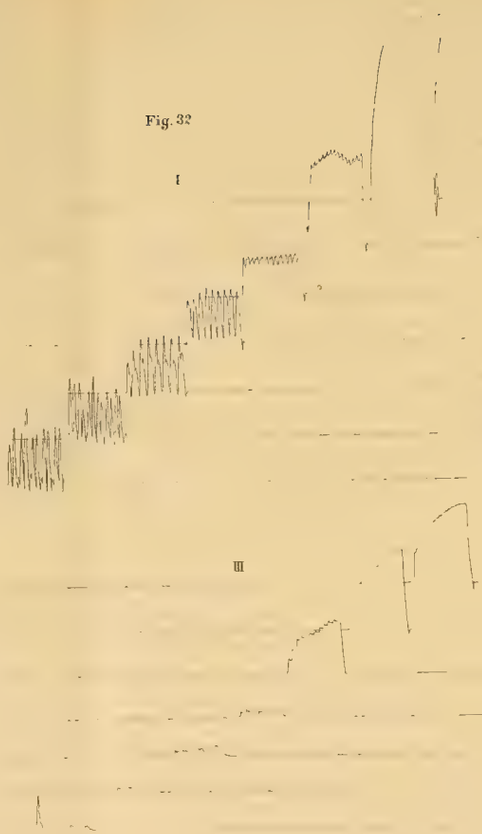


Fig. 35.

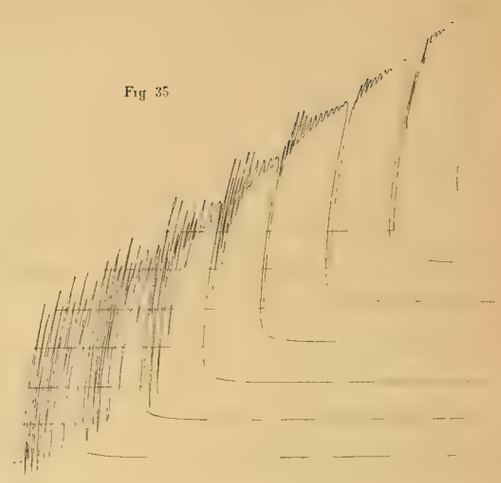


Fig. 38.

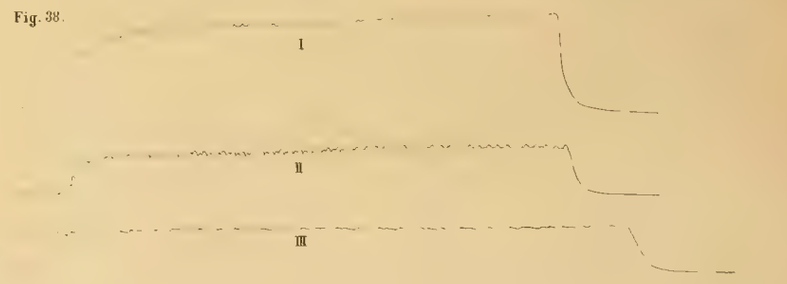


Fig. 37.

Fig. 31.

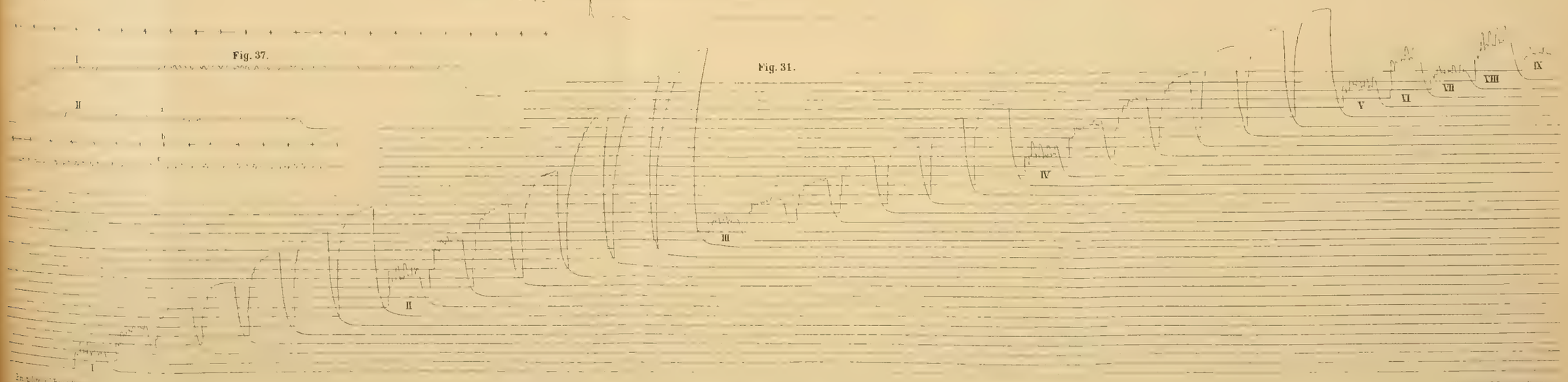


Fig. 33.

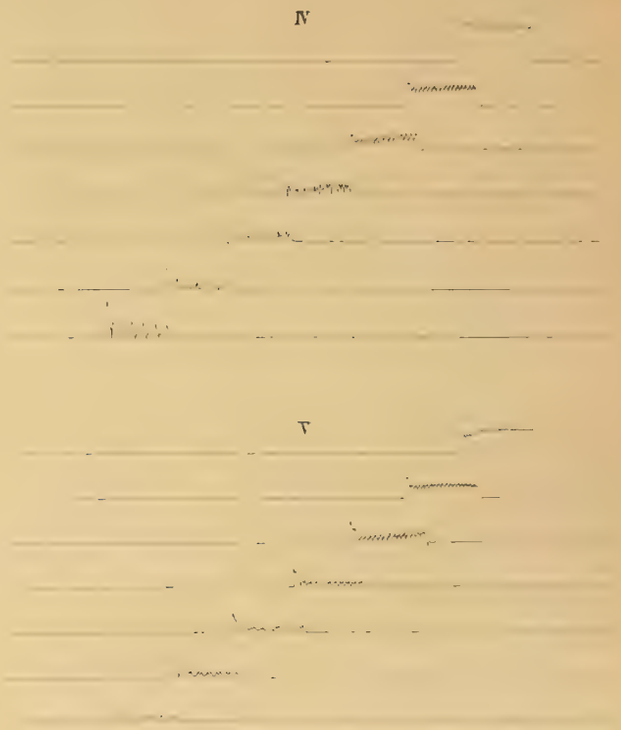


Fig. 34

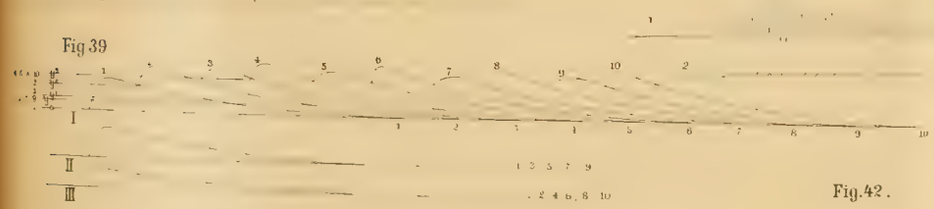


Fig. 39

Fig. 42.

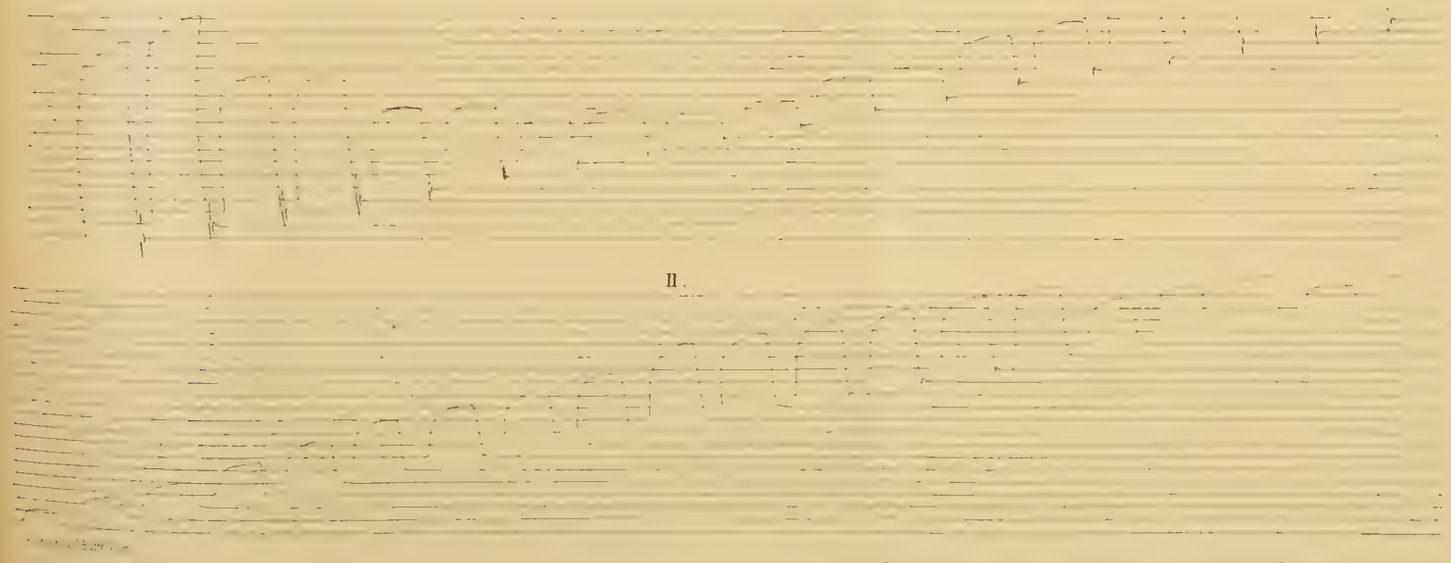


Fig. 36

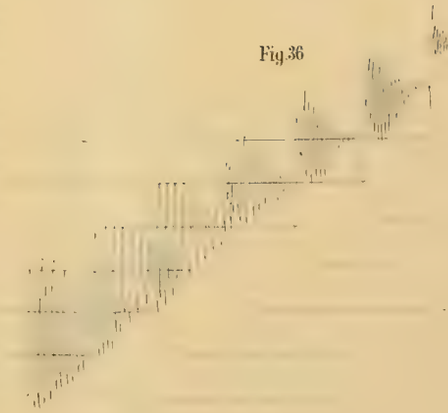


Fig. 40

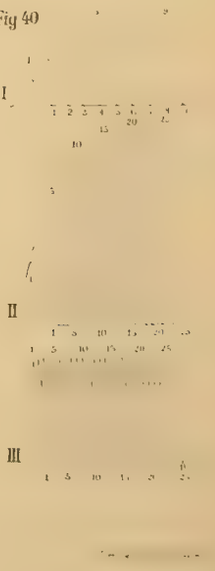


Fig.41. I.

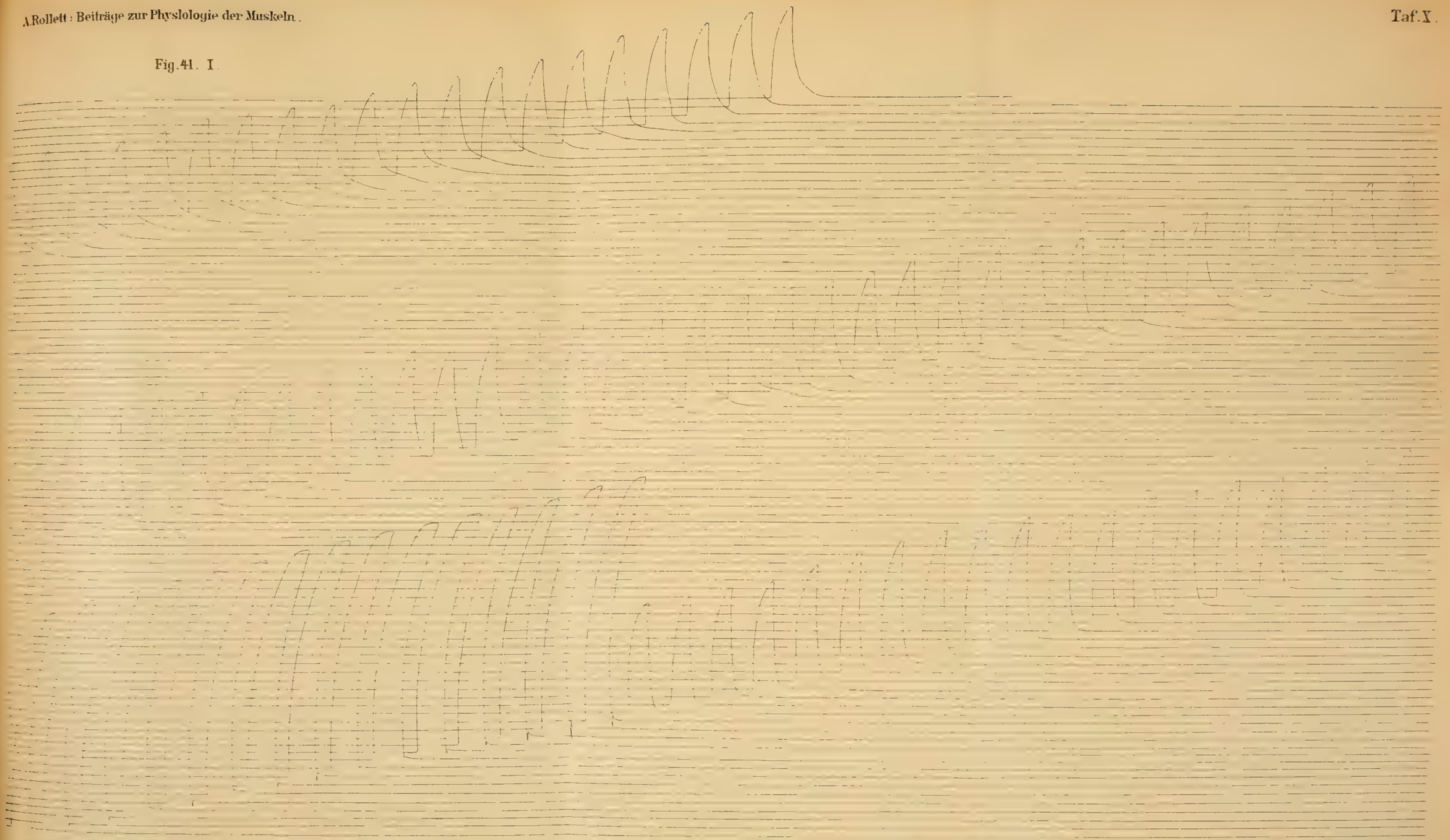
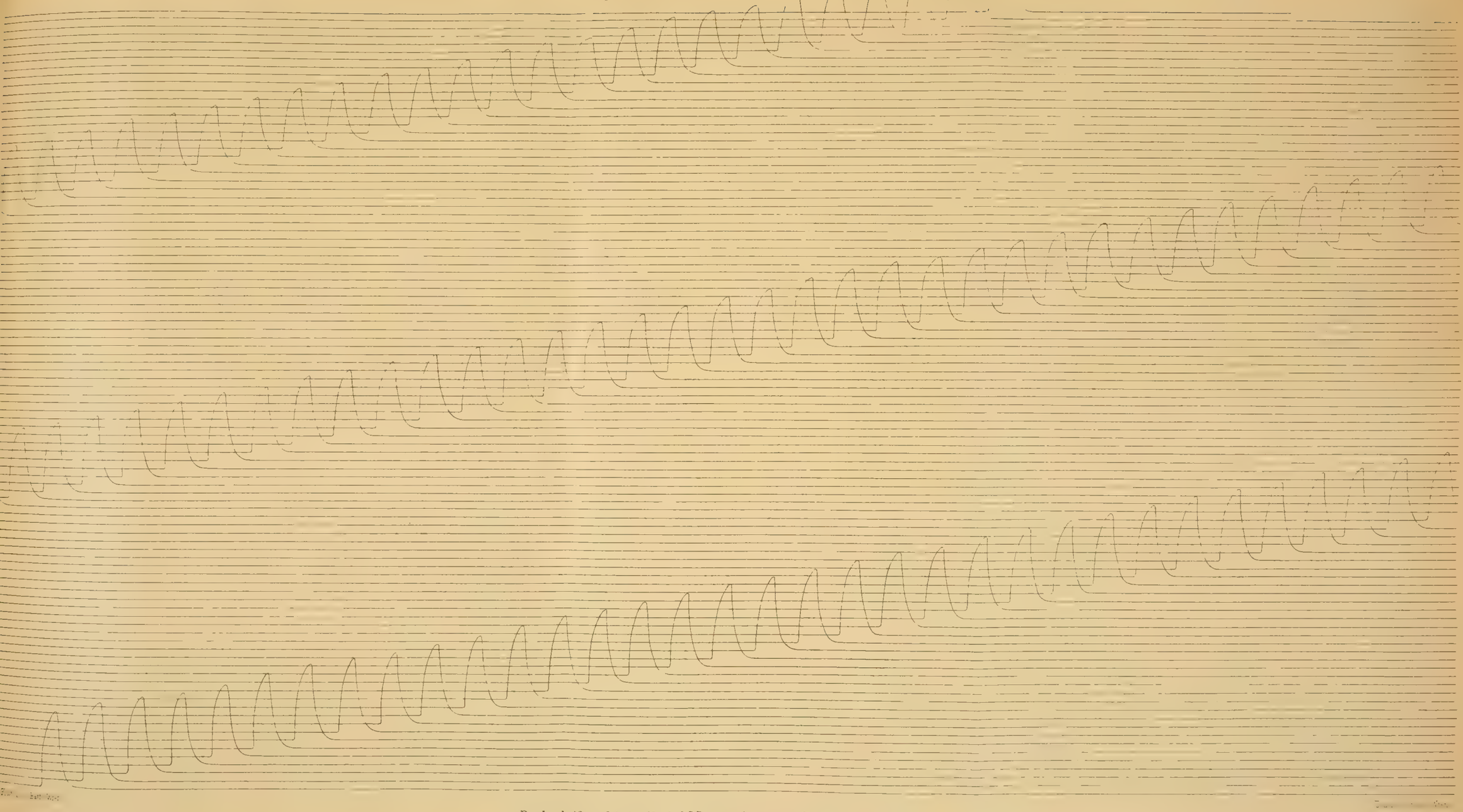


Fig. 41, II.



BEITRÄGE

ZUR

KENNTNISS DER FISCHE JAPAN'S. (IV.)

VON

DR. FRANZ STEINDACHNER,

WIRKLICHEM MITGLIEDE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN,

UND

DR. L. DÖDERLEIN.

(Mit 4 Tafeln.)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 20. MAI 1887.

166. *Centridermichthys affinis* n. sp.

D. 10/19. A. 17. P. 15. V. 1/2 oder 0/2?.

Die Körperhöhe ist $5^1/_2$ mal, die Kopflänge $3^1/_2$ mal in der Totallänge enthalten. Der Augendurchmesser gleicht bei Exemplaren von c. 7^{cm} Länge der Schnauzenlänge oder der Hälfte der Breite des Interorbitalraumes und ist c. $3^1/_4$ in der Kopflänge enthalten; bei einem doppelt so grossen Exemplare dagegen übertrifft die Länge der Schnauze die des Auges und der Durchmesser des letzteren erreicht kaum $^1/_4$ der Kopflänge.

Nasalstachel zart, spitz.

Die grösste Höhe der ersten Dorsale ist c. 3mal, die der zweiten Rückenflosse $2^2/_3$ mal, die Länge der Brustflossen $1^1/_4$ mal und die Ventralen 4mal in der Kopflänge enthalten.

Untere Körperhälfte weisslich oder rothbraun, 6—7 dunkelbraune, mehr oder minder schmale Querstreifen ziehen vom Rücken zur Bauchlinie herab und breiten sich zunächst der Rückenlinie, sowie zunächst der Seitenlinie mehr oder minder deutlich rhombenförmig aus. Eine Reihe intensiv schwarzbrauner Punkte an der Seitenlinie. Zwischen der Brust- und Schwanzflosse, unterhalb der Seitenlinie c. 6 gegen die Caudale an Grösse abnehmende silberfarbige Flecken. Unterhalb des Auges, auf den Wangen und dem Maxillare drei scharf ausgeprägte dunkelbraune Flecken; auch die Kinn- und Schnauzenspitze ist dunkel gefärbt. Erste Rückenflosse vorn und am Oberrande grau, im übrigen Theile glashell. Die Flossenstrahlen der übrigen unpaaren Flossen braun getupft. An der Wurzel der Brustflosse zwei scharf abgegrenzte, rothbraune Striche.

Die von Döderlein gesammelten drei Exemplare von der Küste bei Tango am japanischen Meere sind 7^{cm} lang. Ein bedeutend grösseres Exemplar erhielt ich vor langer Zeit (1874) aus Kanagava.

167. *Centridermichthys argenteus* n. sp. Döderl. (an *C. Schlegelii* Döderl., juv.).

Diese Form stimmt in vieler Beziehung mit *C. Schlegelii* überein, doch finden sich kleine Unterschiede in den Grössenverhältnissen.

Die Körperhöhe ist $5^1/_2$mal, die Kopflänge $3^1/_2$mal in der Totallänge enthalten. Der Augendiameter gleicht der der Schnauzenlänge, $^2/_3$ der Breite des Interorbitalraumes und $^1/_4$ der Kopflänge. Das Maxillare endet unter der Augenmitte. Nasalstachel vorhanden. Nur Ein deutlicher, etwas nach oben gebogener Präoperkelstachel.

Der zweite Dorsalstachel gleicht an Höhe der Hälfte der Kopflänge, ebenso die grösste Höhe der zweiten Dorsale. Die Länge der Brustflosse ist $1^1/_3$mal, die der Bauchflosse $3^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten.

Farbe gelbbraun, oben dunkler. Unter der Seitenlinie zeigen sich mehrere grosse, silberglänzende Flecken, der Rest des Rumpfes ist ohne deutliche Flecken. Erste Rückenflosse in der Mitte glashell, vorne und hinten bräunlich und nur im vorderen Theile oben schwarz. Zweite Rückenflosse, After- und Schwanzflosse undeutlich gebändert. Brustflosse an der Basis mit drei wenig deutlichen Flecken.

Das in der Tokio-Bai gefangene, hier beschriebene Exemplar misst nur $7^1/_2{}^{cm}$ in der Länge und ist vielleicht die Jugendform von *C. Schlegelii* Död. (Döderl.).

168. ***Centridermichthys elegans*** Steind. (?, juv.)

D. 10/18. A. 15—16. V. 1/2.

Körperhöhe $4^1/_2$mal, Kopflänge $3^1/_2$mal in der Totallänge enthalten. Der Augendiameter gleicht der Schnauzenlänge, geht $^1/_2$mal in die Breite des Interorbitalraumes und $3^1/_2$mal in die Kopflänge. Orbitaltentakel oft sehr kurz. Nasalstacheln wohl entwickelt. Das Maxilare endet vor der Augenmitte. Zähne in beiden Kiefern, dem Vomer- und den Gaumenbeinen. Drei Vorsprünge liegen am Unterrande des Praeoperkels, der mittlere ist wenig deutlich; ein vierter liegt am Winkel, den der Rand bildet, er ist mässig lang und endet mit zwei etwas gekrümmten Spitzen.

Die beiden Rückenflossen sind durch einen Hautsaum etwas verbunden; die beiden ersten Dorsalstacheln sind die längsten.

In der Kopflänge sind der zweite Dorsalstachel und die zweite Rückenflosse 2mal, die Brustflosse 1mal, Bauchflosse $3^1/_2$mal enthalten.

Farbe der Bauchseite gelblich; Seiten und Rücken rothbraun, am Kopf mit gelblich gemischt; unterhalb der Seitenlinie ist eine Reihe von c. 11 runden, gelblichen, grossen Flecken. Die Flossen, mit Ausnahme der Bauchflossen sind dunkel gebändert und gefleckt.

Das einzige mir zur Untersuchung vorliegende Exemplar misst nur 3^{cm} und ist möglicherweise eine Jugendform von *C. elegans.* (Döderlein).

Fundort: Tokis-Bai.

169. ***Centridermichthys nudus*** n. sp. Döderl.

B. 6. D. 10/19—20. A. 19. P. 14. V. 2.

Die Körperhöhe ist 6mal, die Kopflänge 3mal in der Totallänge enthalten. Der Augendurchmesser geht $1^1/_2$mal in die Schnauzenlänge, $^3/_5$mal in die Breite des Interorbitalraumes und $4^1/_4$mal in die Kopflänge. Der Kopf ist $3^1/_2$mal so lang als breit. Nasalstachel und Orbitaltentakel fehlt. Das Maxillare endet unter dem Vorderrand des Auges. Sehr schmale Bänder feiner Zähnchen in beiden Kiefern, auf dem Vomer und auf den Gaumenbeinen. Ein ziemlich langer, spitzer und gerader Praeorbitalstachel.

Beide Rückenflossen liegen unmittelbar hintereinander, hängen aber nicht zusammen. Der fünfte Dorsalstachel ist der längste, die vorderen sind unbedeutend kürzer. Die Stacheln sind sehr schwach, biegsam. Pectoralstrahlen sämmtlich einfach, nahezu von gleicher Dicke. Schwanzflosse mit fast geradem Hinterrand. Die Länge des fünften Dorsalstachels ist $2^3/_4$mal, die Höhe der zweiten Rückenflosse $2^2/_3$mal, die Länge der Brustflossen $1^2/_3$mal, die der Bauchflossen $5^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten.

Die Haut ist ganz nackt, auch auf dem Kopf sind keine Tuberkel zu bemerken.

Farbe gelblichbraun, am Kopfe ziemlich bleich. Vom Auge nach der Brustflosse und von da unterhalb der Seitenlinie bis etwa zur Mitte der Afterflosse läuft ein in mehrere Flecken aufgelöster Silberstreif. Alle

Flossen bleich, die Schwanzflosse etwas dunkler. Die Flossenhaut zwischen den sieben ersten Dorsalstacheln schwärzlich, zwischen den beiden ersten ein schwarzer Fleck.

Die vorliegenden Exemplare stammen aus der Tokio-Bai, das grösste ist 5^{cm} lang. Sie lassen sich mit den vorangehend beschriebenen Formen nicht leicht verwechseln.

Die Jugendformen der in Japan reichlich vertretenen Gattung *Centridermichthys* scheinen sich in vielen Punkten von den erwachsenen Individuen derselben Art zu unterscheiden. Sie besitzen wohl sämmtlich in der Jugend unterhalb der Seitenlinie ein mehr oder weniger in Flecken aufgelöstes helleres Band, das bei vielen einen Silberglanz zeigt. Erwachsene Formen lassen solche Flecken gar nicht oder undeutlich erkennen. Constanter ist die Färbung des Rückens, des Kopfes und der Flossen. Ausserdem ist es möglich, dass im späteren Alter die Schnauze verhältnissmässig länger wird und das Ende des Maxillare weiter hinten liegt als bei jungen Individuen. Die Grössenverhältnisse des Körpers scheinen einem Wechsel unterworfen zu sein. Bei den verhältnissmässig geringen Unterschieden der einzelnen Arten ist daher die Unterscheidung derselben sehr schwierig und nur ein grösseres Material, in dem die verschiedenen Altersstufen gut vertreten sind, kann uns in den Stand setzen, Klarheit zu gewinnen. Unter den oben aufgezählten Arten dürften sich vielleicht einige finden, die nur auf Altersverschiedenheiten basirt sind; es war aber nicht möglich, dieselben, ohne die Zwischenglieder zu kennen, mit einer der schon bekannten Formen zusammenzustellen.

Übersicht der japanischen *Centridermichthys*-Arten.

A. Körper bedeckt mit zahlreichen kleinen Knötchen: *C. fasciatus* sp. Heck.

B. Körper glatt.

I. Kein Orbitaltentakel.

a) Schnauze $1^1/_2$ mal so lang als der Augendurchmesser: *C. nudus* Döderl.

b) „ ebenso lang wie das Auge: *C. elongatus sive glaber* Steind.

II. Orbitaltentakel vorhanden.

a) Die ganze Brustflosse dunkelbraun gefleckt und gefärbt.

α. kein Nasalstachel: *C. marmoratus* Döderl.

β. ein Nasalstachel: *C. elegans* Steind.

b) Pectorale ungefleckt oder höchstens an der Basis zwei dunkle Striche.

α. Oberer Theil des Rumpfes und Kopfes mit deutlichen dunklen Flecken,

αα. unter dem Auge liegen 3—4 schwarzbraune Flecken, auf dem Vordeckel und dem Maxillare.

× Schnauze $1^1/_2$ mal so lang wie der Augendiameter: *C. percoides* Gthr.

×× Schnauze ebenso lang wie der Augendiameter: *C. affinis.*

ββ Keine dunklen Flecken unter dem Auge: *C. japonicus* Steind.

β. Oberer Theil des Körpers und Kopfes ohne dunkle Flecken.

1. Unterer Theil der Körperseite höchstens mit kleinen bläulichen Fleckchen besät: *C. Schlegelii* Döderl. (=*C. percoides* Gthr., var., sec. Steind.)

2. Unterer Theil der Körperseite mit einem unterbrochenen Silberstreif: *C. argenteus* Döderl. (an *C. Schlegelii* Döderl. juv.) — Döderl.

170. *Platycephalus insidiator* Forsk.

Sehr gemein bei Tokio, Kochi und Kagoshima und viel gegessen.

Japanischer Name: Kochi.

171. *Platycephalus punctatus* C. V.

Kopf und Rumpf braun, mit vielen schwarzen Punkten. Bauch weisslich. Die erste Rückenflosse ist oben schwärzlich, die zweite ist braun gefleckt. Schwanzflosse mit schwärzlichen Punkten und Flecken, Brustflosse mit matten, schwärzlichen Punkten. Anale und Bauchflosse dunkel gefärbt.

Nicht so häufig wie *Pl. insidiator*. Das grösste Exemplar unserer Sammlung misst 45^{cm}.

Japanischer Name: Megocki.

172. *Platycephalus macrolepis* Blkr.

D. 1/8 11–12. A. 12. L. l. 40—41.

Die Kopflänge ist etwas mehr als $3^1/_3$—$3^1/_2$mal in der Totallänge, die grösste Kopfbreite $1^2/_3$— nahezu $1^3/_4$mal, der Augendiameter 4 — mehr als $4^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten. Die Schnauzenlänge bis zum vorderen Ende des Zwischenkiefers gleicht der Länge des Auges oder übertrifft sie ein wenig. Unterkiefer vorspringend. Die Breite der Stirne zwischen den Augen ist sehr gering und durchschnittlich 3mal in der Augenlänge enthalten. Mehrere Nasalstacheln und zahlreiche Stacheln am Hinterhaupt.

Ein ziemlich langer Stachel am oberen Ende des vorderen Augenrandes. Obere Augenrandleiste stark vorspringend und sägeförmig gezähnt. Praeorbitale mit drei Leisten, von denen die zwei vorderen nach unten in freie Zähne endigen. Die Infraorbitalleiste hinter dem Auge bis zum oberen längsten der drei Vordeckelstacheln sägeförmig, stark gezähnt.

Letzter Dorsalstachel kürzer und viel zarter als der Vorstachel der Dorsale. Die Spitze der Ventralen reicht nahezu bis zum Beginne der Anale, bei einigen Exemplaren bis zur Basis des zweiten Analstrahles. Sämmtliche Kopf- und Rumpfschuppen am Rande stark gezähnt. Seitenlinie ohne Dornen, Farbe rothbraun. C. sechs dunklere Querbinden laufen über den Rumpf. Erste Dorsale oben schwärzlich, zweite Rückenflosse und Brustflosse fein dunkelbraun gefleckt oder gebändert. Schwanzflosse mit undeutlichen (bei Weingeistexemplaren) breiten Bändern. Afterflosse gelblich. Bauchflosse mit schwärzlichen Flecken.

Diese Art kommt bei Tokio nicht selten vor, erreicht aber keine bedeutende Grösse. Die grössten Exemplare unserer Sammlung sind 16^{cm} lang.

Japanischer Name: Anesagochi.

173. *Platycephalus rudis* Gthr.

Die Kopflänge ist $3^1/_3$mal in der Totallänge, die grösste Kopfbreite 2mal, der Augendiameter $4^1/_4$mal, die grösste Kopfhöhe am Hinterhaupte c. 3mal, die grösste Kopfbreite 2mal in der Kopflänge, die Breite des Interorbitalraumes $3^1/_3$mal in der Augenlänge enthalten.

Die Schnauzenlänge (bis zum vorderen Ende des Zwischenkiefers gemessen) ist mehr als $3^3/_4$mal in der Kopflänge begriffen. Unterkiefer vorspringend. Unterer Rand des Praeorbitale mit 3—4 wenig vorspringenden Stacheln, Knochenstütze des Vordeckels mit 6—7 nach hinten gerichteten Zähnen. Die Stacheln am Winkel des Vordeckels nehmen gegen den obersten rasch an Länge zu.

Die 9—10 ersten Schuppen der Seitenlinie mit einem Dorn bewaffnet. Die Spitze der Ventralen reicht bis zur Basis des zweiten oder dritten Analstrahles zurück.

Schwanzflosse mit breiten schwärzlichen Querbändern. Vorderster Theil des Rumpfes mit ziemlich grossen, schwärzlichen Punkten geziert.

Nicht selten auf dem Fischmarkt zu Tokio.

Japanischer Name: Onagochi.

L. lat. c. 65—69.

Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass die hier von uns beschriebene *Platycephalus*-Art mit Günther's *Plat. rudis* identisch ist und stimmt auch mit der oberen Figur auf Tafel XXIX des Challenger-Werkes, Shore Fishes überein; dagegen nur wenig mit der oberen, wahrscheinlich sehr oberflächlich und ungenau gezeichneten Kopfansicht derselben Art im genannten Werke.

174. *Platycephalus japonicus* Tiles.

Ein von Dr. Döderlein als *Platyc. armatus* n. sp. eingesendetes und beschriebenes Exemplar vermag ich nicht von *Platyc. japonicus* Til. zu unterscheiden, von welcher Art das Wiener Museum ein von Director

Schlegel in Leyden bestimmtes kleines Exemplar besitzt. Beide Exemplare besitzen drei Stachel am Vordeckel, von denen der unterste äusserst kurz und zart ist, daher sehr leicht übersehen werden kann und vielleicht im höheren Alter verschwinden mag. Längs der Rumpfseiten liegen in Übereinstimmung mit Dr. Bleeker's Beschreibung derselben Art (Verhandl. Batav. Genootsch. van Kunsten en Wetensch., Deel XXV., 1853; Nalez. op de Ichthyol. van Japan, p. 28) c. 65—70 Schuppen längs der Seitenlinie, nicht aber 100, wie Dr. Günther angibt, dessen Beschreibung nur nach erwachsenen Individuen gegeben sein dürfte.

Kopflänge $3^1/_2$mal in der Totallänge, Kopfbreite mehr als 2mal, Augenlänge 4mal, Schnauzenlänge $3^2/_3$mal in der Kopflänge, Stirnbreite etwas mehr als 3mal in der Augenlänge enthalten. Ein grosser Stachel am oberen Theile des vorderen Augenrandes. Obere Augenrandleiste nur in der hinteren kleineren Hälfte sägeförmig gezähnt.

Knochenstütze des Praeoperkels mit zwei bis drei weit von einander entfernt stehenden Stacheln. Von den drei Dornen zunächst dem Vordeckelwinkel ist der unterste äussert kurz und zart, der dritte mehr als zweimal so lang als der zweite, doch kaum länger als $^1/_4$ des Augendiameters. Vier parallel zu einander laufende gezähnte Leisten am Hinterhaupt.

Ein zartes Hautläppchen unter den Stacheln am Winkel des Vordeckels.

Die Spitze der Ventralen reicht ein wenig über den Beginn der Anale zurück.

Nur der vorderste Theil der Seitenlinie mit 3—4 Dornen.

Farbe des Körpers grau, mit undeutlichen Querbändern und Tupfen.

Beide Rückenflossen und die Pectorale dunkelbraun in regelmässigen Reihen getupft. Schwanzflosse und Ventrale mit breiten schwärzlichen Bändern oder Tupfen. Afterflosse gelblich, gegen das hintere Ende etwas schwärzlich.

Länge des beschriebenen Exemplares aus Tokio 12^{cm}.

D. 1/8/12—13. A. 12. L. l. c. 65.

175. ***Hoplichthys Langsdorffii*** C. V.

Diese Art wird in ziemlicher Menge vor dem Hafen von Kochi auf Shikoku auf sandigem Boden in einer Tiefe von c. 40 Faden in Gemeinschaft mit *Pagrus cardinalis*, *Synagris sinensis*, *Callionymus longicaudatus*, *Saurus myops*, *Muraena reticularis* u. a. gefangen.

Das dem Wiener Museum übergebene Exemplar aus der Tokio-Bai ist 13^{cm} lang.

Japanischer Name: Togeno nezupo.

176. ***Platycephalus asper*** C. V.

Die Kopflänge erreicht nicht ganz $^1/_3$ der Totallänge, die Kopfbreite ist $1^5/_6$mal in der Kopflänge enthalten. Die vorderen 10—11 Schuppen der Seitenlinie tragen je einen deutlich entwickelten Dorn.

Ein junges Exemplar von Osima, durch Baron Ransonnet.

177. ***Bembras japonicus*** C. V.

Ein Exemplar aus Tokio, 22^{cm} lang.

Bembras japonicus scheint in bedeutender Tiefe zu leben und erreicht eine Länge von mehr als 35^{cm}.

178. ***Lepidotrigla Bürgeri*** Temm., Schl.

D. 9/16. A. 16. L. lat. 58—61.

Das Praeorbitale endigt nach vorne in einen langen, platten, dreieckigen Fortsatz, dessen freie Ränder fein gezähnelt sind und dessen Breite an der Basis stark variirt. Die Länge dieses Fortsatzes ist bei jüngeren Individuen ein wenig länger, bei älteren etwas kürzer als ein Augendiameter. Die Schnauze fällt ziemlich steil nach vorne ab und ist, im Profile gesehen, ein wenig wellenförmig gebogen. Der Augendiameter ist

3 $3^2/_5$ mal in der Kopflänge (mit Ausschluss des Praeorbitalfortsatzes) enthalten. Die Stirnbreite gleicht bei jüngeren Individuen der Augenlänge, übertrifft sie aber bei älteren Individuen.

Die obere Augendecke springt mässig wulstförmig über den mittleren Theil der Stirn hervor, die somit querüber concav erscheint. Die obere Augenwand ist ungezähnt.

Die Stacheln der Dorsale sind ziemlich kräftig. Der zweite und dritte derselben gleichen sich an Höhe und übertreffen in dieser Beziehung ein wenig die Hälfte der Kopflänge (mit Ausschluss des Praeorbitalfortsatzes). Die folgenden Stacheln nehmen bis zum letzten allmälig an Höhe ab, der erste Stachel ist merklich länger als der fünfte, aber bereits ein wenig kürzer als der dritte. Die Länge der Pectorale steht der Kopflänge um kaum mehr als $^1/_3$ der Augenlänge nach. Die Spitze des längsten Strahles der Brustflossen reicht bis zur Basis des sechsten (bei jüngeren Individuen) — zweiten Analstrahles zurück.

Der längste oberste der drei Pectoralanhänge ist nahezu um eine Augenlänge kürzer als der Kopf. Die Aussenseite der Brustflossen ist im grösseren vorderen Theile milchigweiss, an der Innenfläche schmutzig blauviolett, mit Ausnahme des obersten und der drei untersten Strahlen, die eine gelbe Färbung zeigen.

Neun Plattenpaare liegen an der Basis der stacheligen Dorsale; die drei ersten sind am grössten, von oben gesehen flach, fast viereckig; die folgenden verschmälern sich, spitzen sich nach hinten stachelförmig zu und sind nach beiden Seiten abgedacht. Die 15 Platten nächst der Basis der gegliederten Dorsalstrahlen endigen in ziemlich lange Stachelspitzen und sind schmal.

Der Seitencanal verzweigt sich auf jeder Schuppe der Seitenlinie in 3—8 Äste.

Lepidotrigla Bürgeri kommt sehr häufig an den Küsten Japans bei Tokio, Nagasaki, sowie an der benachbarten chinesischen Küste vor und erreicht eine Länge von 20^{cm}.

179. *Lepidotrigla longispinis* n. sp.

Taf. IV, Fig. 1 und 1 *a*.

D. 8—9/15. A. 15. L. lat. 58—60.

Schnauzenvorsprung des Praeorbitale von geringer Länge, nach vorne elliptisch gerundet und gezähnt, zwei dieser Zähne viel kräftiger, doch nur wenig länger als die übrigen.

Die Schnauze fällt nach vorne weniger steil ab als bei *Lepidotr Bürgeri*.

Die Kopflänge (mit Ausschluss des Praeorbitalvorsprunges) ist genau oder etwas mehr als 3mal in der Körper- oder $3^3/_5$ $3^3/_4$mal in der Totallänge, der Augendiameter $3^1/_4$—$3^1/_5$mal, die Kopfhöhe c. $1^1/_2$mal, die Kopfbreite etwas mehr als $1^4/_5$mal in der Kopflänge enthalten.

Die obere Randdecke des Auges erhebt sich stark über den mittleren Theil der Stirne, die daher sehr eingedrückt erscheint. Die Stirnbreite erreicht c. $^3/_4$ der Augenlänge. Am vorderen wie am hinteren Endstück des oberen Augenrandes liegen zwei Stacheln und unmittelbar hinter denselben läuft eine kurze, aber tiefe Rinne herab.

Der zweite Stachel der Dorsale zeichnet sich durch seine Höhe aus, die $1^1/_3$—$1^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten ist. Der erste Dorsalstachel ist bei einem Exemplare halb so lang wie der Kopf, bei einem zweiten etwas grösseren Exemplare aber $2^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten und stets merklich kürzer als der dritte Dorsalstachel. Die Spitze der Pectorale reicht bis zur Basis des zweiten oder dritten Analstrahles, die Spitze der Ventralen nahezu oder genau bis zum Beginn der Anale. Die beiden ersten Dorsalstacheln sind am Vorderrande stark gesägt.

Eine scharf vorspringende, nach hinten in einen Zahn endigende horizontale Leiste zieht hinter dem Auge über dem oberen Ende des aufsteigenden Vordeckelastes hin.

28 Paare von Dorsalplatten, die 3—4 vordersten endigen seitlich in mehrere sehr kurze Spitzen, jeder der übrigen erhebt sich nach hinten in einem kräftigen Stachel.

Die Seitenlinie verzweigt sich auf jeder Schuppe, welche sie durchbohrt, in 3—5 divergirenden Canälchen.

Farbe oben röthlichbraun, unten weiss, zwei — drei in Flecken aufgelöste dunkelbraune Querbinden sowohl unter der ersten wie der zweiten Dorsale am Rumpf. Die erste Dorsale zeigt hie und da einige schwärzliche Flecke. Zuweilen liegen ein — drei Paare verschwommener milchweisser Flecken zunächst unter der Basis der Dorsalen am Rumpfe.

Die Caudale nimmt gegen den hinteren Rand eine dunklere Färbung an.

Pectorale auf der Innenseite schwärzlich, mit Ausnahme des obersten und der drei untersten Strahlen und auf dem dunklen Theile zeigen sich mehrere Reihen hellblauer Flecke.

Drei Exemplare bis zu 17^{cm} Länge, aus Tokio.

180. *Lepidotrigla microptera* Gthr.

Taf. IV, Fig. 2 und 2 *a*, juv.

Syn. *Lepidotrigla Strauchii* Steind., adult.

D. 9/17. A. 16—18. L. l. 65—66. (59—60 bei Ex. von 15^{cm} Länge.

Zwei von Dr. Döderlein eingesendete Exemplare von c. 20^{cm} Länge besitzen den, wie ich glaube, für *Lepidotrigla microptera* Gthr. charakteristischen grossen schwarzen Fleck zwischen dem vierten — siebenten Dorsalstachel, stimmen aber in allen übrigen wichtigen Merkmalen, so z. B. in der Zahl der Schuppen längs der Seitenlinie, in der Höhe der Dorsalstacheln, in dem Vorkommen einer schwefelgelben Längsbinde am unteren Theile der Körperseiten, mit den grossen Exemplaren von *Teigla (Lepidotrigla) Strauchii* Steind. überein, bei welchem der dunkle Fleck auf der stacheligen Dorsale nicht mehr angedeutet ist.

Ich gebe in den nachfolgenden Zeilen nur eine detaillirte Beschreibung der von Döderlein gesammelten zwei mittelgrossen Exemplare, welche mit jener zu vergleichen ist, welche ich im Jahre 1876 (Ichthyol. Beiträge VII., p. 166—168) nach zwei alten Individuen von *Hakodate* entworfen habe. Über ein drittes jüngeres Exemplar wird am Schlusse dieser Beschreibung der beiden mittelgrossen Exemplare eine besondere Notiz gegeben werden.

Die Kopflänge (mit Ausschluss des den Mundrand nach vorne überragenden Praeorbitalfortsatzes) ist 4mal in der Totallänge, der Augendiameter $3^3/_5$ mal, die Schnauzenlänge (ohne Praeorbitalfortsatz) etwas mehr als $2^1/_4$ in der Kopflänge enthalten; die Stirnbreite gleicht genau der Augenlänge. Die Schnauze fällt etwas steiler nach vorne ab, als bei *Lepidotr. Bürgeri* und ist, im Profile gesehen, ein wenig convex.

Die grösste Kopfhöhe steht der Kopflänge um einen Augendiameter nach, die grösste Kopfbreite ist c. $1^2/_3$mal in der Kopflänge enthalten. Der vordere Augenrand ist wulstig und am oberen Ende desselben liegen ein — zwei kurze Stacheln. Der Aussenrand der oberen schwächer gewölbten Augendecke ist sehr fein, gleichmässig gezähnelt. Leiste hinter dem Auge stumpf.

Der zweite Dorsalstachel gleicht dem dritten an Höhe und erreicht nicht ganz die Höhe des Vorderrumpfes. Der erste Dorsalstachel ist c. $1^4/_5$mal in der Höhe des zweiten enthalten.

Die Pectorale ist ebenso lang wie der Kopf und reicht bis zur Basis des fünften Analstachels zurück; die Ventrale ist um $^2/_3$ einer Augenlänge kürzer als die Pectorale und überragt mit ihrer Spitze ein wenig den Beginn der Anale. Eine scharf abgegrenzte schwefelgelbe Längsbinde nimmt das dritte Viertel der Höhe der Rumpfseite ein.

Die Praeorbitalia springen nur sehr mässig über den Kieferrand vor und endigen in je c. 6 Stacheln, die gegen den äusseren an Grösse allmälig zunehmen. Die inneren drei Stacheln sind sehr kurz; der äusserste sechste Stachel ist nicht viel länger, aber fast doppelt so kräftig wie der fünfte Stachel. 25 Paare von Dorsalplatten; die drei vordersten von oben gesehen, flach, die folgenden erheben sich allmälig zu immer höheren Kämmen mit stark gezähntem Rande.

Die Seitenlinie durchbohrt bei sämmtlichen von mir untersuchten Exemplaren nur 65—66 Schuppen und verzweigt sich auf jeder derselben in 4—6 divergirende Canäle. Unterhalb des grossen, zuweilen verschwommenen (bei alten Individuen oft spurlos fehlenden) schwarzen Fleckes auf der Dorsale ist die Flosse zuweilen schmutzig, undurchsichtig weiss.

Innenseite der Pectorale mit Ausnahme der drei — vier unteren Strahlen schwärzlich.

Fundort: Tokio, Hakodate, Shanghai. (Steind.).

Unter dem Namen *Lepidotrigla tokiensis* n. sp. Död. erhielt ich von Dr. Döderlein zwei kleine Exemplare von 12^{cm} und $14^1/_2{}^{cm}$ Länge. In der Zahl der Schuppen längs der Seitenlinie (58—60) stimmen sie wohl mit einander überein; nach der Form des Kopfes und der ersten Dorsale, sowie auch theilweise aus der Rumpfzeichnung ergab sich jedoch, dass das 12^{cm} lange Exemplar eine Jugendform von *Lepidotrigla longispinis* Döderl., das zweite etwas grössere Exemplar, welches einen grossen schwarzen Fleck auf der ersten Dorsale und eine gelbe Längsbinde in der unteren Rumpfhälfte zeigt, als eine Jugendform von *Lep. microptera* Gthr. zu deuten sei. Ich habe daher die Art *Lepidotrigla tokiensis* eingezogen. Taf. IV, Fig. 2 und 2 *a* gibt eine genaue Abbildung jenes Exemplares von *Lep. tokiensis*, welches meines Erachtens zu *Lep. microptera* Gthr. gehört; es zeigt, wie schon erwähnt, einen schwarzen Fleck auf der ersten Dorsale und stimmt in der Kopfform genau mit älteren Individuen überein, ebenso in der Länge der Pectorale, dagegen durchbohrt die Seitenlinie nur 59 oder 60 Schuppen am Rumpfe, und der dreieckige Praeorbitalfortsatz endigt in einem einzigen, verhältnissmässig langen spitzen Dorn, während die übrigen nach innen folgenden Zähne (älterer Exemplare) mit ihrer Spitze kaum frei nach aussen hervortreten, doch bereits erkenntlich angedeutet sind.

Bei beiden als *Lep. tokiensis* bezeichneten Exemplaren liegen 2—3 Paare milchweisser, an den Rändern nicht scharf abgesetzter Flecken an der Basis der beiden Dorsalen.

Ein drittes, schlecht erhaltenes Exemplar von 15^{cm} Länge, welches von Dr. Döderlein als *Lep. Güntheri* Hilgend. eingesendet, vermag ich gleichfalls nicht von *Lep. microptera* Gthr. zu unterscheiden.

180 *a.* ***Lepidotrigla microptera*** Gthr., juv. (an *L. maculosa* n. sp. Döderl.).

Diese Form unterscheidet sich von der vorangehenden nur in wenigen untergeordneten Punkten. Die Form des Kopfes ist etwas gestreckter, die Schnauze fällt minder steil nach vorne ab, als bei *Lep. microptera*, und der vorspringende Theil des Praeorbitale ist gerundet und mit 3—4 unter sich fast gleich stark entwickelten kleinen Zähnchen bewaffnet. Die Ränder der Orbita springen nach oben weit stärker vor als bei *Lep. microptera*, wodurch der Interorbitalraum stark concav wird. Seine Breite ist auch nur $^2/_3$ von der des Augendurchmessers; der äussere Praeorbitalstachel ist ziemlich schwach.

Die erste Dorsale enthält 10 verhältnissmässig sehr kräftige Stacheln, von denen der letzte sehr klein und der erste an der Vorderseite mit Zähnen besetzt ist. Die Dorsalplatten sind nur längs der ersten Dorsale mehr spitzig. Die Schuppen der Seitenlinie zeigen nur einen grossen Canal.

In den anderen Eigenschaften, besonders in der Färbung, stimmt diese Form genau mit der vorigen überein.

Das hier beschriebene Exemplar misst nur 7^{cm} und ist nicht besonders gut erhalten, daher ich es vorläufig nur als Anhang zur vorhergehenden Art anführe, von der es möglicher Weise die Jugendform darstellt. Es stammt von der Küste von Tango am japanischen Meere. (Döderl.)

181. ***Lepidotrigla japonica*** sp. Blkr.

Syn. *Prionotus japonicus* Blkr., Nieuve Nalezingen op de Ichthyologie of Japan, in Verhandel. van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetensch. Deel XXVI. Batavia 1854—57, p. 75—76, Taf. V, Fig. 1.
Lepidotrigla avis n. sp. Döderl. in liter.

Von dieser durch die Länge und eigenthümliche Zeichnung der Pectorale ausgezeichneten Art besitzt das Wiener Museum drei wohlerhaltene Exemplare von 11 16^{cm} Länge von Osima durch Herrn Baron Eug. v. Ransonett und ein etwas beschädigtes Exemplar von 12^{cm} Länge aus Kagoshima durch Dr. Döderlein.

Dr. Bleeker will bei den von ihm untersuchten Exemplaren eine schmale Binde zarter, kaum sichtbarer Gaumenzähne gesehen haben; ich kann trotz sorgfältiger, wiederholter Untersuchung auch nicht die geringste Spur von Gaumenzähnen bemerken, und reihe daher *Prion. japonicus* Blkr. in die Gattung *Lepidotrigla* ein.

Der Präorbitalfortsatz springt dreieckig vor, ist von geringer Länge und trägt an seiner vorderen Spitze einen kurzen Stachel. Die Kopflänge, mit Ausnahme des vorspringenden Theiles des Präorbitale, gleicht genau einem Viertel der Totallänge, die Kopfhöhe ist etwas mehr als $1^1/_3$mal, die Kopfbreite c. $1^2/_3$mal, die Augenlänge $3^2/_3$mal, die Stirnbreite c. $5^1/_2$mal, die Schnauzenlänge (mit Ausschluss des Präorbitalfortsatzes) ein wenig mehr als 2mal in der Kopflänge enthalten. Die Schnauze fällt nach vorne ein wenig minder steil ab als bei *Lep. Bürgeri* und ist, im Profile gesehen, sehr schwach concav. Der vordere Augenrand springt wulstig über das Auge vor und trägt zwei zarte Stacheln. Der obere Augenrand springt stark über die mittlere Stirngegend vor, ist aber minder wulstig aufgetrieben als die vordere Randdecke des Auges, wie dieser fein gezähnelt; nach hinten endigt er in zwei nicht stark entwickelte Stachelchen, hinter welchen eine ziemlich tiefe Rinne nach unten zieht.

Der zweite Dorsalstachel gleicht an Höhe dem dritten und ist je nach dem Alter $1^1/_2$—$1^2/_3$mal in der Kopflänge enthalten, der erste Stachel ein wenig länger als der dritte. Die beiden ersten Dorsalstacheln sind am Rande gezähnelt.

Die Pectorale erreicht $1^1/_2$—$1^3/_4$ Kopflängen ihr hinteres Ende fällt über die Basis des zweiten oder dritten letzten Analstrahles An der Innenseite ist die Flosse nur an den obersten und zwei untersten Strahlen wie an der Basis gelblich; ein grosser ovaler, tiefschwarzer Fleck mit hellblauer Umsäumung nimmt fast die ganze untere Hälfte der Flosse ein, der übrige Theil derselben ist schmutzig blauviolett und mit hellbraunen rundlichen Fleckchen mit dunklerer Umsäumung geziert.

Die zurückgelegte Spitze der Ventralen reicht bis zur Basis des dritten oder vierten Analstrahles zurück,

Die Seitenlinie durchbohrt 54—55 Schuppen und theilt sich auf jeder derselben in drei — fünf Äste.

22 Plattenpaare liegen längs der Basis der beiden Dorsalen; der äussere Rand jeder der vorderen fünf Platten trägt vier — fünf kleine Zähnchen, die übrigen Platten endigen nach hinten in je einen Stachel.

182. *Trigla kumu* Less. et Garn.

Bei einigen Individuen dieser Art, welche das Wiener Museum besitzt, enthält die erste Dorsale nur acht Stacheln und trägt häufig dunkle wolkige Flecken; bei jungen Individuen kommen ferner fast ausnahmslos vier Querreihen dunkler Flecken am Rumpfe vor, die im höheren Alter fast spurlos oder gänzlich verschwinden. Auch der grosse schwarze Fleck auf der Innenseite der Pectorale ist bei älteren Individuen nur wenig bemerkbar oder fehlt gänzlich, während er bei jugendlichen Formen ziemlich scharf hervortritt. Dagegen erhalten sich stets die hellen blauen Flecken auf dem grossen dunklen Pectoralflecke.

Bei einem Exemplare von 10^{cm} Länge ist die Kopflänge nur $3^2/_3$mal, bei einem zweiten Exemplare von 12^{cm} Länge nahezu 4mal und bei grösseren Individuen von 20 — 25^{cm} Länge nahezu 4 — etwas mehr als 4mal in der Totallänge, die Kopfhöhe dagegen bei kleinen Exemplaren c. $1^3/_5$—$1^4/_5$mal, bei erwachsenen c. $1^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten.

Die Länge der Pectorale variirt nicht nach dem Alter und zeigt nur geringe individuelle Schwankungen, so ist sie bei einem Exemplare von 10^{cm} Länge genau 3mal, von 12^{cm} Länge $3^2/_7$mal, von 20^{cm} Länge c. $2^6/_7$mal, von 25^{cm} Länge $3^1/_8$mal in der Totallänge enthalten.

Nach Döderlein's Mittheilung halten die Fischer die jungen gefleckten Individuen für eine besondere Art, die nie über 15^{cm} lang werden soll und nennen sie Kurohobo (d. i. schwarze Trigla), während die älteren Epemplare als „Hobo" bezeichnet wurden.

183. *Dactylopterus orientalis* C. V.

Diese Art scheint überall an den japanischen Küsten vorzukommen, nirgends selten, aber auch nirgends in bedeutender Menge.

Dr. Döderlein fand *Dactylopterus orientalis* bei Tokio, Tagawa am inneren Meere.

Kochi auf Shikoku und Kagoshima auf Kiushiu.

Japanischer Name: Semihobo.

Fam. **CHIRIDAE.**

184. ***Hexagrammus asper*** Stell. (*Chirus hexagrammus* sp. Pall.).

Häufig bei Tokio, bis zu 32^{cm} Länge.

Japanischer Name: Ainame.

185. ***Agrammus Schlegelii*** Gthr.

Tentakel am oberen Augenrand an Höhe c. $^1/_3$ einer Augenlänge gleich.

Die Kopflänge ist $4^1/_2$—$4^3/_4$mal in der Totallänge oder c. 4mal in der Körperlänge enthalten. Die Seitenlinie durchbohrt c. 90—92 Schuppen am Rumpfe und c. 15 auf der Caudale.

Der Magen bildet einen kurzen Sack, der Darm macht eine Schlinge. Pylorusanhänge zwölf. Schwimmblase fehlt.

Drei Exemplare von c. 11—$11^1/_2$^{cm} Länge wurden mir von Dr. Döderlein eingesendet.

Nicht so häufig bei Tokio wie die vorige Art.

Fam. **MUGILIDAE.**

186. ***Mugil öur*** Forsk. (*Mugil cephalotus* C. V.).

Bei zwei grossen Exemplaren von 41 und 43^{cm} Länge steht die Rumpfhöhe der Kopflänge bedeutend nach, denn erstere ist $5^2/_3$ — nahezu 6mal, letztere 5—$5^1/_3$mal in der Totallänge enthalten. Oberkiefer bei geschlossenem Munde ganz vom Präorbitale überdeckt, welches am ganzen unteren und hinteren Rande fein gezähnt ist. Die Kopfbreite beträgt $^5/_8$ der Kopflänge.

Der 1. Stachel der ersten Dorsale ist ein wenig länger als die Hälfte des Kopfes; die Pectorale gleicht an Länge c. $^2/_3$ des Kopfes und die Spitze derselben reicht bei den beiden mir vorliegenden japanischen Exemplaren bis zur 9. Rumpfschuppe.

Wohl sehr häufig in ganz Japan, insbesondere auf dem Fischmarkte zu Tokio sehr gemein.

Japanischer Name: Bora oder Ina.

187. ***Mugil haematochilus*** Schleg. (nec Gthr.).

Syn. *Mugil Joyneri* Gthr.

D. 4—1/9. A. 3/9. L. lat. 40.

Das von Günther im Fischkataloge des britischen Museums als *Mugil haematochilus* Schleg. gedeutete Exemplar aus China kann nicht zu letzter Art bezogen werden, die von Dr. Schlegel in der Fauna japonica in vollkommen genügender Weise beschrieben wurde. Dagegen unterliegt es wohl keinem Zweifel, dass *Mugil Joyneri* Gthr. mit *Mugil haematochilus* Schleg. zusammenfällt, wie Dr. Peters bereits in einer in den Monatsberichten der Berliner Akademie, Jahrg. 1880 (pag. 923) andeutete.

Döderlein's Sammlung enthält fünf Exemplare dieser Art, von denen das grösste 25^{cm} lang und vortrefflich erhalten, die übrigen vier aber fast zur Hälfte entschuppt sind.

Bei dem grossen Exemplare ist die Rumpfhöhe c. 6mal, die Kopflänge nahezu 5mal in der Totallänge, der Augendiameter 6mal, die Schnauzenlänge c. $4^1/_4$mal, die mittlere Stirnbreite c. $2^1/_4$mal, die grösste Kopfbreite mehr als $1^2/_3$mal und die Kopfhöhe fast $1^3/_4$mal in der Kopflänge enthalten.

Der Unterkiefer erhebt sich ziemlich rasch nach oben. Das Präorbitale ist am hinteren und unteren Rande gezähnt und zeigt an letzterem eine Einbuchtung, die schon Schlegel ausdrücklich hervorhebt. Das hintere Ende des Oberkiefers ist frei sichtbar.

Die Ränder der beiden Unterkieferhälften vereinigen sich vorne unter einem rechten Winkel. Augenrand ohne Fetthaut.

Kopf stark deprimirt, erst hinter dem Auge querüber sehr schwach gewölbt. Die Seiten des Kopfes fallen rasch nach unten und innen ab.

23 Schuppen zwischen dem vorderen oberen Kopfrand und der Basis der ersten Dorsale.

Der erste Stachel der ersten Dorsale übertrifft ein wenig die halbe Länge des Kopfes, die grösste Höhe der zweiten Dorsale gleicht genau der Hälfte der Kopflänge. Anale und zweite Dorsale gleichen sich an Höhe, erstere ist nur im vordersten Theile beschuppt, letztere bis zum drittletzten Strahle im untersten Basalentheile der Flosse. Die Länge der Pectorale gleicht der der Ventrale und ist c. $1^3/_5$mal in der Kopflänge enthalten. Keine Flügelschuppe über der Basis der Pectorale. Caudale stark beschuppt und $1^2/_7$mal kürzer als der Kopf. Der Beginn der Dorsale fällt ziemlich bedeutend vor die Mitte der Körperlänge (d. i. zwischen Schnauzenwand und Basis der Caudale.

Nicht häufig bei Tokio.

Fam. ATHERINIDAE.

188. *Atherina Bleekeri* Gthr.

Bei zwei von Dr. Döderlein eingesendeten $10^1/_2$cm langen Exemplaren ist die Körperhöhe sehr gering und $7^1/_2$—$7^1/_3$mal, die Kopflänge c. $5^3/_4$mal in der Totallänge enthalten.

In der zweiten Dorsale zähle ich bei beiden Exemplaren nur acht Cylinderstrahlen, von denen der letzte nahezu bis auf den Grund gespalten ist. Bei den übrigen vier Exemplaren ist die Körperhöhe beträchtlicher ($6^1/_2$mal in der Totallänge) und die zweite Dorsale enthält 9—10, die Anale 11—13 Gliederstrahlen.

D. $5-\frac{1}{8-10}$. A. 1/11—13. L. lat. 45.

Ziemlich häufig bei Tokio.

Japanischer Name: Giniwashi, d. i. Silber-Sardine.

Fam. FISTULARIDAE.

189. *Fistularia serrata* Cuv.

Nicht selten bei Tokio und Kagoshima in Exemplaren bis zu 48cm Länge (ohne Schwanzfaden).

Japanischer Name: Yagara.

190. *Fistularia depressa* Gthr.

Syn. *Fistularia Güntheri* Döderl. in litt.

Das Wiener Museum besitzt schon seit Jahren zahlreiche Exemplare dieser von *Fistularia serrata* sehr bedeutend abweichenden japanischen Art, die ich *F. japonica* in litt. benannte.

Bei meiner Anwesenheit in London, 1877, machte ich Dr. Günther auf die Unterschiede der beiden *Fistularia*-Arten, die im Londoner Museum nicht namentlich geschieden waren, zuerst aufmerksam und überliess ihm die Publication der neuen Art.

Die Sammlung Dr. Döderlein's enthält mehrere Exemplare von *Fistularia depressa* und sendete sie mir auch unter dieser richtigen Bezeichnung ein, im Manuscripte dagegen wird diese Art nicht erwähnt, dagegen eine neue Art als *Fistularia Güntheri* beschrieben, die aber in der That nichts Anderes, als die von Günther vielleicht zu wenig ausführlich charakterisirte *Fistularia depressa* ist. Die schuppenförmigen Plättchen längs der Seitenlinie hinter der Dorsale bis zur Caudale sind überhäutet und am äusseren kielförmig vorspringendem Rande nicht gezähnt. Rumpf im Übrigen glatt.

Viel seltener bei Tokio (nach Döderlein) als *Fist. serrata*, doch häufig bei Yokohama, nach der Menge der Exemplare zu schliessen, die ich von dieser Localität erhielt.

Fam. CENTRISCIDAE.

191. *Centriscus scolopax* Lin.

Syn. *Centriscus gracilis* (Lowe) Döderl. in litt. (nec Lowe).

Ein Exemplar von Tokio. Totallänge desselben nahezu $7^1/_2$cm.

Die Koflänge ist bei demselben etwas mehr als $2^1/_5$mal, die grösste Rumpfhöhe c. $4^1/_4$mal in der Körperlänge oder 2mal in der Kopflänge, die Länge der Schnauze $1^3/_5$mal, die Augenlänge fast 6mal,

die Höhe des zweiten kräftigen Dorsalstachels $2^1/_7$mal in der Kopflänge oder $2^1/_3$mal in der Rumpflänge enthalten.

Der zweite Dorsalstachel ist in der unteren Höhenhälfte an den seitlichen Hinterrändern ganz deutlich gezähnt.

D. 5/11. A. 19.

Weder in der Körperhöhe, noch in der Höhe des zweiten Dorsalstachels stimmt das hier beschriebene Exemplar auch nur annähernd mit *C. gracilis* mit Günther's Beschreibung im Cataloge des britischen Museums überein, wohl aber ganz genau mit gleich grossen Exemplaren von *C. scolopax* L. aus Neapel, bei welchen ich gleichfalls nur 18—19 Strahlen in der Anale vorfinde.

Nicht sehr häufig in der Bai von Tokio und bei Tango.

Fam. CEPOLIDAE.

192. *Cepola Schlegelii* Blkr.

Diese Art zeichnet sich von der nachfolgend erwähnten Art in ganz auffallender Weise durch den Mangel von Zähnen am Vordeckelrande und von Schuppen am Kopfe und durch die äusserst geringe Grösse der Rumpfschuppen aus.

In der Dorsale zähle ich bei Exemplaren von 17—40^{cm} Länge 65—66, in der Anale c. 57—59 Strahlen. Die Kopflänge ist $7^2/_5$—$9^2/_5$mal, die Rumpfhöhe c. zehn bis mehr als 13mal in der Körperlänge (d. i. Totallänge mit Ausschluss der Caudale) enthalten.

Bei vollständig erhaltenem Exemplare nimmt die Rumpfhöhe gegen die Caudale stark ab, und die Caudale endigt stark zugespitzt.

Häufig bei Tokio, Kochi und Tango.

Japanischer Name: Akadashi, in Kochi aber Akaiheesi.

193. *Cepola Krusensternii* Schleg. (descr.)

Syn.: ? *Cepola marginata* et *C. limbata* C. V.
„ *Krusensternii* Schleg. (descr.). Fauna japonica, Pisces, p. 130.
„ „ Bleeker, jun.
„ *mesoprion* Bleeker, adult.
„ *abbreviata* C. V., Gthr.
„ *major* Döderl. in litt.

Unter der Bezeichnung *Cepola major* Död. wurden mir von Herrn Dr. Döderlein drei grosse, vortrefflich conservirte Exemplare von 37—57^{cm} Länge mit Ausschluss der Caudale eingesendet, bei welchen im vorderen Theile der Rückenflosse (zwischen dem 9. — 13., oder 8.—11., oder 9.—11. Strahle) ein schwärzlicher oder dunkelgrau violetter Fleck nebst mehreren oder einem kleinen (losgelösten) Nebenflecken (bald vor, bald hinter dem grossen Hauptflecke) wie bei *Cepala marginata* und *C. limbata* C. V. liegt.

Die Anale ist bei einem dieser drei Exemplare äusserst schmal grauviolett gesäumt, bei den zwei übrigen grösseren ist die Anale in der unteren Hälfte oder fast ihrer ganzen Höhe zwischen den einzelnen Flossenstrahlen grauviollet und nur zunächst den Strahlen selbst gelblichweiss. (röthlichweiss im Leben). Hie und da entwickelt sich auf dieser Flosse ein grösserer, wässerig grauvioletter rundlicher Fleck. Caudale stets oben und unten dunkel gerandet und zuweilen grauviolett unregelmässig gefleckt. Der obere Rand der Dorsale ist am oberen Rande mehr oder minder vollständig dunkelgesäumt.

Schlegel erwähnt in seiner, in der Fauna japonica gegebenen ziemlich ausführlichen Beschreibung von *Cepola Krusensternii* mit keinem Worte das Vorkommen eines mehr oder minder grossen Fleckes im vorderen Theile der Dorsale, doch ist ein solcher Fleck bei dem grösseren (etwas beschädigten) der beiden typischen Exemplare Schlegel's, welche das Wiener Museum seit geraumer Zeit besitzt, ganz deutlich entwickelt. Der hintere Rumpftheil ist bei zwei Exemplaren in Döderlein's Sammlung in Folge einer Beschädigung bedeutend gedrungener, höher, und bei eben diesen Exemplaren ist die Caudale elliptisch gerundet und bedeutend

kürzer als bei dem dritten Exemplare, dessen Schwanz und Schwanzflosse normal peitschenförmig zugespitzt endigt. Ähnliche Beschädigungen und Verkürzungen des Schwanzendes finde ich auch bei vielen Exemplaren der sogenannten *Cepola abreviata* neben Formen, bei welchen der Schwanztheil des Rumpfes sich ebenso stark verschmälert und die Schwanzflosse ebenso bedeutend verlängert ist und zugespitzt endigt, wie bei *Cepola Krusensternii* Schleg.

Bei den drei Exemplaren aus Döderlein's Sammlung, so wie bei dem grösseren 39^{cm} (ohne Caudale) langen typischen Exemplare des Leydener Museums ist die grösste Rumpfhöhe $13^3/_5$—14mal, die Kopflänge 10—$11^3/_4$mal in der Körperlänge, die Kopfhöhe $1^2/_5$—$1^2/_3$mal, die Augenlänge $3^1/_4$—$3^2/_5$mal in der Kopflänge enthalten.

Die Dorsale zeigt 85—94, die Anale 89—102 Strahlen, wobei zu bemerken ist, dass das grösste Exemplar aus Döderlein's Sammlung 85 Dorsal- und 89 oder 90 Analstrahlen zeigt.

Das zweite kleinere typische Exemplar aus dem Leydner Museum ist 17^{cm} lang und besitzt keine dunklen Dorsalflecke. Bei diesem ist, wie bei einem $17^1/_2$^{cm} langem Exemplare aus Siam (*Cep. abbreviata*) die Kopflänge $7^1/_2$—$7^3/_4$mal, die Rumpfhöhe $8^3/_4$—9mal in der Körperhöhe enthalten.

Bei einem kleineren, 13^{cm} langen Exemplare aus Siam, mit stark zugespitzter Caudale und sehr schlankem Rumpfende ist die Kopflänge $6^1/_2$mal, die Rumpfhöhe etwas mehr als 7mal in der Körperlänge enthalten. Meines Erachtens ist somit *C. abbreviata* nur eine Jugendform von *C. Krusensternii* Schleg. und wenn diese meine Ansicht die richtige ist, wäre die Benennung *abbreviata* eigentlich als die älteste, wenngleich unpassendste nach dem Prioritätsrechte zu wählen.

In der Bezahnung des Vordeckels stimmen die Formen *C. abbreviata, Krusensternii* und *mesoprion* genau mit einander überein. Nur bei sehr alten Individuen sind die mit der Spitze nach unten und vorne gekehrten Zähne am unteren Rande des Vordeckels gedrungen, sehr stumpf und gleichen mehr Auszackungen des Vordeckelrandes, als eigentlichen Zähnen.

Am Winkel des Vordeckels selbst liegen 4—5 gleich lange, gerade, kleine Zähne dicht nebeneinander und auch der untere Theil des aufsteigenden Vordeckelrandes ist bei jungen Individuen fein gezähnelt; bei älteren verschwinden sie mehr oder minder vollständig. Die Wangen bis zur Vorleiste des Präoperkels und der Kiemendeckel sind beschuppt. Randstück des Vordeckels schuppenlos.

Die Rumpfschuppen nehmen gegen die Caudale ein wenig an Grösse zu und ihre Zahl steigt bedeutend mit zunehmendem Alter. Bei den grössten Exemplaren unserer Sammlung liegen sämmtliche Schuppen in den drei grösseren vorderen Viertheilen der Rumpflänge vollständig überhäutet, bei jungen Individuen, so bei sämmtlichen Individuen unserer Sammlung (bis zu 17^{cm} Länge, ohne Caudale) sind die hinteren Ränder sämmtlicher Rumpfschuppen frei.

Bei 17^{cm} langen Exemplaren zähle ich in der Höhenmitte des Rumpfes c. 180, bei grossen 50—57^{cm} Länge (ohne Caudale) mehr als 400 quere Schuppenreihen zwischen dem Beginn der Seitenlinie und der Basis der Caudale in einer Längsreihe.

Die verschiedenen Angaben über Kopflänge und Rumpfhöhe im Verhältniss zur Körperlänge und über die Zahl der Schuppenreihen am Rumpfe bei *C. Krusensternii* und *C. mesoprion* Blkr. erklären sich in natürlicher Weise aus der verschiedenen Grösse der von Bleeker untersuchten Exemplare. *Cepola Krausensternii* beschrieb Bleeker nach Exemplaren von 250—312^{mm}, *Cep. mesoprion* aber nach Exemplaren von 375—385′′ Länge (ohne Caudale), er fand daher bei ersteren 150—160, bei letzteren mehr als 300 Schuppen in einer Längsreihe.

Die Beschreibungen von *Cepola abbreviata* beziehen sich meist auf junge Exemplare mit verstümmeltem oder degenerirtem Schwanztheile des Rumpfes und infolge dessen abnorm gestalteter ovaler Caudale, deren das Wiener Museum sehr viele neben vollständig ausgebildeten Exemplaren besitzt.

Ob *Cepola marginata* und *C. limbata* C. V. mit *Cepola Krusensternii* der Art nach vereinigt werden dürfen oder nicht, lässt sich aus Cuvier und Valenciennes' Beschreibung nach Krusenstern's Abbildungen wohl nicht mit Sicherheit entscheiden.

Das Vorkommen eines Fleckes im vorderen Theile der Dorsale spricht wohl für deren Vereinigung mit *C. Krusensternii* Schleg.

Fam. **GOBIESOCIDAE.**

194. ***Lepadogaster minimus*** n. sp. Döderl.

D. 7. A. 5. V. 9 (5?).

Die Körperhöhe ist 6—7mal, die Kopflänge $3^1/_2$mal in der Totallänge enth. lten.

Der Kopf ist $2^1/_3$mal so lang wie hoch und $1^1/_2$mal so lang wie breit. Die Schnauze steht an Länge dem Auge nach, welches 3mal in der Kopflänge enthalten ist. Die Interorbitalbreite gleicht der Hälfte der Augenlänge.

Kopf und vorderer Theil des Rumpfes stark comprimirt. Das obere Profil des Kopfes ist etwas convex, die Schnauze läuft spitz zu, so dass der Kopf von oben gesehen eine dreieckige Form hat. Die Mundspalte reicht bis unter den Vorrand des Auges. Die Zähne sind verhältnissmässig stark, konisch und in beiden Kiefern einreihig.

Vomer und Gaumen zahnlos.

Die Flossenstrahlen sind sehr deutlich und weich. Dorsale und Anale hängen mit der Caudale nicht zusammen, sind von letzterer sogar durch einen ziemlich weiten Zwischenraum getrennt. Die hintere Saugscheibe hat einen vorderen freien Rand. Die Länge der Ventralen ist $1^1/_2$mal, die der Caudale 2mal in der Kopflänge enthalten. Körper nackt. Kiemenhaut mit dem Isthmus verwachsen. Anzahl der Kiemen $3^1/_2$. Pseudobranchien vorhanden. Der After liegt ungefähr in der Körpermitte.

Färbung im Leben röthlich, gelblich bei Weingeistexemplaren. Länge der gesammelten Exemplare 23^{mm}.

Lepadogaster minimus wurde von Dr. Döderlein in der Bai von Sagami mit Hanfquasten in einer Tiefe von 100—150 Faden gefangen.

Fam. **LABRIDAE.**

Gruppe JULIDINA.

195. ***Semicossyphus reticulatus*** sp. C. V.

Die Kopflänge ist $3^3/_5$mal, die grösste Rumpfhöhe mehr als $4^1/_4$mal in der Totallänge, der Augendiameter mehr als $6^2/_3$mal, die Stirnbreite $3^2/_5$mal, die Schnauzenlänge etwas mehr als $2^1{}_4$mal, die grösste Kopfbreite c. $2^2/_5$mal, die grösste Kopfhöhe mehr als $1^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten. Die Mundwinkel fallen in verticaler Richtung unter die hintere Narine, somit ein wenig vor den vorderen Augenrand. Die lange Schnauze fällt geradlinig nach vorne ab. Stirne und Hinterhaupt sind querüber und der Länge nach gewölbt. Ein fleischiger Stirn- und Kinnhöcker ist noch nicht entwickelt. Neun Schuppenreihen liegen unter dem Auge auf den Wangen zunächst der Winkelgegend des Vordeckels; hinter den Augen sind diese Schuppenreihen auf sechs reducirt. Der aufsteigende Vordeckelrand ist fein gezähnt.

Das hintere und untere Randstück des Vordeckels ist schuppenlos.

Der letzte Stachel der Dorsale ist c. 2mal höher als der erste und c. $3^1/_4$mal, der sechste höchste Gliederstrahl derselben Flosse c. $2^1{}_6$—$2^1{}_7$mal, die Länge der Pectorale etwas weniger als $2\,(1^6{}_7)$mal, die Länge der Caudale $1^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten. Ventrale halb so lang wie der Kopf. Die Seitenlinie durchbohrt 46 Schuppen, von denen die drei letzten auf der Caudale liegen.

Acht Schuppenreihen liegen zwischen der Basis des ersten Dorsalstachels und der Seitenlinie.

In der Bezahnung der Kiefer gleicht diese Art den *Cossyphus*-Arten; doch ohne Hundszahn vor dem Mundwinkel im Zwischenkiefer.

Dorsale und Anale ohne Schuppenscheide an der Basis.

Kopf in der Stirn- und Schnauzengegend grauviolett, am Deckel gleich den Seiten des Rumpfes goldbraun, Bauchseite heller. Rumpfschuppen mit Ausnahme der Bauch- und Kehlschuppen grauviolett gesäumt.

Sämmtliche Flossen grauviolett, nur die letzten Strahlen der Anale sind schmutzig wässerig gelb.

Länge des beschriebenen Exemplares 34^{cm}.

Fundort: Tokio.

196. ***Semicossyphus Robecchii*** n. sp. Steind. et Bellotti.

D. 12/10. A. 3/12. L. lat. 49—50. L. tr. 8/1/18—19.

Char.: Kopflänge der Körperhöhe gleich und mehr als $3^3/_5$ mal in der Totallänge enthalten. Eine silberfarbige Binde zieht vom hinteren Augenrande horizontal zur Caudale. Ein grosser violetter Fleck auf dem gliederstrahligen Theil der Dorsale und der Anale. Caudale violett. Rumpf goldbraun, Schuppen desselben violett gesäumt.

Beschreibung.

Körperform gestreckt; Schnauze vorgezogen, mit geradlinigem Profile. Hinterhaupt mässig gebogen. Die Länge der Schnauze ist 3mal, der Augendiameter c. 5mal, die Stirnbreite unbedeutend mehr als 5mal, Kopfhöhe c. $1^3/_5$mal, Kopfbreite nahezu $2^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten.

Das hintere Ende des Oberkiefers fällt in verticaler Richtung unter den vorderen Augenrand. Der aufsteigende Vordeckelrand ist fein gezähnt. Vier Hundszähne vorne im Zwischen- und Unterkiefer.

Wangenschuppen sehr zahlreich, klein, unter dem Auge in c. 8, hinter demselben in 7 Reihen. Randtheil des Vordeckels schuppenlos. Der letzte Dorsalstachel ist etwas mehr als $1^3/_4$mal länger als der erste und der höchste sechste oder siebente Gliederstrahl der Dorsale c. $1^1/_3$mal höher als der letzte Dorsalstachel und c. $2^2/_5$mal, die Caudale mehr als $1^2/_3$mal, die Pectorale nahezu 2mal, die Ventrale c. $2^1/_8$mal in der Kopflänge enthalten.

Die Silberbinde des Rumpfes ist wie der grosse, scharf abgegrenzte, schwärzlich violette Fleck auf der Dorsale und Anale scharf abgegrenzt.

Der Dorsalfleck nach vorne und oben bis zur Spitze der zwei vorletzten Dorsalstacheln, nach unten bis zur Basis des zweiten — sechsten Gliederstrahles, nach hinten und oben nahezu bis zum freien Rande des fünften Gliederstrahles. Der Fleck auf der Anale liegt zwischen dem dritten Stachel und dem drittletzten Gliederstrahle. Der Rest der Dorsale und Anale ist gelb. Auf der Ventrale ist gleichfalls ein violetter Fleck entwickelt, doch nach hinten verschwommen.

Pectorale gelblich, an der Basis wässerig und schmutzig violett.

Ein Exemplar 17^{cm} lang, aus Yokohama, gesammelt von Herr Consul Robecchi im Museum zu Mailand, von Herrn Dr. Belotti mir zur Beschreibung gütigst überlassen.

197. ***Cossyphus unimaculatus*** Gthr.

D. 12/11. A. 3/12. P. 1/16. L. lat. 30—33. L. transv. 6/12.

Die Körperhöhe gleicht nahezu der Kopflänge und ist 3mal in der Totallänge, die Breite des Kopfes $2^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten. Der Augendiameter ist $1^3/_4$mal in der Schnauzenlänge, $4^3/_4$mal in der Kopflänge enthalten und gleicht der Interorbitalbreite.

Die Oberseite des Kopfes bildet im Profile gesehen, eine nahezu gerade Linie; der Nacken ist convex. Die lange Schnauze läuft spitz zu. Das Präorbitale ist eben so hoch wie lang, etwa so gross wie das Auge. Das Maxillare reicht nicht bis unter den Vorderrand des Auges.

Die beiden Kiefer tragen vorne jederseits zwei ziemlich starke etwas gekrümmte Fangzähne, hinter denen jederseits eine Reihe kleiner, aber immerhin kräftiger, kegelförmiger Zähne steht, die nach hinten in einen mehr oder weniger deutlich ausgesprochenen, schneidigen Rand übergehen können. Die Anzahl der seitlichen Zähne ist verschieden, c. 5—10 von ihnen sind sehr deutlich.

Die Wangen sind mit kleinen Schuppen bedeckt, die etwa sieben Reihen bilden. Die Ränder des Präoperkels sind unbeschuppt. Der hintere Rand des Vordeckels ist mehr oder weniger regelmässig, fein gezähnt, hart, der untere Rand weich und glatt. Das Operculum trägt ziemlich grosse Schuppen und endet in einen breiten, häutigen Lappen.

Die Körperschuppen sind sehr gross, eine derselben würde c. $^3/_4$ des Auges bedecken.

Kleiner sind die Schuppen des Nackens und der Brust.

Brust- und Bauchflosse sind nahezu gleich lang und c. $1^3/_4$ mal in der Kopflänge enthalten. Der Ventralstachel ist länger als die Hälfte des ersten Ventralstachels. Die Ventrale beginnt etwas hinter der Pectorale.

Die Dorsalstacheln sind dick und nehmen vom dritten angefangen sehr wenig an Länge zu; der letzte erreicht c. $^1/_3$ der Kopflänge. Die Analstacheln sind noch viel kräftiger als die Stacheln der Dorsale und der dritte längste Analstachel ist $2^1/_2$ mal in der Kopflänge enthalten. Ebenso lang sind die längsten mittleren Gliederstrahlen der Dorsale und der Anale.

Die Caudale gleicht an Länge c. $^2/_3$ des Kopfes.

Färbung gelblich roth. Bei einem Exemplare von 38^{cm} Länge ist zwischen dem fünften und zehnten Dorsalstachel die Basis der Flossenhaut tiefschwarz gefärbt. Bei einem Exemplare von 20^{cm} Länge ist dieselbe zwischen dem sechsten und neunten Dorsalstachel tiefschwarz. Ausserdem zeigen sich bei letzterem Exemplare längs der Seitenlinie, unterhalb derselben und an der Basis des gliederstrahligen Theiles der Dorsale mehrere grössere bräunliche Flecken.

Ziemlich selten bei Tokio. (Döderl.).

Diese hier nach japanischen Exemplaren geschilderte Art wurde von Dr. Günther zuerst nach einem ausgestopften Exemplare aus Australien und fast gleichzeitig von Dr. Bleeker als *Cossyphus oxycephalus* beschrieben.

198. ***Labrichthys rubiginosus*** sp. Schl.

Syn. *Labrichthys affinis* n. sp. Döderl. (in litt.).

Die im Wiener Museum aufbewahrten, von Herrn Baron Ransonnet und Dr. Döderlein in Japan gesammelten zahlreichen Exemplare gehören drei Haupt-Abarten an.

Bei der ersten Varietät (*A.*), die durch ein Exemplar aus Dr. Döderlein's und ein Exemplar aus Baron Ransonnet's Sammlung vertreten ist, liegen im oberen Theile des Rumpfes ziemlich grosse, helle, rundliche Flecken und zwischen dem vierten-sechsten Dorsalstachel ein dunkelbrauner Fleck; dagegen fehlen schwärzliche Punkte auf der Dorsale.

Bei dem von Dr. Döderlein eingesendeten Exemplare ziehen überdies fünf braune Zickzacklinien über die Körperseiten hin; die drei mittleren beginnen am hinteren Augenrande, die unterste über der Basis der Pectorale, die oberste unter dem vorderen Basisende der Dorsale. Nur die beiden obersten dieser braunen Linien reichen bis in die Nähe der Caudale zurück, während die drei unteren in der Mitte der Rumpflänge verschwinden. Zwischen diesen braunen Zickzacklinien liegen helle runde Flecken in fünf Reihen, doch in ungleicher Zahl in den einzelnen Reihen. Bei einem zweiten Exemplare aus Baron Ransonnet's Sammlung kommen nur zwei Reihen runder Flecken vor und die braunen Zickzacklinien fehlen spurlos; dagegen ist bei beiden Exemplaren der braune Fleck zwischen dem vierten-sechsten Dorsalstachel scharf ausgeprägt.

Bei der zweiten Hauptvarietät, die zum Theile von Dr. Döderlein als eine besondere Art (*Labr. affinis*) unterschieden wurde, liegen zwei, theilweise drei Reihen dunkler Punkte oder Strichelchen auf der ganzen Dorsale, in der oberen Rumpfhälfte mehr minder zahlreiche, bald horizontal, bald vertical gestellte weisse Strichelchen oder *x*-förmiger Fleckchen, ferner zahlreiche, braune, meist geschlängelte Linien auf der oberen Kopfhälfte (bis zur Höhe des unteren Augenrandes) sowie in minder scharfer Ausprägung im vorderen oberen Theil des Rückens, zwischen denen die hellere Grundfarbe des Körpers nach Art breiter Linien hervortritt.

Bei den zu dieser Abart gehörigen Exemplaren unserer Sammlung fehlt der grosse Dorsalfleck und die Mehrzahl der in der Pectoralgegend gelegenen Schuppen ist am hinteren Rande mehr oder minder breit hell gesäumt.

Zu einer dritten Varietät endlich könnte ein von Baron Ransonnet gesammeltes Exemplar bezogen werden, bei welchem die braunen Kopflinien und der grosse Dorsalfleck spurlos fehlen, am Rücken nur wenige weissliche Strichelchen, auf der Dorsale einzelne braune Punkte vorkommen. Die Schuppen der Pectoral-

gegend bis zur Bauchlinie herab sind wie bei den zur zweiten Abart bezogenen Exemplaren am hinteren Rande hell gesäumt.

Bei sämmtlichen von mir untersuchten Exemplaren von *Labrichthys rubiginosus* bilden die kleinen Wangenschuppen sechs — sieben Reihen; an der Basis der Pectorale liegt ausnahmslos ein blauvioletter Streif und ein bräunlicher, am Vorderrande des ersten Dorsalstachels. Die grösste Rumpfhöhe ist $3^2/_5$—4mal in der Totallänge enthalten. Die oberste Schuppenreihe des Rumpfes deckt zugleich den untersten Theil der Rückenflosse.

Japanischer Name: Bera oder Aka-Cera.

Häufig bei Tokio und Nagasaki.

199. *Labrichthys gracilis* n. sp.

D. 9/11. A. 3/10. L. lat. 26. L. transv. 2/9.

Die grösste Rumpfhöhe ist 5-, nahezu $5^1/_4$mal, die Kopflänge durchschnittlich 4mal in der Totallänge, der Augendiameter 6—$6^1/_3$mal, die Schnauzenlänge c. $3^1/_2$—$3^3/_5$mal in der Totallänge enthalten. Kopf und Rumpf sind sehr stark comprimirt, die grösste Kopfbreite gleicht $^1/_3$ der Kopflänge oder übertrifft sie nur unbedeutend. Die Schnauze ist dreieckig vorgezogen, die obere Profillinie derselben gerade. Nacken leicht gewölbt. 3 Schuppenreihen unter den Wangen. Die Mundwinkel fallen vor das Auge. Deckel und Unterdeckel sind mit grossen Schuppen bedeckt.

Hintere und untere Vordeckelwand häutig. Vordeckelwinkel gerundet, unmittelbar über demselben ist der aufsteigende Rand des Präoperkels sehr schwach concav. Vorne im Unterkiefer liegen 4, im Zwischenkiefer 2 mit der Spitze nach aussen gebogene Fangzähne. Hinter diesen liegen an den Seiten beider Kiefer 2 Zahnreihen; die der Aussenreihe sind mit der Spitze nach innen gebogen und nehmen gegen die Mundwinkel allmälig an Grösse ab. Die Zähne der Innenreihe sind sehr klein, stumpf und nur in geringer Zahl vorhanden; sie verschwinden bereits vor der Längenmitte der Kiefer. Der hintere Hundszahn des Zwischenkiefers (vor den Mundwinkeln) ist mässig kürzer als der äussere Hundszahn im Unterkiefer und stark gekrümmt.

Die Dorsal- und Analstacheln sind sehr schwach und nehmen gegen den letzten nur wenig an Länge zu. Der letzte Dorsalstachel ist an Höhe $3^1/_4$mal, der letzte Analstachel 4mal, die Länge der Pectorale fast $1^3/_4$mal, die der Ventrale c. $1^2/_3$mal und die Länge der Caudale c. $1^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten. Die Basis der Caudale ist vollkommen schuppenfrei. Die Caudale ist am hinteren Rande gerundet, die Dorsale und Caudale endigen nach hinten zugespitzt.

Nur bei zwei der von Dr. Döderlein eingesendeten Weingeistexemplare zieht vom hinteren Augenrande eine scharf abgegrenzte, dunkelviolette Binde bis zur Caudale und ist in der vorderen Rumpfhälfte am breitesten und grenzt nach oben an die Seitenlinie; bei den übrigen Exemplaren zeigt sich keine oder nur eine äusserst schwache Spur einer dunklen Binde. Im obersten Drittel der Rumpfhöhe liegen sehr stark verschwommene kurze, breite, hellgraubraune Querbinden, die wie die schmäleren grünlichgelben Intervalle mit zahllosen dunkleren Pünktchen wie bespritzt sind.

Die Dorsale ist an der Basis gelblich; über derselben zieht sich eine violette Binde hin; das obere Drittel der Flosse ist grauweiss. Anale bis in die nächste Nähe des unteren Flossenrandes, der auf weisslichem Grunde violett punktirt oder dunkel gesäumt ist, schwefelgelbe Pectorale und Ventrale einfärbig hell. Caudale mit einem bogenförmigen, nach hinten convexem Streif, der einen grossen ovalen Fleck von meist dunklerer violetter Färbung als die hinteren Eckstücke derselben Flosse abschliesst.

Länge der beschriebenen Exemplare von Tokio 12^{cm}.

200. *Duymaeria japonica* Blkr.

Syn. *Ctenolabrus flagellifer* Schleg., Fauna japonica, Pisces, p. 166, Taf. 86, Fig. 2 (nec C. Val.).
Duymaeria japonica Blkr., Acta Soc. Sc. Indo-Nederl., I., Amboina, p. 53.
„ *spilogaster* Blkr., Nieuwe Nalez. op de Ichthyol. van Japan, p. 113, Taf. VIII, Fig. 2, in Verhandel. van het Batav. Genootsch. van Kunsten en Wetensch., Deel XXVI (variat., an ♀?).

Schlegel sowohl als Dr. Günther waren und sind der Ansicht, dass die von Cuvier und Schlegel nach einem ganz verblassten Exemplare beschriebene *Duymaeria (Ctenolabrus) flagellifera* aus Japan stammen dürfte und Schlegel glaubte in einer von Dr. Bürger nach einem frischen Exemplare entworfene Zeichnung einer *Duymaeria* aus Japan den *Cten. flagellifer* C. V. zu erkennen, während Günther selbe nur fraglich zu letztgenannter Art bezieht.

Meines Erachtens kann kein Zweifel darüber herrschen, dass Bürger's Zeichnung nicht der *Duym. flagellifera* sp. C. V. entsprechen kann, da letztere nach Cuvier und Valenciennes' Beschreibung nur 20 von der Seitenlinie durchbohrte Schuppen, *Duym. flagellifera* Schleg., aber deren 25 nach Bürger's Zeichnung besitzt, wobei noch zu bemerken ist, dass in Bürger's Abbildung die letzte von der Seitenlinie durchbohrte (26.) grosse Schwanzschuppe, die sehr leicht abfällt, nicht angedeutet ist.

Wenn auch Bürger's Abbildung, welche Schlegel in der *Fauna japonica*, Pisces, auf Tafel 86 copirte, im grossen Ganzen als gelungen zu bezeichnen ist, so zeigt sie doch in unwesentlichen Einzelnheiten einige Ungenauigkeit, oder vielleicht nur individuelle Abweichungen, und als daher Bleeker im Jahre 1854 zum erstenmale ein Einziges Exemplar einer japanischen *Duymaeria* zur Bestimmung vor sich hatte, glaubte er einiger unbedeutender Abweichungen in der Zeichnung eine neue Art creiren zu müssen, welche er *Duym. spilogaster* nannte. Schlegel's Abbildung nämlich zeigt keinen dunklen Operkelfleck, keine violetten Punkte auf einzelnen Rumpfschuppen, dagegen lappenförmige Anhänge an den beiden ersten Dorsalstacheln, während *Duym. spilogaster* Bleeker, nach einem einzigen Exemplare beschrieben, nach Bleeker keine häutigen Lappen an den Dorsalstacheln und keine abwechselnd gelbe und violette, wurmförmig gekrümmte Binden in der hinteren Kopfhälfte besitzt, dagegen mit einem Operkelfleck und zahlreichen violetten Tupfen geziert ist; im Übrigen stimmen beide Arten in der Körperform und Schuppenzahl etc. genau mit einander überein.

Die mir von Dr. Döderlein eingesendeten zahlreichen Exemplare müssten nach Bleeker's Anschauungsweise zu zwei weiteren neuen Arten bezogen werden, denn eine Anzahl dieser Exemplare besitzt wurmförmig geschlängelte blaue und gelbe Binden auf den Wangen und in der Operkelgegend, eine andere Reihe von Exemplaren aber nicht, dagegen zeigen sämmtliche Exemplare einen dunklen, mehr oder minder scharf ausgeprägten Operkelfleck, lappenförmige Hautanhänge an den zwei ersten (zuweilen auch auf den nächstfolgenden) Stacheln und violette Punkte oder Tupfen in grösserer oder geringerer Anzahl auf den Rumpfschuppen. Es entspricht somit kein einziges der von Döderlein gesammelten Exemplare genau, weder der *Duym. japonica* Blkr. (*Cten. flagellifer* Schleg. nec C. V.), noch der *Duym. spilogaster* Blkr., sondern vereinigen in sich Charaktere (!) dieser beiden sogenannten Arten.

Da bei zwei Exemplaren unserer Sammlung der dunkle Operkelfleck auf einer Kopfseite nur schwach angedeutet ist, so halte ich es nicht für unmöglich, dass derselbe ausnahmsweise, in seltenen Fällen gänzlich fehlen mag, oder dass er bei frischen Exemplaren sich von der dunkelvioletten oder dunkelblauen, wurmförmig gekrümmten Binde, auf welcher er liegt, nicht so scharf abhebt, wie bei in Weingeist aufbewahrten Exemplaren, oder dass vielleicht bei dem abgebildeten Exemplare die zarte Operkelhaut zufälliger Weise gerade an der Stelle des Operkelfleckes beschädigt war, wie dies auch bei mehreren Exemplaren von Döderlein's Sammlung der Fall ist.

Nach Bleeker unterscheidet sich *Duym. spilogaster* von *Duym. japonica* durch den Mangel von wurmförmig gekrümmten hellen (gelben) und blauen Binden an den Wangen und in der Operkelgegend, durch das Vorkommen eines schwärzlichen Fleckes am hinteren Theile des Kiemendeckels und zahlreicher indigoblauer Tupfen am Rumpfe und endlich durch den Mangel von Lappen an den Dorsalstacheln. Döderlein's Sammlung enthält sieben Exemplare, welche diese Eigenthümlichkeiten zeigen, doch sind bei jedem derselben die ersten zwei oder noch mehrere derselben mit mehr oder minder langen Lappen geziert; ich halte es daher für sehr wahrscheinlich, dass bei Bleeker's Exemplare diese Lappen schwach entwickelt waren und für Theile der beschädigten Flossenhaut gehalten wurden, wie ich auch aus der eigenthümlichen Darstellung des oberen Flossenrandes der stacheligen Dorsale von *Duym. spilogaster* auf Tafel VIII des citirten Werkes schliessen möchte. Die Zahl der indigoblauen Tupfen ist übrigens sehr variabel; nur bei Einem Exemplare unserer

Sammlung findet sich letzterer auf jeder Rumpfschuppe vor, bei allen übrigen Individuen der Variation: *Daym. spilogaster* und Variation: *Daym. japonica* (mit wurmförmig gebogenen gelben und blauen Binden in der hinteren Kopfhälfte) kommen sie hauptsächlich nur in dem von dem hinteren Kopfrande, der Pectorale und Ventrale begrenzten dreieckigen Raume constant vor. Weitere Untersuchungen nach zahlreichen frischen Exemplaren dürften vielleicht zeigen, dass *Daym. spilogaster* die weibliche Form von *Daym. japonica* sei, wofür auch die minder lebhafte Färbung des Rumpfes zu sprechen scheint. In der Kopfform, Zahl der Flossenstrahlen und Schuppenreihen, so wie in der Zahl der Schuppen der Seitenlinie stimmen *Daym. japonica* und *Daym. spilogaster* überein. Die Seitenlinie durchbohrt 23—24 Schuppen am Rumpfe und 2 auf der Caudale.

Bei älteren Exemplaren von 17—18^{cm} Länge erhebt und krümmt sich die obere Kopflinie hinter der Stirne und der Vorderrücken viel rascher als bei jungen Exemplaren von 13—14^{cm} Länge, auch ist die Schnauze bei ersteren gewölbter (insbesondere unmittelbar vor dem Auge) als bei letzteren.

Die Körperhöhe übertrifft stets ein wenig die Kopflänge; erstere ist unbedeutend mehr als 3mal, letztere $3^1/_3$—$3^1/_2$mal in der Totallänge enthalten.

Daym. japonica kommt in beiden Varietäten bis zu einer Länge von 18^{cm} bei Tokio häufig vor und wird „Morokoshi-bera" genannt.

201. *Platyglossus pyrrhogramma* Schleg.

Häufig auf dem Fischmarkte von Tokio und an den Küsten von Tango.

Das grösste Exemplar der Wiener Sammlung ist 14^{cm} lang.

202. *Platyglossus poecilopterus* Schleg.

Diese Art wird in grosser Zahl auf den Fischmarkt von Tokio gebracht und wird über 20^{cm} lang.

203. *Platyglossus Bleekeri* n. sp.

D. 9/12. A. 3/12. L. lat. 28. L. transv. 2/8.

Die grösste Körperhöhe ist c. $4^3/_4$mal, die Kopflänge unbedeutend mehr als 4mal in der Totallänge, der Augendiameter $4^3/_4$mal, die Schnauzenlänge $3^2/_5$mal, die Kopfbreite $3^2/_5$mal in der Kopflänge enthalten. Vier Fangzähne vorne im Zwischen- und im Unterkiefer. Die beiden inneren im Zwischenkiefer sind bei jüngeren Individuen merklich länger, bei älteren kürzer, als die entsprechenden im Unterkiefer und mit der Spitze nach aussen gebogen. Der Hundszahn zunächst dem Mundwinkel ist klein, sehr spitz.

Dorsal- und Analstacheln sehr biegsam. Die Dorsale ist nächst dem 3. und 4. Stachel an Höhe $2^1/_2$mal, bis etwas weniger als 2mal, am letzten Gliederstrahle etwas weniger als 3—$2^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten. Die grösste Höhe der Anale an den ersten Gliederstrahlen gleicht genau oder nahezu der Höhe der Dorsale am letzten Gliederstrahle. Caudale gerundet, fast $1^2/_3$—$1^2/_5$mal in der Kopflänge enthalten; ebenso lang oder merklich kürzer ist die Pectorale und fast ebenso lang oder ein wenig länger (bei ♂) die Ventrale.

Grundfarbe des Rumpfes bei erwachsenen Männchen nach Weingeistexemplaren goldbraun, bei jüngeren Exemplaren und Weibchen schmutziggrau. Vier goldgelbe Längsbinden am Kopfe, von denen die erste und dritte vorne am Oberkieferrande beginnen und vom Auge unterbrochen am hinteren Operkelrande endigen. Eine dritte kürzere Binde zieht vom hinteren Augenrande gegen die Basis der Pectorale, eine vierte läuft vom Mundwinkel zum Zwischendeckel. Bei drei Exemplaren zeigen sich deutliche Spuren zweier blauer oder violetter, parallel zu einander laufender Längsbinden oder zwei Reihen von Flecken, welche unmittelbar hinter dem häutigen Operkellappen beginnen und vor der Caudale sich verlieren. Die obere dieser Binden liegt auf der Schuppenreihe unter der Seitenlinie, die untere in kurzer Entfernung, c. um eine halbe Schuppenhöhe unterhalb der oberen. Bei den übrigen zwei Exemplaren sind diese Längsbinden nicht bemerkbar.

Bei zwei Männchen unserer Sammlung sind die Schuppen des Rumpfes am hinteren Rande breit, dunkel gesäumt; bei den übrigen Exemplaren tritt diese Umsäumung schwächer hervor.

Ein grosser, tief bläulichschwarzer Fleck zwischen den vier bis fünf ersten Dorsalstacheln, bis weit unter die Höhenmitte der Flosse herabreichend. Bei den Männchen erstreckt er sich nach oben bis zum oberen Flossenrande, nicht aber so weit bei Weibchen oder nicht geschlechtsreifen Exemplaren. Bei den Männchen ist ferner hinter dem grossen Flecke fast die ganze obere Hälfte der Dorsale bis in die Nähe des freien Randes schmutzig und wässerig, grauviolett; in der unteren Hälfte der Flosse liegen grosse, schräge gestellte, ovale goldige Flecken. Die Spitzen der Gliederstrahlen in der Dorsale sind ferner bei Männchen gelblich; unter denselben zieht eine zarte violette Linie hin.

Bei einigen kleineren Exemplaren (Weibchen?) dagegen ist die Dorsale hinter dem grossen dunklen Flecke wässerig hellgelblichgrau und nur zunächst dem oberen Rande zart grauviolett punktirt.

Die Anale ist bei Männchen an der Basis dunkelviolett, hierauf folgt eine schmutzig-hellgraue (bläuliche?) Binde mit verschwommenen viereckigen (rhombenförmigen) Flecken von gelbbrauner Färbung und zuletzt nach unten eine etwas dunklere, wässerig grauviolette Binde, welche nach oben und unten durch eine violette Linie scharf abgegrenzt ist. Die Spitzen der Flossenstrahlen sind weisslich. Minder lebhaft ist die Färbung beim Weibchen und mehreren kleineren Exemplaren. Caudale tief violett, mit gelbem oberen und unteren Rande bei Männchen, dagegen schmutziggrau bei Weibchen.

Nicht häufig bei Tokio. Das grösste der von Dr. Döderlein mir eingesendeten Exemplare ist 15^{cm} lang.

Japanischer Name: Hombera.

204. *Novacula dea* Schleg.

Ziemlich häufig bei Tokio und Kochi.

Japanischer Name: Chidai.

205. *Julis cupido* Schleg.

Der Rumpf ist grüngelb mit drei dunkelblauen Längsbändern, von denen das mittlere längs der Höhenmitte des Rumpfes vom Kiemendeckel bis zur Schwanzflosse läuft. Die obere ebenso breite Rückenbinde zieht längs der Rückenflosse hin; das dritte, unterste Band ist etwas schmäler als die oberen und zieht von der Pectoralbasis bis über den Anfang der Anale hin. Vom Auge gehen zwei dunkelblaue Streifen divergirend zum hinteren Deckelrand, vor dem Auge vereinigen sie sich und ziehen um die Schnauze oberhalb der Oberlippe herum.

Ein anderes Band läuft von den Mundwinkeln zum Kinn. Die Oberseite des Kopfes zeigt blaue Flecken; ein schräg gestelltes, breites Nackenband endigt an

Die verticalen Flossen sind dunkelblau mit breitem gelben Rande. Die Brustflosse ist gelblich, ihr oberes Ende ist mit einem grossen schwärzlichen Fleck geziert; Pectoralwurzel dunkelblau. Bauchflosse gelblich.

Nicht häufig bei Tokio.

Gruppe: CHOEROPINA.

206. *Choerops japonicus* sp. C. V.

Bei einem kleinen Exemplare von 11 $^1/_2{}^{cm}$ Länge ist die grösste Rumpfhöhe 3 $^1/_4$mal, die Kopflänge 3 $^3/_5$mal, bei einem Exemplare von 19^{cm} Länge, erstere 3mal, letztere 3 $^3/_4$mal in der Totallänge enthalten. Sechs bis sieben Schuppenreihen auf den Wangen. Ein grosser hellgelber Fleck zieht von der 10. bis 14. Schuppe der Seitenlinie schräg nach vorne zur Pectoralbasis oder bis zur Kehle. Am vorderen Rande dieses Fleckes ist die graubraune Grundfarbe des Rumpfes am intensivsten. Auf vielen Rumpfschuppen, vor und hinter dem gelben Flecke liegt ein himmelblauer Querstrich vor dem hinteren Schuppenrande oder ein himmelblauer runder Fleck auf der Mitte des hinteren Schuppenrandes. Ein blauvioletter Streif auf der Basis der Pectorale.

D. 13/7. A. 3/10. L. lat. 29 L. transv. 3—3 $^1/_2$/1/9.

Drei Exemplare in den Sammlungen des Wiener Museums von Tokio und Nagasaki. Das grösste derselben ist c. 14^{cm} lang, mit stark entwickeltem Fettpolster auf Stirne und Schnauze.

Gruppe: SCARINA.

207. ***Callyodon japonicus*** C. V.

Sehr häufig bei Tokio. Japanischer Name: Budai.

208. ***Pseudoscarus ovifrons*** sp. Schleg. (an *Pseudosc. Schlegelii* n. sp. Steind.).

Schlegel's Beschreibung vom *Scarus ovifrons* gibt leider keinen Aufschluss über die Grössenentwicklung der Oberlippe, die Zahl der Schuppenreihen und der Schuppen in den einzelnen Reihen, so dass ich nicht mit voller Sicherheit anzugeben vermag, ob die mir in einem Exemplare zur Beschreibung vorliegende Art mit *Pseudoscarus ovifrons* sp. Schleg. identisch sei oder nicht.

In der Form des Körpers, in der Färbung und Zeichnung des Rumpfes kann ich keinen wesentlichen Unterschied zwischen Schlegel's Art und dem mir vorliegenden Exemplare finden, doch ist die Zahl der am Randtheile des Vordeckels befindlichen Schuppen bedeutend grösser als bei *Sc. ovifrons*, denn nach Schlegel's Abbildung liegt daselbst nur eine einzige Schuppe, dagegen vier bis fünf bei dem von Dr. Döderlein eingesendeten Exemplare.

Die Kopflänge ist nahezu $3^3/_4$mal, die grösste Rumpfhöhe etwas mehr als 3mal in der Totallänge, die Länge der Schnauze $2^1/_2$mal, die des Auges $5^1/_3$mal, die Stirnbreite c. $2^1/_5$mal in der Kopflänge enthalten.

Die Kiefer sind smaragdgrün und nur am freien Rande äusserst fein gezackt. Die Oberlippe deckt den Oberkiefer vollständig.

Unter dem Auge liegen drei Reihen von Schuppen, die oberste Reihe enthält sechs, die mittlere sieben grosse Schuppen bis zur aufsteigenden Vorleiste des Vordeckels. Die unterste dritte Schuppenreihe liegt bereits am unteren Randstücke des Präoperkels und wird von vier bis fünf Schuppen gebildet. Der Zwischendeckel ist gleichfalls und zwar vollständig beschuppt.

Die Pectorale ist ebenso lang wie die Caudale und c. $1^1/_2$mal, die Ventrale dagegen fast 2mal in der Kopflänge enthalten.

Die Caudale ist am hinteren Rande schwach gerundet, die Ventrale zugespitzt.

Auf der Schnauze zeigen sich bei dem mir vorliegenden nur 23^{cm} langen Exemplare bereits Spuren eines Fettpolsters. Die nackten Kopfstellen sind violett, nur die Lippen sind hellgrau. Über letztere ziehen violette Binden, und zwar eine am Oberkiefer, zwei am Unterkiefer. Sie ziehen ringsum die Schnauze und die Kinngegend, und nehmen am vorderen Augenrande ihren Ursprung. Die Schuppen sind mit zahllosen Streifen geziert und sehen wie fein ciselirt aus und sind am hinteren Rande dunkel gesäumt. Die Grundfarbe der Körperseite ist dunkelbraun mit einem schwachen grünlichgelben Stiche. Im vorderen Theile des Rumpfes bemerkt man auf vielen Schuppen mehrere verschwommene dunkle Flecken. Dorsale und Anale violett mit einem hellen Randsaume, der durch einen dunkelvioletten Strich von dem Reste der Flosse scharf geschieden ist. Die übrigen Flossen sind einfärbig, violett.

D. 9/10. A. 2/9 (wie auf Schlegel's Abbildung). L. lat. 25.

209. ***Pseudoscarus globiceps*** sp. C. V.

Ein grosses Exemplar dieser im indischen und stillen Ocean nicht seltenen Art wurde von Dr. Döderlein bei Oshima gefangen.

Fam. **GADIDAE.**

210. ***Gadus minor*** n. sp. Döderl.

D. 11/12/19. A. 19/19. V. 6.

Körperhöhe 8mal, Kopflänge $3^3/_5$mal in der Körperlänge (ohne Caudale), Augendiameter c. $1^1/_2$mal in der Schnauzenlänge, 5mal in der Kopflänge enthalten und die Breite des Interorbitalraumes ein wenig übertreffend.

Der Unterkiefer ist länger als der obere Kiefer. Bartel (?). Zähne des Zwischenkiefers gleich gross. Kiemenhautstrahlen 6. Wirbelzahl 16+32.

Die Rücken-, sowie die Afterflossen durch mässig weite Zwischenräume von einander getrennt. Die Bauchflosse beginnt unter der Wurzel der Brustflosse. Der zweite Ventralstrahl ist stark verlängert. Die Analmündung liegt unter dem Zwischenraume zwischen der ersten und zweiten Dorsale. Schwanzflosse gegabelt.

Die absoluten Maasse des einzigen mir vorliegenden Exemplares sind folgende:

Körperlänge (ohne Caudale) 410^{mm}, Kopflänge 118^{mm}, Körperhöhe 53^{mm}, Augendiameter 23^{mm}, Schnauzenlänge 33^{mm}, Interorbitalraum 21^{mm}; Länge der ersten Dorsale 45^{mm}, der zweiten 52^{mm}, der dritten 63^{mm}; Länge der ersten Anale 73^{mm}, der zweiten 67^{mm}; Länge des Zwischenraumes zwischen der ersten und zweiten Dorsale 18^{mm}, zwischen der zweiten und dritten Dorsale 53^{mm}, zwischen der ersten und zweiten Anale 35^{mm}.

Länge der Brustflossen 90^{mm}, der Bauchflossen 80^{mm}, der Caudale 52^{mm}.

Der Erhaltungszustand dieses einzigen, aus der Tokio-Bai stammenden Exemplares ist so schlecht, dass es nicht möglich ist, über das Vorhandensein eines Kinnbartfadens und über die Färbung irgend eine Angabe zu machen.

Jedenfalls ist diese Art von *G. Brandtii* Hilgend., der bei Yeso häufig ist, specifisch verschieden und scheint mit *G. pollachius* der europäischen Küsten am nächsten verwandt zu sein. Sehr selten bei Tokio.

Japanischer Name: Tara (Döderlein).

211. *Lotella phycis* Schleg.

B. 7. D. 5/61—66. A. 55—67.

Ich finde bei jedem der von mir untersuchten Exemplare sieben, nicht aber sechs Kiemenstrahlen. Die Körperhöhe ist 5 $^1/_4$ bis 6mal, die Kopflänge 4 $^3/_4$ bis 5mal in der Totallänge, der Augendiameter 4 $^1/_2$ bis 5mal in der Kopflänge enthalten. Die Länge der Schnauze übertrifft die des Auges nur unbedeutend. Die Stirnbreite steht der Augenlänge nach. Die Schnauze ist breit und vorne gerundet.

Der Oberkiefer überragt den Unterkiefer. Das Maxillare endigt in verticaler Richtung ein wenig hinter dem Auge. Die Länge des Kinnbartels ist variabel und 3 $^1/_2$ bis 5mal in der Kopflänge enthalten.

In beiden Kiefern sind die Zähne der Aussenreihe stets grösser als die der übrigen Reihen; doch variiren diese Zähne der Aussenreihe bei den einzelnen Individuen an Grösse und Zahl und sind stets kleiner, wenn sie in bedeutender Zahl vorhanden sind, bedeutend länger und insbesondere auch viel stärker, wenn sie eine locker stehende Reihe bilden. Einzelne Zähne dieser Reihe sind in letzterem Falle häufig merklich grösser als die benachbarten.

Im Unterkiefer sind nur gegen das vordere Ende im Ganzen drei bis fünf Zahnreihen, seitlich nur zwei. Narinen nur durch eine häutige Brücke von einander getrennt und ganz nahe zum Auge gelegen.

Die Kiemenhaut verwächst auf der Medianlinie mit dem Isthmus.

Körper und Schwanzgegend insbesondere stark comprimirt. Die beiden Rückenflossen stehen dicht hinter einander. Sämmtliche Flossen mit Ausnahme der Ventralen mindestens zur Hälfte (in der basalen Hälfte) von kleinen Schuppen bedeckt.

Die Länge der Brustflossen ist c. 1 $^3/_5$ mal, der lange Ventralstrahl 1 $^2/_5$—1 $^1/_2$ mal in der Kopflänge enthalten. Die Caudale breitet sich nach hinten fächerartig aus; ihre längsten Strahlen erreichen nur die Hälfte einer Kopflänge. Die grösste Höhe der zweiten Dorsale, zu Ende des vorderen Längenfünftels der Flosse erreicht c. $^2/_5$ der Kopflänge.

Die Kopf- und Rumpfschuppen sind sehr klein; am Kopfe sind nur die Lippen und der vor den Nasenöffnungen liegende Theil der Schnauze unbeschuppt.

Circa 170—180 schräg gestellte Schuppenreihen liegen längs dem oberen wie dem unteren Rande der Seitenlinie bei einem Exemplare von 21 $^2/_3$ ^{cm} Länge.

Die die Rücken- und Afterflosse umhüllende Haut ist im vorderen Längentheile dieser Flossen sehr dick. Nicht häufig bei Tokio, aber unter dem Namen „Itachi" (Marder) wohlbekannt. Mit gleichem Namen werden übrigens auch andere ähnliche Fische bezeichnet.

Lotella phycis erreicht eine Länge von 25cm.

212. *Physiculus Dalwigkii* Gthr. (?)

Das vorliegende Exemplar unterscheidet sich zwar in einigen Punkten von Günther's Beschreibung des *Physiculus Dalwigkii*, ebenso von *Phys. japonicus* Hilgend., doch ist es von zu geringer Grösse und in zu schlechtem Erhaltungszustande, als dass es sich mit Sicherheit der Art nach unterscheiden liesse.

Die Unterschiede von *Phys. Dalwigkii* sind: D. 7/52 (?), A. 65 V. 5 (?), Kiemenhautstrahlen 7.

Das Auge ist sehr gross, seine Länge beträgt das Doppelte des Augendiameters; der Interorbitalraum ist nur wenig schmäler.

Die erste Rückenflosse beginnt hinter der Wurzel der Brustflossen.

Im Übrigen ähnelt der Fisch dem *Phys. Dalwigkii* vollständig, auch in der Färbung.

Fundort: Tokio-Bai. Länge des erwähnten Exemplares: 6cm. (Döderl.)

Fam. OPHIDIIDAE.

213. *Brotula japonica* n. sp.

D.: C. et A. circa 233—238.

Die grösste Rumpfhöhe gleicht der Kopflänge und ist 6mal in der Totallänge, der Augendiameter $5^5/_6$mal, die Schnauzenlänge c. 4mal, die Stirnbreite $6^3/_5$mal, die Kopfhöhe über der Einlenkungsstelle der Ventralen c. $1^1/_2$mal, die grösste Kopfbreite etwas mehr als $2^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten.

Das hintere Ende des Oberkiefers reicht in verticaler Richtung hinter das Auge zurück und fast genau bis zur Längenmitte des Kopfes.

Kieferzähne sehr klein, eine schmale Binde bildend. Die Zahnbinde im Zwischenkiefer ist übrigens gegen das vordere Ende desselben merklich breiter als die gegenüberliegenden Zahnbinden im Unterkiefer. Die Zahnbinde auf den Gaumenbeinen ist c. $^2/_3$ des Auges an Länge gleich und bedeutend breiter als Zahnbinden auf den Kiefern. Die sehr schmale Zahnbinde am Vomer bildet nach vorne nahezu einen rechten Winkel.

Zu jeder Seite der Schnauze liegen vorne drei Bartfäden, von denen der mittlere kaum $^1/_3$ der Höhe der übrigen erreicht. Drei Bartfäden von nahezu gleicher Länge jederseits vorne an der Unterseite jeder Unterkieferhälfte. Nasalbartel etwas kürzer als die längsten Oberkieferbarteln.

Stachel am Operkel von einer laxen Haut umhüllt, aufrichtbar.

Die Pectorale ist halb so lang wie der Kopf und am hinteren Rande gleichmässig gerundet. Die Basis des obersten Strahles liegt näher zur Rücken- als zur Bauchlinie.

Die Ventrale ist unbedeutend länger als die Pectorale und enthält zwei Strahlen. Auf der rechten Pectrale sind bei dem hier beschriebenen Unicum die beiden Strahlen in der hinteren Hälfte der Flossenlänge von einander getrennt, auf der linken Pectorale durch eine gemeinsame Umhüllung vollständig vereinigt. Die Analmündung liegt c. $1^1/_2$mal näher zum vorderen Schnauzenende als zum hinteren Rande der Caudale.

Die mittleren längsten Strahlen der Caudale, welche mit der Dorsale und Anale zu einer zusammenhängenden Flosse vereinigt ist, gleichen an Länge kaum einem Drittel des Kopfes.

Der Beginn der Rückenflosse fällt in verticaler Richtung ein wenig hinter die Basis der Pectorale. Die Rumpfschuppen sind klein und nehmen gegen die Caudale zu an Umfang ab. Es liegen c. 145 Schuppen längs der Höhenmitte des Rumpfes in einer horizontalen Reihe. Am Kopfe sind nur die Lippen unbeschuppt.

Um die vereinigten Dorsal-, Caudal- und Analstrahlen genau zählen zu können, habe ich die sie umhüllende Haut zunächst der Flossenbasis abgelöst. Die Gesammtzahl dieser Strahlen beträgt c. 233, von denen c. 102 auf die Anale fallen.

Färbung dunkel rothbraun, fast schwarzbraun an den Seiten des Kopfes. Flossen grauviolett, gegen den scharf schwärzlich gesäumten freien Flossenrand zu dunkler als zunächst der Basis der Strahlen. Inneres der Mundfläche weisslich.

Fundort: Tokio.

Das beschriebene Exemplar ist 37^{cm} lang und unterscheidet sich von *Brotula multibarbata* durch die schlanke Körperform. Auf die Abweichungen in der Körperhöhe möchte ich bei der Elasticität der Bauchwandungen keinen grossen Werth bezüglich der Artunterscheidung von *B. multibarbata* und *B. japonica* legen, wichtiger scheint mir der Umstand, dass, falls Schlegel's Beschreibung und Abbildung von *B. multibarbata* verlässlich ist, bei *B. multibarbata* Schl. $^1/_5$, die Kopflänge bei *B. japonica* $^1/_6$ der Körperlänge erreicht, und dass die Strahlenzahl der vereinigten Dorsale, Anale und Caudale bei *B. multibarbata* 186, bei *B. japonica* nob. aber nach genauer Zählung c. 235—238 beträgt.

214. *Sirembo armatus* sp. Schleg.

Syn. *Sirembo argenteus* Döderl. (in litt.).

R. br. 8. D. 88. C. 8—9. A. 77. L. lat. c. 115—120. L. tr. c. 9/1/30—31 (bis zur Bauchlinie).

Die grösste Rumpfhöhe ist mehr als $5^1/_3$ bis nahezu 6mal, die Kopflänge $4^4/_5$ bis nahezu 5mal in der Totallänge, der Augendiameter $5^2/_5$—$5^1/_3$mal, die Schnauzenlänge c. 4mal, die Breite der Stirne zwischen der Längenmitte der oberen Augenränder $4^3/_5$- bis nahezu 4mal, die Kopfhöhe c. $1^1/_3$mal, die grösste Kopfbreite c. 2mal in der Kopflänge enthalten.

Die dicke Schnauze ist vorne stumpf abgerundet. Der äussere Rand des Unterkiefers wird am Zwischenkiefer bei geschlossenem Munde überragt. Das hintere Ende des Oberkiefers fällt genau in die Mitte der Kopflänge, somit hinter das Auge.

Kiefer, Vomer und Gaumenbeine tragen eine Binde dicht an einander gedrängter, spitzer Zähne. Die Zahnbinde am Gaumen ist breiter als die an den Kiefern.

Während der überhaupt schmale Zwischenkiefer sich nach hinten stark verjüngt, nimmt der längere Oberkiefer gegen die Mundwinkel rasch an Breite zu, und ist am hinteren hohen Rande sehr schwach eingebuchtet.

Die Oberseite des Kopfes ist querüber sehr schwach gebogen und erhebt sich, im Profile gesehen, nur wenig nach hinten. Ein Porus liegt jederseits zunächst der Spitze des Unterkiefers unterhalb der Symphyse, und viel weiter zurück jederseits noch zwei grössere Porenmündungen. Eine weite Porenmündung liegt endlich unmittelbar vor dem vorderen Ende des Präorbitale an der Schnauze.

Die hinetre grosse, ovale Narine liegt unmittelbar vor dem Auge und ist durch einen mässig grossen Zwischenraum von der viel kleineren, vorderen getrennt. Drei ziemlich grosse, spitze Stacheln liegen am unteren Rande und an der Winkelgegend des Vordeckel. Die Spitze dieser Zähne ist nach vorne und unten gewendet. In der Winkelgegend des Vordeckels bis zu den drei Stacheln ist der Randtheil des Präoperkels mit einer mehr minder grossen Schuppengruppe bedeckt, der übrige Rest des Randtheiles ist grösstentheils nackthäutig. Am oberen Rande des Operkels liegt ein grosser, schwach säbelförmig gebogener Stachel.

Die Oberseite des Kopfes bis zur Schnauze und die Kiefer sind schuppenlos. Grosse überhäutete Schuppen liegen dagegen in der ganzen Wangengegend und am Kiemendeckel.

In der Scheitelgegend ist die nackte Kopfhaut sehr dünn, dicker in der Schnauzengegend, sehr dick und zottig ist die Lippenhaut.

Der Rumpf nimmt gegen die Caudale, von der Analgegend angefangen, rasch an Höhe ab und ist zugleich daselbst stark comprimirt.

Die Pectorale wird im Verhältnisse zu ihrer Länge, die $^2/_3$ der Kopflänge gleicht, von zarten Strahlen gebildet und ist nach hinten elliptisch gerundet oder zugespitzt.

Die Ventrale enthält zwei Strahlen, die nur im vordersten Theile ihrer Länge von einer gemeinsamen Haut umhüllt sind. Der längere innere Strahl ist fast ebenso lang wie die Pectorale. Die Einlenkungsstelle der Ventralen fällt in verticaler Richtung unter die Augenmitte.

Die Dorsale ist mit der Caudale vereinigt, ebenso die Anale; doch lassen sich die wenigen Strahlen der Caudale von den übrigen Strahlen deutlich unterscheiden, da sie sehr nahe aneinander gerückt sind. Die Ansatzstelle des Rumpfes für die Caudale gleicht an Höhe kaum $^1/_3$ der Augenlänge.

Der Beginn der Dorsale fällt in verticaler Richtung über das Ende des ersten Längendrittels der Pectorale; die Analmündung liegt vertical unter der Spitze der Pectoralen.

Im grossen Ganzen sind die Strahlen der Anale merklich höher als die der Dorsale. Die Strahlen der Anale nehmen bis zur zehnten höchsten Strahle, dessen Länge c. $3^3/_5$mal in der Kopflänge enthalten ist, rascher an Höhe zu, als die folgenden gegen die Caudale zu abnehmen.

Die Caudale endigt zugespitzt nach hinten und erreicht c. $^1/_3$ der Kopflänge.

Die Seitenlinie reicht nicht bis zur Caudale zurück, sondern endigt c. um 13 Schuppenreihen vor der Basis der letzteren und läuft vorne im oberen Viertel, weiter zurück im oberen Drittel der Rumpfhöhe hin.

Die Rumpfschuppen sind dünn und klein, überhäutet, doch deutlich unterscheidbar. Gegen das Schwanzende des Körpers nehmen sie eine länglichovale Form an.

Längs der Höhenmitte des Rumpfes liegen c. 115—120 Schuppen in einer horizontalen Reihe. Kiemenhautstrahlen 8. Pylorusanhänge 10. Magen mit äusserst dicken, muskulösen Wandungen. Der Darm macht Schlingen. Leber gross. Mundhöhle und Wände des weiten Kiemenraumes bläulich violett. Wandungen der Bauchhöhle noch dunkler pigmentirt.

Kopf und Rumpf weisslich, silberglänzend; bei einem Exemplare ist der ganze Kopf und Rumpf mit bräunlich violetten Pünktchen, die hie und da an der Unterseite des Kopfes zu undeutlichen wolligen Flecken sich vereinigen, übersäet.

Anale, Dorsale und Caudale nur an der Basis weisslichgelb, im übrigen Theile violett, und zwar am dunkelsten gegen den freien Rand der Flossen, sowie gegen die Caudale zu. Nur der vorderste Theil der Anale ist bei dem kleineren der beiden hier beschriebenen Exemplare der ganzen Höhe nach gelblichweiss und erst weiter zurück beginnt allmälig die dunklere Flossenfärbung.

Der äusserste Rand der genannten drei Flossen ist bei beiden Exemplaren mit einem äusserst schmalen weisslichen Saume geziert.

Länge der beiden beschriebenen, bei Tokio gesammelten Exemplare 40—43^{cm}. Wahrscheinlich hält sich diese Art, die von Schlegel in ungenügender, doch kenntlicher Weise nach einem trockenen Exemplare beschrieben wurde, nur in grösseren Tiefen auf.

MYXOCEPHALUS nov. gen.

Körperform gestreckt; Rumpf stark comprimirt, nach hinten in eine Spitze auslaufend, *Brotula*-ähnlich, klein beschuppt. Kopf ziemlich breit, mit dünner, schuppenloser Haut bedeckt. Kopfknochen grubig. Deckel am oberen Rande mit einem langen Stachel. Binden bürstenförmiger Zähne auf den Kiefern, am Vomer und auf den Gaumenbeinen. Verticale Flossen vereinigt. Bauchflossen kehlständig, dicht nebeneinander liegend und nur von einem einfachen, fadenförmigen Strahle gebildet. Kiemenhautstrahlen 8. Pseudobranchien und Pylorusanhänge fehlend. Schwimmblase vorhanden.

215. *Myxocephalus japonicus* n. sp.

D. 128. A. 92. C. c. 8. P. 31. Sq. lat. c. 90.

Die Kopflänge ist c. $3^3/_4$—$3^4/_5$mal, Rumpfhöhe c. $4^2/_5$—$4^2/_3$mal in der Totallänge, der Augendiameter mehr als 7 ($7^1/_3$)mal, die Schnauzenlänge fast $4^1/_4$mal, die Stirnbreite mehr als $4^1/_4$mal, die Kopfhöhe $1^1/_2$mal, die Kopfbreite $1^3/_5$mal in der Kopflänge enthalten.

Die Schnauze ist sehr breit, vorne abgerundet. Das hintere, verbreiterte Ende des Maxillare fällt unter den hinteren Augenrand. Die Zahnbinden auf den Kiefern, am Vomer und auf den Gaumenbeinen sind ziemlich schmal, die Binde am Zwischenkiefer merklich breiter als die Zahnbinde im Unterkiefer. Die Zahnbinde am Vomer ist ⌣ ⌣förmig. Der Zwischenkiefer greift seitlich über den Unterkieferrand ein wenig hinaus.

Die oberflächlichen Kopfknochen zeigen zahlreiche grubenförmige Vertiefungen zwischen leistenförmigen Vorsprüngen und sind weich, knorpelähnlich. Der ganze Kopf ist mit einer zarten Haut lose umhüllt, unter der sich ein System von schleimführenden Canälen befindet, die mit zahlreichen Poren an der Oberfläche des Kopfes münden.

Auf der Schnauze liegen beiderseits vier grosse Öffnungen, von denen eine gerade vor dem Auge und eine zweite in der Nähe der Medianlinie als Nasenöffnungen zu deuten sind. Die beiden anderen finden sich seitlich von der letzteren vor und sind nur äusserlich durch eine schmale Membrane getrennt. Sie führen in eine umfangreiche Höhlung zwischen dem Oberkiefer und dem Auge, die gerade über dem Ende des Oberkiefers noch eine kleine Mündung hat. Eine sehr grosse Öffnung in einiger Entfernung hinter dem Auge führt in einen Hohlraum, der die ganze hinter dem Auge gelegene Wangengegend einnimmt.

Längs des Präoperkelrandes drei oder vier Öffnungen, die oberen von Augengrösse. Kleinere Öffnungen liegen zu beiden Seiten des Hinterkopfes. Die Höhlen des Interorbitalraumes und der Schnauzengegend scheinen in die Nasenöffnungen zu münden.

Die Schleimhöhlen des Unterkiefers münden in drei mässig grosse Öffnungen, von denen die vorderste neben der Symphyse sich befindet. Bei dem zur Beschreibung vorliegenden Weingeistexemplare sind diese Schleimhöhlen leer, die Kopfhaut ist eingefallen, runzelig und die vorspringenden Kopfknochen geben dem Kopfe des Fisches ein eckiges Aussehen, das an den Kopf von *Scorpaenen* erinnert. Im frischen Zustande waren solche Vorsprünge nicht bemerkbar.

Die ganze Kopfhaut ist von zahllosen, sehr feinen, kurzen Barteln bedeckt.

Über den oberen Rand des Kiemendeckels zieht sich eine stark vorspringende Kante hin, die in eine kurze, freie Stachelspitze endigt. Auch nach unten endigt der dreieckige Deckel in eine stumpfe (überhäutete) Spitze.

Der Beginn der Dorsale fällt in verticaler Richtung nur unbedeutend hinter die Basis der Pectorale.

Sämmtliche Dorsal- und Analstrahlen sind einfach, gegliedert. Die Strahlen der Dorsale nehmen vom Beginn der Flosse bis zu Anfang des letzten Längendrittels der Flossenbasis, die der Anale bis zur Längenmitte der Flossenbasis allmälig an Höhe zu. Die längsten der wenigen Caudalstrahlen sind $3^1/_2$ mal, die längsten Strahlen der Dorsale c. $2^3/_5$ mal, die der Anale c. 3 mal, die der Pectorale $1^2/_3$ mal, die Länge der Ventrale c. $2^1/_2$ mal in der Kopflänge enthalten.

Sämmtliche Dorsal-, Anal- und Caudalstrahlen liegen sehr nahe neben einander und bilden eine einzige zusammenhängende Flosse.

Die Analmündung liegt unbedeutend vor der Mitte der Totallänge.

Die Seitenlinie ist zart entwickelt und senkt sich von ihrem Beginne am Rumpfe unter sehr schwacher Bogenkrümmung, etwa bis zum Beginne der Anale (in verticaler Richtung) und läuft hierauf bis zum äusserst niedrigen Caudalende des Rumpfes horizontal in der Höhenmitte des Rumpfes. Längs der Höhenmitte des Rumpfes vom hinteren oberen Ende der Kiemenspalte bis zum Beginne der Caudale liegen c. 90 Schuppen in einer horizontalen Reihe.

Die Rumpfschuppen sind überhäutet, klein und zart. Flossenstrahlen nicht überschuppt. Kiemenhautstrahlen 8. Pseudobranchien fehlen. Magen sehr muskulös, mit starker Faltung an der Innenwand. Der Darm macht eine grosse Schlinge. Pylorusanhänge fehlen. Schwimmblase ziemlich gross. Die Wand der Leibeshöhle ist schwarzbraun, die Wände der Kiemenhöhle sind bläulich-violett ausgekleidet; das Innere der Mundhöhle aber ist von weisslicher Färbung.

Kopf und Rumpf gleichmässig kupferfarben; sämmtliche Flossen von etwas dunklerer Färbung.

Länge des beschriebenen Exemplares: $37^1/_2$ cm. Fundort: Tokio.

Diese Art wird nur sehr selten gefischt und scheint nur in grossen Tiefen sich aufzuhalten.

216. ***Fierasfer kagoshimanus*** n. sp.

Körperhöhe $13\,^1/_2$mal, Kopflänge $7\,^1/_2$mal in der Totallänge, Augendiameter $^3/_5$mal in der Schnauzenlänge, $3\,^1/_3$mal in der Kopflänge und $^2/_5$ in der Stirnbreite zwischen den Augen enthalten. Kopf $2\,^1/_2$mal so lang wie breit und $1\,^2/_3$mal so lang wie hoch. Kiemenöffnungen weit; die verbundenen Kiemenhäute bedecken nur einen kleinen Theil des Isthmus.

Kleine Zähne in beiden Kiefern, dem Vomer und auf den Gaumenbeinen; die Vomerzähne sind etwas grösser als die übrigen und bilden ein kurzes Längsband.

Verticale Flossen sehr niedrig, die Rückenflosse nimmt $^3/_4$ der Körperlänge ein. Die Analmündung liegt unter der Pectoralwurzel, die Länge der Pectorale ist $2\,^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten.

Farbe gleichmässig blassroth; über dem durchscheinenden Hirn ist der Schädel fein schwarz punktirt.

Die beiden vorliegenden Exemplare wurden im Hafen von Kagoshima gefischt; das grössere ist 11^{cm} lang. (Döderlein.)

Fam. MACRURIDAE.

217. ***Macrurus japonicus*** Schl.

Die mir von Dr. Döderlein eingesendeten vier *Macrurus*-Exemplare gehören drei verschiedenen Arten an. Im Manuscripte finde ich nur zwei Arten, nämlich *Macrurus tokiensis* und *M. marginatus* n. sp. Döderl. angeführt, nicht aber *M. japonicus* Schleg., von dem mir ein ziemlich gut erhaltenes Exemplar von c. 62^{cm} Länge vorliegt. Es stimmt dieses Exemplar in der Zahl der Flossenstrahlen, sowie in der Beschuppungsweise genau mit Schlegel's Beschreibung überein.

D. 11/87. A. 94. L. lat. c. 112. L. transv. 5 an 6/1/21 (bis zur Ventr.).

Die Kopflänge ist unbedeutend mehr als $3\,^1/_2$mal in der Totallänge, die grösste Rumpfhöhe 2mal, die Schnauzenlänge c. $2\,^1/_4$mal, die Augenlänge etwas mehr als c. $4\,^3/_5$mal in der Kopflänge enthalten. Die Stirnbreite gleicht der Augenlänge und ist wie diese c. 2mal in der Schnauzenlänge begriffen. Die Kopfbreite kommt nahezu der Länge des hinter dem Auge gelegenen Kopftheiles gleich. Die Schnauze endigt in eine Spitze.

Der Kopf ist auch an der Unterseite beschuppt. Längs der Mittellinie der Schnauze liegt eine Reihe von Schuppen, welche grösser als die benachbarten Schuppen sind und an der Oberfläche mit einer sternförmigen, in 5—6 Äste (von ungleicher Länge) auslaufenden Gruppe von Leistchen geziert sind.

Die Rumpfschuppen zeigen stets 3—5 Leisten, die nach hinten divergiren.

218. ***Macrurus tokiensis*** n. sp.

R. br. 6. D. 11/119. A. c. 119. V. 7. L. lat. 130. L. transv. 5/15 (bis zur Ventrale).

Diese Art unterscheidet sich von *Macrurus japonicus* Schleg., mit welcher sie im allgemeinen Habitus übereinstimmt, in auffallender Weise durch den völligen Mangel von Schuppen, mit Ausnahme des zunächst unter der vorgezogenen Spitze des Präoperkels gelegenen Theiles an der Unterseite des Kopfes und durch das Vorkommen von 6—9 Kielen auf den Schuppen des Rumpfes. Die Zähne in den Kiefern sind bedeutend schwächer entwickelt als bei *M. japonicus* und die Zahl der Strahlen in der zweiten Dorsale und in der Anale zahlreicher als bei letztgenannter Art.

Bei einem Exemplare von nahezu 80^{cm} Länge, ist die Kopflänge 4mal in der Totallänge, die Länge der Schnauze etwas mehr als $2\,^1/_4$mal, die Augenlänge nahezu 5mal in der Kopflänge enthalten. Die Stirnbreite gleicht der Augenlänge und diese nahezu der Hälfte der Schnauzenlänge wie bei *M. japonicus*.

Die Mundspalte ist länger als bei *M. japonicus*; die Länge des Oberkiefers ist nämlich bei *M. tokiensis* kaum $3\,^2/_5$mal, bei *M. japonicus* c. $3\,^3/_4$mal in der Kopflänge enthalten. Die bürstenförmigen Kieferzähne sind insbesondere im Zwischenkiefer auffallend kleiner und auch zahlreicher als bei *M. japonicus*.

Die Nasenöffnungen liegen gerade vor dem Auge in einer Grube, die 2mal so lang wie hoch und von keulenförmiger Gestalt ist. Den hinteren Winkel dieser nur von einer dünnen Haut bedeckten Grube nimmt die grössere hintere Nasenöffnung ein, von der die kleinere vordere nur durch einen schmalen Hautstreifen getrennt ist. Oberhalb dieser Grube läuft zu beiden Seiten der pyramidenförmigen Schnauze eine lange Furche bis zur stumpfen Spitze der Schnauze.

Am Interorbitalraume beginnen zwei niedere Leisten, die parallel mit einander bis zum Nacken verlaufen, sie sind von kielförmig sich erhebenden Schuppen gebildet. Eine ziemlich undeutliche Leiste läuft vom oberen Orbitalrande nach dem Kiemendeckel.

Von der Schnauzenspitze bis zum unteren Winkel des Vordeckels zieht sich eine ziemlich scharf ausgeprägte Kante in gerader Richtung hin und endigt am Vordeckelwinkel mit einer kurzen starken Spitze. Diese Kante trennt den oberen beschuppten Theil des Kopfes von dem unteren unbeschuppten Theile. Nur zunächst unter dem Präoperkelwinkel findet sich auch an der Unterseite des Kopfes eine ziemlich lange, aber schmale Gruppe stark gekielter Schuppen vor.

Die Orbita ist c. $1^1/_5$mal länger als hoch, der Interorbitalraum leicht convex, das obere Profil des Kopfes ebenfalls schwax convex, der zarte Bartfaden am Kinn halb so lang wie das Auge. Eine Reihe viereckiger Schuppen längs der Mittellinie der Schnauze von viereckiger Gestalt mit sternförmig auslaufenden zarten Kielen.

Die Unterseite des Kopfes ist von einer dünnen, weichen Membran bedeckt, welche grosse, oberflächlich liegende Höhlungen überzieht. Ebenso auf der Oberseite des Kopfes, nur ist hier die Membran beschuppt. Der Vorderdeckelwinkel ist nach hinten vorgezogen.

Der erste Dorsalstachel ist sehr klein, der zweite glatt und dünn, und nicht ganz zweimal so lang wie das Auge; seine zurückgelegte Spitze reicht bis zum siebenten Strahl der zweiten Dorsale zurück.

Die Entfernung beider Dorsalen von einander gleicht halber Augenlänge.

Die Pectorale beginnt ein wenig vor der ersten Dorsale in verticaler Richtung und ist an Länge einem Drittel des Kopfes gleich.

Die Ventralen beginnen unter der Basis der mittleren Pectoralstrahlen in verticaler Richtung.

Der äussere Ventralstrahl ist fadenförmig verlängert und an Länge kaum mehr als einem Viertel des Kopfes gleich; die Spitze dieses Strahles erreicht nicht den Beginn der Anale.

Der Schwanztheil des Rumpfes zieht sich in eine lange Spitze aus.

Die grossen Schuppen des Kopfes am Randtheile des Vordeckels und am Deckel, sowie theilweise auch auf den Wangen (hinter den Augen) zeigen 5—9 radienförmig auslaufende zarte Kiele. Geringer ist die Zahl derselben auf den übrigen kleineren Kopfschuppen. Längs der grossen Seitenkante des Kopfes, von der Nasenspitze bis zum Vorderdeckelende liegen zwei Reihen grösserer Schuppen.

Die Schuppen am Rumpfe zeigen 6—7 zart gezähnte, radiär verlaufende Kiele, die am freien Schuppenrande in zarte Spitzen endigen. Auf der Bauchseite des Rumpfes kommen hie und da bis zu 13 Kiele auf einer Schuppe vor.

Färbung gelbbraun. Inneres der Mundhöhle schwärzlich, ebenso die Wände der Kiemenhöhle.

Dieser Fisch wird im Winter nicht selten in der Nähe von Tokio in grosser Tiefe gefischt und kommt regelmässig mit vorgestülptem Magen aus dem Meere; er wird gegessen.

219. ***Coryphaenoides marginatus*** n. sp.

Syn.: *Macrurus marginatus* n. sp. Döderl.

D. 10/c. 116. A. c. 120. P. 19. V. 8. L. lat. c. 150. L. transv. 7—8/23.

Kopflänge c. $5^3/_4$mal, Rumpfhöhe c. $7^1/_2$mal in der Totallänge, Augendiameter $3^3/_5$mal, Schnauzenlänge $3^5/_6$mal, Stirnbreite c. $5^1/_6$mal, Kopfbreite mehr als $2^1/_4$mal in der Kopflänge enthalten. Die Schnauze ist breit, eckig und hat vorne eine tuberkelartige Spitze.

Der Interorbitalraum ist nahezu eben, das obere Profil des Kopfes schwach convex, und nur über den Augen noch concav.

Die Narinen liegen unmittelbar vor den Augen, von einer unbeschuppten Haut umgeben. Die vordere kleinere, rundliche Narine ist von der hinteren, viel grösseren, schlitzförmigen Narine durch eine schmale Hautbrücke getrennt.

Vom vorderen Ende des oberen Augenrandes läuft ein Bogen über den Narinen zum vorderen Schnauzenende eine schwach ausgeprägte Kante, eine zweite vom hinteren Ende des oberen Augenrandes bis zum oberen Rande des Kiemendeckels. Eine deutlich vortretende Kante zieht von der Schnauzenspitze zwischen dem Kieferrande und dem Auge gerade nach hinten und verschwindet unter dem hinteren Augenrande.

Die Mundspalte liegt auf der Unterseite des Kopfes und ist etwas länger als breit; ihre Breite gleicht einer Augenlänge. Die Mundwinkel fallen unter die Augenmitte.

Ein schmales Band feiner, bürstenförmiger Zähnchen in beiden Kiefern. Der Bartfaden an der Unterkieferspitze hat eine verdickte Basis; ist im Übrigen sehr zart und kurz, circa so lang wie ein Drittel des Augendiameters. Die Winkelgegend des Vordeckels ist nach Art eines Dreieckes weit vorgezogen.

Der erste Dorsalstachel ist rudimentär, der zweite in einen langen biegsamen Faden ausgezogen und circa um einen Augendiameter länger als der Kopf. In seiner unteren Längenhälfte ist der zweite Dorsalstachel kräftig, stark comprimirt und an seiner vorderen Kante mit c. 6 Zähnchen besetzt, deren Spitzen nach oben gerichtet sind.

Die zweite Dorsale ist in ihrem vordersten Theile rudimentär, auf einzelne, weit von einander entfernt stehende, sehr zarte und kurze Strahlen reducirt. Der übrige Theil besteht aus längeren Strahlen.

Die Pectorale ist in verticaler Richtung weit vor der ersten Dorsale eingelenkt und $^2/_3$mal so lang wie der Kopf. Die Ventrale beginnt in einiger Entfernung hinter der Basis der Pectorale und der äussere Strahl derselben ist fadenförmig verlängert, nahezu so lang wie die Brustflosse.

Die Analmündung ist circa um zwei Kopflängen von der Schnauzenspitze entfernt. Die längsten Strahlen der Anale erreichen mindestens $^3/_5$ der Kopflänge, leider sind an dem mir zur Untersuchung vorliegenden Exemplare die Mehrzahl der Analstrahlen an der Spitze abgebrochen.

Der Kopf ist, mit Ausnahme der Lippen und der Ränder des Unterkiefers (an der flachen Unterseite desselben), vollständig von kleinen Schuppen bedeckt, deren Oberfläche von dicht neben einander liegenden, bald parallel, bald radiär verlaufenden Leisten bedeckt ist, und die sich sehr rauh anfühlen. Die kleinsten Kopfschuppen liegen an der Schnauze und an der Unterseite des Kopfes. Die Zahl der Leisten auf den einzelnen Kopfschuppen beträgt 5—12.

Die Rumpfschuppen sind minder klein als die Schuppen am Kopfe und tragen c. 12 niedrige, leicht gekerbte Parallelleisten, die sich nicht über den Schuppenrand fortsetzen. Die Basis der ersten Dorsale ist von zahlreichen kleinen Schüppchen bedeckt.

6 Kiemenhautstrahlen.

Die Farbe des Fisches ist hell graugrün, die Ränder der Flossen sind schwärzlich. Die hintere Nasenöffnung ist breit, schwarz gerandet. Inneres der Mundhöhle sehr dunkel silbergrau. Wände der Kiemenhöhle dunkel violett.

Macrurus marginatus wird im Winter manchmal in der Nähe von Tokio gefangen; er wird nicht gegessen und geht sehr leicht in Fäulniss über.

Länge des beschriebenen Exemplares 53^{cm}.

Coryphaenoides Gunner, Gthr., ist meines Erachtens nur als eine Subgattung von *Macrurus* anzunehmen.

In der Sammlung des Herrn Dr. Döderlein befinden sich neben den oben erwähnten vier Exemplaren von *M. japonicus*, *M. tokiensis* und *Coryphaenoides marginatus* noch mehrere andere Exemplare einer *Macrurus*- und einer *Coryphaenoides*-Art, doch in so schlechtem Erhaltungszustande, dass eine zuverlässige Artbestimmung und Beschreibung unmöglich ist.

Fam. **ATELEOPIDAE.**

220. ***Ateleopus japonicus*** (Schl.) Bleek.

B. 8. D. 9. C.+A. 122. (C. 6.) P. 13. V. 1.

Die Kopflänge ist $6^3/_5$mal, die Körperhöhe c. 10mal in der Totallänge, der Augendiameter $7^1/_5$mal, die Schnauzenlänge c. $2^1/_3$mal, die Kopfbreite $2^3/_5$mal in der Kopflänge enthalten.

Die Mundspalte liegt ganz auf der Unterseite des Kopfes und ist ebenso lang wie breit, nach vorne parabolisch gerundet. Der Oberkiefer ist nach unten vorstreckbar; das hintere Ende des Maxillare fällt unter die Augenmitte.

Im vorderen Theile des Zwischenkiefers liegt eine schmale Binde kleiner bürstenförmiger Zähne. Unterkiefer nahezu oder vollständig zahnlos. Vomer und Gaumenbeine ausnahmslos zahnlos.

Die Schnauze ragt weit über die Mundspalte in Form eines breiten, abgerundeten, schwammigen Polsters vor, der von einem weitmaschigen Gewebe gebildet ist. Dieser Polster ist im frischen Zustande ganz prall, im Spiritus fällt er ein und wird runzelig.

Vor dem Auge liegen hinter einander die beiden runzeligen Nasenöffnungen, durch eine breite Hautbrücke von einander getrennt. Die vordere kleinere Narine liegt viel näher zum Auge als zur Schnauzenspitze.

Die Kopfknochen sind weich, leicht verschiebbar und von knorpeliger Beschaffenheit.

Unmittelbar hinter dem Auge liegt ein aufrichtbarer Stachel, der mit seiner Spitze die Haut durchbohrt.

Die Rückenflosse beginnt in verticaler Richtung hinter der Pectorale; ihre grösste Höhe beträgt mehr als $^3/_4$ der Kopflänge, während die Länge ihrer Basis $4^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten ist. Der erste und die zwei letzten Dorsalstrahlen sind einfach, gegliedert, die übrigen gespalten. Die Brustflossen gleichen an Länge nahezu der Höhe der Dorsale. Der Ursprung der Bauchflossen entspricht der Mitte des Zwischenraumes zwischen dem Hinterrande des Auges der Basis der Pectoralen; der einzige Bauchflossenstrahl ist fast so lang wie die Pectorale und die Entfernung der Basis der beiden Ventralen von einander beträgt c. $1^1/_4$ Augenlängen.

Die Analmündung liegt um etwas mehr als zwei Kopflängen hinter der Schnauzenspitze, somit noch vor dem Ende des ersten Drittels der Totallänge, in geringer Entfernung hinter derselben beginnt die wohl entwickelte Anale, die ohne Grenze in die kleine Caudale übergeht. Die Strahlen dieser beiden Flossen sind einfach, gegliedert, doch nicht der Länge nach gespalten, äusserst biegsam. Der längste Strahl der Caudale ist c. $2^1/_4$mal, der höchste der Anale c. $2^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten. Die Anale erreicht ihre grösste Höhe gegen Ende des dritten Viertels der Totallänge des Fisches.

Der ganze Schwanztheil des Rumpfes ist comprimirt und nimmt bis zur Caudale sehr allmälig an Höhe ab.

Kopf und Rumpf nackt, von zarter Haut bedeckt. Eine Seitenlinie ist vorhanden, doch schwer zu unterscheiden, sie besteht aus einer Kette von entfernt stehenden kurzen und seichten Rinnen.

Die Farbe des Fisches ist gleichmässig dunkel braungrau, die Flossen sind schwärzlich. Das Innere der Mundhöhle und die Wände der Kiemenhöhle weisslich.

Die Kiemenöffnung ist sehr weit, es sind vier Kiemen mit kurzen flachen Kiemenblättchen vorhanden. Hinter dem vierten Kiemenbogen ist eine ziemlich grosse Spalte von einem halben accessorischen Kiemenbogen, der nur mit Rachenzähnen bewaffnet ist, gelegen.

8 Kiemenhautstrahlen.

Darmcanal einfach, Magen vom übrigen Darm, der vor dem After eine kurze Schlinge macht, kaum abgesetzt. Als Mageninhalt fanden sich *Squilla*-Reste. Leber sehr gross. Pylorusanhänge und Schwimmblase fehlend. Wände der Bauchhöhle schwarz.

Döderlein erhielt diesen Fisch nur ein einziges Mal während des Winters in Tokio; er wurde von den Fischern, die ihn nicht zu benennen wussten, für sehr selten erklärt.

Länge des beschriebenen Exemplares: 68^{cm}.

Fam. **SILURIDAE.**

221. ***Plotosus anguillaris*** sp. Bloch., Lac.

Sehr häufig an der japanischen Küste, so bei Tokio, Enoshima, im inneren Meere und im Hafen von Kagoshima. Er findet sich gewöhnlich in grösserer Menge im Netze und ist von den Fischern seiner Stacheln halber gefürchtet. Wird nicht gegessen.

Japanischer Name: Gonsei.

222. ***Silurus asotus*** L.

D. 5. A. c. 73—76.

Häufig auf den japanischen Fischmärkten in lebendem Zustande.

Nicht selten kommen Albinos vor, bei denen ein grösserer oder geringerer Theil des Körpers weisslich ist.

Japanischer Name: Namazu.

223. ***Pseudobagrus Ransonnettii*** n. sp. Steind.

D. 1/7. A. 22. P. 1/7. V. 6.

Die grösste Körperhöhe ist c. 6mal, die Kopflänge (bis zum Ende des Kiemendeckels) etwas mehr oder weniger als 5mal in der Totallänge, der Augendiameter $4^3/_5$mal, die Schnauzenlänge c. $4^1/_4$mal, die Stirnbreite 3mal, die Kopfbreite $1^2/_5$mal in der Kopflänge enthalten.

Die obere Profillinie des Kopfes erhebt sich bis zum Beginne der Dorsale unter gleichmässiger, schwacher Krümmung.

Zahnbinde am Vomer schmal, nur von wenigen Zahnreihen gebildet.

Die Barteln am Oberkiefer reichen mit ihrer Spitze noch ein wenig über das hintere seitliche Kopfende hinaus; die Nasalbarteln sind länger als das Auge; die äusseren Unterkieferbarteln sind mehr als halb so lang wie der Kopf, die inneren wenig länger als die Nasalbarteln und c. $2^3/_5$mal in der Kopflänge enthalten.

Die Stirnfontanelle verschmälert sich hinter dem Auge stielförmig und reicht bis zur Basis des Hinterhauptfortsatzes. Der schmale rauhe Humeralfortsatz reicht mit seiner Spitze noch ein wenig über die Längenmitte des kräftigen Pectoralstachels zurück. Unter demselben liegen zwei Pori pectorales.

Der Kopf ist nur seitlich und über der Stirnfontanelle sowie auf der Schnauze von dünner, glatter Haut umhüllt; die Stirn- und Hinterhauptknochen sind ziemlich dicht und sehr zart gestreift.

Der Occipitalfortsatz ist durchgängig von gleicher Breite und nicht ganz 2mal so lang wie breit. Der Basalknochen vor der Dorsale ist dreieckig und durch eine mittlere Sutur in zwei Hälften, in eine vordere und hintere getrennt. Eine andere Sutur liegt vor dem hinteren, gabelig getheilten Endstücke des Knochens (wie bei *Ps. fulvidraco*).

Der Stachel der Dorsale ist seitlich deutlich granulirt und an der Hinterseite desselben zeigen sich deutliche Spuren von kurzen stumpfen Stachelchen. Die Höhe des Dorsalstachels gleicht der Kopflänge zwischen der Augenmitte und dem Operkelende; der höchste zweite Gliederstrahl derselben Flosse ist circa um einen halben Augendiameter länger als der Stachel.

Die Entfernung der Fettflosse von der Dorsale gleicht der Kopflänge. Die Basis der Fettflosse ist ebenso lang wie die Dorsale, doch nur halb so lang wie die der Anale.

Die Caudale ist mit ihren längsten Strahlen circa um eine halbe Augenlänge kürzer als der Kopf und tief gabelig gespalten, daher die mittleren Caudalstrahlen nur $^2/_5$ einer Kopflänge erreichen.

Die Pectorale ist kaum um eine halbe Augenlänge kürzer als der Kopf, der Pectoralstachel sehr kräftig, nur am Innenrand mit ziemlich grossen Stacheln besetzt. Die Spitze der zurückgelegten Ventralen fällt ein wenig vor dem Beginne der langen Anale und die Länge derselben gleicht circa der Hälfte der Kopflänge. Die Basis der Anale ist circa um einen Augendiameter kürzer als der Kopf.

Zwei Exemplare von 9 und $10^1/_2{}^{cm}$ Länge von Osaka, durch Herrn Baron Ransonnet.

Die hier beschriebene Art ist am nächsten mit *Ps. fulvidraco* Richds., Gthr., verwandt, unterscheidet sich aber von derselben, wie ich glaube, hinreichend durch den Mangel von Zähnen am oberen Rande des Pectoralstrahles, durch die schlankere Form des Kopfes, dessen obere Profillinie sich unter gleicher, schwacher Krümmung bis zum Beginne der Dorsale fortsetzt, während bei *Ps. fulvidraco* bereits der Occipitalfortsatz sich rascher erhebt als der vor ihm gelegene Kopftheil und durch die Zartheit der glatten Kopfhaut, welche bei *Ps. fulvidraco* dick und papillös ist. Auch ist die Zahnbinde am Vomer viel schmäler als bei *Ps. fulvidraco*.

Leider besitze ich zum Vergleiche nur ziemlich grosse Exemplare von *Ps. fulvidraco* von 19 —20^{cm} Länge.

Silurus calvarias Basil. von Dr. Günther? zu *Ps. fulvidraco* sp. Rich., bezogen, ist eine besondere Art, die sich schon durch ihre gedrungene Körperform auf den ersten Blick von *Ps. fulvidraco* unterscheidet und von Basilewsky ganz kenntlich in „Nouveaux Mémoires de la Société impérale des Naturalistes de Moscou. Tome X" abgebildet wurde.

224. ***Pseudobagrus tokiensis*** n. sp.?, Döderl.

D. 1/7. P. 1/7. V. 6. A. 20

Die Körperhöhe ist $6^1/_2$mal, die Kopflänge etwas mehr als 3mal in der Totallänge, der Durchmesser des kleinen Auges $1^1{}_2$mal in der Schnauzenlänge, 6mal in der Kopflänge und 3mal in der Interorbitalbreite enthalten.

Der Kopf ist $1^1{}_3$mal so lang wie breit. Das obere Profil des Kopfes ist convex und wird merklich concav am Nacken. Der Kopf ist ganz von weicher Haut bedeckt. Die Nasalbarteln sind etwas länger als $^1/_3$ des Kopfes. Die Oberkieferbarteln reichen mit ihrer Spitze bis zum oberen Ende der Kiemenspalte, die inneren Unterkieferbarteln sind so lang wie die Nasalbarteln und die äusseren beiläufig doppelt so lang.

Die Rückenflosse entspringt in verticaler Richtung ein wenig hinter der Spitze des an der Aussenseite leicht granulirten Humeralfortsatzes. Der Dorsalstachel ist grösstentheils von weicher Haut bedeckt, sehr wenig granulirt und $3^1{}_2$mal in der Kopflänge enthalten. Die Basislänge der Dorsale ist $2^2/_3$mal in der Kopflänge, die grösste Höhe derselben $2^2{}_3$ in der Kopflänge und 2mal in der grössten Rumpfhöhe begriffen.

Die Afterflosse ist ebenso lang wie der Kopf und nimmt etwas mehr als die Hälfte des Schwanzes ein, der längste der mittleren Analstrahlen verhält sich zur Kopflänge wie $1 : 2^1{}_2$. Der Pectoralstachel ist viel stärker als der Dorsalstachel; der obere Theil desselben ist stark granulirt, der untere sehr grob gezähnt. Der erste gegliederte Pectoralstrahl ist nur wenig länger als der Pectoralstachel und etwa halb so lang wie der Kopf.

Die Ventralen gleichen an Länge $^2/_5$ des Kopfes und endigen mit ihrer zurückgelegten Spitze in der Mitte zwischen dem After und der Anale. Die Analmündung liegt in der Mitte zwischen Ventralwurzel und dem vordersten Analstrahle.

Die Fettflosse beginnt circa über dem siebenten Analstrahle und endigt über dem letzten; sie ist somit wenig länger als die Hälfte der Analflossenlänge und erreicht mehr als eine halbe Kopflänge. Ihre Höhe kommt einem Augendurchmesser gleich. Die Seitenlinie zieht circa über die Höhenmitte des Rumpfes hin und liegt nur im vordersten Theile des Rumpfes ein wenig oberhalb derselben hin.

Die Schwanzflosse ist kaum merklich ausgerandet.

Ziemlich häufig in den Flüssen bei Tokio in Exemplaren bis zu 16^{cm} Länge.

Körper oben dunkel rothbraun, unten am Bauche dunkel rothgelb.

Japanischer Name: Gibachi.

Pseudobagrus tokiensis steht dem *Ps. aurantiacus* Schleg. sp., Bleek. sehr nahe und unterscheidet sich von demselben besonders durch eine viel niedrigere Rückenflosse und eine viel kürzere Fettflosse. (Döderl.)

Fam. SCOPELIDAE.

225. ***Saurus varius*** Lac.

Bei einem wohl erhaltenen Exemplare von $30^1/_2{}^{cm}$ Länge ist die Kopflänge unbedeutend mehr als 4mal, die grösste Rumpfhöhe $6^2{}_3$mal in der Totallänge, die Schnauzenlänge c. $5^2/_3$mal, die Breite der querüber

stark eingedrückten Stirne zwischen der Mitte der oberen Augenränder $6\,^1/_3$ mal, zwischen dem vorderen Ende des gewölbten oberen Augenrandes c. $4\,^2/_3$ mal, die Länge der Mundspalte mehr als $1\,^3/_5$ mal, die grösste Kopfbreite $2\,^1/_6$ mal in der Kopflänge enthalten. Die Schnauzenlänge erreicht kaum mehr als $^1/_3$ der Kopflänge.

Die Seitenlinie durchbohrt 65 Schuppen am Rumpfe; über derselben bis zur Basis des ersten Dorsalstrahles liegen $5\,^1/_2$, unter derselben bis zur Ventrale 7 Schuppen in einer verticalen Reihe, 20—21 Schuppen zwischen dem Hinterhaupte und dem Beginne der Dorsale längs der Mittellinie des Rückens.

Der sechste, längste Ventralstrahl ist etwas mehr als $1\,^1/_3$ mal, die Länge der Pectorale mehr als $2\,^3/_4$ mal, die der Caudale etwas weniger als 2 mal, der höchste dritte Dorsalstral etwas mehr als 2 mal in der Kopflänge enthalten.

Analstrahlen 10, Dorsalstrahlen 13 und ebenso viele in der Pectorale.

Ziemlich selten bei Tokio.

226. ***Saurus myops*** sp. Bl., Schn.

D. 13. A. 16—17. L. lat. 56—58.

Diese Art scheint überall an den japanischen Küsten häufig zu sein und hält sich in einer Tiefe von circa 250 Faden auf. In dieser Tiefe wird sie in grosser Individuenzahl im Hafen von Kochi auf Shikoku zusammen mit *Synagris sinensis*, *Callionymus* und *Hoplichthys*, *Muraena minor* etc. gefangen und kommt auch häufig auf den Fischmarkt von Tokio.

Japanischer Name: Eso.

227. ***Saurida tumbil*** sp. Bloch.

D. 11. A. 9.

Ein Exemplar aus dem Hafen von Kagoshima.

228. ***Saurida argyrophanes*** Rich.

R. br. 11. D. 11. A. 11. L. lat. 50. L. transv. 4/1/4 (bis zur Ventr.).

Kopflänge etwas mehr als 5 mal, Rumpfhöhe etwas mehr als 8 mal in der Totallänge, Augendiameter $6\,^1/_4$ mal, Schnauzenlänge $4\,^2/_3$ mal, Stirnbreite $4\,^1/_4$ mal, Kopfbreite $1\,^6/_7$ mal, Länge der Mundspalte c. $1\,^2/_5$ mal in der Kopflänge enthalten. Hinterhaupt queräber völlig flach, Stirne schwach concav die nackte Kopfhaut auf der Oberseite des Kopfes sehr porös.

Der zweite höchste Strahl der Dorsale ist unbedeutend länger als der Kopf mit Ausschluss der Schnauze. Eine lange Flügelschuppe über der Basis der Pectorale und der Ventrale.

Die Caudale gleicht an Länge der Höhe der Dorsale. Seitenlinie kielförmig vorspringend.

Ein Exemplar, 36 cm lang, aus Tokio.

229. ***Aulopus japonicus*** Gthr.

D. 16. A. 10. V. 9. L. lat. 45. L. transv. 5/1/4. R. br. 14.

Die grösste Körperhöhe ist nahezu 6—$6\,^1/_2$ mal, die Kopflänge $4\,^1/_3$ mal wenig mehr als 4 mal in der Totallänge, der Augendiameter $3\,^3/_4$—$3\,^2/_3$ mal, die Stirnbreite $5\,^2/_3$—5 mal, die Schnauzenlänge $3\,^2/_5$—4 mal, die Kopfhöhe c. $1\,^2/_3$ mal, die Kopfbreite etwas mehr als 2 mal in der Kopflänge enthalten.

Die beiden Kiefer reichen gleich weit nach vorne, doch umfasst der Seitenrand des Zwischenkiefers den des Unterkiefers und die Spitze des letztern schiebt sich in eine seichte Einbuchtung zwischen dem vorderen Ende der beiden Zwischenkieferhälften ein. Das hintere Endstück des Oberkiefers breitet sich nach Art einer Platte mässig aus, der hintere Rand desselben ist schräge gestellt, eingebuchtet und fällt in verticaler Richtung hinter die Augenmitte. Fast über die Mitte der Aussenseite des Oberkiefers zieht sich eine kantenförmige Erhöhung hin. Das ziemlich lange, aber schmale Praeorbitale deckt bei geschlossenem Munde die vordere kürzere Längenhälfte des Oberkiefers. Zwischen- und Unterkiefer, Vomer und Gaumenbein tragen eine

schmale Binde spitzer, bürstenförmiger Zähne. Eine grosse Gruppe viel kleinerer Zähne auf den Pterygoidknochen und eine rhombenförmige Zahngruppe auf der Zunge. Die Stirne ist querüber stark concav.

Der hohe aufsteigende Rand des Vordeckels ist nur wenig nach hinten und unten geneigt und trifft unter einem rechten Winkel mit dem unteren Rande desselben Knochens zusammen. Der Vordeckelwinkel ist schwach gerundet.

Der dünne Kiemendeckel ist c. $1^2/_5$ mal höher als lang, am oberen Rande geradlinig abgestutzt, nach hinten und unten oval gerundet. Der Zwischendeckel überragt der Unterrand des Vordeckels nachArt einer mässig hohen Platte, die nach hinten ein wenig breiter wird.

Der dünne Unterdeckel zeichnet sich durch besondere Grösse aus und umgibt nach hinten und unten nach Art eines breiten Bandes den viel kleineren Deckel. Nach unten nimmt der Unterdeckel rasch an Breite zu, und ist unter dem unteren Ende des Deckels an Breite c. $^2/_3$ einer Augenlänge gleich. Am hinteren Rande ist der Unterdeckel seicht eingebuchtet. Grosse Schuppen liegen auf den Wangen.

Die Dorsale beginnt in verticaler Richtung ein wenig hinter der Basis der Pectorale; ihre Basislänge gleicht der Länge des Kopfes. Der 1. Dorsalstrahl ist c. $2^3/_5$ mal, der 2. c. $1^2/_5$ mal, der 3. weniger als $1^1/_4$ mal, der 4., 5. und 6. je $1^1/_7$ mal, der 7. wie der 8. c. $1^1/_3$ mal, der 9. bis 12. c. $1^3/_5$ mal, der 13. c. $1^2/_5$ mal der 14. c. $1^5/_{17}$ mal, der 15. letzte c. $1^3/_5$ mal in der Kopflänge enthalten (bei einem Exemplare von 23^{cm} Länge). Der obere Rand der Dorsale ist somit wellenförmig gebogen. Die Pectorale ist ebenso lang wie der Kopf mit Ausschluss der Schnauze.

Die Ventrale fällt mit ihrer Eintretungsstelle c. unter den 3. oder 4. Dorsalstrahl in verticaler Richtung; der 4. längste Ventralstrahl ist kaum um eine halbe Augenlänge kürzer als der Kopf und die Spitze desselben reicht bis zur Mitte des Abstandes der Bauchflossenbasis vom hinteren Basisrande der Analflosse.

Die Anale beginnt nur wenig vor dem Ende des dritten Viertels der Körperlänge (d. i. Totallänge mit Ausschluss der Caudale) und ist in ähnlicher Weise wie die Dorsale am unteren Rande wellig gebogen. Der höchste, 8. und 9. Analstrahl ist c. $2^1/_3$ mal, der 3. und 4. etwas weniger als $2^1/_2$ mal, der 1. einfache Analstrahl 4mal in der Kopflänge enthalten. Die Länge der tief gabeligen Caudale (mit zugespitzten Lappen) gleicht $^9/_{10}$ der Kopflänge. Die Analmündung liegt fast um eine halbe Kopflänge vor dem Beginne der Anale. Die schmale, läppchenförmige Fettflosse steht den letzten Analstrahlen gegenüber.

Die Rumpfschuppen sind länger als hoch, am vorderen Rande fast vertical abgestutzt und am bedeckten Felde, unter der Loupe betrachtet, mit zahllosen äusserst zarten Linien besetzt, die nur schwach gebogen sind. Das freie Schuppenfeld zeigt horizontale Streifen, die am freien Schuppenrande in ziemlich lange, zarte Zähnchen, endigen.

Von den Flossen ist nur die Caudale und zwar zum grossen Theile beschuppt, am Kopfe nur die Wangengegend und der obere Theil des Kiemendeckels.

Die deutlich ausgebildete Seitenlinie nimmt in der hinteren Körperhälfte die Höhenmitte des Rumpfes ein, weiter nach vorne liegt sie ein wenig unter dieser und ist nach oben schwach concav.

Die Farbe des Körpers ist grau, unregelmässig dunkelbraun marmorirt. Die Marmorirungen vereinigen sich in der Regel zu 4—5wolkigen Querbinden, die vom Rücken schräge nach vorne bis zur Seitenlinie oder noch ein wenig über diese hinaus, hinabziehen und am vorderen wie am hinteren Rande intensiv gefärbt sind. Bauchseite silberig. Flossen gelblichweiss.

14 Kiemenstrahlen. Pseudobranchien vorhanden. Kiemenspalte weit, auch nach oben offen. Magen sehr dünnwandig, als Mageninhalt fanden sich Krabben vor. Pylorusanhänge 2—3. Schwimmblase fehlend.

Ziemlich selten bei Tokio.

230. ***Alepidosaurus ferox*** Lowe.

B. 7. D. 42. A. 16. P. 14. V. 9. C. 32.

Die Körperhöhe ist 13 mal, die Kopflänge 6mal in der Totallänge, der Augendiameter 2mal in der Schnauzenlänge, 5 mal (?) in der Kopflänge enthalten und der Interorbitalbreite nahezu gleich. Die Mundspalte

reicht bis hinter den Hinterrand des Auges. Zwischenkiefer mit einer Reihe sehr kleiner Zähnchen, Gaumenbeine vorne mit zwei, ausserordentlich langen, stark comprimirten, scharfrandigen Fangzähnen besetzt, deren Länge etwa $^3/_4$ des Augendiameters gleichkommt. Weiter nach hinten liegt noch ein Paar ähnlicher, nicht viel kleinerer; hierauf folgen c. fünf kürzere, aber ebenso breite und stark comprimirte Zähne; der hinterste derselben ist etwa doppelt so lang wie der vorderste. Im Unterkiefer steht eine Reihe sehr stark comprimirter Zähne. Der erste derselben ist ziemlich lang, die folgenden vier oder fünf sind kurz, dann folgen ein bis zwei sehr lange Zähne (etwa $^2/_3$mal so lang wie der längste des Gaumens, hierauf c. acht kurze Zähne, die den hinteren Gaumenzähnen gleichen; der letzte dieser acht Zähne ist doppelt so lang als der vorderste. Die Flossenstrahlen sind überaus spröde und zerbrechlich, die Spitzen derselben sind bei dem mir zur Beschreibung vorliegenden Exemplare fast durchgängig abgebrochen. Die Dorsale beginnt über dem Hinterrande des Operkels und endigt etwa um eine Kopflänge von der Caudale entfernt. Hinter ihr ist eine kurze Fettflosse entwickelt. Die Dorsalstrahlen sind im vorderen Drittel der Flosse am längsten und gleichen $^3/_4$ einer Kopflänge, die hintersten Strahlen erreichen c. $^1/_8$—$^1/_{10}$ der Kopflänge. Die Anale beginnt unter dem hinteren Ende der Kopflänge. Die Brustflossen sind einander sehr genähert; sie entspringen fast unter dem Anfang der Dorsale und sind jedenfalls länger als die Hälfte des Kopfes. Die Brustflossen beginnen etwa in einer Entfernung von $1\,^1/_2$ Kopflängen hinter dem Kopfe und erreichen an Länge $^1/_3$ des Kopfes.

Der After liegt kurz hinter den Bauchflossen.

Die Schwanzflosse umgibt fächerförmig das abgerundete Ende des Schwanzes und scheint gabelig getheilt zu sein.

Sämmtliche Knochen des Fisches sind überaus dünn, zerbrechlich; der ganze Fisch hat sehr geringen Zusammenhalt. Die Kiemenblättchen sind sehr dünn und kurz.

Der Oesophagus besitzt am Eingang des Magens eine Anzahl langer, spitzer, nach hinten gerichteter Zähne.

Der Magen ist schwarz pigmentirt, blindsackförmig und erstreckt sich etwa um $^1/_3$ der Kopflänge hinter die Bauchflossen und den After. Der vordere Theil desselben hat eine Anzahl Längsfalten. Er enthielt zwei Exemplare von *Engraulis japonica* und Crustaceen.

Der Darm entspringt in der Gegend der Pectoralwurzel und verläuft einfach bis zum After, er hat eine weissliche Farbe. Von Pylorusanhängen sind zwei zu erkennen. Eine Schwimmblase fehlt.

Die Oberseite des Fisches ist schwärzlich, die Unterseite weisslich. Am hintersten Theile des Schwanzes lässt sich eine tiefschwarze Längslinie in der Mitte der Schwanzhöhe erkennen.

Der Fisch scheint äusserst selten zu sein; ich erhielt ihn nur einmal von den Fischern in Tokio bereits in schlechtem Zustande. Er scheint mit der an der Küste Australiens und bei Madeira vorkommenden Art identisch zu sein. (Döderl.)

Fam. **STOMIATIDAE.**

LUCIFER Döderl.

Char.: Körperform verlängert, stark comprimirt, unbeschuppt. Aftermündung nicht weit von der Schwanzflosse entfernt. Kopf stark comprimirt. Schnauze sehr kurz. Mundöffnung weit und nach oben gerichtet. Zähne kurz und spitz, von nahezu gleicher Grösse, in beiden Kiefern zahlreich, einreihig, am Vomer und Gaumen in sehr geringer Anzahl. Zunge unbewaffnet. Auge ziemlich klein. Operkeltheile rudimentär. Ein Bartfaden am Zungenbein. Rückenflosse gegenüber der Afterflosse und mit dieser von gleicher Entwicklung, sehr nahe der gabeligen Schwanzflosse gelegen. Brustflossen fehlen, Bauchflossen hinter der Körpermitte eingelenkt. Phosphorescirende Flecken am Kopfe und zwei Reihen derselben auf jeder Seite des Körpers. Kiemenöffnung sehr weit, vier grösstentheils frei zu Tage liegende Kiemen. Pseudobranchien fehlen, ebenso eine Schwimmblase. Ein Pylorusanhang.

Diese Gattung, von mir bereits in Troschel's Archiv für Naturgeschichte, Jahrgang 1848, Heft 1 beschrieben, ähnelt den Gattungen *Enchiostoma* Lowe, *Malacosteus Ayres* und *Bathyophis* Gthr. durch ihre

Gestalt und den Mangel von Schuppen. Mit letzterer hat sie die Abwesenheit der Brustflossen gemein, welche die anderen Gattungen besitzen, unterscheidet sich aber durch die Kürze der Rückenflosse von *Bathyophis*. Hinsichtlich der Bezahnung stimmt *Lucifer* mit keiner der verwandten Gattungen überein.

231. ***Lucifer albipinnis*** Döderl.

D. 13. A. 15. V. 7.

Die Körperhöhe ist $6^1/_2$ mal, die Kopflänge 8mal in der Totallänge enthalten. Der Kopf ist $2^1/_2$ mal so lang wie breit.

Der Durchmesser des Auges geht $1^1/_2$ mal in die Schnauzenlänge, 5mal in die Kopflänge (incl. Kiemen) und $1^3/_4$ mal in die Interorbitalbreite. Die Entfernung des vordersten Theiles der Schnauze bis zu Ende der Schädelkapsel beträgt nur zwei Augendurchmesser.

Die Mundöffnung ist sehr weit, sie öffnet sich nach oben und bildet mit der Horizontalen einen Winkel von fast 60°. Das Maxillare ist sehr lang und schmal und erstreckt sich fast bis zum Präoperkelrande.

Der Unterkiefer liegt in seiner ganzen Ausdehnung vor dem Oberkiefer; sein vorderes Ende ist etwas hackenförmig gebogen, entsprechend einer Einbiegung des Oberkiefers.

Die Schnauze ist sehr breit, etwas eingebogen.

Die beiden Nasenlöcher liegen dicht hinter dem Oberkiefer auf einem runden Felde, etwas von einander entfernt, ein wenig näher der Medianlinie als der obere Orbitalrand. Das Operculum ist sehr kurz und schmal, rudimentär.

Die Zähne sind spitz, klein und nach einwärts gerichtet. Im Zwischenkiefer sind sie sehr klein, jederseits stehen vier, zu je zweien durch weite Lücken von einander getrennt. Im Oberkiefer stehen 20—25 Zähne in einer Reihe, in Gruppen von je drei oder vier, im Unterkiefer 30—40 in einer Reihe, ohne bedeutende Lücken zu lassen. Im Oberkiefer werden die Zähne um so kleiner, je weiter sie nach hinten stehen. Im Unterkiefer sind die vordersten und hintersten Zähne etwas schwächer als die mittleren. Der Vomer trägt rechts einen, links zwei ganz nach hinten gebogene Zähne, der Gaumen rechts drei, links zwei Zähne, die ganz nach innen gekrümmt sind. Eine Zunge ist kaum entwickelt, jedenfalls unbewaffnet. Auf den Kiemenbogen steht eine Anzahl sehr feiner Zähnchen. Die Rückenflosse ist kurz, dicht vor den Schwanzflossen; ihre Länge gleicht etwa $^4/_5$ der Kopflänge; sie ist ziemlich niedrig, ihre hintersten Strahlen sind die längsten.

Die Afterflosse liegt der Dorsale gerade gegenüber und ist ihr in der Form sehr ähnlich, und nur unbedeutend länger.

Die Bauchflossen sind gut entwickelt, ebenso lang als die Basis der Anale.

Die Einlenkungsstelle der Ventralen liegt der Basis der Caudale näher als dem Hinterende des Kopfes. Der After liegt kurz vor der Anale und ist von der Ventralspitze fast ebenso weit entfernt als die Ventrale lang ist.

Die Kiemenöffnung ist sehr weit, fast ganz unbedeckt vom Kiemendeckel.

Es sind vier Paare vollständiger Kiemenbögen entwickelt; die Kiemenblättchen sind bei allen von gleicher Grösse. Pseudobranchien fehlen. Die Kiemenhautstrahlen werden nach unten hin undeutlich; acht bis neun lassen sich erkennen, die nächsten sind nicht mehr entwickelt, wenn auch die Stelle, wo sie liegen müssten, sich leicht bestimmen lässt.

Das stark nach vorne vorspringende Zungenbein trägt einen langen, dünnen Bartfaden von über Kopflänge; seine Spitze ist fadenförmig; vor seiner Spitze liegt eine knotenförmig verdickte Stelle von weisser Farbe, wahrscheinlich phosphorescirend. Der Magen ist schwarz gefärbt und verlängert sich in Form eines langgestreckten Blindsackes bis in die Gegend der Bauchflossen. Die innere Oberfläche des Magens zeigt niedrige Längsfalten. Die Leber ist einlappig und nur halb so lang wie der Magen. Am Anfange des Dünndarmes befindet sich ein mässig langer Pylorusblindsack.

Der vorderste Theil des Dünndarmes hat schwammig verdickte, drüsige Wände.

Der Darm ist ungefärbt, und verläuft in gerader Richtung bis zum After.

Eine Schwimmblase ist nicht vorhanden. Der Mageninhalt bestand aus spärlichen Resten von Borstenwürmern.

Das vorliegende Exemplar des Fisches ist ein Weibchen, dessen Eierstöcke prall mit Eiern gefüllt sind. Die Eierstöcke erstrecken sich durch die ganze Leibeshöhle und setzen sich in paarige Ausführungsgänge fort, die mit einer unpaaren Öffnung unmittelbar hinter dem After münden.

Die Farbe des Fisches ist ein tiefes Schwarz. Ebenso gefärbt sind das Innere der Mundhöhle, die Kiemenbögen, die Kiemenhaut und der Bartfaden. Die Flossen sind milchweiss. Das Auge des lebenden Fisches soll blau sein.

Der Fisch besitzt eine grosse Anzahl von phosphorescirenden Organen. Das grösste derselben von mandelförmiger Gestalt befindet sich dicht unter dem Auge, mit der Spitze nach unten; seine Länge beträgt einen Augendiameter.

Viel kleinere Leuchtorgane befinden sich am Kopfe noch am vordersten Theile des oberen Randes der Kiemenöffnung und ein anderes an der Verbindungsstelle der Kiemenhaut mit dem Operkel, von letzterem bedeckt. Die Kiemenhaut selbst zeigt fünf unter einander liegende Flecke.

Ausserdem befinden sich an den Seiten des Körpers zwei Reihen von Leuchtorganen, den Körpersegmenten entsprechend angeordnet.

Die obere Reihe aus 48 Flecken bestehend, beginnt an Hinterrand der Kiemenöffnung und endet über der Afterflosse; sie verläuft oberhalb der Bauchflossen. Die untere Reihe verläuft unterhalb der Bauchflossen; der 13. Fleck dieser Reihe entspricht dem 1. Fleck der oberen Reihe; sie endet über dem Anfang der Afterflosse mit dem 51. Fleck, der dem 39. Fleck der oberen Reihe entspricht, welch' letzterer aber ausfällt.

Der Fisch hat eine Länge von 24^{cm}; er wurde in der Nähe von Enoshima mit einem Grundnetze in sehr geringer Tiefe gefangen, scheint aber wie seine Verwandten ein typischer Tiefseebewohner zu sein. Der Entdecker, Herr Dr. Disse gestattete mir die Beschreibung desselben, er sandte ihn hierauf an Herrn Professor Waldeger in Strassburg, der ihn dem zoologischen Museum der Stadt Strassburg zum Geschenk machte. (Döderl.)

Fam. SCOMBRESOCIDAE.

232. *Belone anastomella* C. V.

Syn. *Belone japonica* Döderl. in litt.

D. 18—19. A. 22—24.

Der Schwanz ist sehr stark comprimirt, viel höher als breit. Bei vollständig erhaltenen Exemplaren ist die Kopflänge c. $3^3/_5$ mal in der Totallänge oder $3^3/_8$ mal in der Körperlänge, die Schnauzenlänge c. $1^3/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die Augenlänge ist wenig mehr als 3—$3^1/_3$ mal bei Exemplaren von 64—65^{cm} Länge, dagegen nahezu 4 mal bei Individuen von 78^{cm} Länge in dem hinter dem Auge gelegenen Kopftheile enthalten.

Die Stirnbreite gleicht der Augenlänge bei ersteren und übertrifft sie merklich bei letzteren. Die Furche zieht an der Oberfläche des Kopfes längs der Mitte desselben hin und nimmt noch vor dem hinteren Augenende ziemlich rasch an Breite zu. Letztere erreicht in der Stirngegend zwischen den Augen fast eine halbe Augenlänge und wird linienförmig gegen die Schnauzenspitze zu. Die oberen Kopfknochen sind gestreift.

Der Oberkiefer ist bei geschlossenem Munde von dem Präorbitale bis auf einem ziemlich schmalen Randsaum vor den Mundwinkeln überdeckt, und endigt noch vor der Augenmitte. Basis der Intermaxillaria deprimirt. Kieferzähne der innersten Reihe stark.

Die Pectorale ist kaum um eine halbe Augenlänge kürzer als der hinter dem Auge gelegene Theil des Kopfes.

Die Einlenkungsstelle der Ventrale liegt bei Exemplaren von 60—65^{cm} Länge fast ebenso weit vom hinteren Kopfende wie von der Basis der Caudale entfernt, bei einem Exemplare von 78^{cm} Länge aber merklich näher zu letzterer.

Die Caudale ist am hinteren Rande nur schwach eingebuchtet. Pectorale gegen die hintere Spitze zu schwärzlich.

Vom achten und neunten Strahle angefangen, nimmt die Dorsale wie die Anale nur wenig an Höhe ab. Circa 16—17 Schuppen zwischen dem Beginne der Dorsale und der Seitenlinie.

Die grösste Rumpfhöhe erreicht nicht die Länge der Pectorale.

Die Farbe ist oben grünlichgrau, unten silbern. Flossen dunkel, insbesondere gegen den Rand zu. Pectorale, wie schon erwähnt, gegen die Spitze zu schwarz.

Nicht häufig bei Tokio.

Japanischer Name: Dazu.

NB. Bei den von mir untersuchten Exemplaren ist die vordere Rumpfhälfte bis zum Beginn der Anale stark gezerrt und vielleicht liegt nur aus diesem Grunde bei denselben die Basis der Ventrale meist näher zur Basis der Caudale als zum hinteren Kopfende. Im Übrigen stimmen sie wesentlich mit den Beschreibungen von *Belone anastomella* überein, daher ich die Creirung einer besonderen Art für nicht gerechtfertigt halte.

233. *Hemirhamphus sajori* Schl.

Einer der gemeinsten Fische am Fischmarkte von Tokio.

Der japanische Name scheint im ganzen Lande Sayori zu lauten. Zahlreiche Exemplare tragen eine grosse parasitische Cymothoa unter den Kiemendeckeln.

234. *Exocoetus Döderleinii* n. sp. Steind. (an *Ex. agoo* Schl.?).

Syn. *Exocoetus bahiensis* = *Ex. agoo* Döderl. (nec Ranz.).

Br. 13. D. 12—14. A. 10. L. lat. 63—65.

Die grösste Rumpfhöhe ist $6^1/_3$ — nahezu $6^3/_4$mal, die Kopflänge $4^2/_3$mal in der Körperlänge (mit Ausschluss der Caudale), die Schnauzenlänge 4mal, die Augenlänge $3^1/_4$mal, die Stirnbreite 3mal, die Kopfbreite 2mal, die Kopfhöhe c. $1^2/_3$mal in der Kopflänge enthalten.

Die Pectorale weicht mit ihrer Spitze bald bis zur Basismitte, bald noch ein wenig über die Basis des letzten Dorsal- und die Ventrale gleichfalls bis zur Basismitte oder selbst noch ein wenig über die Basis des letzten Analstrahles zurück.

Die Einlenkungsstelle der Ventralen liegt merklich näher zum hinteren Kopfende als zur Basis der Caudale, und fast um eine halbe oder eine ganze Kopflänge näher zum vorderen Kopfende als zur Spitze des unteren langen Caudallappens.

Der Beginn der Dorsale fällt um c. $1^1/_4$ Augenlängen vor den Beginn der Anale. Die Länge der Ventrale ist $3^3/_5$- nur unbedeutend mehr als 3mal, der untere Caudallappen 3- $2^3/_4$mal in der Körperlänge enthalten. Der Abstand der Basis des letzten Dorsalstrahles von der Basis der mittleren Caudalstrahlen gleicht $^3/_5$ der Kopflänge; die vorderen höchsten Dorsalstrahlen erreichen eine halbe Kopflänge und sind 2mal höher als die letzten. Längs der Seitenlinie liegen 63—65 Schuppen, zwischen dem oberen Ende der Kiemenspalte und der Basis der Caudale 55 Schuppen in einer Längsreihe, ferner 32—33 zwischen dem Hinterhaupte und dem Beginn der Dorsale.

Die Pectorale ist wie bräunlich angeflogen, zwischen den untersten 9—10 Strahlen liegt ein grosser glashelle Fleck, dessen Längenausdehnung der des Kopfes gleicht.

Der obere Rand des ersten Pectoralstrahles ist zunächst seiner Basis tiefbraun.

Häufig auf dem Fischmarkte zu Tokio in Exemplaren von 30—32^{cm} Länge.

Japanischer Name: Tobi-suva, d. i. Flugfisch.

Exocoetus agoo ist von Schlegel nur nach einer von Bürger überbrachten Abbildung und kurzen Beschreibung in der Fauna japonica erwähnt, daher nicht scharf genug charakterisirt. Nach der Abbildung zu schliessen, reicht die zurückgelegte Pectorale mit ihrer Spitze nur bis zur Analmündung, die in einiger Entfernung vor der Analflosse liegt, ist somit bedeutend kürzer als bei *Ex. Döderleinii*. Übrigens dürfte die

Abbildung Bürger's kaum sehr verlässlich und correct ausgeführt sein, da nach dieser die Seitenlinie die Mitte des Körpers einnimmt.

Nach dem häufigen Vorkommen der von Schlegel *Exocoetus agoo* genannten Art in den Meeren Japans zu schliessen, dürfte die in den vorangehenden Zeilen von mir beschriebene Art, die nach Döderlein gleichfalls in zahlreichen Exemplaren auf den Fischmärkten zu treffen ist, vielleicht von *Ex. agoo* nicht specifisch verschieden sein, wird aber nicht *Agoo*, sondern *Tobi-moo* genannt.

Nachtrag.

Die Gattung *Bathysebastes* Död. fällt zweifellos mit *Setarches* Lowe (Proc. Zool. Soc. of London 1862, pag. 177) zusammen, und *Bathyseb. albescens* Död. ist auffallend nahe mit *Setarches Güntheri* Lowe verwandt. Beide Arten stimmen nämlich in den Körperverhältnissen, der Zahl der Flossenstrahlen und der Schuppen fast ganz genau mit einander überein, nur fehlen bei *Setarches albescens* sp. Döderl., Steind. die schwarzen Punkte an Kopf und Rumpf und die vorderen Dorsalstacheln, insbesondere der zweite und dritte zeigen andere Längenverhältnisse als bei *Setarches Güntheri* Lowe (Steindachner).

ERKLÄRUNG DER ABBILDUNGEN.

TAFEL I.

Setarches albescens sp. Döderl., Steind.

Fig. *a*. Oberseite des Kopfes.
„ *b* u. *c*. Erster Kiemenbogen, von der Vorder- und Rückseite gesehen.

TAFEL II.

Sebastes vulpes Döderl.

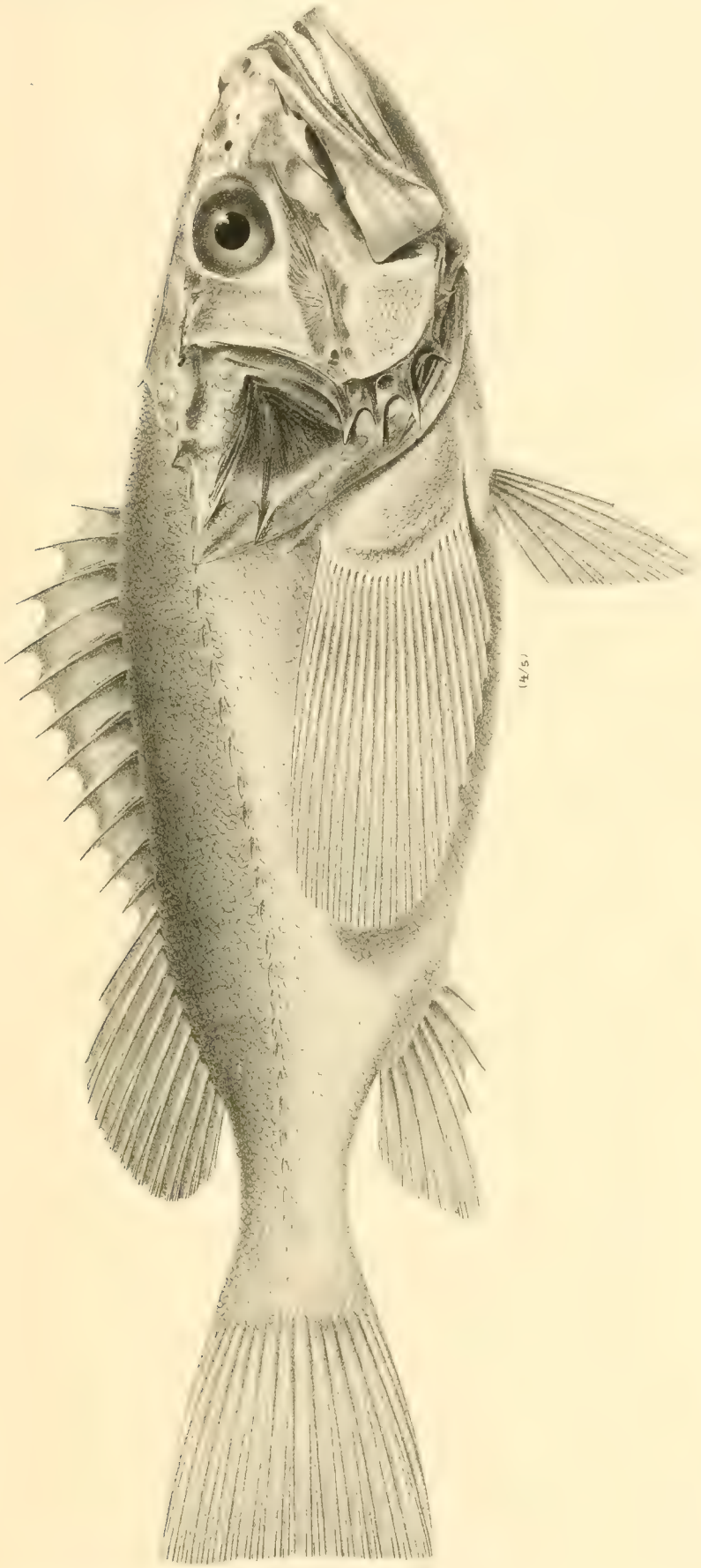
Fig. *a*. Oberseite des Kopfes.
„ *b* u. *c*. Erster Kiemenbogen, von der Vorder- und Rückseite gesehen.

TAFEL III.

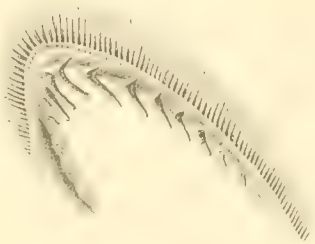
Fig. 1 u. 1 *a*. *Scorpaena kagoshimana* Döderl.
„ 2. *Centridermichthys Schlegelii* Döderl. (= *C. percoides* Gthr., var., sec. Steind.).

TAFEL IV.

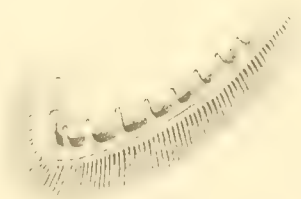
Fig. 1 u. 1 *a*. *Lepidotrigla longispinis* Döderl.
„ 2 u. 2 *a*. *Lepidotrigla microptera* Gthr. juv.
„ 3. *Cottus Hilgendorfii* Döderl.



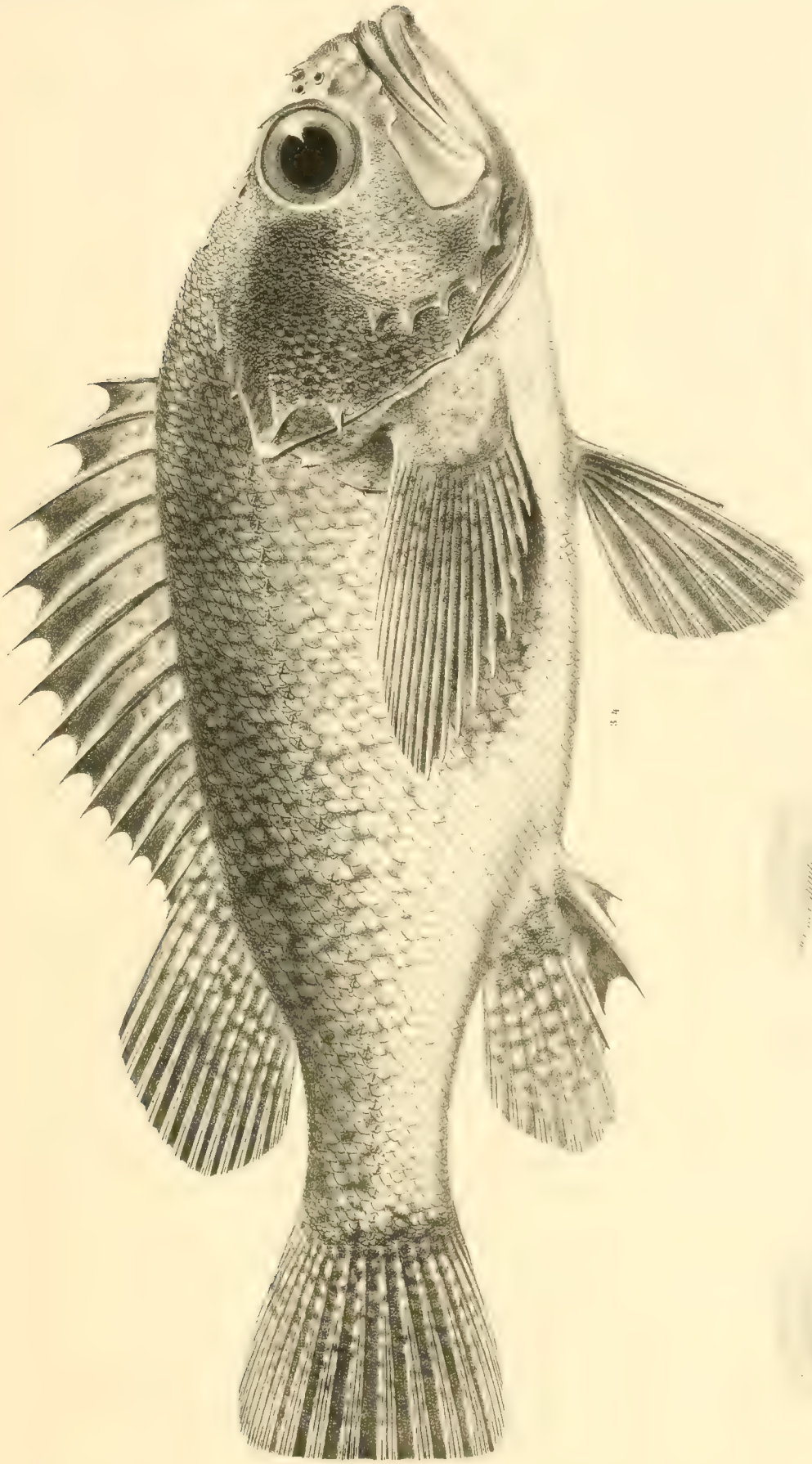
a

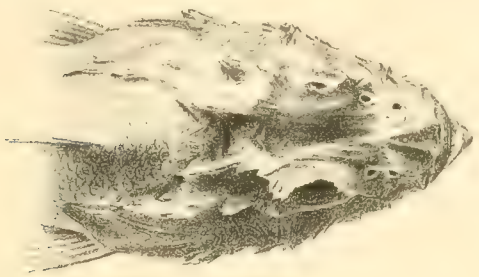


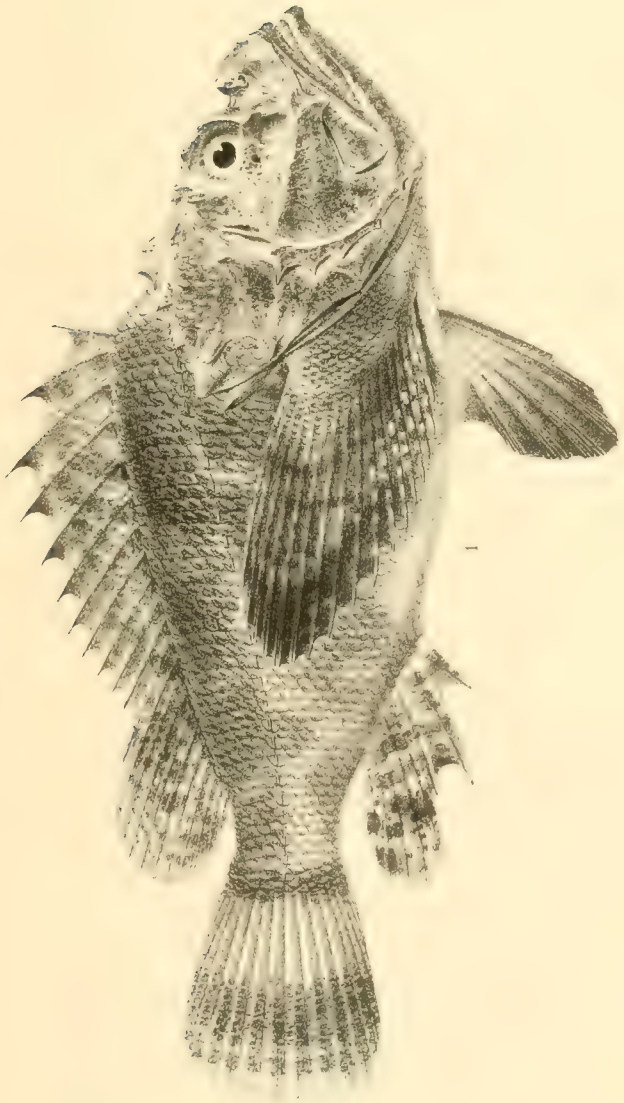
b

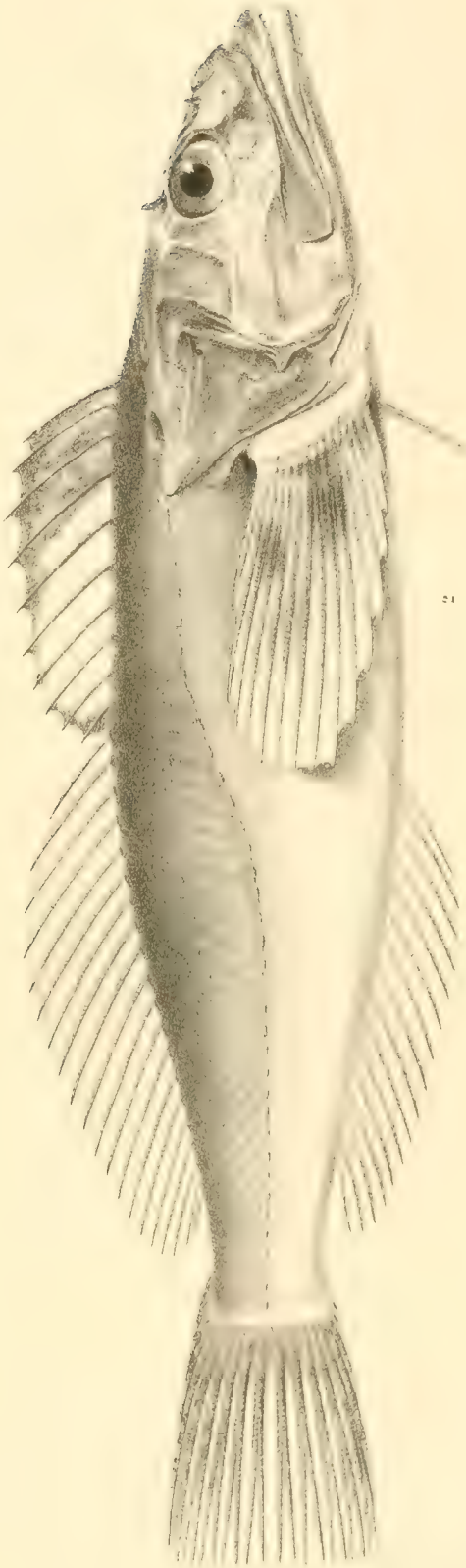


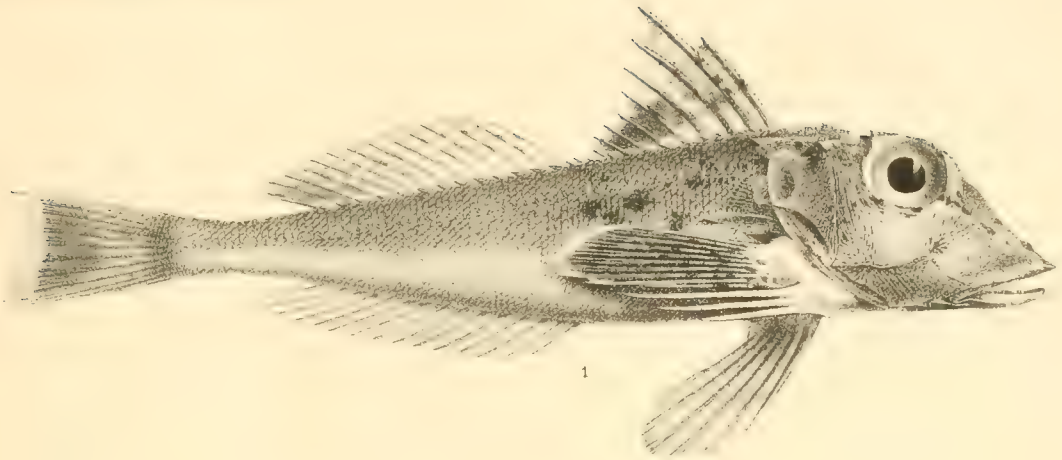
c (nGr.)





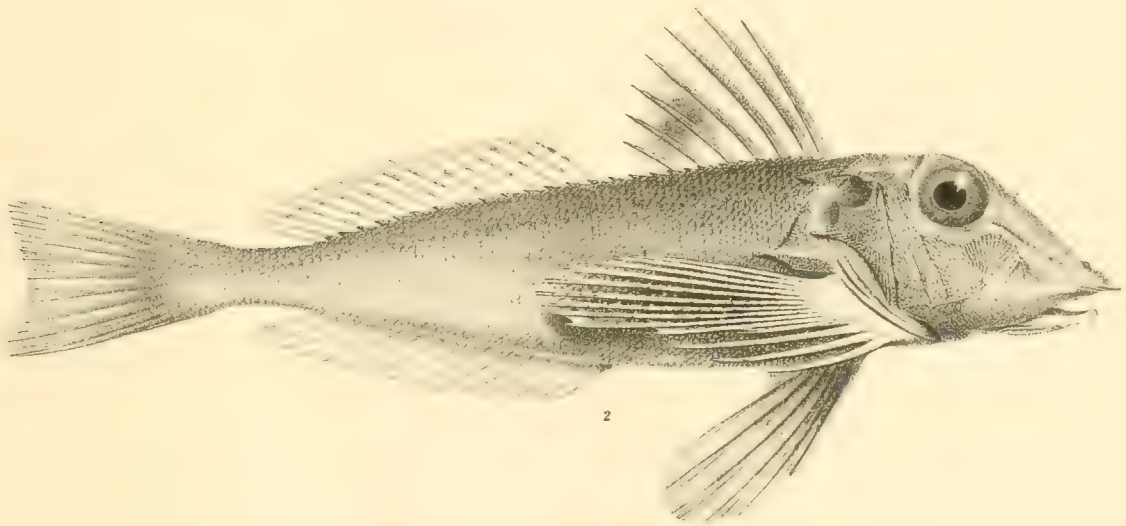




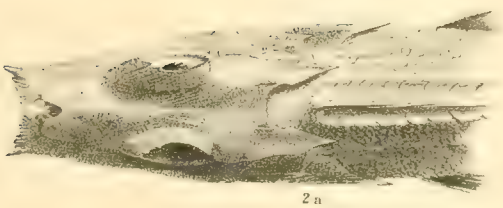


1

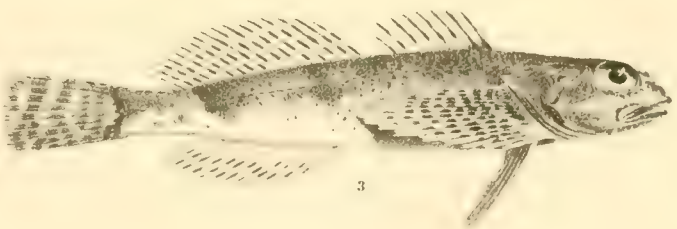
1a



2



2a



3

Zweite Abtheilung.

Abhandlungen von Nicht-Mitgliedern der Akademie.

Mit 1 Karte, 10 Tafeln und 18 Holzschnitten.

ÜBER DEN ZUSAMMENHANG

ZWISCHEN

DEN VOLLSTÄNDIGEN INTEGRALEN UND DER ALLGEMEINEN LÖSUNG

BEI

PARTIELLEN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN HÖHERER ORDNUNG.

VON

Dr. VICTOR SERSAWY,

PRIVATDOCENT FÜR MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT IN WIEN

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 18. MÄRZ 1886.

Die vorliegende Abhandlung enthält eine allgemeine Methode, um aus einem bekannten vollständigen Integrale einer gegebenen Differentialgleichung die allgemeine Lösung derselben abzuleiten. Die Formeln, welche zu diesem Zwecke Lagrange aufgestellt hat, sind unzureichend und, soweit meine Kenntniss reicht, auch noch nirgends zweckmässig erweitert worden. Ergänzt man sie aber in der hier angegebenen Weise, so stimmt das vervollständigte System mit gewissen Formeln der allgemeinen Integration überein und es ist möglich, dieselben zur Auffindung der allgemeinen Lösung zu verwenden. Aus diesen Bemerkungen ergibt sich bereits, dass die vorliegende Arbeit mit meiner Abhandlung: „Die Integration der partiellen Differentialgleichungen. Grundlinien einer allgemeinen Integrationsmethode von Dr. Victor Sersawy, enthalten im XLIX. Bande der Denkschriften der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, 1884“ durchgängig im engsten Zusammenhange steht und dass die vorliegende Abhandlung sich überall auf die dort gefundenen Resultate stützt. Da sonach der Inhalt dieser Abhandlung als bekannt vorausgesetzt werden muss, sind hier überall die Begriffe und Bezeichnungen derselben ohne weitere Erklärung wieder benützt worden, und muss bezüglich dieser und der Einzelnheiten bei den Schlussfolgerungen auf die vorgenannte Abhandlung verwiesen werden.

Um bei den zahlreichen Citaten eine kurze Bezeichnung verwenden zu können, ist die besagte Abhandlung über die Integration der partiellen Differentialgleichungen stets durch den Buchstaben (*A.*) bezeichnet worden.

Erster Abschnitt.

Die Probleme mit zwei Independenten.

1.

Wenn von einer partiellen Differentialgleichung:

$$0 = \varphi[x, y;\ (0,0);\ (10), (0,1); \ldots;\ (p,o), \ldots,\ (o,p)] \tag{1}$$

eine Lösung mit willkürlichen Parametern bekannt ist:

$$z = (0,0) = \zeta\,(x, y, c_1, c_2, \ldots c_\nu), \tag{2}$$

— worin $c_1, c_2, \ldots c_\nu$ die willkürlichen Parameter bedeuten und ν die vorläufig nicht näher bestimmte Anzahl derselben ist —, so kann man nach einer bekannten Schlussweise eine allgemeinere Lösung ableiten, indem man die Parameter als Functionen von x und y ansieht und sie so bestimmt, dass die Ableitungen der Lösung, als Functionen der Independenten und der Parameter angesehen, der Form nach ungeändert bleiben. Dies ist der Fall, wenn gleichzeitig:

$$o = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial c_i}\frac{\partial c_i}{\partial x}, \qquad o = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial c_i}\frac{\partial c_i}{\partial y} \tag{3}$$

und zwar für alle α und β, welche der Bedingung

$$\alpha+\beta \leqq p-1$$

Genüge leisten. Denn dann bleiben diejenigen Ableitungen von z, welche in der gegebenen Differentialgleichung auftreten, der Form nach unverändert und z ist so wie früher eine Lösung des gegebenen Problemes (1).

Die Gleichungen (3) sind indess nicht die einzigen, denen die Grössen c genügen müssen. Indem nämlich aus diesen Gleichungen nicht die c selbst, sondern nur deren Ableitungen nach x und y erhalten werden, müssen noch Bedingungsgleichungen hinzugefügt werden, deren Erfüllung bewirkt, dass die für

$$\frac{\partial c_i}{\partial x} \quad \text{und} \quad \frac{\partial c_i}{\partial y}\ (i = 1, 2, \ldots \nu)$$

erhaltenen Ausdrücke sich in der That als Ableitungen je einer und derselben Function c_i darstellen lassen. Diese Bedingungen sind enthalten in den Relationen:

$$o = \sum_{i=1}^{i=\nu} \left\{\frac{\partial(\alpha,\beta+1)}{\partial c_i}\frac{\partial c_i}{\partial x} - \frac{\partial(\alpha+1,\beta)}{\partial c_i}\frac{\partial c_i}{\partial y}\right\}, \tag{4}$$

in welchen, wie oben,

$$\alpha+\beta \leqq p-1$$

zu halten ist. Es ist aber sofort ersichtlich, dass für alle α und β, für welche

$$\alpha+\beta+1 \leqq p-1,$$

die Gleichungen (4) vermöge der (3) identisch erfüllt sind. Die ersteren fügen also den (3) nur für

$$\alpha+\beta = p-1$$

neue Bedingungen an. Man erhält sonach soviel Integrabilitätsbedingungen als Ableitungen $(p-1)^{\text{ter}}$ Ordnung vorhanden sind, das ist p und damit stellt sich die Gesammtzahl der Bedingungen, denen die c genügen müssen, auf

$$\binom{p+1}{2}+p = \binom{p+2}{2}-1.$$

Die Gleichungen (3) und (4) erhalten eine allgemeinere Form, wenn man für x und y neue Variable substituirt. Bezeichnen wir dieselben durch f und h, so dass

$$\frac{\partial c_i}{\partial f} = \frac{\partial c_i}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial f} + \frac{\partial c_i}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial f}$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial h} = \frac{\partial c_i}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial h} + \frac{\partial c_i}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial h},$$

so verwandeln sich unsere Gleichungen in die folgenden:

$$o = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial c_i}\frac{\partial c_i}{\partial f}, \qquad o = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial c_i}\frac{\partial c_i}{\partial h}; \quad \alpha+\beta \leq p-1$$

$$o = \sum_{i=1}^{i=\nu} \left\{\frac{\partial(\alpha+1,\beta)}{\partial c_i}\frac{\partial x}{\partial h} + \frac{\partial(\alpha,\beta+1)}{\partial c_i}\frac{\partial y}{\partial h}\right\}\frac{\partial c_i}{\partial f} - \sum_{i=1}^{i=\nu} \left\{\frac{\partial(\alpha+1,\beta)}{\partial c_i}\frac{\partial x}{\partial f} + \frac{\partial(\alpha,\beta+1)}{\partial c_i}\frac{\partial y}{\partial f}\right\}\frac{\partial c_i}{\partial h}, \quad \alpha+\beta = p-1.$$

In diesen Gleichungen, welche die Bedingungen des Problemes in der allgemeinsten Form darstellen, identificire ich h mit x und nehme an, dass die Gleichungen, die uns gegenwärtig beschäftigen, unter der Voraussetzung:

$$o = \frac{\partial c_i}{\partial x} + \frac{\partial c_i}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial c_i}{\partial h} \tag{5}$$

befriedigt werden können. Sie ziehen sich dann auf die nachstehenden:

$$\left.\begin{aligned} o &= \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial c_i}\frac{\partial c_i}{\partial f}; \qquad \alpha+\beta \leq p-1 \\ o &= \sum_{i=1}^{i=\nu} \left\{\frac{\partial(\alpha+1,\beta)}{\partial c_i} + \frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial(\alpha,\beta+1)}{\partial c_i}\right\}\frac{\partial c_i}{\partial f}; \qquad \alpha+\beta = p-1 \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

zusammen und es wird im Folgenden gezeigt werden:

Erstens: Dass bei vollständigen Integralen das System (6) jederzeit integrirt werden kann, und

Zweitens: Dass aus dem zu (6) gehörigen vollständigen Integralsysteme durch Variation der Constanten das allgemeine Integrale der Gleichung (1) gefunden wird.

2.

Setzen wir den noch nicht näher bestimmten Werth

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \mu,$$

so verwandelt sich die Gleichung (5) in folgende:

$$o = \frac{\partial c_i}{\partial x} + \mu \frac{\partial c_i}{\partial y}$$

und durch dieselbe ist ausgesprochen, dass sich die Parameter c gegenüber der Operation:

$$Du = \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial u}{\partial y} \tag{7}$$

als Constante verhalten sollen, das heisst, dass sie als Functionen von f allein anzusehen sind. Es wird nämlich:

$$Df = \frac{\partial f}{\partial x} + \mu \frac{\partial f}{\partial y}$$

und demzufolge f die Integrationsconstante der Differentialgleichung:

$$Dy = \mu. \tag{8}$$

Damit das System (6) integrirt werden könne, ist also erforderlich, dass die aus demselben fliessenden Werthe der Ableitungen $\frac{\partial c_i}{\partial f}$ sich als Functionen von f und von den c erweisen. Um zu sehen, wann dies der Fall ist, ersetzen wir in der ersten Zeile in (6) y durch seinen aus (8) folgenden Werth in f und x, und differentiiren dann nach x oder, was dasselbe ist, wir unterziehen die genannten Gleichungen der Operation D. Betrachten wir hiebei die $\frac{\partial c_i}{\partial f}$ als Functionen von f, also als Constante gegenüber der Operation D, so muss das Resultat dieser Rechnung vermöge der (6) identisch Null werden, falls die gemachten Annahmen überhaupt zulässig sind. — Es ist nun

$$D\sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial f} = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha+1,\beta)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial f} + \mu \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha,\beta+1)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial f}$$

und die rechte Seite dieser Gleichung verschwindet mit Rücksicht auf (6) identisch, so lange $\alpha+\beta \leqq p-1$. Die in der ersten Zeile von (6) enthaltenen Relationen enthalten also x dann nicht, wenn dasselbe in den Gleichungen der zweiten Zeile nicht enthalten ist. — Die Möglichkeit, das System (6) zu integriren, hängt also in letzter Linie davon ab, ob in den p-Gleichungen, welche durch die zweite Zeile in (6) vertreten sind, x noch auftritt oder nicht.

Bevor wir die Entscheidung dieser Frage unternehmen, müssen wir einige Bemerkungen vorausschicken, welche blos von den Zahlenverhältnissen des Problemes abhängig sind.

Vor Allem ist nämlich klar, dass ν — die Anzahl der Parameter c — unter die Zahl der von einander unabhängigen Gleichungen des Systemes (6) nicht herabsinken kann, da die Unbekannten $\frac{\partial c_i}{\partial f}$ in denselben homogen enthalten sind, sonach

$$\frac{\partial c_i}{\partial f} = 0$$

und daher nichts anderes folgen würde als das Integrale, von dem wir ausgegangen sind. Bedenkt man nun, dass der Voraussetzung nach das $\Im$ der Gleichung (2) ein Integrale von (1) ist und daher durch die aus (2) abgeleiteten Werthe der (α, β) identisch die Relationen:

$$o = \sum_{\alpha,\beta} \frac{\partial\varphi}{\partial(\alpha,\beta)} \frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial c_i}, \quad \alpha+\beta \geq p, \quad i = 1, 2, \ldots \nu$$

erfüllt sein müssen, so ergibt sich vermöge elementarer Betrachtungen, welche herzusetzen nicht nöthig ist, dass immer dann, wenn aus den Gleichungen für die (α, β) eine andere als die gegebene Gleichung: $\varphi = 0$

nicht construirt werden kann, ohne zugleich Parameter in dieselbe aufzunehmen, die in der gegebenen Gleichung a priori nicht enthalten sind, dass also dann die

$$\rho = \binom{p+2}{2} - 1$$

Gleichungen (6) immer linear unabhängig sind. — Wir nennen nur in diesem Falle $\Im$ ein vollständiges Integrale und haben demnach

$$\nu \geqq \rho.$$

Es wird später gezeigt werden, wie sich in allen Fällen die Anzahl der Parameter auf ρ reduciren lässt; wir verstehen also unter einem vollständigen Integrale schlechthin zunächst ein Integrale mit ρ-Parametern von dem eben angegebenen Charakter und betrachten Integrale mit mehr als ρ-Parametern, sofern sie überhaupt unter den Begriff eines vollständigen Integrales fallen, als vollständige Integrale mit überzähligen Parametern.

Es genügt sonach, unbeschadet der Allgemeinheit, den Fall

$$\nu = \rho,$$

also den Fall vollständiger Integrale im gewöhnlichen Sinne allein weiter zu behandeln.

In diesem Falle ist die Determinante des Systemes (6)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & , \ldots, & \mu^p & , & -\mu^{p-1} & , \ldots, & (-1)^p \\ \frac{\partial(0,0)}{\partial c_1}, & \ldots, & \frac{\partial(p,0)}{\partial c_1}, & \frac{\partial(p-1,1)}{\partial c_1}, & \ldots, & \frac{\partial(0,p)}{\partial c_1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial(0,0)}{\partial c_\nu}, & \ldots, & \frac{\partial(p,0)}{\partial c_\nu}, & \frac{\partial(p-1,1)}{\partial c_\nu}, & \ldots, & \frac{\partial(0,p)}{\partial c_\nu} \end{vmatrix}$$

dem vorigen zufolge nicht identisch Null. — Man kann also der Grösse μ stets solche Werthe geben, dass

$$\Delta = 0$$

und damit das System (6) zur Berechnung der Verhältnisse

$$\frac{\partial c_1}{\partial f} : \frac{\partial c_2}{\partial f} : \ldots : \frac{\partial c_\nu}{\partial f}$$

geeignet wird.

Andererseits können nun dem Begriffe nach die Parameter c aus den Relationen für die Ableitungen (α, β) nur auf eine Weise eliminirt werden und das Eliminationsresultat kann nur die gegebene Gleichung (1) sein. — Es muss also der Ausdruck:

$$\begin{vmatrix} \delta(0,0), & \ldots, & \delta(p,0), & \ldots, & \delta(0,p) \\ \frac{\partial(0,0)}{\partial c_1}, & \ldots, & \frac{\partial(p,0)}{\partial c_1}, & \ldots, & \frac{\partial(0,p)}{\partial c_1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial(0,0)}{\partial c_\nu}, & \ldots, & \frac{\partial(p,0)}{\partial c_\nu}, & \ldots, & \frac{\partial(0,p)}{\partial c_\nu} \end{vmatrix} = \Sigma \{\alpha, \beta\} \delta(\alpha, \beta)$$

von einem Factor abgesehen, mit $\delta\varphi$ übereinstimmen. Daher ist

$$\{\alpha, \beta\} = M \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial(\alpha, \beta)}$$

und die Gleichung $\Delta = 0$ verwandelt sich in die folgende:

$$0 = \frac{\partial\varphi}{\partial(p,0)}\mu^p - \frac{\partial\varphi}{\partial(p-1,1)}\mu^{p-1} + \ldots + (-1)^p \frac{\partial\varphi}{\partial(0,p)}.$$

Diese aber ist identisch mit der Gleichung (7) [p. 36, der (*A.*)], so dass die p Werthe, welche für μ gesetzt werden können, mit den Wurzeln

$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_p$$

der eben citirten Gleichung zusammenfallen. Es können also auch p im Allgemeinen verschiedene Systeme (6) aufgestellt werden.

Bezüglich dieser erübrigt noch zu untersuchen, unter welchen Umständen in den Gleichungen, welche in der zweiten Zeile von (6) enthalten sind, x nicht mehr vertreten ist.

3.

Denken wir uns das allgemeine Integrale der Gleichung (1) bekannt. Dann kann man beliebig viele particuläre Integrale ableiten, indem man die willkürlichen Functionen des allgemeinen Integrales durch concrete Functionen der in ihnen enthaltenen Argumente ersetzt. In die allgemeine Lösung treten p willkürliche Functionen ein, deren jede nur von einem, im Übrigen durch die (*A.*) vollständig definirten Argumente abhängig ist. Diese Argumente sind nämlich die Integrationsconstanten $y_0^{(1)}, y_0^{(2)}, \ldots y_0^{(p)}$ der p möglichen Differentialsysteme:

$$\frac{dy}{dx} = \lambda_1, \quad \frac{dy}{dx} = \lambda_2, \ldots, \quad \frac{dy}{dx} = \lambda_p,$$

worin $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ die Wurzeln der schon im vorigen Artikel erwähnten Gleichung

$$P(\lambda) = \sum_{i=0}^{i=p} (-1)^i \frac{\partial\varphi}{\partial(p-i,i)} \lambda^{p-i} = 0, \qquad [(A.), \text{ p. } 36\ (7)]$$

bedeuten. Es möge der Einfachheit wegen vorausgesetzt werden, dass die Wurzeln dieser Gleichung sämmtlich unter einander verschieden sind.

Enthält also die allgemeine Lösung die willkürlichen Functionen

$$\Phi_1(y_0^{(1)}), \Phi_2(y_0^{(2)}), \ldots, \Phi_p(y_0^{(p)}),$$

so entsteht irgend ein particuläres Integrale, wenn man die Formen $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_p$ in irgend einer Weise individualisirt, das heisst sie durch concrete Functionsformen mit beliebig vielen Parametern ersetzt. Denken wir uns dabei auf irgend eine Weise kenntlich gemacht, von welcher der Functionen Φ_i die einzelnen Parameter herrühren, so ist es umgekehrt auch nicht schwer, aus dem vorliegenden particulären Integrale wieder eine allgemeine Lösung zu gewinnen. Dazu genügt es offenbar, die aus Φ_i herrührenden Parameter durch Functionen von $y_0^{(i)}$ zu ersetzen, welche sich dann entweder wegen ihrer Willkürlichkeit sofort durch eine einzige Function von $y_0^{(i)}$ ersetzen lassen oder, wenn dies nicht der Fall ist, gewissen Bedingungen genügen müssen. Diese Bedingungen reduciren die Zahl der eingeführten Functionen wieder auf p und sind im Wesentlichen mit den weiter unten zu entwickelnden identisch.

Anders verhält es sich jedoch, wenn die Abkunft der Parameter nicht bekannt ist; man muss dann jedenfalls auf den Process zurückgreifen, der zum allgemeinen Integrale führt. Ich werde also diesen Process in Kurzem recapituliren, um zunächst zu zeigen, wie vermöge desselben ein vollständiges Integrale gewonnen werden kann und dann umgekehrt das Verfahren aufzusuchen, vermittelst dessen man aus dem vollständigen Integrale wieder das allgemeine gewinnen kann.

Dieser Process wird eingeleitet durch Integration eines gewissen Systemes von gewöhnlichen Differentialgleichungen, welches in allen seinen Bestandtheilen durch den Werth des Quotienten $\frac{dy}{dx}$ definirt erscheint.

Wir betrachten hier zunächst das System:

$$\frac{dy}{dx} = \lambda_1$$

$$\frac{d(\alpha,\beta)}{dx} = (\alpha+1,\beta) + \lambda_1(\alpha,\beta+1), \quad \alpha+\beta \leqq p-1 \tag{9}$$

$$\sum_{i=0}^{i=p-1} [p-i-1, i]\frac{d(p-i,i)}{dx} = -\frac{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)}{\frac{\partial\varphi}{\partial(p,0)}}, \quad \sum_{i=1}^{i=p} [p-i, i-1]\frac{d(p-i,i)}{dx} = -\frac{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)}{\frac{\partial\varphi}{\partial(p,0)}} \quad ; \quad [(A.), \text{p. } 37, (9)],$$

welches in (*A.*) als das erste Differentialsystem bezeichnet wurde. Es enthält um $p-1$ Gleichungen weniger als zu bestimmende Grössen, so dass die $(p-1)$ Grössen:

$$(p-1,1), (p-2,2), \ldots, (1,p-1), \quad [(A.), \text{p. } 37, (10)] \tag{10}$$

während der Integration desselben als unbestimmte Functionen von x angesehen werden müssen. Führt man nach der Integration die

$$N = \binom{p+1}{2} + 2$$

Integrationsconstanten $f_1, f_2, \ldots, f_N$, von denen eine mit y_0^1 zusammenfällt, als neue Variable ein, so verwandeln sich die Relationen:

$$d(\alpha,\beta) = (\alpha+1,\beta)dx + (\alpha,\beta+1)dy, \qquad [(A.), \text{p. } 34, (3)] \tag{11}$$

in die folgenden:

$$\sum\left[\frac{\partial(\alpha,\beta)}{\partial f} - (\alpha,\beta+1)\frac{\partial y}{\partial f}\right]df = 0 \qquad [(A.), \text{p. } 39, (12)] \tag{12}$$

und nun werden die Grössen (10) nachträglich so bestimmt, dass sich die Gleichungen (12) in Pfaff'sche Probleme verwandeln. Die Bedingungen hiefür sind in den Gleichungen:

$$0 = \sum\left[\frac{\partial(p-i,i)}{\partial f} + \lambda_1\frac{\partial(p-i-1,i+1)}{\partial f} - (p-i-1,i+1)\frac{\partial y}{\partial f}\right]df \qquad [(A.), \text{p. } 39, (13)] \tag{13}$$

enthalten, in welchen i der Reihe nach gleich $0, 1, 2, \ldots p-1$ zu setzen und die Summe sowie in (12) über alle N Integrationsconstanten f auszudehnen ist. Die gesuchten Werthe der Grössen (10) sind jene, welche bewirken, dass jedes vollständige Integralsystem von (9) zugleich vollständiges Integralsystem in jedem der p möglichen Differentialsysteme wird.

Die Integralwerthe der Grössen:

$$(\alpha,\beta), \quad \alpha+\beta \leqq p,$$

welche dem Systeme (9) entspringen, enthalten die unbestimmten Grössen (10) nicht nur als Functionsargumente in gewöhnlichem Sinne, sondern auch unter Integralzeichen. Damit nun x, wie erforderlich, aus den Gleichungen (12) und (13) in der That entfalle, müssen bei der Auswerthung dieser Quadraturen überall, wo solche auftreten, Integrationsconstante eingeführt werden, welche aber nicht mehr willkürlich sein können, sondern zu den Constanten f in bestimmten Beziehungen stehen und daher, wie diese, als Functionen derjenigen, welche wir mit y_0^1 bezeichnet haben, anzusehen sind. Man findet diese Relationen am einfachsten, indem man bei den erwähnten Quadraturen zunächst überzählige Constante einführt und mit den so erhaltenen Werthen in die Gleichungen (12) und (13) eingeht. Die Werthe der überzähligen Constanten ergeben sich dann, indem man die Glieder, welche noch x enthalten, einzeln der Null gleichsetzt. Sind nun alle Formeln, die man braucht, auf diese Weise eingerichtet, so fällt x aus den (12) und (13) identisch aus, es müssen also insbesondere die von den willkürlichen Functionen:

$$\Phi_2(y_0^2), \Phi_3(y_0^3), \ldots, \Phi_p(y_0^p),$$

deren Argumente den übrigen Systemen entnommen sind, herrührenden Bestandtheile verschwunden sein. Das System (12) und (13) regelt also nur mehr die Relationen zwischen den Integrationsconstanten des ersten Systemes oder mit anderen Werthen, die zwischen den Constanten eines und desselben Systemes einzuführenden Beziehungen können separat, das heisst, unabhängig von den Beziehungen, welche in den anderen Systemen herrschen, ermittelt werden.

Setzt man nun einerseits in das vorhandene Integralsystem von (9) und andererseits in die Definitionsgleichungen für die unbestimmten Grössen (10), wo die Constanten f vorkommen, deren soeben gefundenen Werthe ein, so entsteht ein System von Werthen, aus welchem (seiner Ableitung zufolge) die willkürlichen Functionen nur auf eine Weise eliminirt werden können, nämlich auf die Weise, dass (1) als Resultat erscheint. Das System dieser Werthe — dasselbe, welches in (*A.*) als das definitive Integralsystem bezeichnet wurde, — kann also mit Ausnahme der gegebenen, keiner anderen partiellen Differentialgleichung von p^{ter} oder niederer Ordnung Genüge leisten, welche keine anderen Parameter enthält als die in (1) von Vornherein enthaltenen. Diese Eigenschaft besitzt das definitive Integralsystem auch dann, wenn man die willkürlichen Functionen, die in demselben vorkommen, specialisirt. Führt man also statt der willkürlichen Functionen concrete mit willkürlichen Parametern ein, so erhält man ein particuläres Integrale und dasselbe wird insbesondere ein vollständiges Integrale im Sinne des vorigen Artikels, wenn die Zahl der eingeführten Parameter, die wir durch $\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_\nu$ bezeichnen wollen,

$$\nu = \binom{p+2}{2} - 1$$

beträgt. Zugleich ist klar, dass die Gleichungen (12) und (13), ob sie nun aus der allgemeinen oder aus der particulären Form des definitiven Integralsystems entwickelt werden, in beiden Fällen kein x mehr enthalten können.

Das so erhaltene Integrale ist also eine Function von $x, y_0^{(1)}, \gamma_1, \ldots \gamma_\nu$ und erhält, indem man $y_0^{(1)}$ durch seinen Werth in x und y ersetzt, die in (2) gegebene Form.

Um nun umgekehrt aus diesem Integrale wieder das allgemeine herzustellen, erinnern wir zunächst daran, dass das System der Gleichungen (12) und (13) von den willkürlichen Bestandtheilen des $2^{\text{ten}}, 3^{\text{ten}}, \ldots p^{\text{ten}}$ Systemes unabhängig ist und die Constanten des ersten Systemes unter sich eben in jene Beziehungen bringt, vermöge welcher das Integralsystem von (9) ein definitives Integralsystem zu werden befähigt wird. Demnach können wir die willkürlichen Parameter des gefundenen Integrales zunächst als Functionen von $y_0^{(1)}$ ansehen und haben dieselben dann den Bedingungen (12) und (13) anzupassen. Setzen wir, um Weitläufigkeiten zu vermeiden, ein für allemal voraus, dass das Integral, von dem wir ausgehen, ein vollständiges Integral ist, so muss dann System (12), (13) stets integrabel sein, das heisst, ersetzen wir in diesem Systeme y durch seinen aus (9) fliessenden Werth in $y_0^{(1)}$ und x, so muss aus demselben x entfallen. Dasselbe lässt sich also in die Form bringen:

$$\frac{d\gamma_1}{\Gamma_1} = \frac{d\gamma_2}{\Gamma_2} = \ldots\ldots = \frac{d\gamma_\nu}{\Gamma_\nu}$$

worin $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots \Gamma_\nu$ Functionen der $\gamma_1, \gamma_2 \ldots$ allein bedeuten. Eine der Grössen γ_1, kann als willkürliche Function von $y_0^{(1)}$ angesehen werden, setzen wir also

$$d\gamma_1 = \psi(y_0^{(1)})\, dy_0^{(1)},$$

wo ψ willkürlich ist, so ist das System vollständig bestimmt und die Integration desselben liefert die Relationen welche zwischen den γ bestehen müssen, damit das vollständige Integrale in das allgemeine übergehe.

Um die analogen Beziehungen für die $(p-1)$ übrigen Systeme zu finden, versehen wir die Integrale des zuletzt genannten Systemes mit Integrationsconstanten, $\gamma_1' \gamma_2' \ldots \gamma_\nu'$. Setzen wir die so erhaltenen Werthe der Grössen $\gamma_1, \ldots \gamma_\nu$ in das vollständige Integrale ein, von dem wir ausgegangen sind, so verwandelt sich dasselbe in einen Ausdruck, welcher eine willkürliche Function aus dem ersten Systeme, und ausserdem

wieder ν Parameter $\gamma_0', \gamma_2', \ldots \gamma_\nu'$ enthält, im übrigen aber augenscheinlich wieder ein Integrale der gegebenen Gleichung (1) ist. Wir erhalten also auf diesem Wege ein Integrale, welches in Bezug auf die Parameter $\gamma_0', \gamma_1', \ldots \gamma_\nu'$ wieder ein vollständiges ist und daher ohneweiters demselben Verfahren unterworfen werden kann. Man wird also jetzt die Gleichungen (12) und (13) aus dem zweiten Systeme, das heisst aus jenem, in welchem

$$\frac{dy}{dx} = \lambda_2$$

genommen ist, entwickeln; aus demselben die Relationen zwischen den Constanten des zweiten Systemes erhalten u. s. f., bis man endlich alle Wurzeln der Gleichung

$$P(\lambda) = 0$$

erschöpft und damit das allgemeine Integrale gewonnen hat.

Es muss nun darauf aufmerksam gemacht werden, dass man Integrale mit ν Parametern auch auf einem anderen als dem oben beschriebenen Wege erhalten kann. Es war nämlich vorausgesetzt, dass bei Auswerthung der im Integralsysteme von (9) enthaltenen Quadraturen bestimmte Integrationsconstante hinzugefügt werden.

Führt man keine solchen Integrationsconstanten ein, oder allgemeiner zu reden, ertheilt man denselben concrete von y_0^1 nicht mehr abhängige Werthe, so fällt aus den (12) und (13) im Allgemeinen x nicht von selbst aus und es müssen, damit dies geschehe, eben jene Verbindungen der f, welche früher den überzähligen Constanten gleichgesetzt werden mussten (vergl. diesen Art.), jetzt absolute Constante sein. Entstehen auf diese Weise keine Bedingungen, welche an sich im Widerspruche stehen, so ist das Resultat immer noch ein Integrale von (1) und die Anzahl der Parameter kann im Allgemeinen noch immer auf ν gebracht werden. Aber aus den Integralen dieser Art kann die allgemeine Lösung nicht gewonnen werden, da einige der Parameter in Hinsicht auf die Gleichungen (12) und (13) nicht variirt werden dürfen. Die Variationen dieser Parameter würden nämlich mit Coëfficienten behaftet sein, welche noch x enthalten, so dass das genannte System nicht mehr integrabel wäre.

Darnach können die Parameter eines vorliegenden particulären Integrales einen zweifachen Charakter haben, je nachdem sie sich den Gleichungen (12) und (13) gegenüber als variabel oder als constant verhalten. Ich bezeichne demzufolge die ersteren im Gegensatze zu den letzteren als variable Parameter.

Wenn also ein particuläres Integrale im eigentlichen Sinne ein vollständiges Integrale sein soll, das heisst wenn es möglich sein soll, aus demselben die allgemeine Lösung herzustellen, so ist es nicht genügend, dass es ein vollständiges Integrale im Sinne des Art. 2 sei, vielmehr ist es nothwendig, dass es unbeschadet der dort angeführten Eigenschaften

$$\nu = \binom{p+2}{2} - 1$$

variable Parameter enthalte.

4.

Um an die Ergebnisse der Art. 1 und 2 wieder anzuschliessen, erinnere ich zunächst daran, dass die verschiedenen Werthe der Grössen μ und λ durch dieselbe Gleichung p^{ten} Grades definirt worden sind. Setzt man also

$$\mu = \lambda_1,$$

so ist das f des Art. 2 identisch mit $y_0^{(1)}$ im vorigen Artikel.

Entwickeln wir andererseits die Gleichungen (12) und (13) für das im vorigen Artikel gefundene vollständige Integrale, welches die ν Parameter $\gamma_1, \ldots \gamma_\nu$ enthält, so ergeben sich die Relationen:

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \left[\frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial \gamma_i} - (\alpha, \beta+1) \frac{\partial y}{\partial \gamma_i} \right] \frac{\partial \gamma_i}{\partial y_0^{(1)}}$$

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \left[\frac{\partial(p-i, i)}{\partial \gamma_i} + \lambda_1 \frac{\partial(p-i-1, i+1)}{\partial \gamma_i} - (p-i-1, i+1)' \frac{\partial y}{\partial \gamma_i} \right] \frac{\partial \gamma_i}{\partial y_0^{(1)}} .$$

Endlich ist zufolge der verschiedenen Bedeutung der Differentiationszeichen in (*A.*) und in Art. 2.

$$\frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial \gamma_i}$$

im Sinne der vorstehenden Formeln genommen, identisch mit

$$\frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial \gamma_i} + (\alpha, \beta+1) \frac{\partial y}{\partial \gamma_i},$$

also, da $\frac{\partial y}{\partial \gamma_i}$ in beiden Fällen denselben Werth besitzt,

$$\frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial \gamma_i} - (\alpha, \beta+1) \frac{\partial y}{\partial \gamma_i}$$

im Sinne der obigen Relationen, identisch mit

$$\frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial \gamma_i}$$

im Sinne des Art. 2.

Ebenso verwandeln sich die Ausdrücke

$$\frac{\partial(p-i, i)}{\partial \gamma_i} + \lambda_1 \frac{\partial(p-i-1, i+1)}{\partial \gamma_i} - (p-i-1, i+1)' \frac{\partial y}{\partial \gamma_i}$$

in die folgenden:

$$\frac{\partial(p-i, i)}{\partial \gamma_i} + \lambda_1 \frac{\partial(p-i-1, i+1)}{\partial \gamma_i},$$

wenn die Differentiation in diesen im Sinne des Art. 2 ausgeführt wird. Setzt man also statt der γ_i überall c_i, wodurch der Inhalt der Formeln ungeändert bleibt, und schreibt für $y_0^{(1)}$ das Zeichen f, welches, wie soeben erwähnt, dasselbe bedeutet wie $y_0^{(1)}$, so fallen die jetzt behandelten Gleichungen sofort mit den (6) Art. 1 zusammen, da in denselben $\frac{\partial y}{\partial x} = \lambda_1$ substituirt worden ist. Die Gleichungen, welche durch den Lagrange'schen Gedankengang gewonnen werden, sind also identisch mit jenen, welche wir aus der allgemeinen Integrationstheorie abgeleitet haben und Alles, was über die letzteren im vorigen Artikel gefunden wurde, muss unmittelbar auch für die ersteren giltig sein. Ist also das $\Im$ der Gleichung (2) ein vollständiges Integrale im Sinne des Art. 3, so sind die Gleichungen (6), sofern für $\frac{\partial y}{\partial x}$ einer der Werthe $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_\nu$ gesetzt wird, stets integrabel, das Verfahren, welches im vorigen Artikel gefunden wurde, ist immer durchführbar und das Endresultat ist das allgemeine Integrale.

Enthält das vorliegende vollständige Integrale überzählige Parameter, so muss sich die Anzahl der Parameter selbstverständlich auf die normale Anzahl ν reduciren lassen. Es ist nicht schwer, das hiezu dienliche Verfahren aufzufinden. Da nämlich im gegenwärtigen Falle alle $\frac{\partial c}{\partial f}$ in der Form:

$$\frac{\partial c_i}{\partial f} = T_{i_1} \frac{\partial c_1}{\partial f} + \ldots . T_{i_\varrho} \frac{\partial c_\varrho}{\partial f}$$

darstellbar sind, genügt es

$$\frac{\partial c_2}{\partial f} = \ldots = \frac{\partial c_r}{\partial f} = 0 \tag{14}$$

zu setzen, was nur dann auf Hindernisse stösst, wenn das fragliche Integrale unter der Annahme (14) nicht genügend viele variable Parameter enthält oder, was dasselbe ist, kein vollständiges Integrale in unserem Sinne ist.

Sind die Wurzeln $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_r$ nicht sämmtlich von einander verschieden, so erleidet das Verfahren nur einige geringfügige Änderungen, die sich am besten an einem entsprechenden Beispiele werden erläutern lassen.

5.

Betrachten wir zunächst das Beispiel:

$$z = (0, 0) = \alpha + \beta y + \gamma(x^2 - y^2) + \varrho x^3 + \nu(3x^2 y - y^3). \tag{α}$$

Es ist hier

$$\begin{aligned}
p &= (1, 0) = \quad 2\gamma x \quad + 3\varrho x^2 + 6\nu xy \\
q &= (0, 1) = \beta - 2\gamma y \quad + 3\nu(x^2 - y^2) \\
r &= (2, 0) = \quad 2\gamma \quad + 6\varrho x + 6\nu y \\
s &= (1, 1) = \quad 6\nu x \\
t &= (0, 2) = -2\gamma \quad - 6\nu y
\end{aligned}$$

also

$$r - t = \frac{2p}{x}. \tag{β}$$

Die Gleichungen in der ersten Zeile von (6) lauten hier, indem man $\frac{\partial}{\partial f}$ durch δ ersetzt:

$$\begin{aligned}
0 &= \delta\alpha + y\delta\beta + (x^2 - y^2)\delta\gamma + x^3\delta\varrho + (3x^2 y - y^3)\delta\nu \\
0 &= \quad 2x\delta\gamma + 3x^2\delta\varrho + 6xy\,\delta\nu \\
0 &= \quad \delta\beta - 2y\delta\gamma + 3(x^2 - y^2)\delta\nu,
\end{aligned}$$

die Gleichungen der zweiten Zeile folgen aus den Vorstehenden durch Anwendung der Operation D, wobei Dy zunächst gleich μ zu setzen ist. Es folgen dadurch zwei neue Gleichungen:

$$\begin{aligned}
0 &= \quad 2\delta\gamma + 6x\delta\varrho + 6(x\mu + y)\delta\nu \\
0 &= -2\mu\delta\gamma + 6(x - \mu y)\delta\nu,
\end{aligned}$$

welche zusammen mit den vorigen drei Gleichungen das System (6) vertreten. Die Determinante dieses Systemes ist

$$\Delta = -36x^3(\mu^2 - 1),$$

verschwindet also nicht identisch. Das obige Integrale ist somit zunächst im Sinne des Art. 2 ein vollständiges Integrale der Gleichung (β).

Setzen wir vorerst $\mu = +1$, so verschwindet Δ und es wird

$$Dy = 1, \quad y = -y_0 + x = -f + x.$$

Damit folgt der Reihe nach:

$$\begin{aligned}
\delta\gamma &= 3(x-y)\delta\nu = 3f\delta\nu \\
\delta\rho &= -2\delta\nu, \\
\delta\beta &= -3f^2\delta\nu, \\
\delta\alpha &= -f^3\delta\nu,
\end{aligned}$$

so dass das System in der That integrabel wird. Nehmen wir nun

$$\delta\nu = \varphi^{\prime\prime\prime}(f)$$

worin φ eine willkürliche Functionsform ist, so wird

$$\begin{aligned}
\alpha &= \alpha' - f^3\varphi''' + 3f^2\varphi'' - 6f\varphi' + 6\varphi \\
\beta &= \beta' - 3f^2\varphi''' + 6f\varphi'' - 6\varphi' \\
\gamma &= \gamma' + 3f\varphi''' - 3\varphi'' \\
\rho &= \rho' - 2\varphi''' \\
\nu &= \nu' + \varphi''',
\end{aligned}$$

worin $\alpha', \beta', \gamma', \mu', \nu'$ die Integrationsconstanten sind. Der Werth von z wird demnach

$$z = 6[\varphi - x\varphi'] + \alpha' + \beta' y + \gamma'(x^2 - y^2) + \rho' x^3 + \nu'(3x^2 y - y^3).$$

Da hierin die $\alpha', \beta' \ldots$ in derselben Weise enthalten sind wie in α), so wird durch die Supposition

$$\mu = -1, \quad Dy = -1: \quad y = y - x, \quad y = x + y,$$

das heisst f verwandelt sich in g. Das allgemeine Integrale der Gleichung (β) ist also

$$z = \{\Phi(x-y) + \Psi(x+y)\} - x\{\Phi'(x-y) + \Psi'(x+y)\},$$

wie bekannt.

6.

Als zweites Beispiel nehmen wir die Gleichung:

$$x^2 r - y^2 t = 0,$$

deren allgemeines Integrale, jedoch ohne nähere Angabe der Details in (1.) [p. 17, ff.] angegeben worden ist. Der Gang der Rechnung soll hier genauer ausgeführt werden, um die Betrachtungen der Art. 3 und 4 näher zu erläutern.

Bezeichnen wir, wie am angeführten Orte; die Integrationsconstanten des ersten Systemes durch $f, f_1, f_2 \ldots$ und legen der Rechnung das zweite Integralsystem zu Grunde, wie folgt:

$$\begin{aligned}
y &= gx \\
r = y^2 t &= \frac{g_3}{x^2} + gs - \frac{2g}{x^2}\int x s\, dx \\
p &= g_2 + g g_4 - \frac{g_3}{x} + \frac{2g}{x}\int x s\, dx \\
q &= g_4 - \frac{g_3}{gx} + \frac{2}{x}\int x s\, dx \\
z &= g_5 + x(g_2 + 2g g_4) - 2g_3 \log x + 4g\int\frac{dx}{x}\int x s\, dx,
\end{aligned}$$

so ergibt sich für s der Werth

$$s = \frac{1}{x}\Phi\left(\frac{y}{x}\right) + \Psi(xy).$$

Um die Formeln von den Integralzeichen zu befreien, setzen wir

$$s = \frac{\varphi(y)}{x} + (u^2\chi''' + u\chi'' - \chi'),$$

worin φ und χ wieder willkürliche Functionen bedeuten, deren letztere insbesondere von

$$u = yx^2 = xy$$

abhängig ist. Dann wird

$$\int s\,dx = \qquad\qquad h_1 + x\gamma(y) + \frac{1}{2y}(u^2\chi'' - u\chi')$$

$$\int\frac{dx}{x}\int s\,dx = h_2 + h_1\log x + x\varphi(y) + \frac{1}{4y}(u\chi' - 2\chi'),$$

ferner:

$$t = \frac{y_3 - 2yh_1}{y^2x^2} - \frac{\varphi(y)}{yx} + \frac{u^2\chi'''}{y}$$

$$p = [y_2 + yy_4 + 2y\gamma(y)] - \frac{y_3 - 2yh_1}{x} + yx[u\chi'' - \chi']$$

$$q = \qquad [y_4 + 2\gamma(y)] - \frac{y_3 - 2yh_1}{yx} + x[u\chi'' - \chi']$$

$$z = [y_5 + 4yh_2] + x[y_2 + 2yy_4 + 4y\gamma(y)] - 2[y_3 - 2yh_1]\log x + u\chi' - 2\chi.$$

Hierin bedeuten h_1 nnd h_2 die überzähligen Constanten des Art. 3. Die Gleichungen (12) lauten nun:

$$\delta y_2 + y\delta y_4 + y_4 + 2y\gamma' + \gamma - \frac{\delta(y_3 - 2yh_1)}{x} = 0$$

$$\delta y_4 \qquad + 2\gamma' + \frac{\gamma}{y} - \frac{\delta(y_3 - 2yh_1)}{yx} = 0$$

$$\delta(y_5 + 4yh_2) + x\{\delta y_2 + 2y\delta y_4 + y_4 + 4y\gamma' + 2\gamma\} = 2\log x\delta(y_3 - 2yh_1) - \frac{y_3 - 2yh_1}{y}.$$

Es muss also zunächst $y_3 - 2yh_1$ eine absolute Constante sein. — Setzen wir demnach

$$y_3 - 2yh_1 = -a,$$

so folgt weiter

$$\delta y_2 + y_4 = 0, \quad y\delta y_4 + 2y\gamma' + \gamma = 0$$

$$\delta(y_5 + 4yh_2) = \frac{a}{y},$$

das heisst,

$$y_5 + 4yh_2 = b + a\log . y,$$

wobei b eine zweite absolute Constante ist. Daraus ergibt sich z in der Form:

$$z = b + a\log xy + x\Phi\left(\frac{y}{x}\right) + \Psi(xy).$$

Setzen wir nun

$$\Phi\left(\frac{y}{x}\right) = \alpha + \beta\frac{y}{x} + \gamma\frac{y^2}{x^2}, \quad \Psi(xy) = 0,$$

so entsteht ein Integrale unserer Gleichung:

$$z = b + a\log xy + \alpha x + \beta y + \gamma\frac{y^2}{x},$$

welches fünf Parameter enthält aber kein vollständiges Integrale sein kann, da wir aus der Ableitung wissen, dass a und b keiner Variation fähig sind.

Dies zeigt sich natürlich sofort, wenn man das oben angegebene Verfahren anwenden will. Die Gleichungen (6) lauten nämlich jetzt:

$$0 = \partial b + x\partial\alpha + y\partial\beta + \frac{y^2}{x}\partial\gamma + \log xy \;.\; \partial a$$

$$0 = \partial\alpha - \frac{y^2}{x^2}\partial\gamma + \frac{\partial a}{x}$$

$$0 = \partial\beta + 2\frac{y}{x}\partial\gamma + \frac{\partial a}{y}$$

$$0 = -2\frac{y}{x}\frac{x\mu - y}{x^2}\partial\gamma - \frac{\partial a}{x^2}$$

$$0 = 2\frac{x\mu - y}{x^2}\partial\gamma - \frac{\mu\partial a}{y^2}$$

Die Determinante des Systemes ist, abgesehen von einem nicht verschwindenden Factor:

$$\Delta = \mu^2 - \frac{y^2}{x^2},$$

wie natürlich, da z ein Integrale unserer Gleichung ist. Setzen wir nun $\mu = \frac{y}{x}$, so folgt sofort $\partial a = 0$ und man erhält ein Integrale, welches wohl allgemeiner als das gegebene ist, aber nur eine willkürliche Function enthält.

Der Grund dieser Erscheinung tritt sofort zu Tage, wenn man den zweiten Werth von μ, das ist

$$\mu = -\frac{y}{x} \text{ und demzufolge } xy = f,$$

substituirt. Denn nun folgt:

$$\frac{4f^2}{x^3}\partial\gamma + \partial a = 0,$$

so dass $\partial\gamma$ sowohl als ∂a den Werth Null annehmen müssen. Daraus ergibt sich aber wieder nur das ursprüngliche Integrale. Dieses kann also nicht zu einem allgemeineren Integrale erweitert werden, welches willkürliche Bestandtheile aus beiden Systemen enthalten würde, und ist demzufolge kein vollständiges Integrale.

Das Integrale

$$z = \alpha + \beta x + \gamma y + \sigma\sqrt{xy} + \nu \log xy + \rho \;.\; xy + \tau \;.\; \frac{y^2}{x}$$

ist dagegen ein vollständiges Integrale mit überzähligen Parametern. Entwickeln für dasselbe das System (6), so erhalten wir:

$$0 = \partial\alpha + x\partial\beta + y\partial\gamma + \sqrt{xy}\,\partial\sigma + \log xy\,\partial\nu + xy\,.\,\partial\rho + \frac{y^2}{x}\partial\tau$$

$$0 = \partial\beta + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}}\,\partial\sigma + \frac{\partial\nu}{x} + y\partial\rho - \frac{y^2}{x^2}\partial\tau$$

$$0 = \partial\gamma + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}}\,\partial\sigma + \frac{\partial\nu}{y} + x\partial\rho + 2\frac{y}{x}\partial\tau$$

$$0 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{x}{y}}\cdot\frac{x\mu - y}{x^2}\,\partial\sigma - \frac{\partial\nu}{x^2} + \mu\;.\;\partial\rho - \frac{2y}{x}\cdot\frac{x\mu - y}{x^2}\,\partial\tau$$

$$0 = -\frac{1}{4}\sqrt{\frac{y}{x}}\cdot\frac{x\mu - y}{y^2}\,\partial\sigma - \frac{\mu\partial\nu}{y^2} + \partial\rho + 2\frac{x\mu - y}{x^2}\,\partial\tau$$

Bildet man die von einander unabhängigen Determinanten der dem Systeme zugehörigen Matrix, so findet man, von nicht verschwindenden Factoren abgesehen, als gemeinsamen Werth derselben

$$\Delta = \mu^2 - \frac{y^2}{x^2},$$

mit Ausnahme der Determinante:

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{4}\sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \frac{x\mu - y}{x^2}, & -\frac{2y}{x} \cdot \frac{x\mu - y}{x^2} \\ -\frac{1}{4}\sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \frac{x\mu - y}{x^2}, & 2 \cdot \frac{x\mu - y}{x^2} \end{vmatrix}$$

deren identisches Verschwinden anzeigt, dass τ nur von σ abhängig ist oder anders ausgedrückt, mit σ in einen einzigen Parameter zusammengezogen werden kann.

Geben wir nun dem μ zuerst den Werth $\frac{y}{x}$, welchem das Integrale

$$y = gx$$

entspricht, so folgt zunächst:

$$-\delta\nu + gx^2 \cdot \delta\rho = 0,$$

woraus sich $\delta\nu = \delta\rho = 0$ ergibt, während der Factor des identisch verschwindenden Theiles, das ist:

$$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \delta\sigma - 2\frac{y}{x}\delta\tau = \frac{\delta\sigma}{4\sqrt{y}} - 2g\delta\tau \qquad (\beta)$$

jeden beliebigen endlichen Werth annehmen darf. Damit folgt nun

$$\delta\alpha = 0, \quad \delta\beta = -\frac{1}{2}\sqrt{y} \cdot \delta\sigma + g^2\delta\tau, \quad \delta\gamma = -\frac{\delta\sigma}{2\sqrt{y}} - 2g\delta\tau.$$

Der Ausdruck (β) kann einen beliebig von g abhängigen Werth erhalten; setzen wir also:

$$\delta\sigma = 8g\sqrt{y}\delta\tau,$$

so kommt der Reihe nach:

$$\delta\alpha = 0, \quad \delta\beta = -3g^2\delta\tau, \quad \delta\gamma = -6g\delta\tau$$

und indem man diese Gleichungen nach Einführung einer willkürlichen Function integrirt,

$$z = x\Theta\left(\frac{y}{x}\right) + \alpha' + \beta' x + \gamma' y + \nu' \log xy + \rho' xy + \sigma'\sqrt{xy} + \tau\frac{y^2}{x}.$$

Unterwirft man diesen Werth demselben Verfahren, so erhält man für (6) ein System, welches sich von dem früheren nur durch die den Parametern angefügten Accente unterscheidet, so dass wir unmittelbar an das bereits betrachtete anknüpfen können. Durch die Supposition

$$\mu = -\frac{y}{x}, \quad f = xy$$

erhalten wir

$$-\frac{\delta\sigma'}{2\sqrt{xy}} \cdot \cdot \frac{\delta\nu'}{xy} - \delta\rho' + 4\frac{y}{x^2}\delta\tau' = 0,$$

so dass $\delta\tau' = 0$ gesetzt werden muss. Mit dem nun folgenden

$$\delta\rho' = -\frac{\delta\nu'}{f} - \frac{\delta\sigma'}{2\sqrt{f}}$$

kommt

$$\delta\gamma' = 0 \quad \delta\beta' = 0, \quad \delta\alpha' = -\frac{\delta\sigma'}{2\sqrt{f}} + \delta\nu'(1-\log f),$$

vermittelst welcher Relation leicht

$$z = x\Theta\left(\frac{y}{x}\right) + \Psi(xy)$$

gefunden wird.

7.

Enthält die Gleichung

$$P(\lambda) = 0 \text{ (Art. 3)}$$

gleiche Wurzeln, so sind an dem angegebenen Verfahren nur geringe Modificationen anzubringen. Doch sind zweierlei Wege möglich. Man kann nämlich die von einander verschiedenen Wurzeln λ der obigen Gleichung in Rechnung ziehen, ohne für den Augenblick die Mehrfachheit derselben zu berücksichtigen. Es resultirt dann offenbar eine Lösung mit soviel willkürlichen Functionen, als von einander verschiedene λ vorhanden sind und hieraus gewinnt man die allgemeine Lösung durch Variation der λ, wie bereits in [(A.) Art. 14] gezeigt worden ist.

So ist z. B.

$$(0,0) = \alpha+\beta x+\gamma y+ax^2+2bxy+cy^2+Ax^3+3Bx^2y+3Cxy^2+Dy^3,$$

worin

$$A+3\alpha B+3\alpha^2 C+\alpha^3 D = 0,$$

ein vollständiges Integrale der Gleichung:

$$0 = (30)+3\alpha(21)+3\alpha^2(12)+\alpha^3(03).$$

Man erhält aus demselben die Werthe:

$$\begin{aligned}
(1,0) &= \beta + 2ax + 2by + 3Ax^2 + 6Bxy + 3Cy^2 \\
(0,1) &= \gamma + 2bx + 2cy + 3Bx^2 + 6Cxy + 3Dy^2 \\
(2,0) &= 2a + 6Ax + 6By \\
(1,1) &= 2b + 6Bx + 6Cy \\
(0,2) &= 2c + 6Cx + 6Dy \\
(3,0) &= 6A, \quad (2,1) = 6B, \quad (1,2) = 6C, \quad (0,3) = 6D
\end{aligned}$$

und das System (6) erhält die Gestalt:

$$\begin{aligned}
0 &= \delta\alpha + x\delta\beta + y\delta\gamma + x^2\delta a + 2xy\delta b + y^2\delta c + x^3\delta A + 3x^2y\delta B + 3xy^2\delta C + y^3\delta D \\
0 &= \delta\beta + 2x\delta a + 2y\delta b + 3x^2\delta A + 6xy\delta B + 3y^2\delta C \\
0 &= \delta\gamma + 2x\delta b + 2y\delta c + 3x^2\delta B + 6xy\delta C + 3y^2\delta D \\
0 &= 2\delta a + 6x\delta A + 6y\delta B \\
0 &= 2\delta b + 6x\delta B + 6y\delta C \\
0 &= 2\delta c + 6x\delta C + 6y\delta D \\
0 &= \delta A + \mu\delta B, \quad 0 = \delta B + \mu\delta C, \quad 0 = \delta C + \mu\delta D.
\end{aligned}$$

Die letzten drei Gleichungen in Verbindung mit der den Grössen A, B, C, D auferlegten Bedingung geben für μ die Relation

$$(\mu-\alpha)^3 = 0,$$

so dass $\mu = \alpha$ eine dreifache Wurzel ist. Mit dem Werthe $\mu = \alpha$ folgt zunächst

$$\delta A = -\alpha^3\delta D, \quad \delta B = \alpha^2\delta D, \quad \delta C = -\alpha\delta D$$

und damit, wenn noch

$$y-\alpha x = f$$

gesetzt wird, der Reihe nach:

$$\delta a = -3\alpha^2 f \delta D, \quad \delta b = 3\alpha f \delta D, \quad \delta c = -3f\delta D$$
$$\delta\beta = -3\alpha f^2 \delta D, \quad \delta\gamma = 3f^2\delta D$$
$$\delta\alpha = \quad f^3\delta D.$$

Setzt man nun

$$\delta D = \varphi'' \cdot \delta f,$$

und integrirt die gewonnenen Differentialgleichungen, so folgt die Lösung:

$$z = (0, 0) = 6\varphi(f)+\alpha'+\beta' x+\gamma' y+a'x^2+2b'xy+c'y^2+A'x^3+3B'x^2y+3C'xy^2+D'y^3, \qquad (\alpha)$$

in welcher die Integrationsconstanten $\alpha', \beta', \gamma' \ldots$ nur mit Rücksicht auf das folgende eingeführt worden sind. Bei dem Verfahren, das wir gegenwärtig anzuwenden beabsichtigen, müssen dieselben nämlich alle gleich Null gesetzt werden, da nur Ein System (6) construirt werden kann und deswegen bei der Integration dieses Systemes eine Anknüpfung an später zu bildende ähnliche Systeme überflüssig ist. Wir haben also die Lösung:

$$z = \varphi(y-\alpha x).$$

Ersetzen wir nun in derselben α durch $\alpha+\varepsilon$ und schreiben in der Entwickelung

$$\varphi(y-\alpha x-\varepsilon x) = \varphi(y-\alpha x)+x(-\varepsilon\varphi'(y-\alpha x))+x^2\left(\frac{\varepsilon^2}{1\cdot 2}\varphi''(y-\alpha x)\right):$$

$\chi(y-\alpha x)$ statt $-\varepsilon\varphi'(y-\alpha x)$, sowie

$\psi(y-\alpha x)$ „ $\frac{\varepsilon^2}{1\cdot 2}\varphi''(y-\alpha x)$,

so entsteht die allgemeine Lösung:

$$z = \varphi(y-\alpha x)+x\chi(y-\alpha x)+x^2\psi(y-\alpha x). \text{ [Vergl. Art. 14, (A.)]}.$$

Andererseits kann man aber auch, ehe man eine weitere Wurzel in Rechnung zieht, die Vielfachheit der eben behandelten sofort berücksichtigen, muss jedoch früher die Anzahl der Integrationsconstanten mit Hilfe der bereits vorhandenen willkürlichen Functionen auf den kleinsten nothwendigen Betrag reduciren, da sonst, wie ersichtlich, immer nur Lösungen von derselben Form auftreten würden. In dem vorliegenden Beispiele können die Glieder: α', $\gamma' y$, $c' y^2$, $D' y^3$ ohne weiters in die willkürliche Function φ einbezogen werden. Demnach bleibt

$$z = \varphi(y-\alpha x)+\beta x+ax^2+2bxy+Ax^3+3Bx^2y+3Cxy^2, \quad A+3\alpha B+3\alpha^2 C = 0.$$

Entwickelt man die Werthe (1, 0), und (0, 1):

$$(1, 0) = -\alpha\varphi' + \beta + 2ax + 2by + 3Ax^2 + 6Bxy + 3Cy^2$$
$$(0, 1) = \quad \varphi' \quad + \quad 2bx \quad + 3Bx^2 + 6Cxy$$

und variirt in den vorhandenen Gleichungen die Parameter, so folgt:

$$0 = x\delta\beta + x^2\delta a + 2xy\delta b + x^3\delta A + 3x^2y\delta B + 3xy^2\delta C$$
$$0 = \delta\beta + 2x\delta a + 2y\delta b + 3x^2\delta A + 6xy\delta B + 3y^2\delta C$$
$$0 = \quad 2x\delta b \quad + 3x^2\delta B + 6xy\delta C$$

Diesen Gleichungen sind diejenigen anzufügen, welche vermöge der Operation D aus den beiden letzten entstehen:

$$0 = 2\delta a + 2\mu\delta b + 6x\delta A + 6(y+x\mu)\delta B + 6\mu y\delta C$$
$$0 = 2\delta b + 6x\delta B + 6(y+x\mu)\delta C$$

sowie die Relation

$$0 = \delta A + 3\alpha\delta B + 3\alpha^2\delta C,$$

welcher die Parameter A, B, C von Vornherein genügen müssen. Die Determinante dieses Systemes ist von einem nicht verschwindenden Factor abgesehen, gleich $(\mu-\alpha)^2$, so dass wir für λ, — wie übrigens vorauszusehen war —, wieder den Werth α erhalten.

Danach berechnet man:

$$\delta\beta = 3f^2\delta C, \quad \delta a = 6\alpha f\delta C, \quad \delta b = -3f\delta C, \quad \delta A = 3\alpha^2\delta C, \quad \delta B = -2\alpha\delta C,$$

und, wenn

$$\delta C = \chi'''(f)\delta f$$

gesetzt wird,

$$z = 6\varphi(y-\alpha x) + 6x\chi(y-\alpha x) + \beta' x + \alpha' x^2 + 2b' xy + A' x^3 + 3B' x^2 y + 3C' xy^2$$
$$A' + 3\alpha B' + 3\alpha^2 C' = 0.$$

Diese Lösung ist nun in derselben Weise weiter zu behandeln. Um am besten zu erkennen, wie die Reduction der Constanten vorgenommen werden soll, ersetzen wir in dem voranstehenden Ausdrucke y durch $f+\alpha x$, wodurch sich derselbe auf die Form

$$z = 6\varphi + 6x\chi + xL + x^2 M$$

zusammenzieht, in welcher L und M nur von f abhängige Grössen sind. Man kann sonach, ohne die Allgemeinheit des Resultates zu beschränken, das Glied xL in $x\chi(f)$ einbeziehen, dass heisst, man kann die Glieder

$$\beta' x + 2b' xy + 3C' xy^2$$

weglassen, da ihre Anwesenheit die gefundene Lösung nicht allgemeiner macht. Also haben wir die Lösung

$$z = \varphi(y-\alpha x) + x\chi(y-\alpha x) + ax^2 + Ax^3 + 3Bx^2 y, \quad A + 3\alpha B = 0$$

in derselben Weise weiter zu behandeln. Demnach bilden wir die Variation der voranstehenden Lösung:

$$0 = x^2\delta a + x^3\delta A + 3x^2 y\delta B,$$

operiren dann mit D an dieser Gleichung, woraus, wenn man zuerst mit x^2 dividirt, folgt:

$$0 = \delta A + 3\mu\delta B$$

und verbinden hiemit noch die Bedingungsgleichung

$$0 = \delta A + 3\alpha\delta B.$$

Man erkennt sofort, das $\mu = \alpha$ sein muss und erhält dann

$$\delta A = -3\alpha\delta B, \qquad \delta a = -3f\delta B,$$

sowie endlich die allgemeine Lösung:

$$z = \varphi(y-\alpha x) + x\chi(y-\alpha x) + x^2\psi(y-\alpha x)$$

Dasselbe Verfahren auf das vollständige Integrale:

$$z = \alpha + \beta x + \gamma y + \rho^2 x^2 + 2\rho\sigma xy + \sigma^2 y^2$$

der Gleichung

$$rt-s^2=0$$

angewendet, gibt zunächst für z die Form:

$$z=\alpha'+\beta'x+\gamma'y+\varphi(y+\delta'x),\quad y+\delta'x=f$$

worin $\alpha'\,\beta'\,\gamma'\,\delta'$ die Constanten der ersten Integration bedeuten. Reducirt man diesen Ausdruck auf die Form:

$$z=Ax+\varphi(y+Bx),\quad y+Bx=f,$$

so folgt zunächst durch Variation der Parameter

$$0=\delta A+\varphi'(y+Bx)\delta B,$$

welche Gleichung durch die Operation D identisch wird. Sie zeigt, dass

$$y+Bx=\omega(B)$$

sein muss. — Die hieraus folgende Bezeichnung für A führt leicht auf die bekannte Lösung.

Zweiter Abschnitt.

Das allgemeine Problem mit q-Independenten.

8.

Das im vorigen Abschnitte entwickelte Verfahren kann bei Problemen mit q Independenten nicht ohneweiters beibehalten werden. Es ist nämlich in (*A.*) gezeigt worden, dass die willkürlichen Functionen der allgemeinen Lösung nicht von Einem Argumente abhängen, wie dies bei Differentialgleichungen mit zwei Independenten stets der Fall ist, sondern im Allgemeinen mehr als ein Argument enthalten, wobei die Anzahl der Argumente in einer und derselben Lösung, je nach dem Integralsysteme, welchem die eben in Rede stehende willkürliche Function angehört, alle ganzen Zahlen von 1 bis $q-1$ betragen kann. Dies hat insbesondere zur Folge, dass aus dem Lagrange'schen Verfahren allein auf die Anzahl der nothwendigen Parameter und daher auch auf die Natur der für selbe aufzustellenden Differentialsysteme nicht geschlossen werden kann. Dagegen ergibt sich der gesuchte Zusammenhang zwischen den vollständigen Lösungen und dem allgemeinen Integrale leicht aus den Ergebnissen der in (*A.*) angestellten Untersuchungen, was im Folgenden zu zeigen meine Absicht ist.

Seien also wieder $c_1, c_2, \ldots c_\nu$ willkürliche Parameter in vorläufig unbestimmter Zahl und ist:

$$z=\begin{pmatrix}0, 0, \ldots 0\\ 1, 2, \ldots q\end{pmatrix}=\Im(x_1, x_2, \ldots x_q, c_1, c_2, \ldots c_\nu) \tag{1}$$

ein Integrale der partiellen Differentialgleichung p^{ter} Ordnung mit q Independenten:

$$0=\varphi[x_1, x_2, \ldots x_q;\ (0, 0, \ldots 0), \ldots, (\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q), \ldots],\ \alpha_1+\ldots+\alpha_q\leqq p, \tag{2}$$

so bestehen identisch die Gleichungen, welche entstehen, wenn man in den folgenden Formeln:

$$0=\frac{\partial\varphi}{\partial x_k}+\sum\frac{\partial\varphi}{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_k, \ldots \alpha_q)}\cdot(\alpha_1 \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q)+\sum\frac{\partial\varphi}{\partial({}_1\beta_1, \ldots {}_1\beta_q)}\cdot\frac{\partial({}_1\beta_1 \ldots {}_1\beta_q)}{\partial x_k} \tag{3}$$

$$0=\sum\frac{\partial\varphi}{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)}\cdot\frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i}+\sum\frac{\partial\varphi}{\partial({}_1\beta_1, \ldots {}_1\beta_q)}\cdot\frac{\partial({}_1\beta_1 \ldots {}_1\beta_q)}{\partial c_i} \tag{4}$$

für k der Reihe nach $1, 2, \ldots q$ und für i die Zahlen $1, 2, \ldots \nu$ einsetzt.[1]

[1] Es ist hiebei die in (*A.*) [p. 60 ff.] gebrauchte Bezeichnungsweise beibehalten, das heisst, es sind die Ableitungen p^{ter} Ordnung von z durch $({}_1\beta_1, \ldots {}_1\beta_q)$, alle anderen von niederer als der p^{ten} Ordnung durch $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q)$ bezeichnet

In der That, werden in (3) und (4) die Ableitungen $(\alpha_1 \ldots \alpha_q)$ und $(\beta_1, \ldots \beta_q)$ durch ihre aus (1) fliessenden Werthe ersetzt, so sagen die gedachten Gleichungen nichts anderes aus, als dass aus (2) dann sowohl $x_1, x_2, \ldots x_q$ als auch die Parameter $c_1, c_2, \ldots c_\nu$ entfallen, was eben wegen der über z gemachten Voraussetzung nothwendig der Fall sein muss.

Um nun aus der bekannten Lösung (1) eine allgemeinere abzuleiten, betrachten wir die willkürlichen Parameter $c_1, c_2, \ldots c_\nu$ als Functionen von $x_1, x_2, \ldots x_q$ und untersuchen, wann und wie es möglich ist, dieselben so zu bestimmen, dass:

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial x_1}, \ldots, \quad 0 = \partial \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial x_q}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_q \leqq p-1, \tag{5}$$

da dann, wie bekannt, w abermals ein Integrale der gegebenen Gleichung ist. Zunächst ist klar, dass sich aus den Werthen $\frac{\partial c_i}{\partial x_k}$, wie sie sich aus den voranstehenden Relationen ergeben, die Werthe der c_i selbst nur dann berechnen lassen, wenn die für

$$\frac{\partial c_i}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial c_i}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial c_i}{\partial x_q}$$

gefundenen Werthe sich in der That als Derivirte einer Function c_i der Argumente: $x_1, x_2, \ldots x_q$ darstellen lassen. Die Parameter c_i müssen also ausser den (5) auch noch gewissen Integrabilitäts-Bedingungen genügen, welche übrigens erhalten werden, wenn man die Formel:

$$0 = \frac{\partial}{\partial x_k}\Big[\sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \partial, \frac{\partial c_i}{\partial x_\lambda}\Big] - \frac{\partial}{\partial x_\lambda}\Big[\sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1 \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial x_k}\Big]$$

entwickelt und hierauf λ und k alle ganzzahligen Werthe von 1 bis q annehmen lässt.

So entstehen die Gleichungen:

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_k + 1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial x_\lambda} - \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_\lambda + 1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial x_k}.$$

Wie ersichtlich, sind diejenigen unter ihnen, bei denen

$$\alpha_1 + \ldots + \alpha_k + \ldots + \alpha_q < p-1,$$

durch die (5) identisch erfüllt. Neue Bedingungen entstehen nur für

$$\alpha_1 + \ldots + \alpha_k + \ldots + \alpha_q = p-1.$$

Also folgen die Integrabilitätsbedingungen:

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_k + 1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial x_\lambda} - \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_\lambda + 1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial x_k}, \quad \alpha_1 + \ldots + \alpha_k + \ldots + \alpha_q = p-1 \tag{6}$$

und diese bilden mit den (5) zusammen den Inbegriff aller Forderungen, denen die c genügen müssen.

worden. Sonach ist die erste Summe in den Formeln (3) und (4) über alle $(\alpha_1, \ldots \alpha_q)$ zu erstrecken, welche der Bedingung

$$\alpha_1 + \ldots + \alpha_q \leqq p-1$$

genügen, während bezüglich der β die Bedingung

$$\beta_1 + \ldots + \beta_q = p$$

festzuhalten ist.

Diese Bedingungen erhalten eine allgemeine Form, wenn man an Stelle der $x_1 \ldots x_\nu$ neue Veränderliche $w_1, w_2 \ldots w_q$ substituirt. Seien

$$w_1(x_1, x_2, \ldots x_\nu) = w_1, \ldots, w_q(x_1, x_2, \ldots x_q) = w_q$$

die Transformationsgleichungen, so wird

$$\frac{\partial c_i}{\partial w_\varkappa} = \frac{\partial c_i}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial w_\varkappa} + \ldots\ldots + \frac{\partial c_i}{\partial x_\nu} \cdot \frac{\partial x_\nu}{\partial w_\varkappa}$$

und die Gleichungen (5) verwandeln sich in die folgenden:

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial w_1}, \ldots\ldots\ldots\ldots, \quad 0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial w_q}. \tag{7}$$

Um auch die (6) auf die neuen Independenten zu transformiren, multipliciren wir selbe mit $\frac{\partial x}{\partial w_\varkappa} \cdot \frac{\partial x_\lambda}{\partial w_\varkappa}$ und summiren dann über alle ganzzahligen Werthe der λ und k von 1 bis q. Auf diese Weise folgt:

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \sum_{k=1}^{k=q} \sum_{\lambda=1}^{\lambda=q} \left\{ \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_k + 1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial x_\lambda} \frac{\partial x_\lambda}{\partial w_\varkappa} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial w_\lambda} - \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_\lambda + 1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial w_\varkappa} \frac{\partial x_\lambda}{\partial w_\lambda} \right\}$$

oder

$$\begin{aligned} 0 = &\sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial c_i}{\partial w_\varkappa} \left\{ \frac{\partial(\alpha_1 + 1, \alpha_2, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial w_\varkappa} + \ldots\ldots + \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q + 1)}{\partial c_i} \frac{\partial x_q}{\partial w_\varkappa} \right\} \\ &- \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial c_i}{\partial w_\varkappa} \left\{ \frac{\partial(\alpha_1 + 1, \alpha_2, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial w_\varkappa} + \ldots\ldots + \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q + 1)}{\partial c_i} \frac{\partial x_q}{\partial w_\varkappa} \right\}. \end{aligned} \tag{8}$$

Die Gleichungen (7) und (8) enthalten die allgemeinste Form der zu erfüllenden Bedingungen.

9.

Es ist selbstverständlich unsere Absicht, die Gleichungen (7) und (8), durch deren Erfüllung das gegebene vollständige Integrale in das allgemeine übergeführt wird, mit entsprechenden Formeln der Abhandlung (*A.*) identisch zu machen, um aus dem solcher Art hergestellten Zusammenhange mit der Theorie der allgemeinen Integration ersehen zu können, ob und wie die Gleichungen (7) und (8) befriedigt werden können. In dieser Absicht machen wir $w_1 = x_1$ und setzen:

$$\frac{\partial c_i}{\partial w_1} = \frac{\partial c_i}{\partial x_1} = 0.$$

Es ist sofort ersichtlich, was diese Annahme zu bedeuten hat. Setzen wir nämlich

$$\frac{\partial x_k}{\partial x_1} = \mu_k \quad (\mu_1 = 1),$$

— wobei zu bemerken ist, dass die Werthe μ_k durch die Transformationsgleichungen

$$x_1 = x_1, \; x_2 = x_2(x_1, w_2, \ldots, w_q), \ldots, x_q = x_q(x_1, w_2, \ldots, w_q) \tag{α}$$

bestimmt, also wie diese vorderhand willkürlich sind — und bezeichnen eine Differentiation nach x_1, welche nach der Substitution der Werthe α) an irgend einer Function von $x_1, x_2, \ldots x_q$ vollzogen wird, durch D, so wird

$$\frac{\partial c_i}{\partial w_1} = Dc_i$$

und es soll der Annahme nach

$$Dc_i = \frac{\partial c_i}{\partial x_1} + \mu_2 \frac{\partial c_i}{\partial x_2} + \ldots + \mu_q \frac{\partial c_i}{\partial x_q}$$

den Werth Null erhalten. Da nun die $w_2, \ldots w_q$ als Integrationsconstante im Systeme:

$$Dx_k = \mu_k \qquad \beta)$$

aufgefasst werden können, so bedeutet die obige Annahme nichts Anderes, als dass die Parameter $c_1, c_2, \ldots c_\nu$ als Functionen der $w_2, \ldots w_q$ allein oder mit anderen Worten, ebenfalls als Integrationsconstante im Systeme $\beta)$ angesehen werden.

Von den Gleichungen, in welche sich (7) und (8) unter dieser Annahme verwandeln, finden sich — allerdings in veränderter Gestalt — in (*A.*) nur die folgenden:

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial w_2}, \ldots\ldots\ldots, 0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial w_q}, \tag{9}$$

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial c_i}{\partial w_\sigma} \left\{ \frac{\partial(\alpha_1+1, \alpha_2, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} + \mu_2 \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2+1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} + \ldots + \mu_q \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q+1)}{\partial c_i} \right\}, \tag{10}$$

in denen σ alle ganzzahligen Werthe von 2 bis q zu durchlaufen hat und

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_q \leqq p-1$$

zu halten ist. Wir werden uns also in den weiteren Untersuchungen auch nur mit diesen Gleichungen beschäftigen.

Wir haben soeben angenommen, dass die Parameter $c_1, \ldots c_\nu$ Functionen der $w_2, \ldots w_q$ allein oder, um besser hervorzuheben, dass für diese Functionen eine nähere Bestimmung noch nicht vorhanden ist, Integrationsconstante im Systeme (β) sein sollen. Soll aber diese Annahme überhaupt möglich sein, so muss, nachdem in (9) und (10) $x_2, \ldots x_q$ durch ihre Werthe in $x_1, w_2, \ldots w_q$ ersetzt worden sind, x_1 aus diesen Gleichungen entfallen. Mit anderen Worten, es muss für $\sigma = 2, 3, \ldots q$ zunächst identisch

$$D \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial w_\sigma} = 0 \qquad (\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_q \leqq p-1)$$

ausfallen. Führt man die Differentiation linker Hand aus, so folgt, da $\frac{\partial c_i}{\partial w_i}$ der Annahme nach nur $w_2, \ldots w_q$ enthält,

$$\sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial c_i}{\partial w_\sigma} \left\{ \frac{\partial(\alpha_1+1, \alpha_2, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} + \mu_2 \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2+1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} + \ldots + \mu_q \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q+1)}{\partial c_i} \right\} = 0.$$

Es sind also alle Gleichungen, welche aus der voranstehenden, für die verschiedenen zulässigen α entstehen, vermöge der (9) identisch erfüllt, so lange

$$\alpha_1 + \ldots + \alpha_q + \ldots + \alpha_q < p-1,$$

während für

$$\alpha_1 + \ldots + \alpha_k + \ldots + \alpha_q = p-1$$

die in Rede stehenden Gleichungen unmittelbar mit (10) zusammenfallen. Daraus folgt, dass, wenn die letzteren kein x_1 mehr enthalten, x_1 auch in allen früheren Gleichungen nicht mehr auftritt, somit die $c_1, c_2, \ldots c_\nu$ aus den Gleichungen (9) und (10) wirklich als Functionen von $w_2, \ldots w_q$ dargestellt werden können.

In der That enthalten die Gleichungen (10) in allen Fällen, wo ein vollständiges Integrale im eigentlichen Sinne zu Grunde liegt, — der Begriff eines vollständigen Integrales wird im Folgenden genauer definirt werden — nie die Grösse x_1 und es wird die Aufgabe der folgenden Artikel sein, diese Thatsache aus dem Processe der allgemeinen Integration nachzuweisen.

10.

Ehe wir zu diesen Untersuchungen übergehen können, müssen noch einige wichtige Umstände hervorgehoben werden.

Zunächst ist nämlich klar, dass das System der Gleichungen (9) und (10) nur dazu dienen kann, eine gewisse Anzahl der Grössen $c_1, \ldots c_\nu$ als Functionen der übrigen darzustellen. Demgemäss vereinigen wir die $q-1$ Systeme von Gleichungen, welche in (9) und (10) enthalten sind, in ein einziges System, indem wir schreiben:

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \delta c_i \tag{11}$$

$$0 = \sum_{i=1}^{i=\nu} \delta c_i \left\{ \frac{\partial(\alpha_1+1, \alpha_2, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} + \mu_2 \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2+1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} + \ldots + \mu_q \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q+1)}{\partial c_i} \right\}. \tag{12}$$

Es ist dann unter δu die Veränderung zu verstehen, welche eine Grösse u des Problems erleidet, wenn bei constantem x_1 die Argumente $w_2, \ldots w_q$ die Incremente $\delta w_2, \ldots \delta w_q$ erhalten. Die Gesammtvariation, welche u in unserem Probleme erfahren kann, ist also

$$Du + \delta u.$$

Dies vorangeschickt, multipliciren wir die Gleichungen (11) beziehungsweise mit

$$\frac{\partial \varphi}{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q)},$$

jene (12) mit gewissen, vorderhand nicht näher bestimmten Factoren, welche, ohne Irrthum zu veranlassen, durch

$$[\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q]$$

bezeichnet werden können und addiren die erhaltenen Producte. — Es folgt dann:

$$0 = \sum \frac{\partial \varphi}{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)} \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \delta c_i + \Sigma [\alpha_1, \ldots \alpha_q] \sum_{i=1}^{i=\nu} \delta c_i \sum_{k=1}^{k=q} \mu_k \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i}, \tag{γ}$$

wobei die erste Summation im voranstehenden Gliede über alle $\alpha_1, \ldots \alpha_q$ zu erstrecken ist, für welche

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_q \leqq p-1 \tag{δ}$$

während im zweiten blos die der Bedingung:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_q = p-1$$

genügenden aufzunehmen sind. Andererseits folgt aus der gegebenen Gleichung:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial c_i} = \Sigma \frac{\partial \varphi}{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} + \Sigma \frac{\partial \varphi}{\partial(\beta_1, \ldots \beta_q)} \frac{\partial(\beta_1, \ldots \beta_q)}{\partial c_i},$$

worin die $\alpha_1, \ldots \alpha_q$ abermals der Bedingung (δ), die Zahlen $\beta_1, \ldots \beta_q$ aber der Relation:

$$\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_q = p$$

unterworfen sind. Damit findet man für die Variation $\delta\varphi$, wenn man zugleich die Formel (γ) berücksichtigt:

$$\delta\varphi = \sum \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\beta_1, \ldots \beta_q)}{\partial c_i} \delta c_i \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial(\beta_1, \ldots \beta_q)} - \sum_{k=1}^{k=q} \mu_k [\beta_1, \ldots \beta_k - 1, \ldots \beta_q] \right\}.$$

Das Zeichen Σ betrifft die $\beta_1, \ldots \beta_q$ unter der eben genannten Bedingung. Aus dieser Gleichung folgt, dass die Variation $\delta\varphi$ nur dann verschwindet, wenn für alle Complexionen p^{ter} Ordnung:

$$\frac{\delta\varphi}{\delta(\beta_1, \ldots \beta_q)} = \sum_{k=1}^{k=q} \mu_k [\beta_1 \ldots \beta_k - 1, \ldots \beta_q] \tag{13}$$

gemacht werden kann. Es ist aber aus [(*A.*) p. 67, und ff.] bekannt, dass diese Forderung im Allgemeinen nicht befriedigt werden kann. Es wird sich aus dem Folgenden ergeben, dass die Gleichungen (11) und (12) immer integrirt werden können, wenn nur das z des Art. 8 in der That ein Integrale der vorgelegten Gleichung ist. Wir werden also wohl die Gleichungen (11) und (12) durch ein vollständiges Integralsystem ersetzen können, führt man aber die aus denselben fliessenden Werthe der Parameter in (1) des Art. 8 ein, so wird das so transformirte z im Allgemeinen nicht mehr ein Integrale der gegebenen Gleichung sein. Aus der Relation (13) ergibt sich übrigens mit Hilfe einiger Bemerkungen, die sich naturgemäss den Betrachtungen des folgenden Artikels einordnen werden, dass jene Fälle, in welchen die gegebene Gleichung durch die Integrale des Systemes (11) und (12) nicht befriedigt ist, genau mit jenen zusammenfallen, welche auch in den Untersuchungen über die allgemeine Integration eine ausnahmsweise Behandlung erfordert haben. In der That werden sich auch hier die diesbezüglichen Resultate der (*A.*) wieder ergeben.

II.

Indem wir nun zu unserer eigentlichen Aufgabe gelangen, wollen wir zunächst untersuchen, wie vollständige Integrale aus dem allgemeinen entstehen können, um daran zu erkennen, wie umgekehrt aus einem vorliegenden vollständigen Integrale das allgemeine abzuleiten ist. Denn es ist klar, dass man aus dem allgemeinen Integrale jedes particuläre, also auch ein vorgelegtes vollständiges Integrale muss erreichen können. [1]

Wiederholen wir also kurz den Vorgang der allgemeinen Integration. Den Ausgangspunkt derselben bilden die Gleichungen:

$$P_k(\omega_k) = \frac{\partial\varphi}{\partial(1)}\omega_k'' - \ldots + (-1)^i \frac{\partial\varphi}{\partial\binom{p-i, 0, \ldots, i, \ldots 0}{1, 2, \ldots, k, \ldots q}} \omega_{k+i}^{(i)} \ldots + (-1)^p \frac{\partial\varphi}{\partial(k)} = 0. \tag{14}$$

Indem wir aus jeder der hieraus entstehenden Gleichung:

$$P_2(\omega_2) = 0, \quad P_3(\omega_3) = 0, \quad \ldots, P_q(\omega_q) = 0$$

je eine Wurzel nehmen und dieselben der Reihe nach durch

$$\lambda_2', \quad \lambda_3', \ldots \lambda_q'$$

bezeichnen, erhalten wir ein System von Wurzeln, welches in Übereinstimmung mit den Bezeichnungen der (*A.*) das erste Wurzelsystem genannt werden soll. Setzen wir voraus, dass die obigen Gleichungen nur ungleiche Wurzeln besitzen, so können p solcher Wurzelsysteme gebildet werden, wenn eine Wurzel, welche schon in irgend eines dieser Systeme aufgenommen wurde, aus jedem anderen ausgeschlossen wird. Diese Wurzelsysteme unterscheiden wir untereinander durch oben angefügte römische „*I, II, ... P*," und benennen sie nach diesem Index. Die einem und demselben Systeme angehörigen Wurzeln sind dann während des ganzen Integrationsprocesses als ein Complex zusammengehöriger Grössen aufzufassen.

In Art. 18 der (*A.*) ist gezeigt worden, dass die Gleichungen (13)

$$\frac{\delta\varphi}{\delta(\beta_1, \ldots \beta_q)} = \sum_{k=1}^{k=q} \mu_k [\beta_1, \ldots \beta_k - 1, \ldots \beta_q], \quad \beta_1 + \ldots + \beta_q = p \tag{13}$$

[1] Wegen der Bezeichnungen in diesem Art. vergl. (*A.*), IV. Abschnitt.

im Allgemeinen nicht gleichzeitig existiren können. Vielmehr lässt sich aus denselben ein Theil von solchen Gleichungen ausscheiden, welche untereinander verträglich sind und gestatten, die Grössen μ sowie die Factoren $[\beta_1, \ldots \beta_k - 1, \ldots \beta_q]$ zu berechnen. Hiebei ergibt sich, dass die Grössen $\mu_2, \mu_3 \ldots \mu_q$ ein Wurzelsystem der eben definirten Art constituiren müssen. Indem wir auf den Inhalt des vorigen Artikels zurückgreifen, sehen wir also, dass, wenn die gegebene Gleichung durch die Integrale des Systemes (11) und (12) überhaupt soll befriedigt werden können, dass dann zunächst der Complex der μ-Werthe mit einem der oben aufgestellten ρ Complexe von λ-Werthen zusammenfallen muss. Danach können also alle ρ Wurzelsysteme an Stelle der μ eingeführt werden.

Es ist nun möglich, dass bei einer bestimmten Auswahl dieser Wurzelsysteme die Gleichungen (13) für alle ρ Complexe von Wurzelwerthen sowie für alle Complexionen $(\beta_1, \ldots \beta_q)$ der ρ^{ten} Ordnung giltig sind. In diesem Falle lässt sich der Ausdruck

$$\sum \frac{\partial \varphi}{\partial(\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_q)} \xi_1^{\beta_1} \xi_2^{\beta_2} \ldots \xi_q^{\beta_q} \quad \text{[vergl. (A.) p. 81]}$$

in ρ lineare Factoren zerlegen, denn es ist dann:

$$\sum \frac{\partial \varphi}{\partial(\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_q)} \xi_1^{\beta_1} \xi_2^{\beta_2} \ldots \xi_q^{\beta_q} = \left(\sum_{\nu=1}^{\nu=q} \lambda_\nu' \xi_\nu\right)\left(\sum_{\mu=1}^{\mu=q} \lambda_\mu'' \xi_\mu\right) \ldots \ldots \left(\sum_{u=1}^{u=q} \lambda_u^{\rho} \xi_u\right) \tag{15}$$

und auf diesen Fall wollen wir uns, um einfacher im Ausdrucke bleiben zu können, vorderhand beschränken. Wir schliessen sonach von den folgenden Betrachtungen zunächst alle jene Probleme aus, bei welchen es keine Eintheilung der λ-Werthe im ρ Systeme gibt von der Beschaffenheit, dass die Zerlegung (15) stattfinde, es sind dies zugleich jene Gleichungen, bei denen die aus den Relationen (11) und (12) fliessenden Werthe der Parameter die gegebene Gleichung (2) Art. 8, nicht identisch erfüllen.

Dies vorangeschickt, ist nun das Differentialsystem:

$$D_1 x_k = \frac{dx_k}{dx_1} = \lambda_k', \quad k = 2, 3, \ldots q$$

$$D_1(\alpha_1, \ldots \alpha_k, \ldots \alpha_q) = \sum_{k=1}^{k=q} \lambda_k' (\alpha_1, \ldots \alpha_k + 1, \ldots \alpha_q), \quad \alpha_1 + \ldots + \alpha_k + \ldots + \alpha_q < \rho - 1 \tag{I}$$

$$\Sigma[\alpha_1, \ldots \alpha_2, \ldots \alpha_q] D_1(\alpha_1, \ldots \alpha_i + 1, \ldots \alpha_q) = -\frac{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}\right)}{\frac{\partial \varphi}{\partial(1)}}, \quad \alpha_1 + \ldots + \alpha_i + \ldots + \alpha_q = \rho - 1$$

zu integriren. Es enthält um

$$\binom{\rho + q - 1}{q - 1} - q$$

Gleichungen weniger als zu bestimmende Grössen und wird integrirt, indem alle Grössen ρ^{ter} Ordnung mit Ausnahme der einzifferigen $(1), (2), \ldots (q)$ als unbestimmte Functionen der Independenten x_1 angesehen werden. Die Integralgleichungen enthalten also diese unbestimmten Grössen nicht nur als Functionsargumente im gewöhnlichen Sinne, sondern auch unter Integralzeichen. Die unbestimmten Functionen müssen im Verlaufe der Rechnung so bestimmt werden, dass die Gleichungen:

$$\delta(\alpha_1, \ldots \alpha_k, \ldots \alpha_q) = \sum_{k=1}^{k=q} (\alpha_1, \ldots \alpha_k + 1, \ldots \alpha_q) \delta x_k, \quad \alpha_1 + \ldots + \alpha_k + \ldots + \alpha_q < \rho \tag{16}$$

x_1 nicht mehr enthalten, oder was dasselbe ist, dass die Ausdrücke

$$Z(\alpha_1, \ldots \alpha_q) = \sum_{k=1}^{k=q} [\lambda_k' \delta(\alpha_1, \ldots \alpha_k + 1, \ldots \alpha_q) - D_1(\alpha_1, \ldots \alpha_k + 1, \ldots \alpha_q) \delta x_k], \quad \alpha_1 + \ldots + \alpha_k + \ldots + \alpha_q = \rho - 1 \tag{17}$$

identisch den Werth Null annehmen. Man findet die allgemeinsten Werthe der unbestimmten Functionen durch eine Reihe von Operationen, welche in (*A.*) ausführlich beschrieben und dort als die Zerlegung der gegebenen Gleichung in ihre wesentlichen Integrale erster, zweiter Stufe u. s. w. bezeichnet worden sind. Die Annahmen, welche kurz vorher gemacht worden sind, haben zur Folge, dass die genannte Zerlegung durch alle Stufen hindurch ausgeführt werden kann. Denken wir uns die gegebene Differentialgleichung in ihre wesentlichen Integrale erster Stufe nach dem Systeme (I') zerlegt, diese in die wesentlichen Integrale zweiter Stufe nach dem Systeme $(I'-1)$ u. s. f., so gelangen wir schliesslich dahin, die Integrale der $(p-1)^{\text{ten}}$ Stufe in ihre wesentlichen Integrale p^{ter} Stufe nach dem Systeme (I) zu zerlegen. Diese letztgenannte Operation erfordert die Integration eines Differentialsystemes, welches so viel Gleichungen besitzt als zu bestimmende Grössen, also vollständig ist und insbesondere als eine Vervollständigung des oben angeführten unvollständigen Systemes (I) betrachtet werden kann. Betrachten wir die Integralgleichungen dieses Systemes in dem Zustande, in welchem sie unmittelbar aus der Integration hervorgehen, das heisst in dem Zustande, in welchem zwischen den Integrationsconstanten noch keine Relationen eingeführt worden sind, so besitzen wir in den Werthen, welche die bisher unbestimmten Funtionen in diesem Systeme erhalten, eben jene gesuchten Werthe, welche die Ausdrücke $Z(\alpha_1, \ldots \alpha_q)$ identisch zu Null machen. Setzt man also für die Grössen des Problemes, deren Werthe aus dem letzten Integralsysteme, so enthalten die Gleichungen (16) x_1 nicht mehr und die Integration derselben liefert die Relationen zwischen den Integrationsconstanten, welche das vorliegende Integralsystem in das definitive verwandeln. Es treten bei diesen Operationen p willkürliche Functionen ein und da hier allein Gelegenheit ist, willkürliche Functionen einzuführen, so ist klar, dass jedes particuläre Integrale durch Specialisirung dieser willkürlichen Functionen erreichbar sein muss. Es kann also auch ein jedes beliebig vorgegebene vollständige Integrale nur auf diesem Wege aus der allgemeinen Lösung abgeleitet werden.

Das definitive Integralsystem ist vermöge seiner Entstehung so beschaffen, dass durch Elimination der willkürlichen Bestandtheile nur Eine, und zwar die gegebene Differentialgleichung entstehen kann, und es behält diese Eigenschaft selbstverständlich auch dann bei, wenn an Stelle der willkürlichen Functionen concrete Functionen mit beliebig vielen Parametern eingesetzt werden. Es ist aber klar, dass im letzteren Falle, sobald irgend einer der eingeführten Parameter eliminirt wird, mit ihm zugleich eine gewisse Anzahl jener Parameter, welche derselben willkürlichen Function entspringen, zum Ausfall kommen muss, so dass sich die Anzahl der in einem vollständigen Integrale nothwendiger Weise enthaltenen Parameter auf die Anzahl der aus dem Integralsysteme überhaupt eliminirbaren Grössen reducirt. Da nun $q-1$ Gleichungen derselben die Grössen $w_2, \ldots w_q$ definiren, so können

$$\nu = \binom{p+q}{q} - 1$$

Parameter eliminirt werden und dies ist zugleich die Anzahl der in einem vollständigen Integrale nothwendig enthaltenen Parameter. Zugleich ist evident, dass ein auf solche Weise hergestelltes vollständiges Integrale ausser der gegebenen Gleichung keiner anderen von derselben oder von niederer Ordnung genügen kann, wenn man nur die Bedingung hinzufügt, dass die letztgedachte Gleichung andere Parameter als die in φ von vornherein vorkommenden nicht enthalten soll. Das Bestehen einer solchen Gleichung würde nämlich beweisen, dass für eine oder mehrere der willkürlichen Functionen Ausdrücke ohne willkürliche Parameter eingesetzt wurden, das erhaltene Integrale also wohl ein particuläres, aber kein vollständiges Integrale ist.

Was nun die im vollständigen Integrale enthaltenen Parameter betrifft, so ist klar, dass sie (in der Ausdrucksweise des Art. 3) variable Parameter sein müssen, da nur dann die Gleichungen (16) wirklich, wie die Theorie verlangen muss, integrabel sind.

Danach ist als ein vollständiges Integrale zu definiren: ein particuläres Integrale mit

$$\nu = \binom{p+q}{q} - 1$$

variablen Parameter, welches so beschaffen ist, dass durch dasselbe ausser der gegebenen Gleichung keine andere von derselben oder von niederer Ordnung befriedigt wird, es sei denn, dass sie Parameter enthalten würde, welche in der gegebenen Gleichung nicht vorhanden sind.

12.

Um nun aus einem vollständigen Integrale das allgemeine wieder zu finden, genügt es zu bemerken, dass die Gleichungen (11) und (12) Art. 10 ihrem Inhalte nach mit den Gleichungen (16) und (17) des vorigen Artikels zusammenfallen, wenn in ihnen die Grössen $\mu_2, \ldots \mu_q$ durch die Werthe $\lambda_2', \ldots \lambda_q'$ ersetzt worden sind.

In der That ist, wenn man die Verschiedenheit in der Bedeutung der Zeichen gehörig berücksichtigt, das $\delta(\alpha_1, \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q)$ des vorigen Artikels nichts anderes als der Ausdruck

$$\sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \delta c_i + \sum_{\rho=1}^{\rho=q} (\alpha_1, \ldots \alpha_\rho+1, \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q)\, \delta x_k$$

in den Zeichen des Art. 10, daher:

$$\sum_{k=1}^{k=q} \lambda_k' \delta(\alpha_1, \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q) = \sum_{k=1}^{k=q} \lambda_k' \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \delta c_i + \sum_{k=1}^{k=q} \lambda_k' \sum_{\rho=1}^{\rho=q} (\alpha_1, \ldots \alpha_\rho+1, \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q)\, \delta x_\rho$$

$$= \sum_{k=1}^{k=q} \lambda_k' \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_i+1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \delta c_i + \sum_{\rho=1}^{\rho=q} D_I(\alpha \ldots \alpha_\rho+1, \ldots \alpha_1)\, \delta x_\rho$$

und mit Rücksicht darauf, dass $D_I u$ in beiden Schreibweisen dieselbe Bedeutung hat,

$$\sum_{k=1}^{k=q} \{\lambda_k' \delta(\alpha_1, \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q) - D_I(\alpha_1, \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q)\, \delta x_k\}$$

$$= \sum_{i=1}^{i=\nu} \delta c_i \left\{ \frac{\partial(\alpha_1+1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} + \lambda_2' \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2+1, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} + \ldots + \lambda_q' \frac{\partial(\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_q+1)}{\partial c_i} \right\}.$$

Anderseits findet man sofort:

$$\delta(\alpha_1, \ldots \alpha_q) - \sum_{k=1}^{k=q} (\alpha_1, \ldots \alpha_k+1, \ldots \alpha_q)\, \delta x_k = \sum_{i=1}^{i=\nu} \frac{\partial(\alpha_1, \ldots \alpha_k, \ldots \alpha_q)}{\partial c_i} \delta c_i,$$

so dass in der That die Gleichungen (11) und (16) einerseits, sowie (12) und (17) anderseits ihrem Inhalte nach identisch sind.

Damit ist nachgewiesen, dass die Gleichungen (11) und (12), wenn sie aus einem vollständigen Integrale in dem oben definirtem Sinne entstanden sind, den Aufforderungen, welche an sie gestellt wurden, in allen in Rede stehenden Fällen genügen. Da nun die Gleichungen (11) und (12) kein x_1 mehr enthalten, so müssen alle aus den anderen Differentialsystemen herrührenden Bestandtheile entfallen sein und dieselben können nur Relationen zwischen den Constanten des Integralsystemes ρ^{ter} Stufe oder, was inhaltlich dasselbe ist, des Systemes (I) festsetzen, wie auch weiter oben bereits constatirt worden ist.

Das System (11), (12) ist ferner stets unbeschränkt integrabel und folgt dies aus seinem theoretischen Inhalte. Was nämlich zunächst die Gleichungen (11) betrifft, so sind sie, wie eben gezeigt, mit den (16) dem Inhalte nach identisch. Die letzteren enthalten kein x_1, sobald die unbestimmten Grössen durch ihre richtigen Werthe ersetzt worden sind; also kann man ihre Form auch vor der Bestimmung dieser Werthe angeben, falls man bei der Integration des Differentialsystemes ρ^{ter} Stufe die sogenannten Hauptintegrale einführt. Bezeichnet man jene Werthe, welche die Dependenten dieses Systemes für einen concreten, nicht singulären

Werth x_1^0 der Independenten x_1 annehmen, durch oben angefügte „^{0}“, so verwandeln sich die Relationen (16) in die folgenden:

$$\delta(\alpha_1, \ldots \alpha_k, \ldots \alpha_q)^0 = \sum_{k=2}^{k=q} (\alpha_1, \ldots \alpha_k + 1, \ldots \alpha_q)^0 \delta x_k^0, \quad \alpha_1 + \ldots + \alpha_k + \ldots + \alpha_q < p, \tag{18}$$

deren Integrale man ohne weiters angeben kann.

Setzt man nämlich:

$$\begin{pmatrix} i, 0, 0, \ldots 0 \\ 1, 2, 3, \ldots q \end{pmatrix}^0 = \Phi_i(x_2^0, x_3^0, \ldots x_q^0), \quad i = 0, 1, 2, \ldots, p-1,$$

wobei $\Phi_0, \Phi_1, \ldots \Phi_{p-1}$ willkürliche Functionsformen bedeuten, so wird:

$$\begin{pmatrix} i, \alpha_2, \ldots \alpha_q \\ 1, 2, \ldots q \end{pmatrix}^0 = \frac{\partial^{\alpha_2 + \ldots + \alpha_q} \Phi_i}{(\partial x_2^0)^{\alpha_2} \ldots (\partial x_q^0)^{\alpha_q}}, \quad i + \alpha_2 + \ldots + \alpha_q \leqq p, \tag{19}$$

durch welche Beziehungen alle Gleichungen (18) integrirt erscheinen. Doch bestimmen diese Integralgleichungen die Grössen $(\alpha_1, \ldots \alpha_k, \ldots \alpha_q)^0$ mit Hilfe von p willkürlichen Functionen, während sie der Theorie zufolge als Integrationsconstante des Systemes (I) nur Eine willkürliche Function enthalten sollen. Da nun in der Abhandlung (*A.*) auf einem Wege, der von dem hier gegenwärtigen Untersuchungen unabhängig ist, nachgewiesen wurde, dass die Gleichungen (17) stets gleichzeitig befriedigt werden können und dass, nachdem sie befriedigt worden sind, das System der (16) mit Hilfe einer einzigen willkürlichen Function integrirt werden kann, so schliessen wir hier umgekehrt, dass sich die Integralgleichungen des Systemes

$$0 = \sum_{k=1}^{k=q} \{\lambda_k^I \delta(\alpha_1, \ldots \alpha_k, \ldots \alpha_q) - D_I(\alpha_1, \ldots \alpha_k + 1, \ldots \alpha_q) \delta x_k\}^0 \tag{20}$$

auf $p-1$ Relationen zwischen den Functionen $\Phi_0, \Phi_1, \ldots \Phi_{p-1}$ reduciren lassen, durch deren Bestehen sodann nicht allein die (20) identisch erfüllt sind, sondern auch die (19) die geforderte Form erhalten. Damit ist der Beweis erbracht, dass das System (11) und (12) stets integrabel ist. Man wird zugleich bemerken, dass das Integralsystem in allen Fällen leicht gewonnen werden kann. Da nämlich das vorgelegte Integrale ein vollständiges Integrale ist, so muss es immer möglich sein, die Parameter $c_1, c_2, \ldots c_\nu$ und die Grössen $w_2, \ldots w_q$ durch die Anfangswerthe $(\alpha_1, \ldots \alpha_q)^0$, welche man füglich Hauptparameter nennen könnte und durch $x_2^0, \ldots x_q^0$ auszudrücken. Setzt man in diesen Bestimmungsgleichungen für die Hauptparameter deren eben ermittelten Werthe, so erhält man unmittelbar die Integralgleichungen des Systemes (16) und (17), resp. (11) und (12).

Trägt man bei den beschriebenen Operationen Sorge, ν von einander unabhängige Integrationsconstante $c_1', c_2', \ldots c_\nu'$ einzuführen (vergl. Art. 3), so geht durch Einführung der gewonnenen Werthe $\Im$ in eine Function von $x_1, \ldots x_q$; $c_1', c_2' \ldots c_\nu'$ über, welche in allen Fällen, die der am Eingange des Art. 11 gemachten Voraussetzung entsprechen, augenscheinlich wieder ein vollständiges Integrale der gegebenen Gleichung ist. Wiederholt man nun die ganze Rechnung, setzt jedoch an Stelle der $\mu_2, \ldots \mu_q$ das zweite Wurzelsystem $\lambda_2^{II}, \ldots \lambda_q^{II}$, so erhält man die willkürlichen Bestandtheile des zweiten Systemes und indem man so fortfährt, bis alle Wurzelsysteme erschöpft sind, schliesslich das allgemeine Integrale.

13.

Die Erfüllung der Gleichungen (16) und (17) ist eine für die Integration wesentliche Forderung; es kann kein Integrale gefunden werden, ohne dass diese Gleichungen befriedigt würden, und zwar ohne Rücksicht darauf, ob die Zerlegung (15) möglich ist oder nicht. Wir können daher die in den vorhergehenden Artikeln aufgestellten Begriffe auch auf die Fälle ausdehnen, die noch zu besprechen sind, das ist auf jene, bei welchen die genannte Zerlegung nicht möglich ist, und dies mit um so grösserer Berechtigung als die Unterscheidung in Gleichungen, welche diese Zerlegung gestatten, oder nicht gestatten, sich überhaupt nur auf die Art bezieht,

wie die Gleichungen (16) und (17) befriedigt werden können, die Möglichkeit ihrer Erfüllung hingegen gar nicht berührt. Besitzt man also ein Integrale einer gegebenen Gleichung, so ist von vornherein gewiss, dass die aus demselben abgeleiteten Gleichungen (11) und (12) jederzeit befriedigt werden können. Ist das betreffende Integrale das allgemeine, so sind sie identisch erfüllt; bei vollständigen Integralen können sie stets durch Beziehungen zwischen den Parametern allein befriedigt werden. Kann dies aber nur dadurch geschehen, dass man einige oder alle Parameter gleich constanten, keiner Variation fähigen Grössen setzt, so ist das vorliegende Integrale kein vollständiges Integrale und kann für uns keinen Gegenstand weiterer Untersuchung bilden. Diese Begriffsbestimmungen gelten also jetzt für alle Gleichungen ohne Unterschied.

Sei nun ein vollständiges Integrale gegeben und entwickeln wir die Gleichungen (11) und (12), so können diese nach denselben Principien wie früher behandelt werden. Setzt man also insbesondere für die Grössen p die λ-Werthe, welche einem beliebigen der p vorhandenen Wurzelsysteme — also etwa dem Systeme I — angehören, so ist es immer möglich, aus den Gleichungen (11) und (12) die Parameter $c_1, \ldots c_r$ als Functionen der Grössen $w_2^I, \ldots w_q$ und der Ableitungen einer willkürlichen Function Φ_0 dieser Grössen nach den Argumenten $w_2^I, \ldots w_q^I$ darzustellen, jedoch nur dann, wenn man hiebei die gegebene Gleichung unberücksichtigt lässt und nicht fordert, dass die für die Parameter folgenden Werthe zugleich der gegebenen Gleichung genügen sollen. Dies würde, wie in Art. 10 gezeigt worden, von vornherein einen Widerspruch involviren. Bestimmt man aber die Parameter unabhängig von der gegebenen Gleichung blos aus den Gleichungen (11) und (12) als Functionen von $w_2^I, \ldots w_q^I$, $\frac{\partial \Phi_0}{\partial w_2^I}, \ldots, \frac{\partial^r \Phi_0}{\partial (w_2^I)^{\rho_1} (\partial w_3^I)^{\rho_2} \ldots}$ und setzt diese Werthe in z ein, so erhält man einen Werth, welcher der gegebenen Gleichung nicht mehr identisch Genüge leistet. Diese verwandelt sich vielmehr in eine Bestimmungsgleichung für Φ_0, denn sie enthält, wie man aus den Formeln des Art. 10 unmittelbar erkennt, nur mehr die Grössen $w_2^I, \ldots w_q^I$ und die Ableitungen von Φ_0 nach diesen Grössen bis zur p^{ten} Ordnung und ist im Allgemeinen wieder eine Differentialgleichung p^{ter} Ordnung, welche jedoch nicht q, sondern nur mehr $q-1$ Independente enthält. Es ist daraus zu ersehen, dass die Integrale solcher Gleichungen, wie wir sie jetzt behandeln, willkürliche Functionen Φ_0, in welchen die Argumente $w_2^I, \ldots w_q^I$ untereinander unabhängig sind, im Allgemeinen nicht enthalten kann, dass vielmehr diese Argumente, wenn Φ_0 keiner Beschränkung in Hinsicht der Willkürlichkeit unterliegen soll, nur in festen, durch die eben erhaltene Bestimmungsgleichung bedingten Verbindungen in Φ_0 eintreten können.

Hierin stimmen die gegenwärtigen Ergebnisse mit den Resultaten der (A.) vollständig überein. Es ist aber ein Umstand nachzutragen, welcher besondere Aufmerksamkeit verdient und, um die Begriffe zu fixiren, zu nächst an einem speciellen Beispiele besprochen werden soll.

Betrachten wir also die Gleichung:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x_3^2} = 0, \tag{α}$$

deren allgemeines Integrale wegen der linearen Form der Gleichung (α) durch den Ausdruck:

$$z = \Phi(x_2 + ix_1,\ x_3 + ix_1) + \chi(x_3 + ix_2,\ x_1 + ix_2) + \Psi(x_1 + ix_3,\ x_2 + ix_3) \tag{1}$$

dargestellt werden kann, in welchem, wenn man kurz:

$$\begin{aligned} a &= x_2 + ix_1, \quad & b &= x_3 + ix_1 \\ a' &= x_3 + ix_2, \quad & b' &= x_1 + ix_2 \\ a'' &= x_1 + ix_3, \quad & b'' &= x_2 + ix_3 \end{aligned}$$

bezeichnet, die Functionen Φ, X, Ψ nur an die eine Bedingung:

$$0 = \frac{\partial \Phi}{\partial a \partial b} + \frac{\partial X}{\partial a' \partial b'} + \frac{\partial \Psi}{\partial a'' \partial b''} \tag{β}$$

gebunden sind. Will man nun den Φ, X, Ψ unbeschränkte Willkürlichkeit belassen, so kann diese Bedingung nur dann befriedigt werden, wenn einzeln

$$0 = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial a \partial b}, \quad 0 = \frac{\partial^2 X}{\partial a' \partial b'}, \quad 0 = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial a'' . \partial b''} \tag{γ}$$

gemacht wird. Dann hat z die Gestalt:

$$z = \Phi(a) + \Phi_1(b) + X(a') + X_1(b') + \Psi(a'') + \Psi_1(b''), \tag{δ}$$

worin nun $\Phi, \Phi_1, \ldots$ unbeschränkt willkürlich sind. Man kann jedoch die Bedingung (β) auch auf andere Art erfüllen, z. B. indem man setzt:

$$\Phi(a, b) = \sum_{i=0}^{i=n} A_i \frac{a^i}{i!} \cdot \frac{b^{n-i}}{(n-i)!}, \quad X(a', b') = \sum_{i=0}^{i=n'} A_i' \frac{(a')^i}{i!} \cdot \frac{(b')^{n'-i}}{(n'-i)!}, \quad \Psi'(a'', b'') = \sum_{i=0}^{i=n''} A_i'' \frac{(a'')^i}{i!} \cdot \frac{(b'')^{n''-i}}{(n''-i)!}, \tag{ε}$$

wo dann die Coëfficienten A_i, A_i', A_i'' gewissen aus (β) fliessenden Bedingungen unterworfen sind. Im letzten Falle hat man also Functionen aufgestellt, welche in der That in der durch (β) angegebenen Beziehung stehen.[1] Wenn wir auch vorläufig davon absehen, ob die Aufstellung solcher Integrale zweiter Art immer möglich ist, so ist doch klar, dass diese Integrale aus der Form (δ) nicht abgeleitet werden können, aus dem einfachen Grunde, weil im zweiten Falle die Functionen Φ, X, Ψ, wenn auch in gewissen Beziehungen in ihrer Willkürlichkeit eingeschränkt, so doch Funtionen je zweier Argumente sind, während das Integrale (δ) nur aus einer Summe von Functionen je eines Argumentes zusammengesetzt ist.

Bedenkt man nun, dass zwischen den Grössen w der verschiedenen Systeme vermöge ihrer Abstammung von den λ-Werthen, die ihrerseits wieder durch die Gleichungen

$$P_k(\omega_k) = 0$$

untereinander verbunden sind, nothwendig gewisse Beziehungen existiren müssen, so ist zu erwarten, dass sich bei jeder Gleichung, welche die Zerlegung (15) nicht zulässt, Integrale beider Arten werden aufstellen lassen. Da nun beide Arten aus der Formel (β) entspringen, diese also allgemeiner ist als jede der aus ihr gezogenen Arten von Integralen, so wird man die Gleichungen (1) und (β) als die allgemeine Lösung des Problems (α) ansehen müssen, oder allgemeiner zu sprechen:

> Das allgemeine Integrale solcher partieller Differentialgleichungen, welche die Zerlegung (15) nicht zulassen, wird dargestellt:
>
> 1. Durch eine Beziehung zwischen $z, x_1, \ldots x_q$, welche im Allgemeinen p nicht näher bestimmte Functionsformen enthält, die mit Ausnahme einer sub 2) erwähnten Bedingung weiter keiner Einschränkung unterworfen sind, und
> 2. Durch eine Bedingungsgleichung, welche stets als eine Verbindung mehrerer partieller Differentialgleichungen mit je q—1 Independenten dargestellt werden kann.

Nach dieser Definition ist unter anderem die auf Seite 102 der (1.) angegebene Lösung der Gleichung:

$$(300) + 2(210) - 2(201 - 5(120) - 19(111) - 5(102) - 6(030) - 9(021) + 10(012) + 6(003) = 0$$

nicht die allgemeine Lösung, da sie augenscheinlich nur den Charakter der Lösung (δ) besitzt.

Wenn man also bei der Integration der Gleichungen (11) und (12) wieder ν Integrationsconstanten einführt und mit deren Hilfe, wie schon mehrfach beschrieben, successive alle Wurzelsysteme in Rechnung zieht, so erhält man für z einen Ausdruck, welcher der gegebenen Gleichung nicht identisch genügt. Das Resultat

[1] Man erhält nach einigen leichten Reductionen die sogenannten „harmonischen Kugelfunctionen".

der Substitution dieses Werthes in die gegebene Gleichung gibt aber unmittelbar die Bedingung, welche den gefundenen Ausdruck für z zum allgemeinen Integrale macht.

14.

Die wirkliche Ausrechnung nimmt beispielsweise bei dem vorerwähnten Probleme folgenden Verlauf:
Die Gleichung:

$$(300)+2(210)-2(201)-5(120)-19(111)-5(102)-6(030)-9(021)+10(012)+6(003)=0$$

hat zunächst ein particuläres Integrale:

$$\begin{aligned} z = a_{000}&+a_{100}x_1+a_{010}x_2+a_{001}x_3+a_{200}x_1^2+2a_{110}x_1x_2+2a_{101}x_1x_3+a_{020}x_2^2+2a_{011}x_2x_3+a_{002}x_3^2+\\ &+a_{300}x_1^3+3a_{210}x_1^2x_2+3a_{201}x_1^2x_3+3a_{120}x_1x_2^2+6a_{111}x_1x_2x_3+3a_{102}x_1x_3^2+\\ &+a_{030}x_2^3+3a_{021}x_2^2x_3+3a_{012}x_2x_3^2+a_{003}x_3^3 \end{aligned}$$

mit

$$\binom{p+q}{q}-1=\binom{6}{3}-1=19$$

von einander unabhängigen Coëfficienten, man kann also versuchen, das allgemeine Integrale daraus abzuleiten. Führt man für die Wurzeln der Gleichungen:

$$P_2(\omega_2)=\omega_2^3-2\omega_2^2-5\omega_2+6=0, \quad P_3(\omega_3)=\omega_3^3+2\omega_3^2-5\omega_3-6=0$$

die Bezeichnung ein,

$$\lambda_2=\omega_2, \qquad \lambda_3=\omega_3,$$

so dass λ_2 im Verlaufe der Rechnung je nach Erforderniss einen der Werthe $1, 3, -2$; λ_3 einen der Werthe $-1, 2, -3$ annehmen kann und setzt:

$$w_2=x_2-\lambda_2x_1, \qquad w_3=x_3-\lambda_3x_1,$$

so erhält man für das Integrale, bezogen auf die Hauptparameter, die Form:

$$\begin{aligned} (000)=(000)_0&+x_1(100)_0+(x_2-w_2)(010)_0+(x_3-w_3)(001)_0+\frac{x_1^2}{2!}(200)_0+x_1(x_2-w_2)(110)_0+x_1(x_3-w_3)(101)_0\\ &+\frac{(x_2-w_2)^2}{2!}(020)_0+(x_2-w_2)(x_3-w_3)(011)_0+\frac{(x_3-w_3)^2}{2!}(002)_0+\frac{x_1^3}{3!}(300)_0+\frac{x_1^2}{2!}(x_2-w_2)(210)_0+\\ &+\frac{x_1^2}{2!}(x_3-w_3)(201)_0\\ &+x_1\frac{(x_2-w_2)^2}{2!}(120)_0+x_1(x_2-w_2)(x_3-w_3)(111)_0+x_1\frac{(x_3-w_3)^2}{2!}(102)_0+\frac{(x_2-w_2)^3}{3!}(030)_0+\\ &+\frac{(x_2-w_2)(x_3-w_3)}{2!\,1!}(021)_0\\ &+\frac{(x_2-w_2)(x_3-w_3)^2}{1!\,2!}(012)_0+\frac{(x_3-w_3)^3}{3!}(003)_0, \end{aligned}$$

und daraus der Reihe nach:

$$\begin{aligned} (100)=(100)_0&+x_1(200)_0+(x_2-w_2)(110)_0+(x_3-w_3)(101)_0+\frac{1}{2}\{x_1^2(300)_0+2x_1(x_2-w_2)(210)_0\\ &+2x_1(x_3-w_3)(201)_0+(x_2-w_2)^2(120)_0+2(x_2-w_2)(x_3-w_3)(111)_0+(x_3-w_3)^2(102)_0\} \end{aligned}$$

$$(010) = (010)_0 + x_1(110)_0 + (x_2 - w_2)(020)_0 + (x_3 - w_3)(011)_0 + \frac{1}{2}\{x_1^2(210)_0 + 2x_1(x_2 - w_2)(120)_0 +$$
$$+ 2x_1(x_3 - w_3)(111)_0 + (x_2 - w_2)^2(030)_0 + 2(x_2 - w_2)(x_3 - w_3)(021)_0 + (x_3 - w_3)^2(012)_0\}$$

$$(001) = (001)_0 + x_1(101)_0 + (x_2 - w_2)(011)_0 + (x_3 - w_3)(002)_0 + \frac{1}{2}\{x_1^2(201)_0 + 2x_1(x_2 - w_2)(111)_0 +$$
$$+ 2x_1(x^3 - w_3)(102)_0 + (x_2 - w_2)^2(021)_0 + 2(x_2 - w_2)(x_3 - w_3)(012)_0 + (x_3 - w_3)^2(003)_0\}$$

$$(200) = (200)_0 + x_1(300)_0 + (x_2 - w_2)(210)_0 + (x_3 - w_3)(201)_0$$
$$(110) = (110)_0 + x_1(210)_0 + (x_2 - w_2)(120)_0 + (x_3 - w_3)(111)_0$$
$$(101) = (101)_0 + x_1(201)_0 + (x_2 - w_2)(111)_0 + (x_3 - w_3)(102)_0$$
$$(020) = (020)_0 + x_1(120)_0 + (x_2 - w_2)(030)_0 + (x_3 - w_3)(021)_0$$
$$(011) = (011)_0 + x_1(111)_0 + (x_2 - w_2)(021)_0 + (x_3 - w_3)(012)_0$$
$$(002) = (002)_0 + x_1(102)_0 + (x_2 - w_2)(012)_0 + (x_3 - w_3)(003)_0.$$

Die Variationen dieser Gleichungen geben die bereits von Lagrange aufgestellten Gleichungen und aus den Variationen der sechs letzten Gleichungen folgen durch Differentiation die Gleichungen (12):

$$\begin{aligned}
0 &= \delta(300)_0 + \lambda_2\delta(210)_0 + \lambda_3\delta(301)_0 \\
0 &= \delta(210)_0 + \lambda_2\delta(120)_0 + \lambda_3\delta(111)_0 \\
0 &= \delta(201)_0 + \lambda_2\delta(111)_0 + \lambda_3\delta(102)_0 \\
0 &= \delta(120)_0 + \lambda_2\delta(030)_0 + \lambda_3\delta(021)_0 \\
0 &= \delta(111)_0 + \lambda_2\delta(021)_0 + \lambda_3\delta(012)_0 \\
0 &= \delta(102)_0 + \lambda_2\delta(012)_0 + \lambda_3\delta(003)_0,
\end{aligned} \qquad (12\,a)$$

welche, wie sofort zu sehen, durch Beziehungen zwischen den Parametern integrirt werden können. Das obige particuläre Integrale ist also ein vollständiges Integrale.

Setzt man nun:

$(000)_0 = \Phi_0$ und dem zufolge:

$$(010)_0 = \frac{\partial\Phi_0}{\partial w_2}, \quad (001)_0 = \frac{\partial\Phi_0}{\partial w_3^0};$$
$$(020)_0 = \frac{\partial^2\Phi_0}{\partial w_2^2}, \quad (011)_0 = \frac{\partial^2\Phi_0}{\partial w_2\,\partial w_3}, \quad (002) = \frac{\partial^2\Phi}{\partial w_3^2};$$
$$(030)_0 = \frac{\partial^3\Phi_0}{\partial w_2^3}, \quad (021)_0 = \frac{\partial^3\Phi_0}{\partial w_2^2\,\partial w_3}, \quad (012)_0 = \frac{\partial^3\Phi_0}{\partial w_2\,\partial w_3^2}, \quad (003)_0 = \frac{\partial^3\Phi_0}{\partial w_4^3};$$

ferner $(100)_0 = \Phi_1$, also,

$$(110)_0 = \frac{\partial\Phi_1}{\partial w_2}, \quad (101)_0 = \frac{\partial\Phi_1}{\partial w_3}$$
$$(120)_0 = \frac{\partial^2\Phi_1}{\partial w_2^2}, \quad (111)_0 = \frac{\partial^2\Phi_1}{\partial w_2\,\partial w_3}, \quad (102)_0 = \frac{\partial^2\Phi_1}{\partial w_3^2};$$

und endlich $(200)_0 = \Phi_2$, wonach

$$(210)_0 = \frac{\partial\Phi_2}{\partial w_2}, \quad (201) = \frac{\partial\Phi_2}{\partial w_2},$$

so können die Gleichungen (12_α) in die Form gebracht werden:

$$(300) + \lambda_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial w_2} + \lambda_3 \frac{\partial \Phi_2}{\partial w_3} = \alpha$$

$$\frac{\partial}{\partial w_2}\left[\Phi_2 + \lambda_2 \frac{\partial \Phi_1}{\partial w_2} + \lambda_3 \frac{\partial \Phi_1}{\partial w_3}\right] = \alpha'$$

$$\frac{\partial}{\partial w_3}\left[\Phi_2 + \lambda_2 \frac{\partial \Phi_1}{\partial w_2} + \lambda_3 \frac{\partial \Phi_1}{\partial w_3}\right] = \alpha''$$

$$\frac{\partial^2}{\partial w_2^2}\left[\Phi_1 + \lambda_2 \frac{\partial \Phi_0}{\partial w_2} + \lambda_3 \frac{\partial \Phi_0}{\partial w_3}\right] = \alpha'''$$

$$\frac{\partial^2}{\partial w_2 \partial w_3}\left[\Phi_1 + \lambda_2 \frac{\partial \Phi_0}{\partial w_2} + \lambda_3 \frac{\partial \Phi_0}{\partial w_3}\right] = \alpha^{(IV)}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial w_3^2}\left[\Phi_1 + \lambda_2 \frac{\partial \Phi_0}{\partial w_2} + \lambda_3 \frac{\partial \Phi_0}{\partial w_3}\right] = \alpha^{(V)},$$

worin die α constante Grössen sind, deren Variation δ verschwindet. Diese Gleichungen lassen sich also in der That auf zwei Relationen zwischen den Functionen Φ_0, Φ_1, Φ_2 reduciren, vermöge welcher alle von diesen Functionen herrührenden Bestandtheile durch Φ_0 und dessen Ableitungen dargestellt werden können

Man kann also setzen:

$$\Phi_1 + \lambda_2 \frac{\partial \Phi_0}{\partial w_2} + \lambda_3 \frac{\partial \Phi_0}{\partial w_3} = \mathfrak{A}, \quad \Phi_2 + \lambda_2 \frac{\partial \Phi_1}{\partial w_2} + \lambda_3 \frac{\partial \Phi_1}{\partial w_3} = \Psi$$

wo dann

$$\delta \frac{\partial^2 \mathfrak{A}}{\partial w_2^2} = \delta \frac{\partial^2 \mathfrak{A}}{\partial w_2 \partial w_3} = \delta \frac{\partial^2 \mathfrak{A}}{\partial w_3^2} = \delta \frac{\partial \Psi}{\partial w_2} = \delta \frac{\partial \Psi}{\partial w_3} = 0$$

sein muss.

Mit der Abkürzung

$$\lambda_2 \frac{\partial U}{\partial w_2} + \lambda_3 \frac{\partial U}{\partial w_3} = \Delta U$$

folgt

$$\Phi_1 = -\Delta \Phi_0 + \mathfrak{A}, \quad \Phi_2 = \Delta^2 \Phi_0 - \Delta \mathfrak{A} + \Psi, \quad (300) = \alpha - \Delta^3 \Phi_0 + \Delta^2 \mathfrak{A} - \Delta \Psi,$$

und endlich, indem man in dem angegebenen Werthe von (000) die w und die Hauptparameter durch ihre Werthe ersetzt,

$$z = (000) = \Phi_0 + x_1 \mathfrak{A} + \frac{x_1^2}{2!}\{\Delta \mathfrak{A} + \Psi\} + \frac{x_1^3}{3!}\{\Delta^2 \mathfrak{A} + 2\Delta \Psi + \alpha\}.$$

Setzt man nun, unter $(\alpha, \beta, \gamma)'$ neue Parameter verstehend:

$$\mathfrak{A} = (100)_0' + \lambda_2 (010)_0' + \lambda_3 (001)_0'$$

$$\Psi = (200)_0' + 2\lambda_2 (110)_0' + 2\lambda_3 (101)_0' + \lambda_2^2 (020)_0' + 2\lambda_2 \lambda_3 (011)_0' + \lambda_3^2 (002)'$$

$$\alpha = (300)_0' + 3\lambda_2 (210)_0' + 3\lambda_3 (201)_0' + 3[\lambda_2^2 (120)_0' + 2\lambda_2 \lambda_3 (111)_0' + \lambda_3^2 (102)_0'|$$
$$+ \lambda_2^3 (030)_0' + 3\lambda_2^2 \lambda_3 (021)_0' + 3\lambda_2 \lambda_3^2 (012)_0' + \lambda_3^3 (003)_0',$$

so erhält man ein neues vollständiges Integrale, welches, abgesehen von dem hinzu gekommenen Gliede Φ_0 der Form nach mit dem früheren zusammenfällt. Man erhält also, wenn man dieselben Wurzelsysteme aufstellt, wie in (*A.*)

$$(000) = \Phi(x_2 - x_1,\ x_3 + x_1) + \mathrm{X}(x_2 - 3x_1,\ x_3 - 2x_1) + \Psi(x_2 + 2x_1,\ x_3 + 3x_1)$$

$$0 = 2\frac{\partial^3\Phi}{(\partial\omega_2^I)^2\partial\omega_3^I} - \frac{\partial^2\Phi}{\partial\omega_2^I(\partial\omega_3^I)^2} + 10\frac{\partial^3\mathrm{X}}{(\partial\omega_2^{II})^2\partial\omega_3^{II}} + 11\frac{\partial^3\mathrm{X}}{\partial\omega_2^{II}(\partial\omega_3^{II})^2}$$

$$- 10\frac{\partial^3\Psi}{(\partial\omega_2^{III})^2\partial\omega_3^{3III}} - 9\frac{\partial^3\Psi}{\partial\omega_2^{III}(\partial\omega_3^{III})^2}$$

als allgemeines Integrale der gegebenen Gleichung.

DER INTEGRATOR DES PROF. DR. ŻMURKO

IN

SEINER WIRKUNGSWEISE UND PRAKTISCHEN VERWENDUNG.

DARGESTELLT VON

KARL SKIBIŃSKI,

INGENIEUR UND PRIVATDOCENT AN DER K. K. TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN LEMBERG

(Mit 2 Tafeln und 18 Holzschnitten.)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 1. JULI 1886.

Einleitung.

Zu einer verzeichneten Curve, deren Gleichung durch $y = f(x)$ gegeben ist, lässt sich immer eine andere Curve verzeichnen, deren Ordinaten gewissen Integralen der $f(x)$ proportional sind; diese zweite Curve nennen wir die Integralcurve der ersteren.

Der Zusammenhang zwischen der ursprünglich gegebenen Curve und ihrer Integralcurve, wie auch eine Methode der Verzeichnung der letzteren aus der ersteren wurden von Dr. Żmurko schon im Jahre 1861 gegeben und in seinem im Jahre 1864 erschienenen Werke über Mathematik veröffentlicht. Der Autor verwendet diese Methode der Verzeichnung der Integralcurven unter Anderem zur Bestimmung der Natur der Wurzeln der Gleichungen höheren Grades.

Es sei bei dieser Gelegenheit constatirt, wie fälschlich englische Autoren die erste Behandlung dieses Gegenstandes in einer eilf Jahre später (1872) erschienenen Abhandlung des Herrn Solin in Prag zu finden meinen.

Auf Grund der oberwähnten Methode ist es dem Herrn Abakanowicz in Lemberg gelungen, eine Vorrichtung zu erfinden, welche die Integralcurve mechanisch verzeichnet; diese Vorrichtung basirt auf einem Schraubenbolzen mit veränderlichem Gewinde. Sie wurde in einer im Jahre 1880 erschienenen Broschüre eingehend beschrieben, und erscheint jetzt namhaft verbessert als Integraph von Napoli und Abakanowicz.[1]

Der hier zur Besprechung gelangende Integrator des Dr. Żmurko, zu dem das Project schon im Jahre 1881 gezeichnet wurde, benützt als einen Bestandtheil seines Mechanismus einen drehbaren Tisch mit einer auf ihm und mit ihm beweglichen Rolle, ähnlich wie es Wetli in seinem Momentenplanimeter verwendet.

[1] Comptes rendus hebd. des séances de l'Académie des sciences, Nr. 11, 1885.

Dieser Integrator zeichnet sich von anderen derartigen Instrumenten dadurch aus, dass er bei verhältnissmässig einfacher Construction und leichter Handhabung eine mehrfache Verwendung zulässt, indem er ausser der Integralcurve von der Form

$$\text{I.} \quad \int x^n f(x)\,dx,$$

welche die bis jetzt bekannten Vorrichtungen liefern, auch noch — durch entsprechende Einstellung des Instrumentes — Curven von der Form

$$\text{II.} \quad \int x^n f'(x)\,dx = \int x^n\,dy \quad \text{und} \quad \text{III.} \quad \int \frac{f(x)\,dx}{x^n}$$

zu verzeichnen im Stande ist. Es sind somit in diesem Integrator so zu sagen drei verschiedene Instrumente vereinigt, denen wir die Namen: I. Gewöhnlicher Integrator, II. directer Momentenintegrator und III. inverser Momentenintegrator beilegen.

In der folgenden Abhandlung beabsichtige ich die Theorie dieses interessanten Instrumentes zu geben, wie auch dessen praktische Verwendung, insbesondere in den Ingenieurwissenschaften zu besprechen.

Beschreibung des Instrumentes.[1]

(Fig. 1 perspectivische Ansicht, Fig. 2 Grundriss, auf besonderen Tafeln.)

Ein schweres Lineal L mit den Pratzen L' bildet die Stütze. In der Nuth n, welche in der ganzen Länge des Lineals eingearbeitet ist, kann sich die starke Platte T mittelst zweier Rädchen R verschieben; den dritten Stützpunkt bildet für die Platte das an ihrer Achse O lose ansitzende Röllchen a, indem die ganze Vorrichtung mit einem geringen Übergewichte das Röllchen an die seitliche Wand des Lineals L andrückt. Das mit der Achse mittelst einer starken Feder verbundene Röllchen b soll das Umkippen der Platte nach der entgegengesetzten Seite verhüten.

In fester Verbindung mit der Achse O befindet sich etwas oberhalb der Platte T eine runde Tischplatte P und unterhalb T die Rolle r_4 mit zwei Nuthen, von denen die eine den mit dem Lineal L fest verbundenen Draht D_3 aufnimmt, wodurch bei der Bewegung der Platte T längs dem Lineale L die Tischplatte P in Drehung versetzt wird, die andere ist bestimmt, nöthigenfalls den Draht D_7 aufzunehmen.

An der Platte T sind zwei Rahmen mit den Führungsrollen m_1 befestigt, zwischen welchen das Lineal L_1 gleitet. Dieses Lineal trägt an seinem Ende den Umfahrungsstift s. Mit dem Lineale sind die Drähte D_1, D_6 oder D_7 verbunden, deren beliebige Anspannung durch Spannschräubchen bewirkt wird. Der Draht D_1 ist um die Rolle r_1 umwickelt; der Draht D_7 kann nöthigenfalls die Rolle r_4, der Draht D_6 dagegen ein kleineres, an derselben Achse mit r_4 ansitzendes Röllchen umspannen.

Parallel zum Lineale L_1 ist ein eben so adjustirtes Lineal L_4 angebracht, welches zur Führung des um die Rolle r_5 umwickelten Drahtes D_4 dient. Dieses Lineal trägt den Zeichenstift S.

An einer gemeinschaftlichen, an die Platte T befestigten Achse sind die beiden Rollen r_1 und r_2 angebracht; um r_2 ist der Draht D_2 umwickelt, welcher von dem zwischen den Führungsrollen m_2 gleitenden Lineale L_2 geführt wird.

In den Zwischenstücken c ist der Rahmen B derart zwischen Spitzen gefasst, dass er gezwungen ist, die Bewegungen des Lineals L_2 mitzumachen, und dass er eine kleine Drehung um die Spitzen gestattet. Im Rahmen B ist ebenfalls zwischen Spitzen die Achse A gefasst, welche an ihrem Ende das Röllchen r_3 trägt; dieses Röllchen wird durch das Gewicht des Rahmens an die Tischplatte angedrückt.

Mit dem Cylinder z, welcher die Achse A lose umfasst, ist die Rolle r_5 fest verbunden; der Cylinder ist derart construirt, dass er zwischen den Führungsrollen m_5 die Achse A während ihrer Längsbewegung frei durchlässt, ohne diese Bewegung mitzumachen, jedoch die Drehung um ihre Längsachse mitmacht.

---

[1] Das erste Exemplar, welches mir zum Studium überlassen wurde, ist bei dem renommirten Mechaniker G. Coradi in Zürich höchst exact und elegant ausgeführt. Die Veröffentlichung erfolgt mit Erlaubniss des Erfinders, durch welchen der Integrator bezogen werden kann.

Das Anziehen des Schräubchens d bezweckt eine kleine Drehung nach oben des Rahmens B um die Spitzen, wodurch man das Röllchen r_3 ausser Contact mit der Tischplatte bringen kann.

Der oberhalb des Lineals L an ihm befestigte Draht D_3 kann nöthigenfalls (für eine andere Art der Einstellung) um die Rolle r_1 umwickelt werden.

Wie aus der Beschreibung ersichtlich, bildet die Platte T einen Wagen, welcher sammt der Tischplatte, den Linealen und dem Rahmen B in der Nuth n vermittelst der Räder R und der Rolle a sich fortbewegen lässt.

Für die exacte Wirkungsweise des Instrumentes ist es erforderlich, dass die Achse A zur Nuth n genau parallel ist, und dass die Lineale L_1 und L_4 eine dazu senkrechte Lage besitzen; die genaue Einstellung auf diese Richtungen lässt sich durch Correctionsschräubchen erreichen.[1]

Das Instrument kann auf zwei verschiedene Arten eingestellt werden, welche drei verschiedene Wirkungsweisen gestatten.

Wirkungsweise des Integrators.

Nr. 1. Erste Art der Einstellung. Gewöhnlicher Integrator. Es kommen nur drei Drähte zur Wirkung, nämlich der Draht D_1, welcher um die Rolle r_1 umwickelt ist, ferner D_3 um r_4 und D_4 um r_5 umwickelt. Hiebei ist s der Umfahrungsstift und S der Zeichen- oder Integralstift.

Die Wirkungsweise werden wir am besten aus der in Fig. 2 dargestellten Draufsicht entnehmen können. Das Achsensystem für die gegebene Curve D, wie auch für die zu verzeichnende Integralcurve J nehmen wir so an, dass die x-Achse zum Lineal LL, oder eigentlich zur Nuth, in welcher sich der Wagen bewegt, parallel wird; die y-Achse erscheint dann senkrecht darauf und parallel zu den Linealen L_1 und L_4. Diese letzteren müssen sonach zur Nuthlinie genau senkrecht stehen — eine Bedingung, welche, wie schon früher erwähnt wurde, sich leicht erreichen lässt.

Nr. 2. Verschiebt man den Umfahrungsstift s in der Richtung der y nach oben um dy, so dreht sich die Rolle r_1 um einen Winkel $d\varphi$ in der mit dem Pfeil angegebenen Richtung, wobei sich von ihrem Umfange ein Element des Drahtes D_1 abwickelt, dessen Länge $r_1 d\varphi = dy$ ist, wenn mit r_1 zugleich der Halbmesser der Rolle bezeichnet wird. Hieraus ergibt sich die Grösse des Drehungswinkels

$$d\varphi = \frac{dy}{r_1}.$$

Um denselben Winkel dreht sich auch die Rolle r_2 und verschiebt bei dieser Drehung die Achse A sammt der Rolle r_3 in der Richtung von links nach rechts. Die Entfernung ρ der Mittellinie der Rolle r_3 von der Mitte O der Tischplatte ändert sich dadurch um

$$d\rho = r_2 d\varphi = \frac{r_2}{r_1} dy \quad \ldots\ldots \text{I.}$$

Integrirt man beide Seiten dieser Gleichung, so erhält man

$$\rho = \frac{r_2}{r_1}(y + C) \quad \ldots\ldots \text{I}a.$$

Da die Achse A keine Drehung um ihre Längsachse erfahren hat, so bleiben die Tischplatte, die Rolle r_5 und der Integralstift S in Ruhe. Es wird somit durch die Verschiebung des Umfahrungsstiftes in der Richtung der y blos eine Änderung der Länge ρ bewirkt, der Zeichenstift verbleibt hiebei in Ruhe.

[1] Die Vorrichtung ist derart adjustirt, dass die Achse A und somit auch das Röllchen r_3 genau über die Mitte der Tischplatte gleiten; dies ist jedoch nur für die zweite Art der Einstellung erforderlich. (Siehe Nr. 7.)

Nr. 3. Verschiebt man den Umfahrungsstift in der Richtung der x-Achse nach rechts um dx, so erleidet dieselbe Verschiebung der ganze Wagen und mit ihm der Integrator S. Hiebei rollt die Rolle r_4 längs D_3 um dx und erfährt eine Drehung um den Winkel $d\psi$, dessen Grösse bestimmt ist durch

$$d\psi = \frac{dx}{r_4}.$$

Um denselben Winkel dreht sich die Platte P und mit ihr die Rolle r_3, deren Umfang den Weg

$$\rho d\psi = \rho \frac{dx}{r_4}$$

beschreibt. Die Rolle r_3, die Achse A und somit auch die Rolle r_5 erleiden eine Drehung um

$$d\varepsilon = \frac{\rho d\psi}{r_3} = \frac{\rho dx}{r_3 r_4}$$

und es wickelt r_5 eine Drahtlänge $r_5 d\varepsilon$ ab, welche gleich ist der zur y-Axe parallelen Verschiebung dY' des Integrators.[1] Wir erhalten somit

$$dY' = r_5 d\varepsilon = \frac{r_5}{r_3 r_4} \rho dx \ldots\ldots \text{II.}$$

Bei der Verschiebung des Umfahrungsstiftes um $\pm dx$ verschiebt sich daher der Integrator um $\pm dx$ und um dY', dessen Werth aus Formel II zu entnehmen ist, und dessen Zeichen sich sowohl nach ρ als nach dx richtet.

Nr. 4. Setzt man den in Gleichung I a erhaltenen Werth für ρ in Gleichung II ein, so erhält man

$$dY' = \frac{r_2 r_5}{r_1 r_3 r_4}(y + C)dx \ldots\ldots \text{III.}$$

Integrirt man beide Seiten dieser Gleichung, so erhält man schliesslich den Werth der Ordinate Y' der Integralcurve

$$Y' = \frac{1}{c}\int (y + C)dx \ldots\ldots \text{IV.}$$

worin

$$\frac{r_1 r_3 r_4}{r_2 r_5} = c \ldots\ldots \text{V.}$$

gesetzt wurde.

Die Integralconstante fällt in Formel IV weg, wenn, wie das fast immer geschehen wird, der Ursprung des Coordinatensystems für die Integralcurve in ihren Anfangspunkt verlegt wird.

Nr. 5. Aus Nr. 2 ist ersichtlich, dass die Grösse ρ von der Höhenlage (in der Richtung der y) des Umfahrungsstiftes abhängig ist. Benennen wir nun diese Stellung, bei welcher $\rho = 0$, wenn nämlich die Rolle r_3 die Mitte O der Tischplatte berührt, die Nullstellung des Instrumentes; benennen wir ferner diejenige Parallele zur x-Achse, welche der Umfahrungsstift bei dieser Stellung beschreibt, die Nullachse $x_0 x_0$, so ist für diese Achse y und somit auch $C = 0$. Für jede andere Lage der x-Achse würde ρ einen gewissen Werth ρ_0 annehmen, und C würde offenbar gleich sein der Entfernung dieser Achse von der Nullachse. Nennen wir diese Entfernung Y_0, so wird ganz allgemein

$$Y' = \frac{1}{c}\int (y + Y_0)dx = \frac{1}{c}\left[Y_0 x + \int y dx\right]. \quad \ldots \text{VI.}$$

Hiebei ist Y_0 positiv oder negativ, je nachdem die x-Achse oberhalb oder unterhalb der Nullachse gelegen ist.

---

[1] Ob die Verschiebung des Stiftes S nach oben oder nach unten erfolgt, hängt davon ab, ob die Rolle r_3 rechts oder links von O sich befindet.

Bezieht man die Ordinaten y der gegebenen Curve auf die Nullachse, so wird

$$Y' = \frac{1}{c} \int y dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{VI } a.$$

Nr. 6. Betrachten wir die Constante c, welche durch Formel V bestimmt ist. Aus lauter Rollenhalbmessern gebildet, ist sie einem jeden Exemplare eigen, ist demnach eine Instrumentconstante und kann im Vorhinein eine zweckentsprechende Grösse erhalten. In dem ersten Exemplare wurden die Verhältnisse der Rollenhalbmesser so gewählt, dass $c = 4^{cm}$ wird, und ist dieser Werth für die meisten Anwendungen zweckentsprechend.[1]

Wie aus Formel VI ersichtlich, muss die Ordinate Y' der Integralcurve mit dieser Constanten multiplicirt werden, um das Integral zu liefern; ebenso müssen, wie sich später zeigen wird, die Ordinaten der zweiten und dritten Integralcurve mit c^2, resp. c^3 multiplicirt werden. Diese Multiplicationen kann man leicht umgehen, wenn man sich ein für allemal Massstäbe construirt, deren Einheiten die Grössen $\frac{1}{c}, \frac{1}{c^2}, \frac{1}{c^3}$ haben, wenn etwa c in Centimetern ausgedrückt wurde. Misst man dann die Ordinaten der entsprechenden Integralcurven auf diesen Massstäben, so ist das Resultat der Messung in cm, bez. cm^2 und cm^3 zu verstehen.

Nr. 7. Zweite Art der Einstellung. Löst man die Verbindung zwischen dem Lineale L_1 und der Rolle r_1 (Taf. II) und umwickelt dafür den Draht D_7 um die Rolle r_4 (oder auch D_6 um eine kleinere, an derselben Achse mit r_4 ansitzende Rolle); löst man ferner die Verbindung von r_4 mit D_3 und umwickelt den Draht D_5 um die Rolle r_1, so erhält man das Instrument auf die zweite Art eingestellt.

Nr. 8. Erste Wirkungsweise. Der inverse Momentenintegrator. Hiefür werden die Stifte verwechselt, so dass jetzt S der Umfahrungsstift, s dagegen der Zeichen- oder Integralstift ist.

Verschiebt man S um dy in der Richtung von LL weg, so erfährt die Rolle r_3 eine Drehung um einen Winkel

$$d\varphi = \frac{dy}{r_5},$$

um welchen sich auch A und die Rolle r_3 umdrehen. So lange nun diese letztere sich in der Mitte der Tischplatte befindet (Nullstellung des Instrumentes), so lange wird sich diese Drehung weder der Tischplatte, noch der Rolle r_4 mittheilen — der Integratorstift verbleibt somit in Ruhe; hat jedoch die Rolle r_3 eine gewisse Entfernung ρ von O erlangt, so wird bei der Drehung von r_3 um $d\varphi$ die Tischplatte sammt der Rolle r_4 eine Drehung um $d\psi$ im angezeigten Sinne erfahren, deren Grösse sich leicht aus der Bedingung bestimmen lässt, dass

$$\rho d\psi = r_3 d\varphi = \frac{r_3}{r_5} dy$$

sein muss. Hieraus bestimmt sich

$$d\psi = \frac{r_3}{r_5} \cdot \frac{dy}{\rho}.$$

Die Rolle r_4 verschiebt hiebei den Stift s in der y-Achse und im Sinne gegen LL (siehe Fussnote zu Nr. 3) um

$$dY = r_4 d\psi = \frac{r_3 r_4}{r_5} \cdot \frac{dy}{\rho} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad a.$$

Verschiebt man S um dx z. B. nach rechts, so macht der ganze Wagen sammt dem Stifte s diese Bewegung mit. Der entsprechende Drehungsantheil der Rollen r_1 und r_2 ist $d\varepsilon = \frac{dx}{r_1}$, wobei r_2 eine Verschiebung der Rolle r_3 im Bewegungssinne von S um

$$d\rho = r_2 d\varepsilon = \frac{r_2}{r_1} dx$$

bewirkt.

[1] Über die genaue Bestimmung der Instrumentconstante siehe Nr. 25.

Nr. 9. Beschreibt S ein Curvenelement, so treten beide vorher besprochene Bewegungen ein. Aus der letzten Gleichung erhält man durch Integration

$$\rho = \frac{r_2}{r_1}(x + C) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad b.$$

Geht man bei der Umfahrung der gegebenen Curve von der Nullstellung [1] aus, so ist für $x = 0$ auch $\rho = 0$, somit fällt die Constante C weg und es wird ρ dem x direct proportional, nämlich

$$\rho = \frac{r_2}{r_1} x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad bb.$$

Setzt man diesen Werth in Gleichung a ein, so wird

$$dY = \frac{r_1 r_3 r_4}{r_2 r_5} \cdot \frac{dy}{x} = c \cdot \frac{dy}{x}.$$

Der Coëfficient c ist, wie ersichtlich, dieselbe Instrumentconstante, die wir beim gewöhnlichen Integrator kennen lernten. [2]

Die letzte Gleichung kann man auch in nachstehender Form schreiben:

$$dY = c \cdot \frac{dy}{x} = c \cdot \frac{\frac{dy}{dx}}{x} dx = c \cdot \frac{y' dx}{x},$$

worin $y' = f'(x)$ den ersten Differentialquotienten der gegebenen $f(x)$ bedeutet.

Integrirt man beide Seiten dieser Gleichung, so erhält man schliesslich

$$Y = c \cdot \int \frac{y' dx}{x} + C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad c.$$

Nr. 10. Wollte man statt y' die gegebene Function y im obigen Ausdrucke haben, so müsste man vorerst mit dem gewöhnlichen Integrator zur gegebenen Curve die Integralcurve verzeichnen, sonach mit dem inversen Integrator diese Integralcurve umfahren. Die erste Integralcurve liefert Ordinaten, deren Grösse (nach Gleichung VI a)

$$Y' = \frac{1}{c} \int y \, dx.$$

Umfährt man diese Integralcurve bei der zweiten Art der Kuppelung, so erhält man eine neue Integralcurve, deren Ordinaten nach Gleichung c

$$Y = c \int \frac{dY'}{dx} \cdot \frac{dx}{x} + C.$$

Setzt man hierin nach Gleichung VI a den Werth

$$\frac{dY'}{dx} = \frac{1}{c} y,$$

so erhält man

$$Y = \int \frac{y \, dx}{x} + C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad d.$$

Hiebei ist Y auf demselben Massstabe zu messen, welcher für die Verzeichnung der gegebenen Curve verwendet wurde.

---

[1] Hier entspricht der Nullstellung ($\rho = 0$) nicht wie vorhin eine horizontale, sondern eine verticale Gerade, nämlich die Nullordinate y_0. Die Auffindung ihrer Lage geschieht auf ähnliche Art wie die Bestimmung der Nullachse in Nr. 17.

[2] Die Instrumentconstante ändert sich jedoch, wenn statt D_7 der Draht D_6 mit der kleineren Rolle (siehe Nr. 7) zur Verwendung kommt; es ist nämlich im Werthe für c statt r_4 der Halbmesser der kleineren Rolle einzusetzen.

Umfährt man die eben erhaltene Curve nochmals, so verzeichnet der Integratorstift eine Curve, deren Ordinaten den Werth

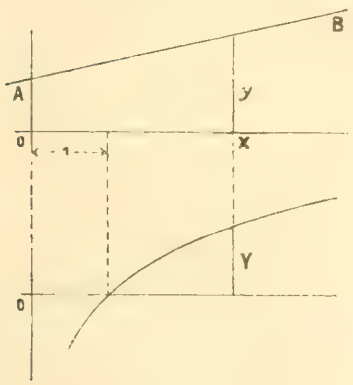
$$c \cdot \int \frac{y}{x^2} dx + C$$

erhalten. Bei jeder weiteren, in dieser Weise erhaltenen Curve wachsen die Potenzen von x und von c.

Nr. 11. Um die Anwendung der Formel c an einem Beispiele zu erläutern, wählen wir eine gerade Linie, welche wir auf die zweite Art umfahren wollen. Ist die Gleichung der gegebenen Geraden AB in Fig. 3 [1]

$$y = \beta x + b$$

Fig. 3.



und wird, der Bedingung in Nr. 9 entsprechend, die Anfangsordinate in die der Nullstellung ($\rho = 0$) entsprechende Nullordinate verlegt, so wird beim Umfahren der Geraden der Integrator die Curve

$$Y = c \cdot \int \frac{\beta dx}{x} + C = c\beta \log \text{nat } x + C$$

verzeichnen. Umfährt man z. B. das Stück der Geraden zwischen $x = 1$ und $x = x$, so erhält man

$$Y = c\beta \log \text{nat } \frac{x}{1}.$$

Wählt man noch $\beta = \frac{1}{c}$ und misst Y auf einer Scala, deren Einheit gleich $\frac{1}{c}$, so wird der Werth für Y direct den log nat der Zahl darstellen.

Es ist somit der inverse Integrator ein Logarithmograph.

Nr. 12. Zweite Wirkungsweise. Der directe Momentenintegrator. Eine andere Wirkungsweise des Integrators erhält man, wenn man bei derselben (zweiten) Art der Einstellung die Stifte so verwechselt, dass s der Umfahrungs- und S der verzeichnende Integratorstift wird.

Behält man dieselben Bezeichnungen wie vorhin bei, so ist leicht einzusehen, dass der Zusammenhang zwischen x und ρ derselbe bleibt, dass somit wie vorhin

$$\rho = \frac{r_2}{r_1}(x + C) \quad \ldots \ldots \quad b$$

wird. Auch entspricht der Länge x der gegebenen Curve die gleiche Länge x der Integralcurve.

Verschiebt man den Stift s um dy, so drehen sich die Rolle r_4 und die Tischplatte um $d\psi$, und es ist

$$d\psi = \frac{dy}{r_4}.$$

Die Rolle r_3 beschreibt hiebei einen Weg

$$r_3 d\varepsilon = \rho d\psi$$

und dreht sich um

$$d\varepsilon = \frac{\rho d\psi}{r_3}.$$

Um denselben Winkel dreht sich auch r_5 und verschiebt den Stift S um

$$dY = r_5 d\varepsilon = \frac{r_5 \rho d\psi}{r_3}.$$

[1] Das Instrument verzeichnet die Integralcurve nicht unterhalb, sondern neben der gegebenen Figur. Die erstere Annahme ist jedoch übersichtlicher, weil die entsprechenden Ordinaten beider Curven nach Nr. 3, 8 und 12 gleiche Abscissen haben.

Setzt man statt ρ und $d\psi$ die früher erhaltenen Werthe, so erhält man

$$dY = \frac{r_2 r_5}{r_1 r_3 r_4}(x+C)dy = \frac{x+C}{c}.dy \quad \ldots\ldots e,$$

worin c dieselbe Instrumentconstante bedeutet. Integrirt man beide Seiten der Gleichung, so wird

$$Y = \frac{1}{c}\int (x+C)dy + C_1 \quad \ldots\ldots f.$$

Nr. 13. Nimmt man die Nullordinate zur Anfangsordinate (siehe Fussnote zu Nr. 9), so ist $\rho = 0$ für $x = 0$, somit $C = 0$; nun ist für $x = 0$ auch $Y = 0$, wenn man die x-Achse der Integralcurve durch ihren Anfangspunkt durchgehen lässt, für welchen Fall auch $C_1 = 0$ wird, und man erhält für diese Annahmen die einfache Beziehung

$$Y = \frac{1}{c}\int x dy \quad \ldots\ldots g$$

und

$$dY = \frac{1}{c} x dy \quad \ldots\ldots h.$$

Die letzte Gleichung auf die Form

$$\frac{dY}{dx} = \frac{x}{c} \cdot \frac{dy}{dx}$$

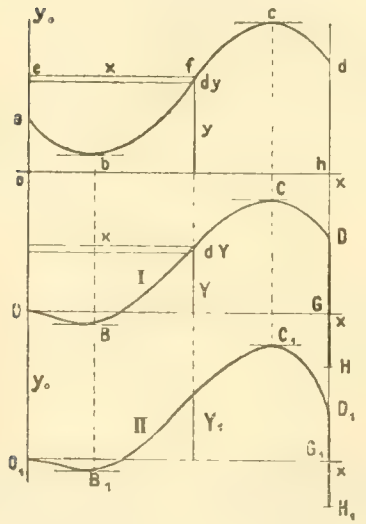
gebracht, belehrt uns über den Zusammenhang beider Curven; es entsprechen nämlich den maximalen und minimalen Ordinaten der gegebenen Curve oder einem Übergange über die Nullordinate ($x = 0$), entweder maximale oder minimale Ordinaten der Integralcurve, weil

$$\frac{dY}{dx} = 0 \text{ wird entweder für } x = 0 \text{ oder für } \frac{dy}{dx} = 0.$$

Ferner entspricht dem verticalen Elemente der gegebenen Curve $\left(\frac{dy}{dx} = \infty\right)$, ein eben solches Element der Integralcurve.

Nr. 14. Sei in Fig. 4 *abcd* die gegebene Curve, deren Anfangsordinate in die Nullordinate verlegt wurde, und *OBCD* die zugehörige Integralcurve, so ist nach Gleichung g die Ordinate Y dem Flächeninhalte der Fläche *abfe* proportional, indem sie als Summe aller Flächenelemente xdy erscheint. Wird daher die ganze Curve *abd* und die Ordinate *dh* umfahren, so ist das Stück *GH* der ganzen zwischen der Curve *abd*, den Ordinaten *ao* und *dh* und der Abscissenachse *ox* eingeschlossenen Fläche proportional. In dieser Form ist somit der Integrator ein Flächenplanimeter.

Fig. 4.



Beschreibt man mit dem Umfahrungsstifte das Stück *ab* einer verticalen Geraden, so verzeichnet der Integrator ebenfalls eine verticale Gerade, deren Länge proportional ist dem Flächeninhalte des zwischen *ab*, y_0 und den beiden, den Punkten *a* und *b* zugehörigen Horizontalen eingeschlossenen Rechteckes.

Für eine beliebig geneigte Gerade, deren Gleichung durch $y = \beta x + b$ gegeben ist, erhält man eine Parabel mit verticaler Achse und einem Parameter $p = \frac{c}{\beta}$. Der Scheitel der Parabel entspricht dem Durchschnittspunkte der gegebenen Geraden mit der Nullordinate.

Hiernach ist der Integrator in dieser Einstellung ein Parabolograph.

Nr. 15. Umfährt man die vorher erhaltene erste Integralcurve *OBCD* (Fig. 4), so beschreibt der Integrator die Curve $O_1 B_1 C_1 D_1$, welche in Bezug auf die ursprüngliche Curve die zweite Integralcurve genannt wird. Es wird nach Formel g und h ihre Ordinate

$$Y_1 = \frac{1}{c} \int x dY = \frac{1}{c^2} \int x^2 dy.$$

Das Moment des Elementes xdy in Bezug auf y_0 ist

$$xdy \frac{1}{2} x = \frac{1}{2} x^2 dy;$$

es ist somit die Ordinate der zweiten Integralcurve proportional dem statischen Momente des Flächenstückes $abfe$ in Bezug auf die Nullordinate.

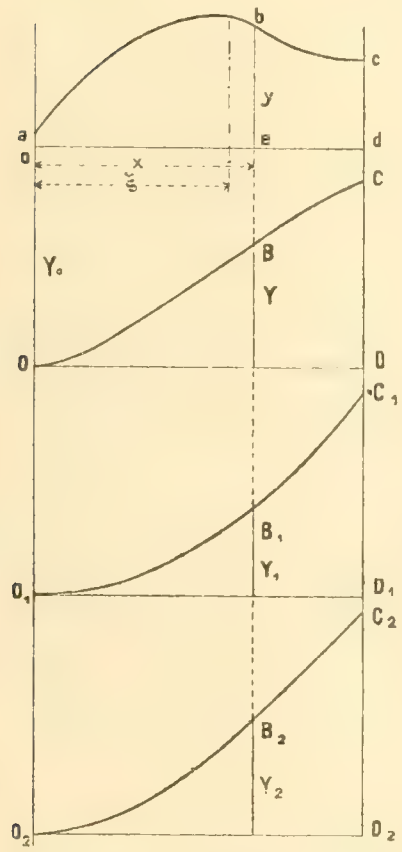
In gleicher Weise ist die Ordinate Y_2 der dritten Integralcurve dem Trägheitsmomente desselben Flächenstückes in Bezug auf die Nullordinate proportional. Es ist nämlich

$$Y_2 = \frac{1}{c^3} \int x^3 dy;$$

nun ist das Trägheitsmoment des Elementes xdy durch $\frac{1}{3} x^3 dy$ ausgedrückt.

Umfährt man daher die erste und zweite Integralcurve sammt ihren Endordinaten, so erhält man in der ersten, zweiten und dritten Integralcurve die Ordinatenstücke GH, $G_1 H_1$ und $G_2 H_2$, welche dem Flächeninhalte, resp. dem doppelten statischen und dem dreifachen Trägheitsmomente der Fläche $oabcdh$ proportional sind. Die Momente sind hiebei auf die Nullordinate bezogen.

Fig. 5.



Nr. 16. Noch bequemer lässt sich diese Art der Einstellung zu Zwecken der Flächen- und Momentenbestimmung benützen, wenn man die gegebene Curve vorerst mit dem gewöhnlichen Integrator (nach Nr. 1) umfährt. In Fig. 5 ist die Curve *OBC* auf diese Weise aus der Curve *abc* erhalten worden, deren x-Achse *od* in der Nullachse angenommen wurde.

Nach Nr. 5 hat die Ordinate Y den Werth

$$Y = \frac{1}{c} \int_0 y dx \quad \text{und} \quad dY = \frac{y dx}{c}$$

Es ist somit Y dem Flächeninhalte der zwischen der Anfangsordinate *ao* und der Ordinate Y eingeschlossenen Fläche proportional.

Umfährt man nun die Curve *OBC* auf die in Nr. 13 beschriebene zweite Art, so erhält man die Curve $O_1 B_1 C_1$, deren Ordinate nach Gleichung g und VI a den Werth

$$Y_1 = \frac{1}{c} \int_0^x x dY = \frac{1}{c^2} \int_0^x xy dx$$

erhält. Dieses Integral bedeutet das statische Moment der von *be* begrenzten Fläche in Bezug auf die Anfangsordinate *ao*.

Es ist nun nicht schwer, die Schwerpunktsachse eines durch eine Ordinate begrenzten Flächentheiles oder der ganzen Fläche *oabcd* zu bestimmen. Ihre Entfernung ξ von *o* ist bestimmt durch den Ausdruck

$$\xi = \frac{\int_0^x xy dx}{\int_0^x y dx} = c \cdot \frac{Y_1}{Y},$$

welcher sich auf einfache Weise construiren lässt.

Umfährt man nochmals die Curve $O_1 B_1 C_1$, immer unter der Voraussetzung, dass die Anfangsordinate in die Nullordinate versetzt wird, so ist

$$Y_2 = \frac{1}{c}\int_0^x x dY_1 = \frac{1}{c^3}\int_0^x x^2 y dx,$$

somit dem Trägheitsmomente in Bezug auf die Anfangsordinate proportional.[1] In ähnlicher Weise lassen sich Momente höherer Ordnung darstellen.

Die zweite in Nr. 8 und 12 beschriebene Art der Einstellung kann noch für manche andere Anwendungen benützt werden; da es aber in unserer Absicht liegt, vorzugsweise die praktische Verwendung des gewöhnlichen Integrators zu zeigen, so wollen wir uns hinfort nur mit diesem Letzteren beschäftigen.[2]

Aufstellung des gewöhnlichen Integrators; Bestimmung der Coordinatenrichtungen und der Nullachse.

Nr. 17. Das Instrument wird auf einem ebenen Reissbrette aufgestellt und braucht für alle nöthigen Verzeichnungen nicht mehr gerührt werden.

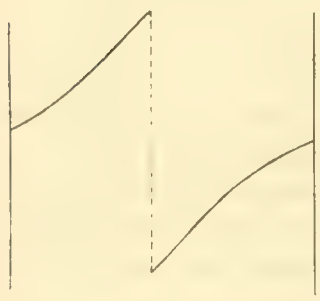
Jeder Aufstellung entsprechen ganz bestimmte Coordinatenrichtungen, namentlich ist die Richtung der x-Achse genau parallel zur Nuth n (Fig. 2), in welcher die Rädchen des Wagens längs dem Lineal L laufen.

Um diese Richtung auf dem Zeichenpapiere zu fixiren, bringt man das Rädchen r_3 mittels des Schräubchens d ausser Contact mit der Tischplatte und bewegt den Wagen längs LL; der Zeichenstift S beschreibt während der Bewegung eine zu LL parallele Gerade, welche die Richtung der x-Achse bestimmt. Senkrecht darauf steht die Richtung der y-Achse.

Die Bestimmung der Nullachse (siehe Nr. 5), d. h. derjenigen Horizontalen, welche der Umfahrungsstift beschreibt, wenn die Rolle r_3 sich in der Mitte der Tischplatte befindet, kann versuchsweise geschehen. Zu diesem Zwecke verschiebt man den Stift s in der Richtung der y bis die Rolle r_3 über O zu liegen kommt, bringt die Rolle durch Loslösen des Schräubchens d wieder in Berührung mit der Tischplatte und verschiebt den Wagen längs LL. Wird bei dieser Verschiebung eine, wenn auch noch so kleine Drehung der Rolle r_3 wahrnehmbar, so verschiebt man die Rolle, wie früher mittels s (ob nach links oder rechts, bestimmt der Sinn der Drehung) so lange, bis sie während der Bewegung des Wagens in vollkommener Ruhe verbleibt. Die horizontale Gerade, welche der Zeichenstift S bei dieser Bewegung verzeichnet, ist die gesuchte Nullachse.[3]

Diese genaue Bestimmung der Nullachse wird nur selten benöthigt, da wir uns in der praktischen Verwendung des Integrators von ihrer Lage ganz unabhängig machen können. Hingegen lässt sich ihre näherungsweise Bestimmung zur Orientirung gut verwenden; namentlich wird es sich empfehlen, die x-Achse der gegebenen Curve nahe an der Nullachse anzunehmen, um eine compendiöse Zeichnung der Integralcurve zu erhalten.

Fig. 6.



Was nun diese Letztere betrifft, so ist es einerlei, in welcher Höhe (in der Richtung der y verstanden) sie verzeichnet wird; zieht man das Schräubchen d an, so kann man den Zeichenstift S und mit ihm den Anfangspunkt der Integralcurve in einer solchen Höhe annehmen, dass die Verschiebungsgrösse des Lineals L_4 voraussichtlich für ihre Verzeichnung ausreicht. Sollte jedoch die zu verzeichnende Integralcurve in der Richtung der y eine Ausdehnung erreichen, welche diese Verschiebungsgrösse übersteigt, so kann man die Verzeichnung wo immer unterbrechen und entweder die weitere Ver-

[1] In einer noch bequemeren Form, nämlich unabhängig von der Nullachse und der Nullordinate, wird in den folgenden Nummern der gewöhnliche Integrator als Planimeter dargestellt.

[2] Die in den Nummern 2, 3, 4, 8, 9, 10 und 12 dargelegte Theorie wurde vom Erfinder angegeben.

[3] Siehe auch die Fussnote zu Nr. 19.

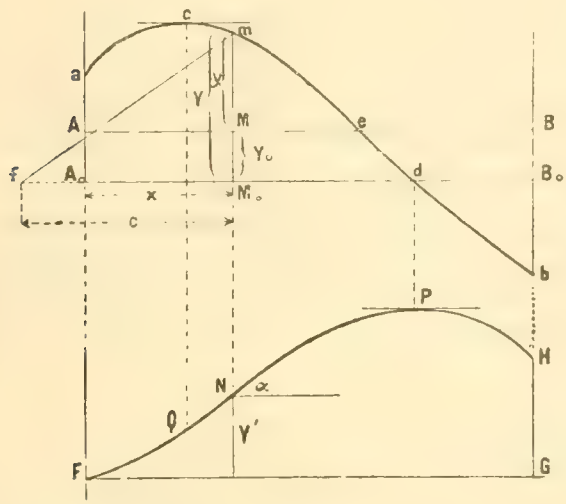
zeichnung in einer anderen Höhenlage vornehmen, wie dies aus Fig. 6 ersichtlich, oder aber das Zeichnungsblatt mitsammt dem Stifte S genau parallel zur y-Achse in eine entsprechende Lage verschieben. Durch die letztere Anordnung erreicht man einen continuirlichen Zug der Integralcurve.

Die Ausdehnung der zu umfahrenden Zeichnung ist durch die Länge des Lineals L wie auch durch den Durchmesser der Tischplatte fixirt. Sie beträgt in der Breite $26 \cdot 3^{cm}$ und in der Höhe $20 \cdot 0^{cm}$. Dieselben Dimensionen kann auch die Integralcurve erreichen.

Die Integralcurve.

Nr. 18. Untersuchen wir den Zusammenhang, welcher zwischen der gegebenen und der mit dem Instrument verzeichneten Curve stattfindet. Die erstere nennen wir Differentialcurve, im Gegensatz zur letzteren, der Integralcurve.

Fig. 7.



Sei in Fig. 7 $acdb$ die gegebene krumme Linie, A der Coordinatenursprung, AB die x-Achse, welche von der Nullachse $A_0 B_0$ um Y_0 absteht. Umfährt man von a ausgehend die gegebene krumme Linie, so beschreibt der Zeichenstift die Integralcurve FPH mil dem Coordinatenursprung in F und FG als x-Achse. Bezieht man vorläufig die gegebene Curve auf die Nullachse, so dass ihre Ordinaten $Y = Y_0 + y$ werden, so haben die Ordinaten Y' der Integralcurve den Werth

$$Y' = \frac{1}{c} \int Y dx \quad \text{(nach Formel IV}a\text{.)}$$

Differenzirt man beide Seiten dieser Gleichung, so bestimmt sich:

$$\frac{dY'}{dx} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{Y}{c} \quad \ldots \ldots \text{VII.}$$

Obige Formel besagt uns, dass die Tangentenneigung in einem Punkte der Integralcurve direct proportional ist der diesem Punkte entsprechenden und auf die Nullachse bezogenen Ordinate der Differentialcurve.

Dieser Satz gibt uns ein einfaches Mittel an die Hand, die Tangente in einem beliebigen Punkte N der Integralcurve zu verzeichnen; trägt man nämlich (siehe Fig. 7) von dem entsprechenden Punkte M_0 der Nullachse die Instrumentconstante c nach links bis f ab, so bestimmt fm die Richtung der gesuchten Tangente. [1]

Aus Formel VII können wir noch nachstehende Eigenschaften der Integralcurve ablesen:

a) Für $Y = 0$, d. h. für die Durchschnittspunkte der Differentialcurve mit der Nullachse (Punkt d in Fig. 7) sind die Tangenten in den entsprechenden Punkten der Integralcurve horizontal, bestimmen somit die Maxima oder Minima dieser Curve. Ist die Anfangsordinate gleich Null, so ist die Achse FG eine Tangente im Anfangspunkte der Integralcurve.

b) Den Maxima und Minima der Differentialcurve (wie z. B. bei c) entsprechen Wendepunkte (Q) der Integralcurve.

Nr. 19. Ist Y in Formel VII eine constante Grösse, so ist auch $\operatorname{tg} \alpha$ constant; es entspricht somit einer um Y von der Nullachse entfernten horizontalen Geraden eine unter α geneigte Gerade als Integral-

[1] Siehe das im Jahre 1864 von Dr. Żmurko veröffentlichte Werk über Mathematik, worin diese Bestimmung der Tangentenrichtung zur angenäherten Verzeichnung der Integralcurve aus einer gegebenen Differentialcurve verwendet wird.

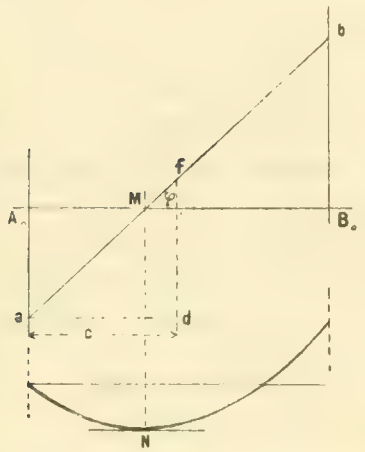
curve, wobei $\operatorname{tg}\alpha = \frac{Y}{c}$.[1] Da für die Nullachse $Y = 0$, also auch $\operatorname{tg}\alpha = 0$, so ist die Integralcurve der Nullachse eine horizontale Gerade.

Der Integrator als Parabolograph.

Nr. 20. Beschreibt der Umfahrungsstift eine unter dem Winkel φ geneigte Gerade ab (Fig. 8), deren Gleichung bezogen auf die Nullachse durch $Y = x\operatorname{tg}\varphi + b = \beta x + b$ gegeben ist, so erhalten nach Formel VI a die Ordinaten der Integralcurve den Werth

$$Y' = \frac{1}{c}\int_0^x [\beta x + b]\,dx = \frac{x}{c}\left[\beta\frac{x}{2} + b\right]. \quad \ldots . \text{VIII.}$$

Fig. 8.



Formel VIII drückt aus die Gleichung einer Parabel, deren Achse parallel zur y-Achse und deren Parameter

$$p = \frac{c}{\beta} = c.\operatorname{cotg}\varphi. \quad \ldots . \text{VIII}\,a.$$

Der Scheitel der Parabel entspricht nach Nr. 18 a dem Durchschnittspunkte M der gegebenen Geraden mit der Nullachse. Die einfache Construction des Parameters df ist aus der Figur ersichtlich.

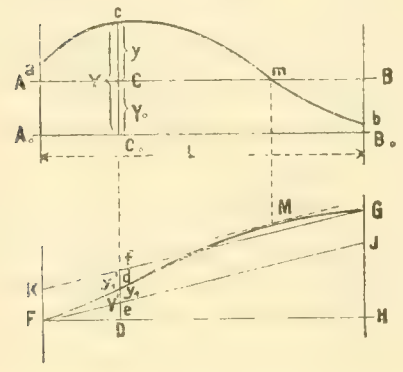
Will man umgekehrt eine Parabel mit dem Parameter p verzeichnen, so muss die zu umfahrende Gerade der Gleichung $Y = \frac{c}{p}x + b$ Genüge leisten, wobei b der etwa gegebenen Lage des Scheitels entsprechend angenommen wird.

Der Integrator als Planimeter.

Nr. 21. Erste Integralcurve. Flächenplanimeter. Bezieht man in Fig. 9 die gegebene Curve acb auf die Nullachse A_0B_0, so ist nach Formel VI a

$$\int_0^x Y\,dx = c.Y'.$$

Fig. 9.



Ydx bedeutet die Fläche des Elementes cC_0, dessen Höhe gleich der Ordinate Y und dessen Breite gleich dx. Summirt man alle solchen Elemente zwischen der Anfangsordinate und der Ordinate Y, so erhält man obiges Integral als Flächeninhalt der von den besagten Ordinaten, der Curve und der Nullachse begrenzten Figur. Es entspricht somit jeder Ordinate Y der Differentialcurve, eine Ordinate $Y' = Dd$ der ersten Integralcurve, welche dem Flächeninhalte der durch Y begrenzten Figur proportional ist. Wie man hiebei die Multiplication mit der Instrumentconstante c umgehen kann, wurde in Nr. 6 gezeigt.

Nr. 22. Ist jedoch die gegebene Curve auf eine beliebige zur Nullachse parallele x-Achse AB bezogen, so ist nach Formel VI:

[1] Diese Eigenschaft kann man zu einer einfachen und genauen Bestimmung der Lage der Nullachse ausnützen. Verzeichnet man nämlich zu einer beliebigen horizontalen Geraden die Integralcurve, und hat die Letztere die Neigung α, so ist der Abstand der Nullachse von dieser Horizontalen bestimmt durch $Y = c.\operatorname{tg}\alpha$.

$$\int_0^x y\,dx = c.\,Y' - x.\,Y_0,$$

wo Y_0 die Entfernung der x-Achse von der Nullachse bedeutet.

Obiges Integral bedeutet den Flächeninhalt der Fläche $AacC$, welchen man nach obiger Formel findet, wenn man von $c.\,Y'$ das Product $x.\,Y_0$ in Abzug bringt.

Nun ist dieses Product $x.\,Y_0$ die Fläche ACC_0A_0. Verzeichnet man von F aus die Integralcurve der Achse AB, welche nach Nr. 19 sich als eine geneigte Gerade FJ darstellt, so ist nach Gleichung VI *a* $c.De = x.\,Y_0$. Es ist somit:

$$\int_0^x y\,dx = c(Y' - \overline{De}) = c.y_1 \quad \ldots\ldots \text{IX},$$

wenn y_1 die dem y entsprechende auf die Gerade FJ bezogene Ordinate de der Integralcurve bedeutet. Wir nennen deshalb diese Gerade die Basis der Integralcurve — sie ist, wie schon erwähnt wurde, die vom Anfangspunkte F der Integralcurve FdG verzeichnete Integralcurve der x-Achse AB.

Würde man von G aus die Gerade GK als Integralcurve der x-Achse verzeichnen (GK wird zu FJ parallel sein), so würden die auf GK bezogenen Ordinaten y_1' offenbar der zwischen Cc und der Endordinate Bb eingeschlossenen Fläche proportional sein, also:

$$\int_x^{x'} y\,dx = -c.y_1' \quad \ldots\ldots \text{IX}a,$$

Die Richtigkeit dieser Gleichung ergibt sich sofort aus der Bedingung, dass für jeden Punkt der Integralcurve die Summe $y_1 + y_1'$ einen constanten Werth haben muss, welcher der ganzen zwischen den Endordinaten Aa und Bb eingeschlossenen Fläche proportional ist. Es ist auch wirklich:

$$y_1 + y_1' = \frac{1}{c}\left[\int_0^x y\,dx - \int_x^{x'} y\,dx\right] = \frac{1}{c}\int_0^{x'} y\,dx.$$

Den Eigenschaften der Geraden FJ und GK entsprechend nennen wir sie die untere und obere Basis der ersten Integralcurve, wobei die untere Basis sich auf die Flächensummirung von links nach rechts, die obere hingegen auf die entgegengesetzte Flächensummirung bezieht.

Das eben Gesagte lässt sich in folgenden Satz zusammenfassen:

Die zwischen der ersten Integralcurve und ihren Basen gemessenen Ordinaten sind den entsprechenden Flächen der Differentialcurve proportional.

Man kann die Integralcurve sammt ihren Basen in einem Zuge verzeichnen, wenn man die Umfahrung der gegebenen Figur in folgender Weise vornimmt: Vom Ursprung A ausgehend umfährt man die x-Achse AB — der Integratorstift verzeichnet die obere Basis KG und verbleibt in G, während man die Verticale Bb beschreibt (siehe Nr. 2); von b aus umfährt man die Curve bca und die Verticale aA und erhält die Integralcurve GdF; beschreibt man endlich von A aus nochmals die Achse AB, so erhält man die untere Basis FJ.

Die Einführung der beiden Basen ist für spätere Anwendungen von Nutzen; sie macht uns von der Nullachse vollkommen unabhängig.

Nr. 23. In Bezug auf ihre Basen besitzt die Integralcurve ähnliche Eigenschaften, wie sie in Nr. 18 in Bezug auf die Nullachse gefunden wurden. Es entsprechen nämlich:

a) Den Durchschnittspunkten der Differentialcurve mit ihrer x-Achse solche Punkte (M in Fig. 9) der ersten Integralcurve, in denen die Tangenten an die Curve den Basen parallel sind, weil das Mass der Neigung für Tangente und Basis dasselbe ist, nämlich gleich $\frac{Y_0}{c}$ (siehe Nr. 19); diese Punkte bestimmen sonach die Maxima und Minima der Integralcurve in Bezug auf ihre Basen.

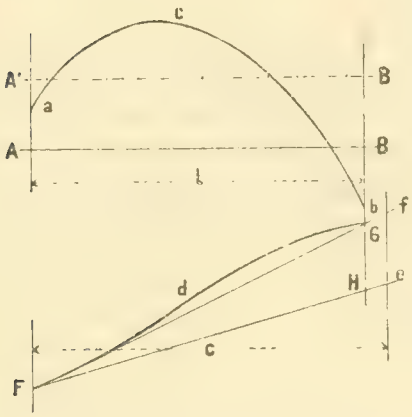
b) Das in Nr. 18 *b)* Gesagte bleibt hier wörtlich aufrecht.

Zu den obigen kommt noch eine Eigenschaft hinzu:

c) Den Durchschnittspunkten der ersten Integralcurve mit ihren Basen, also den Werthen $y_1 = 0$ oder $y_1' = 0$ entsprechen solche Ordinaten der Differentialcurve, bei denen ein Ausgleich zwischen positiven und negativen Flächen stattfindet.

Nr. 24. Die letztere sub *c* angeführte Eigenschaft verhilft uns zur Lösung der nachstehenden, später oftmals wiederkehrenden Aufgabe: Es ist für die gegebene Curve eine zur x-Achse parallele Gerade so zu ziehen, dass sie einen Ausgleich der positiven und negativen Flächen bewirkt.

Fig. 10.

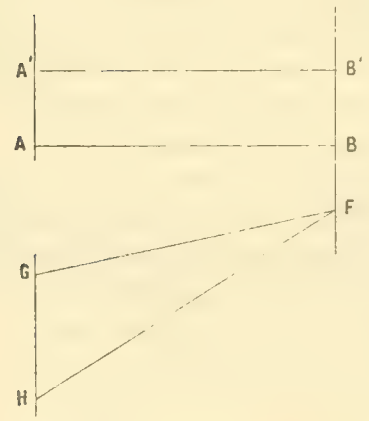


Sei in Fig. 10 *acb* die gegebene Curve, *FdG* die zugehörige Integralcurve und *FH* die der Achse *AB* entsprechende Basis. Betrachtet man die zu suchende Gerade als x-Achse, so muss die entsprechende Basis eine solche Lage annehmen, dass die auf sie bezogene Endordinate der Integralcurve gleich Null wird. Dieser Bedingung entspricht die Gerade *FG*, welche den Anfangspunkt der Integralcurve mit ihrem Endpunkte verbindet; sie ist die Integralcurve der zu suchenden Geraden $A'B'$, somit ist GH der Fläche $AA'B'B$ proportional, oder $AA'.l = c.GH$, woraus $AA' = BB' = GH \cdot \frac{c}{l}$. Dieser Ausdruck lässt sich sehr einfach construiren; zieht man nämlich im horizontalen Abstande c von F eine Verticale, so ist das Stück *ef*, welches auf ihr die Geraden *FG* und *FH* abschneiden, gleich der gesuchten Höhe AA'.[1]

Die Gerade *FG* ist zugleich obere und untere Basis für die als x-Achse angenommene Gerade $A'B'$.

Nr. 25. Die in voriger Nummer gefundene einfache Beziehung zwischen AA' und GH können wir zur genauen Bestimmung der Integralconstante c benützen. Umfährt man nämlich in beliebigem Sinne ein genau dimensionirtes Rechteck $AA'B'B$ (Fig. 11), dessen Seiten den Coordinatenrichtungen parallel laufen, so verzeichnet der Integrator zwei geneigte Gerade, welche auf der Anfangs- oder auf der Endverticalen, je nachdem man von der ersteren oder von der letzteren mit dem Umfahren begonnen hat, ein Stück GH abschneiden. Bedeuten h und l Höhe und Länge des Rechteckes, so ist:

Fig. 11.



$$c = \frac{h}{GH} \cdot l \quad \ldots \ldots \text{X},$$

wonach sich c berechnen lässt. Der genaue Werth für c wird selbstverständlich als Mittelwerth einer grösseren Anzahl solcher Berechnungen resultiren.

Nr. 26. Bis jetzt haben wir nur solche Flächen in Betracht gezogen, welche zwischen der Differentialcurve und ihrer x-Achse eingeschlossen waren.

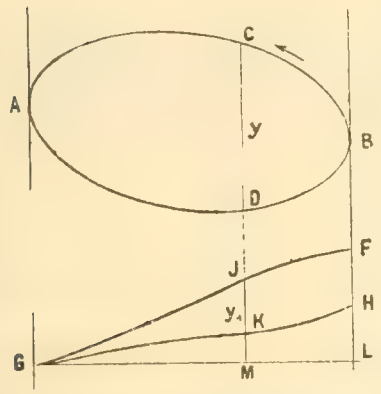
Betrachten wir nun eine allseitig von krummen Linien begrenzte Figur $ACBD$ (Fig. 12). Die zwei äussersten verticalen Tangenten mögen sie in den Punkten A und B berühren.

Umfährt man die Figur, indem man von einem dieser Berührungspunkte ausgeht, in einem beliebigen Sinne (hier z. B. wurde von B ausgehend in dem mit dem Pfeil bezeichneten Sinne umfahren), so beschreibt der Integratorstift die Curven *FJG* und *GKH*, welche den Differentialcurven *BCA* und *ADB* entsprechen.

[1] Für eine beliebige von F aus gezogene Gerade lässt sich auf ähnliche Weise die zugehörige Horizontale bestimmen.

Zieht man die Horizontale GL, und für einen beliebigen Punkt J die Ordinate JM, so wissen wir nach Nr. 21, dass das Product $c.JM$ proportional ist der Fläche, welche vom Curvenstück AC, von den Verticalen A und CD und von der Nullachse (nicht gezeichnet) eingeschlossen ist; ebenso stellt $c.KM$ den Flächeninhalt derjenigen Fläche dar, welche vom Curvenstück AD von denselben Verticalen und von der Nullachse begrenzt ist. Den Unterschied der beiden Flächen bildet das Flächenstück ACD der Figur, dessen Flächeninhalt sich mit

Fig. 12.



$$c(JM—KM) = c.JK = c.y_1$$

ergibt.

Es ist somit die zwischen den beiden Integralcurven gemessene Ordinate proportional dem Flächeninhalte des durch die entsprechende Ordinate begrenzten Flächenstückes der gegebenen Figur.

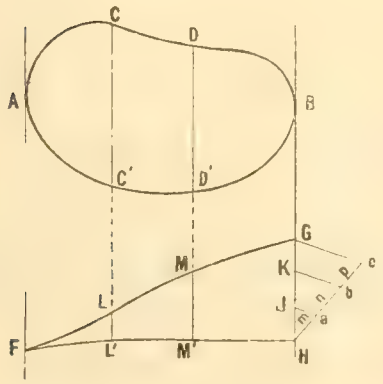
Beginnt man die Umfahrung in A statt in B, so erhält man dieselben Integralcurven, die sich jedoch auf der rechten Verticalen schneiden. Das eben aufgestellte Gesetz behält auch in diesem Falle seine Giltigkeit, nur ist die Flächensummirung von der rechten Verticalen nach links zu verstehen, also umgekehrt wie in Fig. 12.

Betrachtet man in Fig. 12 eines der Curvenstücke, in welche die gegebene Figur durch die Berührungspunkte A und B getheilt ist, also z. B. das Stück ADB, als krummlinige x-Achse, auf welche die Ordinaten y des Curvenstückes ACB bezogen sind, so stellt die Curve GKH im Sinne von Nr. 22 offenbar die Basis der Integralcurve GJF dar. Umfährt man die gegebene Figur von A ausgehend über D, B, C bis A, und von da nochmals über D bis B, so erhält man die Integralcurve GJF sammt ihren beiden, in verticaler Richtung äquidistanten krummlinigen Basen, für welche das in Nr. 23 Gesagte, bei entsprechender Modificirung, seine Giltigkeit behält.

Wir werden in der Folge Gelegenheit haben solche krummlinige Basen zu verwenden.

Nr. 27. Auf Grund des aus Nr. 26 resultirenden Gesetzes können wir die Aufgabe lösen, eine beliebig begrenzte Figur in bestimmter Richtung durch gerade Linien in mehrere Lamellen zu theilen, deren Flächeninhalte einer gegebenen Proportion Genüge leisten. Diese Aufgabe ist identisch mit der im Kataster so oft vorzunehmenden Theilung der Grundparzellen.

Fig. 13.



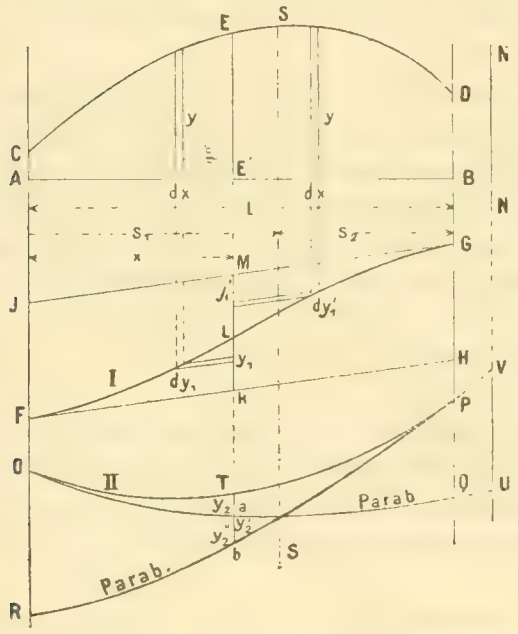
Die verzeichnete Grundparzelle wird in der Weise auf das Brett befestigt, dass die Richtung, in welcher die Theilung geschehen soll, der y-Achse des Integrators parallel wird. Ist das mit der in Fig. 13 verzeichneten Parzelle $ACBC'$ geschehen, so umfährt man sie nach Anleitung in Nr. 26 und erhält die zwei Integralcurven GLF und $FL'H$. GH ist der Fläche der ganzen Figur proportional. Soll nun die Theilung der Fläche nach der Proportion $m:n:p$ geschehen, so theilt man vorerst GH nach dieser Proportion, indem man auf der beliebigen Geraden Hc die Längen m, n und p im beliebigen Massstabe aufträgt und von a und b Parallele zu Gc zieht; es verhält sich $HJ:JK:KG = m:n:p$. Nimmt man die Länge JH in den Zirkel und versucht, an welcher Stelle diese Länge in verticaler Richtung zwischen die Integralcurven genau passt, hier z. B. in LL', so ist die entsprechende Verticale CC' eine der gesuchten Theilungslinien, da $LL' = JH$ dem Flächeninhalte der Figur ACC' proportional ist. Nimmt man ferner die Länge HK in den Zirkel und passt sie etwa zwischen MM', so ist die entsprechende Verticale DD' die zweite der gesuchten Theilungslinien. Die Fläche

der Lamelle $CDD'C'$ ist offenbar proportional der Länge $MM' - LL' = KH - JH = KJ$. Die dritte Lamelle DBD' ist der Länge GK proportional.

Aus den Ausführungen in den Nummern 21—27 ist ersichtlich, dass wir im Integrator einen Flächenplanimeter besitzen, welcher ähnliche, jetzt gebräuchliche Instrumente insoferne übertrifft, als die ihm eigenthümliche Art der theilweisen Flächensummirung sich zur raschen Lösung verschiedener Aufgaben vorzüglich verwenden lässt.

Nr. 28. Zweite Integralcurve. Planimeter für statische Momente. Umfährt man die erste Integralcurve, die einer gegebenen Differentialcurve angehört, so verzeichnet der Integrator eine andere Integralcurve, welche in Bezug auf die ursprüngliche Differentialcurve die zweite Integralcurve genannt wird.

Fig. 14.



Ist in Fig. 14 die der gegebenen Curve CED zugehörige erste Integralcurve FLG sammt ihren Basen JG und FH verzeichnet, so wird der Integrator, falls die Umfahrung in der Reihenfolge $JGLFH$ (oder in der umgekehrten) bewerkstelligt wird, drei Curven verzeichnen, und zwar die beiden, den geraden Basen JG und FH entsprechenden Parabelstücke (siehe Nr. 20) RP und OQ und die zweite Integralcurve OTP.

Eine beliebige auf OQ bezogene Ordinate $Ta = y_2$ der zweiten Integralcurve ist nach Nr. 26 dem Flächeninhalte des von F und $LK = y_1$ eingeschlossenen Curvendreiecks proportional — ebenso ist die auf RP bezogene Ordinate $Tb = y_2'$ dem Flächeninhalte des von G und $ML = y_1'$ begrenzten Curvendreieckes proportional; es ist nämlich:

$$\left.\begin{aligned} c \cdot y_2 &= \int_0^x y_1 \, dx \\ c \cdot y_2' &= \int_0^x y_1' \, dx \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \text{XI.}$$

Man kann desshalb die Parabelstücke RP und OQ wieder die Basen der zweiten Integralcurve nennen.

Wäre die erste Integralcurve aus der Nullstellung (siehe Nr. 5) verzeichnet, d. h. wäre die x-Achse in der Nullachse angenommen, so wären die Basen der ersten Integralcurve horizontale Geraden und die Basen der zweiten Integralcurve geneigte gerade Linien.

Dasselbe was in Nr. 23 über die erste Integralcurve in Bezug auf die Differentialcurve gesagt wurde, gilt auch für die zweite in Bezug auf die erste Integralcurve, wenn man manche Bezeichnungen entsprechend ändert.

Nr. 29. Jedem Elemente der ursprünglich gegebenen Fläche entspricht auf der I. Integralcurve ein Curvenelement dy_1 und es ist bekanntlich

$$y\,dx = c\,dy_1.$$

Ziehen wir eine beliebige Ordinate EE' und die ihr entsprechende KM (Fig. 14), bezeichnen ferner die horizontale Entfernung des beliebigen Elementes $y\,dx$ und des zugehörigen dy_1 von dieser Ordinate mit ξ,

wobei ξ eine mit der Lage dieses Elementes veränderliche Grösse bedeutet. Zwei von den Endpunkten des Elementes dy_1 bis zur Ordinate KM gezogene Parallele zu den Basen begrenzen ein Flächenelement, dessen Flächeninhalt

$$\xi dy_1 = \frac{\xi}{c} \cdot ydx \quad \ldots\ldots \text{XII.}$$

Bildet man für jedes Element des Curvenstückes FL solche Flächenelemente und summirt sie, so erhält man die ganze zwischen F und y_1 gelegene Fläche, deren Grösse nach Gl. XI durch $c.y_2$ sich ausdrückt. Summirt man auch die auf ähnliche Weise gebideten Flächenelemente des Curvenstückes LG, so erhält man die ganze zwischen G und y_1' eingeschlossene Fläche, deren Grösse sich mit $c.y_2'$ ergibt. Drückt man das eben Gesagte durch mathematische Formeln aus, so erhält man:

$$\int_0^{'} \xi dy_1 = \frac{1}{c} \int_0^{''} \xi y dx = c.y_2$$

und

$$\int_l^{'} \xi dy_1' = \frac{1}{c} \int_l^{''} \xi y dx = c.y_2'$$

oder in der übersichtlichen Form:

$$\left.\begin{aligned} \int_0^{'} \xi y dx &= c. \int_0^{''} \xi dy_1 = c^2 y_2 \\ \int_l^{'} \xi y dx &= c. \int_l^{''} \xi dy_1 = c^2 y_2' \end{aligned}\right\} \quad \ldots \text{XIII}$$

Das Product $\xi y dx$ unter dem Integralzeichen bedeutet nun das statische Moment des Flächenelementes ydx in Bezug auf die willkürlich angenommene Ordinate EE'; $\int_0^{'} \xi y dx$ bedeutet somit das statische Moment der ganzen zwischen A und dieser Ordinate gelegenen Fläche von der Länge x, in Bezug auf diese Ordinate EE'.

Dieses statische Moment ist nach Formel XIII der demselben x entsprechenden, auf die entsprechende Basis bezogenen Ordinate y_2 der zweiten Integralcurve proportional. Analog ist das statische Moment der rechts von EE' gelegenen Fläche in Bezug auf EE' der entsprechenden Ordinate y_2' proportional. Hiebei entspricht die Integralcurve der unteren oder oberen Basis dem links oder rechts von EE' gelegenen Flächentheile.

Nr. 30. Bildet man in Formel XIII die Differenz zwischen den ersten und letzten Gliedern beider Gleichungen, so erhält man, falls $ab = y_2''$ gesetzt wird:

$$\int_0^{'} \xi . ydx = c^2 (y_2 - y_2') = c^2 y_2'' \quad \ldots \text{XIV},$$

was besagt, dass die algebraische Summe der statischen Momente der durch eine beliebige Ordinate EE' getheilten Flächenstücke in Bezug auf diese Ordinate, oder dass das statische Moment der ganzen Fläche in Bezug auf eine Ordinate EE' proportional ist der dieser Ordinate entsprechenden, zwischen den beiden Basen der zweiten Integralcurve gemessenen Ordinate y_2''.

Dieses Gesetz gilt für jedwede Verticale EE'. Würde nun die verticale Achse, auf welche das statische Moment der gegebenen Figur zu beziehen ist, ausserhalb dieser Figur, etwa in NN liegen, so wird die Grösse dieses statischen Momentes durch das Product aus c^2 und der entsprechenden zwischen den verlängerten Basen der zweiten Integralcurve gemessenen Ordinate UV ausgedrückt (siehe die Fig. 14).

Nr. 31. Unter allen Ordinaten EE' wird es eine geben, in Bezug auf welche das statische Moment der ganzen Fläche gleich Null ist — sie geht bekanntlich durch den Schwerpunkt der gegebenen Figur. Nach

Obigem findet dies statt für $y_2'' = 0$, d. h. für den Durchschnittspunkt der beiden Basen. Es entspricht somit die zur y-Achse parallele Schwerachse SS dem Durchschnittspunkte der Basen der zweiten Integralcurve.

Auch noch auf eine andere Weise kann man einen Punkt der Geraden SS erhalten; es ist nämlich der Durchschnittspunkt der beiden Geraden, welche die Endpunkte der Basen, also die Punkte O, P, Q, R kreuzweise verbinden. Denn, bezeichnet man die Fläche der gegebenen Figur mit f, die Entfernung der Schwerachse von A und von B mit s_1 und s_2, so ist offenbar $c^2 . \overline{OR} = f . s_1$, ebenso $c^2 . \overline{PQ} = f . s_2$; hieraus folgt die Proportion

$$\frac{\overline{OR}}{\overline{PQ}} = \frac{s_1}{s_2},$$

welcher der Durchschnittspunkt der Kreuzlinien Genüge leistet.

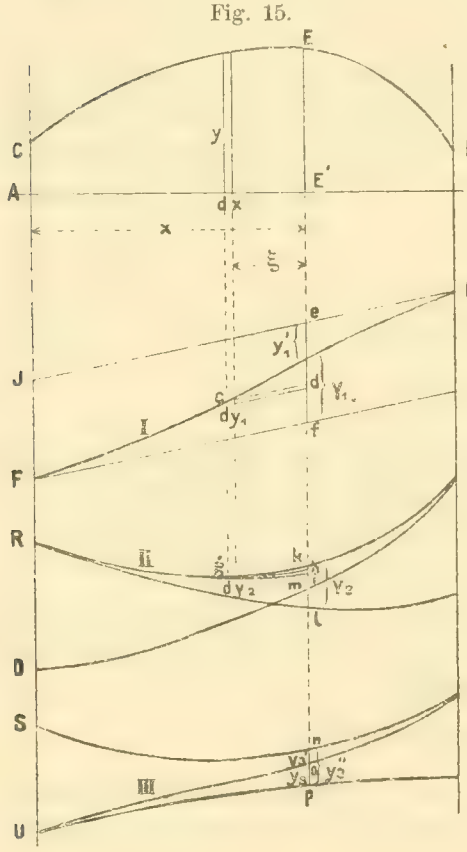
Nr. 32. Berücksichtigt man das, was in Nr. 26 über krummlinig begrenzte Figuren gesagt wurde, so kann man die in den vorigen Nummern gefundenen Gesetze direct auf geschlossene krummlinig begrenzte Figuren übertragen.

Auch lässt sich die dem Integrator eigenthümliche Art der Darstellung in einem Bilde sämmtlicher auf beliebige verticale Achsen bezogener statischen Momente zur Lösung mancher Aufgabe verwenden.

Es sei hier nur flüchtig auf die zur neutralen Faser parallelen Schubspannungen hingewiesen, welche im Querschnitte eines belasteten Balkens auftreten. Die Veränderlichkeitscurve für solche Schubspannungen wird nämlich bekanntlich aus der Veränderlichkeitscurve der auf die Schwerachse bezogenen statischen Momente gewisser Querschnittsabschnitte abgeleitet, — diese Momente werden durch einfache Construction aus der zweiten Integralcurve erhalten.

Nr. 33. Dritte Integralcurve. Planimeter für Trägheitsmomente. Auf dieselbe Weise wie wir aus der ersten die zweite Integralcurve sammt ihren Basen erhalten haben, können wir aus der zweiten die dritte Integralcurve sammt ihren Basen verzeichnen, welche letztere sich als kubische Parabeln darstellen, sobald die x-Achse der gegebenen Curve nicht in der Nullachse angenommen wurde.

Fig. 15.



In Fig. 15 stellt UT die dritte Integralcurve mit ihren parabolischen Basen ST und UV vor. Aus den früheren Erörterungen folgt sofort, dass die Ordinate $op = y_3$ der Fläche von R bis kl der zweiten Integralcurve und $no = y_3'$ der Fläche von P bis km derselben Curve proportional ist.

Betrachten wir wieder das dem Elemente $y\,dx$ der gegebenen Curve CED entsprechende Element dy_1 der ersten Integralcurve sammt den zwei Parallelen zur Basis FH, also das Element cd von der horizontalen Länge ξ. Umfährt man dieses Element, so verzeichnet der Integrator das Element dy_2 und zwei daran tangentielle Parabeln gh und gi, als Integralcurven der beiden Parallelen cd. Das Ordinatenstück hi ist offenbar dem Flächeninhalte des Elementes cd proportional; es ist somit

$$hi \,.\, c = \xi . dy_1 = \frac{\xi}{c} y . dx$$

oder

$$\overline{hi} = \frac{\xi y\, dx}{c^2}.$$

Da nun ghi ein parabolisches Dreieck vorstellt, dessen Spitze in g, dessen Basis hi und dessen Höhe ξ, so ist sein Flächeninhalt gleich

$$\frac{1}{2}\overline{hi}.\xi = \frac{1}{2c^2}\xi^2 y\,dx.$$

Summirt man alle solchen Elemente ghi, welche allen zwischen R und kl gelegenen Elementen dy_2 entsprechen, so erhält man die ganze zwischen R und kl enthaltene Fläche, welche, wie oben gefunden wurde, der Ordinate y_3 proportional ist. Wir erhalten somit

$$\sum \frac{1}{2}\overline{hi}.\xi = \frac{1}{2c^2}\int_0^{'} \xi^2 y\,dx = c.y_3$$

oder

$$\left.\begin{aligned} c^3 y_3 &= \frac{1}{2}\int_0^{'} \xi^2 y\,dx \\ -c^3 y_3' &= \frac{1}{2}\int_{'} \xi^2 y\,dx \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \text{XV.}$$

und die analoge Formel

Nun bedeutet $\xi^2 y\,dx$ das Trägheitsmoment des Flächenelementes $y\,dx$ in Bezug auf die willkürlich angenommene Ordinate EE'; dem entsprechend bedeutet das erste Integral in Formel XV das Trägheitsmoment des links von EE' und das zweite Integral das Trägheitsmoment des rechts von EE' gelegenen Flächentheiles in Bezug auf diese Ordinate EE'.

Das Gesetz, welches Formel XV ausspricht, lautet also:

Die zwischen der dritten Integralcurve und ihren Basen gemessenen Ordinaten sind den Trägheitsmomenten derjenigen Flächentheile proportional, in welche die ihnen entsprechende Ordinate die gegebene Figur theilt. Die Trägheitsmomente sind auf diese Ordinate bezogen.

Nr. 34. Bildet man die Differenz der beiden Gleichungen in Formel XV, so erhält man die Formel

$$\frac{1}{2}\int_0^{'} \xi^2 y\,dx = c^3(y_3 + y_3') = c^3.y_3'' \ldots\ldots \text{XVI,}^1$$

welche besagt, dass das Product aus der zwischen den Basen der dritten Integralcurve gemessenen Ordinate und der dritten Potenz der Instrumentconstante gleich ist dem halben Trägheitsmomente der ganzen Figur, bezogen auf die ihr entsprechende Ordinate der gegebenen Curve.

Dieses Gesetz ist ganz allgemein, es gilt somit auch für eine ausserhalb der gegebenen Figur gelegene verticale Achse, in Bezug auf welche das Trägheitsmoment bestimmt werden soll.

Für geschlossene krummlinige Figuren lassen sich obige Gesetze, bei entsprechender Auffassung der Bedeutung der Basen, direct anwenden.

Analog kann man Momente höheren Grades verzeichnen, und zwar entspricht die $n$te Integralcurve dem Momente n—1ten Grades der gegebenen Fläche.

Der gerade Balken.

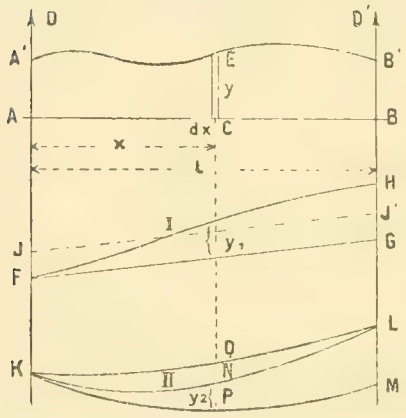
Nr. 35. Ist die gegebene Figur ein Balkenquerschnitt, so lässt sich nach den vorigen Nummern der Integrator dazu verwenden, um seinen Flächeninhalt, seine Schwerpunktsachse, ferner sein statisches und Trägheitsmoment zu bestimmen. In den folgenden Nummern wollen wir darthun, wie man den Integrator zur

[1] Siehe Nr. 6.

Bestimmung der verticalen Scheerkräfte (Transversalkräfte), der Momente und der elastischen Linie eines belasteten geraden Balkens benützen kann.

Nr. 36. Transversalkräfte und Momente. Der Balken AB von der Länge l in Fig. 16 sei durch eine continuirliche, die Grösse y pro Längeneinheit betragende Belastung bedeckt. Die Auflagerdrücke an den Stützen seien D und D'. Die Linie $A'EB'$ nennt man bekanntlich Belastungslinie und die zwischen ihr und der Achse AB sich befindliche Fläche die Belastungsfläche.

Fig. 16.



Verzeichnet man zur Belastungslinie die erste Integralcurve FH mit der unteren Basis FG, ferner die zweite Integralcurve KNL sammt ihrer Basis KM, so stellt $c.y_1$ die Fläche $AA'EC$ und $c^2.y_2$ das statische Moment dieser Fläche in Bezug auf die Ordinate y vor; dem entsprechend ist $c.\overline{GH}$ der ganzen Belastungsfläche und $c^2.\overline{ML}$ deren statischen Momente in Bezug auf die Endordinate B gleich.

Die Grösse des Auflagerdruckes D finden wir aus der Bedingung, dass die Momente des Auflagerdruckes und der ganzen Belastung in Bezug auf B numerisch einander gleich sein müssen. Es ist somit $D.l = c^2.\overline{ML}$, woraus

$$\frac{D}{c} = \overline{ML}.\frac{c}{l}$$

sich graphisch leicht bestimmen lässt. Nun ist die Transversalkraft im Punkte C gleich

$$V_x = D - \int_0^x y\,dx = D - c.y_1 = c\left(\frac{D}{c} - y_1\right)^1 \quad \ldots\ldots \text{XVII.}$$

Macht man sonach FJ gleich $\frac{D}{c}$ und zieht JJ' parallel zu FG, so sind die zwischen der ersten Integralcurve FH und der Geraden JJ' gemessenen Ordinaten, den Transversalkräften proportional.

Das Biegungsmoment im Punkte C findet man als die algebraische Summe der Momente des Auflagerdruckes und der auf AC liegenden Belastung, somit

$$M_x = D.x - c^2.y_2 = c\left[\frac{D}{c}.x - c.y_2\right].$$

Verzeichnet man die Linie KQL als Integralcurve der Geraden JJ', so ist die Ordinate

$$QP = y_2' = \frac{1}{c}\cdot\frac{D}{c}.x,$$

folglich

$$\overline{LM} = \frac{1}{c}\cdot\frac{D}{c}.l \qquad \text{oder} \qquad c^2.\overline{LM} = D.l,$$

wonach der Endpunkt L der Curve KQL mit dem Endpunkte der zweiten Integralcurve KNL zusammenfallen muss. Es ist hienach JJ' eine Ausgleichende im Sinne von Nr. 24.

Drückt man aus der vorletzten Gleichung $\frac{D}{c}$ durch y_2' aus und setzt diesen Werth in die Gleichung für M_x ein, so erhält man schliesslich

---

[1] Die Ordinaten y sind als Last pro Längeneinheit Grössen nullten Grades, so auch die später vorkommenden Grössen y_1, y_2 und η; desswegen ist das Product $c.y_1$ vom ersten und die Producte $c^2.y_2$ und $c^2.\eta$ vom zweiten Grade, wie es sein soll.

$$M_x - c[c.y'_2 - c.y_2] = c^2(y'_2 - y_2) = c^2.\eta \quad \ldots\ldots \text{XVIII},$$

wenn mit η die Ordinate QN bezeichnet wird. [2]

Fasst man die Integralcurve KQL der ausgleichenden Geraden JJ' als **Schlusslinie** der zweiten Integralcurve auf, so besagt Formel XVIII das Gesetz, wonach **die zwischen der zweiten Integralcurve der Belastungslinie und ihrer Schlusslinie gemessenen Ordinaten η den auf den Balken wirkenden Biegungsmomenten direct proportional sind.**

Hätte man die Verzeichnungen so vorgenommen, dass AB in der Nullachse gelegen wäre, so würden FG und JJ' horizontale Linien und die Schlusslinie KQL würde geradlinig sein; die zweite Integralcurve wäre dann die **wirkliche Seilcurve** der gegebenen Belastungsfläche.

Aus obiger Erörterung folgt der Werth für das Moment in C:

$$M_x = c^2.\eta_x = D.x - c\int_0^x y_1\,dx.$$

Differenzirt man beide Seiten zweimal, so erhält man

$$c^2\frac{d\eta_x}{dx} = D - c\,y_1 = D - \int_0^x y\,dx$$

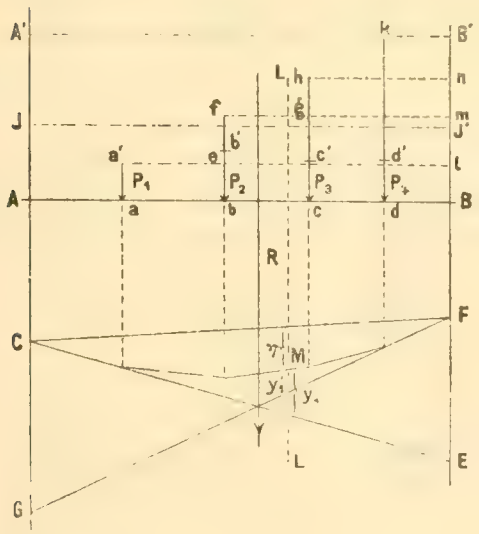
und

$$c^2\frac{d^2\eta_x}{dx^2} = -y, \quad \text{oder} \quad \frac{d^2\eta_x}{dx^2} = -\frac{y}{c^2} \quad \ldots\ldots \text{XIX},$$

einen bekannten Ausdruck, wonach der zweite Differentialquotient der Seilcurvenordinate proportional ist der Ordinate der Belastungsfläche.

Nr. 37. Wäre die Belastung des Balkens nicht continuirlich, wie es vorhin angenommen wurde, sondern aus einem Systeme vereinzelter Lasten $P_1 = aa'$, $P_2 = bb'$.... (Fig. 17) bestehend, so kann man auch den Integrator zur Bestimmung der Transversalkräfte und Momente benützen. Macht man zu diesem Zwecke $Bl = aa'$, $lm = bb'$, $mn = cc'$, endlich $nB' = dd'$, trägt also auf BB' das Kräftepolygon auf und zieht die angedeuteten Horizontalen, so sind die Momente der Lasten in Bezug auf B durch die Flächeninhalte der Rechtecke $aa'lB$, $efml$,.... dargestellt. Die ganze Fläche $aa'efg\ldots kB'B$ ist somit gleich der Summe der Momente der Lasten in Bezug auf B. Ebenso ist die Summe der Momente in Bezug auf A durch die Fläche $Aaa'ef\ldots ikA'$ dargestellt.

Fig. 17.



Verzeichnet man für den gebrochenen Linienzug $Aaa'ef\ldots kB'$ und für die Geraden AB und $B'A'$ die Integralcurven CMF, CE und FG, so erhalten wir nach der früheren Auseinandersetzung folgende statischen Momente der Lasten in Bezug auf eine beliebige Verticale LL:

der links von LL gelegenen Lasten in . . . $c.y_1$
„ rechts „ „ „ „ „ . . . $c.y'_1$
„ algebraischen Summe für sämmtliche Lasten in . . . . . $c(y_1 - y'_1)$.

Der Durchschnittspunkt der Geraden CE und FG, für welchen die algebraische Summe der Momente gleich Null ist, bestimmt die Lage der Resultirenden R sämmtlicher Lasten. Bestimmt man nun, der vorigen

[2] Siehe obige Note.

Nummer analog, die Grösse des linken Auflagerdruckes $AJ = \frac{c}{l} . EF$, so stellen die zwischen der Horizontalen JJ' und der gebrochenen Linie gemessenen Ordinaten die Transversalkräfte vor. Zieht man noch die Gerade CF, welche nach voriger Nummer sich als Integralcurve der Geraden JJ' ergibt, so sind die Ordinaten η den auf dem Balken auftretenden Biegungsmomenten proportional.

Es braucht wohl kaum gesagt zu werden, dass der Linienzug CMF mit dem Seilpolygone gleichbedeutend ist, dessen Schlusslinie CF, und welches für das Kräftepolygon BB' mit der Poldistanz c verzeichnet wurde.

Die elastische Linie.

Nr. 38. Zwischen der Durchbiegungscurve der Balkenachse und der Belastung des Balkens besteht bekanntlich folgender angenäherte Zusammenhang:

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} = \frac{M_x}{EJ},$$

worin $\eta = f(x)$ die Ordinate der elastischen Linie, M_x das Moment der einwirkenden Kräfte für den betrachteten Punkt, E der Elasticitätsmodul des Balkenmaterials und J das constante Trägheitsmoment des Balkenquerschnittes bedeuten.

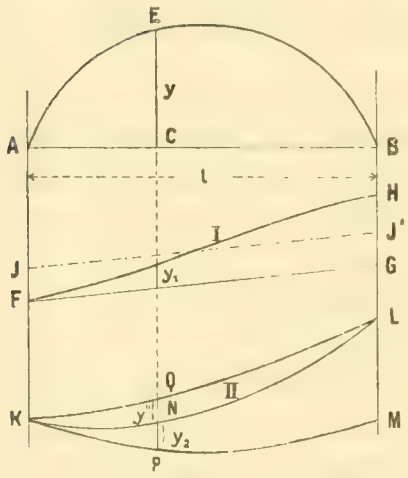
Trägt man von einer geraden Achse das jedem Querschnitte entsprechende Moment als Ordinate auf, so erhält man eine Momentencurve als Begrenzung der Momentenfläche. Ist die Momentencurve AEB in Fig. 18 durch irgend welche Construction erhalten worden und erscheinen die Momente in der Form $y.H$, wobei H einen constanten Factor bedeutet, so geht vorige Gleichung in folgende über:

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} = \frac{y.H}{EJ} \quad \ldots\ldots \text{XX.}$$

Analog der Fig. 16 bezeichnen wir mit FH die erste, mit KNL die zweite Integralcurve, ferner mit FG und KM die entsprechenden unteren Basen mit den auf sie bezogenen Ordinaten y_1 und y_2.

Integrirt man Gleichung XX zweimal und beachtet, dass

Fig. 18.



$$\int y\,dx = c.y_1\,; \quad \int y_1\,dx = c.y_2 \quad \text{und} \quad \int_0^l y_1\,dx = c.\overline{LM},$$

wenn $\overline{LM}$ die zwischen den Endpunkten der zweiten Integralcurve und ihrer Basis gemessene Ordinate bedeutet, so erhält man

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{H}{EJ}\left[\int y\,dx + C'\right] = \frac{H.c}{EJ}\left[y_1 + C_1\right] \quad \ldots\ldots \text{XXI,}$$

wo $\frac{C'}{c} = C_1$ gesetzt wurde; ferner ist

$$\eta = \frac{H.c}{EJ}\left[\int y_1\,dx + C_1 x + C'\right] = \frac{H.c^2}{EJ}\left[y_2 + C_1\frac{x}{c} + \frac{C''}{c}\right] \ldots\ldots \text{XXII.}$$

C'' muss Null sein, weil für $x = 0$ auch $\eta = 0$ ist. C_1 bestimmen wir aus der Bedingung, dass für $x = l$, $\eta = 0$ wird; für diesen Werth von x wird $y_2 = ML$, somit ist

$$LM + C_1\frac{l}{c} = 0, \quad \text{oder} \quad C_1 = -LM.\frac{c}{l}.$$

C_1 ist die Integralconstante der ersten Integralcurve; trägt man somit ihren berechneten oder construirten Werth in EJ auf, zieht JJ' parallel zu FG und verzeichnet KQL als Integralcurve der Geraden JJ', so erhält man die Ordinate $QN = y''$ und es ist nach Analogie mit Nr. 36

$$\eta = \frac{H.c^2}{EJ} \cdot y'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{XXIII.}$$

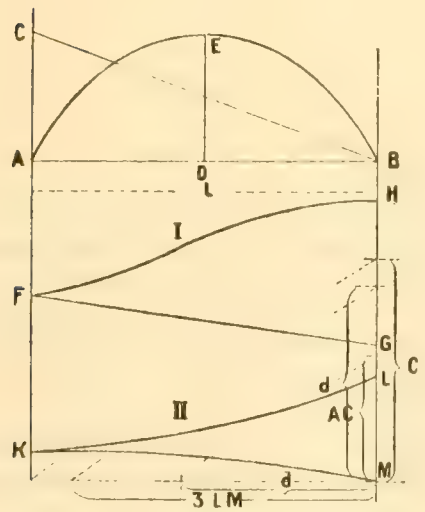
Diese Formel besagt uns, dass wenn man zur Momentencurve die zweite Integralcurve verzeichnet, die zwischen dieser Curve und ihrer Schlusslinie gemessenen Ordinaten, den Ordinaten der elastischen Linie proportional sind.[1]

Würde man AB in der Nullachse annehmen, so wäre die Schlusslinie KQL gerade.

In den folgenden Nummern wollen wir zeigen, in welcher Weise der Zusammenhang zwischen der zweiten Integralcurve und der elastischen Linie benützt werden kann, um die durch die Belastung des Balkens hervorgerufenen Momente auch in diesen Fällen zu bestimmen, in denen man genöthigt ist, die Elasticitätsgesetze zu Hilfe zu nehmen.

Nr. 39. Der an einem Ende horizontal eingespannte, am andern frei aufliegende Balken. Sei in Fig. 19 die Linie AEB die Momentencurve für einen an den Enden frei unterstützten Balken mit der Schlusslinie AB, so ändert sich für denselben in A eingespannten Balken blos die Lage der Schlusslinie, indem in A ein negatives Moment, etwa dem Stücke AC proportional, entsteht. CB wäre somit die Schlusslinie der Momentencurve und zugleich ihre Achse in der von uns gegebenen Auffassung, da die Momentenordinaten auf sie bezogen erscheinen. Die Lage dieser Schlusslinie ist aus den Bedingungen zu bestimmen, welchen die elastische Linie zu genügen hat.

Fig. 19.



Verzeichnen wir die erste und die zweite Integralcurve der Momentencurve AEB und der Geraden AB, so entsprechen:

der Curve AEB die Curven FH und KL,
der Geraden AB die Gerade FG und die Parabel KM.

Wäre nun CB richtig angenommen, so müsste die elastische Linie folgenden drei Bedingungen Genüge leisten:

1. Die Ordinate im Punkte A muss Null sein, d. h. die Curve KL und ihre Schlusslinie müssen von demselben Punkte ausgehen.

2. Die Ordinate im Punkte B muss Null sein, d. h. die Endpunkte der Curve KL und ihrer Schlusslinie müssen zusammenfallen.

3. Die Tangente an die elastische Linie in A muss horizontal sein, d. h. die Curve KL und ihre Schlusslinie müssen in K eine gemeinschaftliche Tangente besitzen.

Der ersten Bedingung, welche besagt, dass für $x = 0$ auch $\eta = 0$ ist, wird in Gleichung XXII dadurch genügt, dass man $C'' = 0$ setzt; in unserer Figur wird dieser Bedingung entsprochen, wenn die Schlusslinie der zweiten Integralcurve vom Punkte K aus verzeichnet wird.

---

[1] Die ganze Durchführung wurde nur in Kürze angegeben, weil sie derjenigen von Nr. 36 analog ist, wie auch zwischen den Formeln XX und XXIII die von Mohr gefundene Analogie besteht; nur sind hier y, y'' und η Grössen ersten Grades. Wären die Momente nach Nr. 36 durch $y.c^2$ ausgedrückt, so würde sich

$$\eta = \frac{c^4}{EJ} \cdot y''$$

ergeben.

Der dritten Bedingung gemäss muss in Gleichung XXI für $x = 0$ auch $\frac{d\eta}{dx} = 0$ sein, somit $C_1 = 0$, wodurch η der Ordinate y_2 direct proportional wird. Nun ist y_2 die zwischen der zweiten Integralcurve KL und ihrer Basis, welche hier als zweite Integralcurve der Geraden CB sich ergibt, gemessene Ordinate; es ist somit die zweite Integralcurve der Geraden CB die Schlusslinie der Curve KL, und die zwischen beiden Curven gemessenen Ordinaten y_2 sind den Ordinaten der elastischen Linie des Balkens direct proportional; es ist nämlich

$$\eta = \frac{H.c^2}{EJ} \cdot y_2.$$

Die zweite Bedingung verhilft uns zur Bestimmung der Länge AC. Für den Endpunkt des Balkens wird nämlich nach obiger Gleichung $\eta = 0$, wenn $y_2 = 0$ ist. Nun ist y_2 dem statischen Momente der Momentenfläche in Bezug auf die Endordinate B proportional; dieses statische Moment wird Null, wenn das statische Moment des Dreieckes ACB dem statischen Momente der Fläche AEB in Bezug auf die Ordinate B numerisch gleich ist.

Das erstere Moment drückt sich aus durch

$$\frac{1}{2} AC.l.\frac{2}{3}l = \frac{1}{3}\overline{AC}.l^2$$

und das letztere durch

$$\overline{ML} \,.\, c^2.$$

Wir erhalten somit die Gleichung

$$\frac{1}{3} AC.l^2 = \overline{ML}.c^2$$

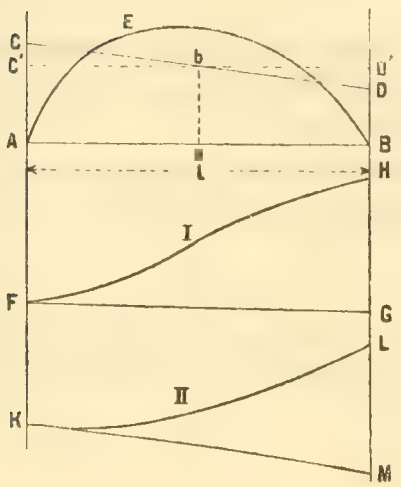
und für AC den Werth

$$AC = 3\overline{ML}\,\frac{c^2}{l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{XXIV.}$$

welcher Ausdruck, wie in der Figur angegeben, sich leicht construiren lässt.

Will man noch die Ordinaten der Durchbiegungslinie des Balkens erhalten, so verzeichnet man von den Punkten F und K aus die erste und die zweite Integralcurve der Geraden CB; das Ende dieser zweiten Integralcurve muss mit dem Ende der Curve KL zusammenfallen und die zwischen beiden Curven gemessenen Ordinaten liefern mit $\frac{H.c^2}{EJ}$ multiplicirt, die Ordinaten η der Durchbiegungscurve.

Fig. 20.



Nr. 40. Der an beiden Enden horizontal eingespannte Balken. Sei in Fig. 20 AEB wieder die Momentencurve für den frei unterstützten Balken auf eine ähnliche Art wie vorhin erhalten, so sind hier die beiden an den Enden entstehenden negativen Momente AC und BD aus den Bedingungen zu bestimmen, denen die elastische Linie zu genügen hat.

Die Linien FH, FG, KL und KM haben dieselbe Bedeutung wie früher.

Zu den drei vorhin aufgestellten Bedingungen kommt noch

4. Die elastische Linie muss auch in B tangentiell an AB sein, d. h. die Curve KL und ihre Schlusslinie müssen in L eine gemeinschaftliche Tangente besitzen.

Darnach muss in Formel XXI für $x = l$, $\frac{dx}{dz} = 0$, also auch $y_1 = 0$ sein, da der dritten Bedingung entsprechend $C_1 = 0$ gesetzt wurde. Die Bedingung $y_1 = 0$ für $x = l$ besagt, dass der Flächeninhalt der zwischen der Momentencurve und ihrer richtig bestimmten Schlusslinie CD eingeschlossenen Fläche gleich Null ist, oder, dass der Flächeninhalt des Trapezes $ACDB$ dem Flächeninhalte der Fläche AEB numerisch gleich ist.

Ist ab die mittlere Ordinate des Trapezes, so ist sein Flächeninhalt durch $ab.l$ gegeben; es besteht somit die Gleichung

$$ab.l = GH.c,$$

woraus

$$\overline{ab} = GH.\frac{c}{l} \ldots\ldots \text{XXV.}$$

Der ersten Bedingung wird auf dieselbe Weise wie vorhin in Nr. 39 entsprochen.

Der zweiten Bedingung wird genügt, wenn die statischen Momente dieser beiden Flächen in Bezug auf die Ordinate B einander gleich sind. Nun summirt sich das statische Moment des Trapezes aus dem statischen Momente des Rechteckes $AC'D'B$ von der Höhe ab und der Länge l, und aus der algebraischen Summe der statischen Momente der Dreiecke $CC'b$ und $DD'b$. Diese Summe drückt sich folgendermassen aus:

$$ab.l.\frac{1}{2}l + \overline{CC'}.\frac{1}{4}l.\frac{5}{6}l - CC'.\frac{1}{4}l.\frac{1}{6}l = \frac{1}{2}\overline{ab}.l^2 + \frac{1}{6}\overline{CC'}.l^2.$$

Setzt man die statischen Momente beider Flächen einander gleich, so erhält man

$$\frac{1}{2}\overline{ab}.l^2 + \frac{1}{6}CC'.l^2 = ML.c^2,$$

woraus

$$CC' = 6ML\frac{c^2}{l^2} - 3ab \ldots\ldots \text{XXVI.}$$

Das erste Glied auf der rechten Seite dieser Gleichung auf die Form

$$\overline{ML}.\frac{2c}{l}.\frac{3c}{l}$$

gebracht, lässt sich graphisch leicht construiren.

Durch die Grössen ab und CC' ist die Lage der Schlusslinie CD bestimmt. Will man die Ordinaten der Durchbiegungscurve haben, so verzeichnet man wieder die beiden Integralcurven der Geraden CD und die zwischen der zweiten Integralcurve dieser Geraden und der Linie KL eingeschlossenen Ordinaten liefern, mit $\frac{H.c^2}{EJ}$ multiplicirt, die wirklichen Ordinaten der Durchbiegungscurve.

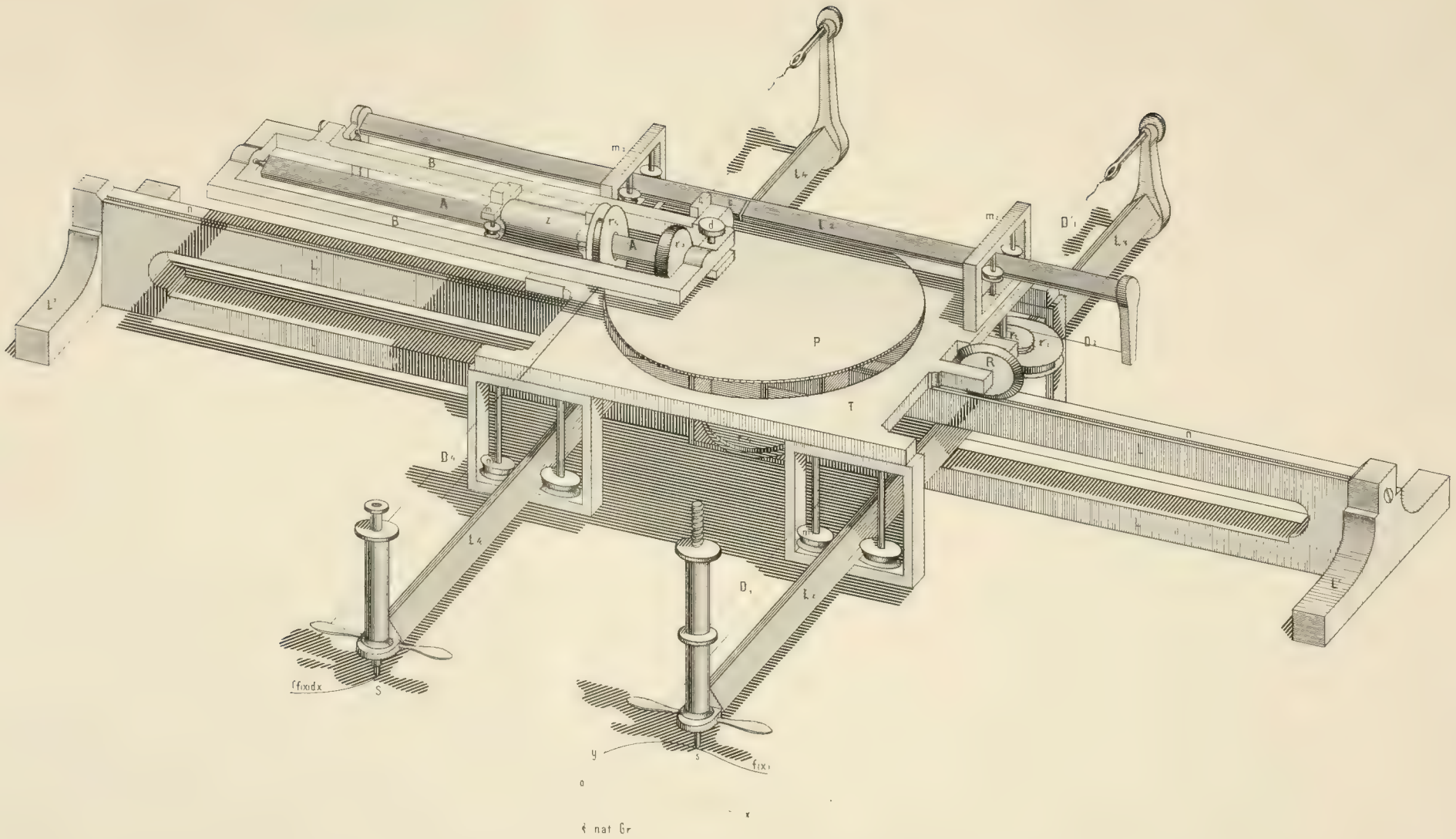
In allen vorhin durchgeführten Aufgaben wurden in Bezug auf die Belastung des Balkens keinerlei Beschränkungen gemacht; die Anwendung des Integrators erlaubt daher eine Allgemeinheit der Annahmen, wie sie durch die üblichen graphischen Constructionen nur annähernd erreicht wird.

Schlusswort.

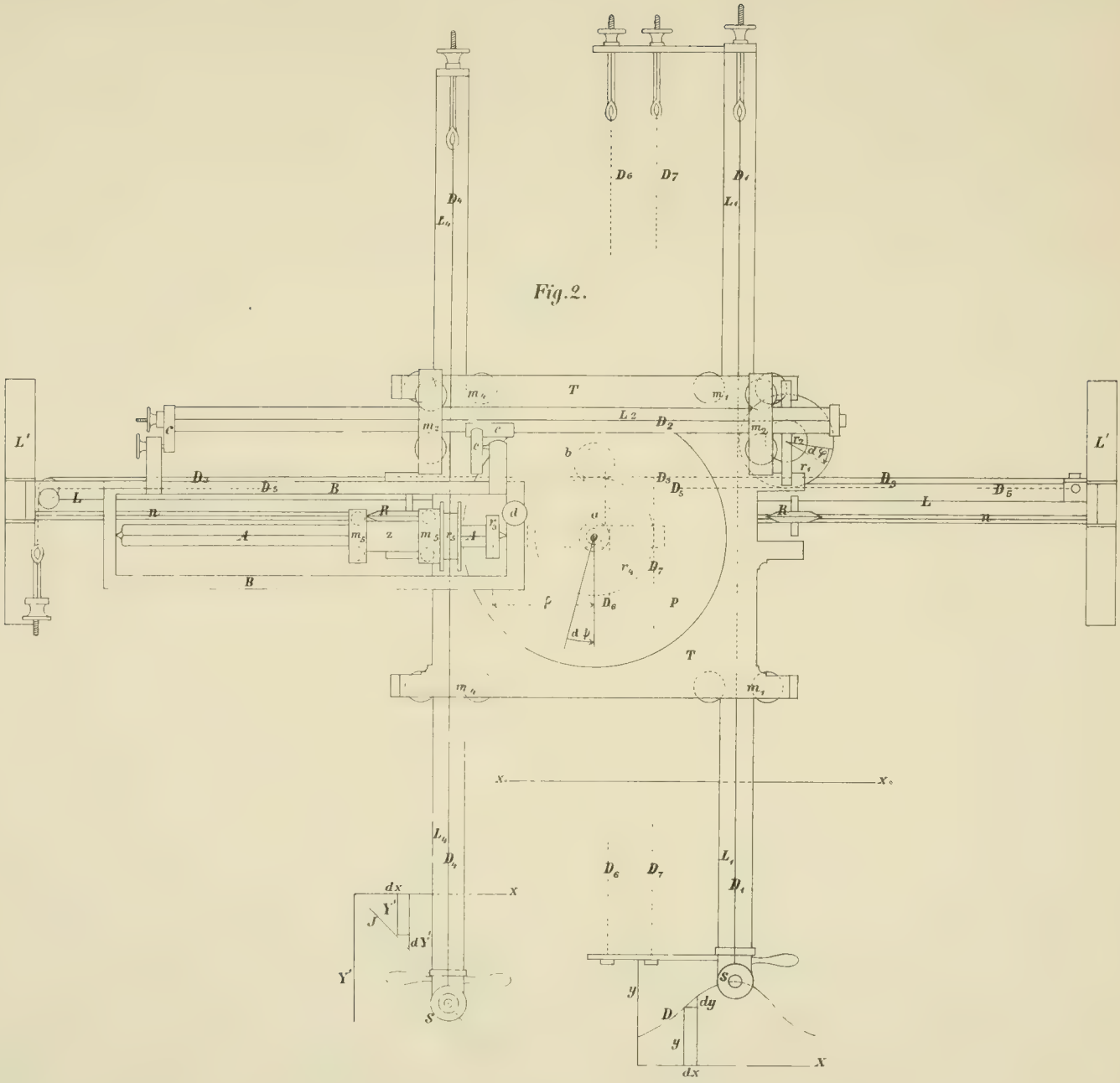
Aus der Darstellung der Verwendung des Integrators erhellt, dass er für den Mathematiker sowohl, wie für den Techniker ein äusserst brauchbares Instrument ist, wenn es sich darum handelt, im Bereiche der vorgeführten Verwendung rasch und mit genügender Genauigkeit Werthziffern zu erhalten; hiebei ist die ihm eigenthümliche Art der theilweisen Integrirung, ferner die Allgemeinheit der Verwendung besonders hervorzuheben.

Es ist jedoch mit den vorhin beschriebenen Aufgaben die Anwendung des Integrators offenbar nicht erschöpft. So würde es nicht schwer fallen, den Integrator zur Bestimmung der Pfeilermomente eines continuirlichen Balkens oder der Lage der Drucklinie eines elastischen Bogens mit Vortheil zu verwenden.

Fig. 1.



½ nat Gr



½ nat. Gr.

Autor del. K. k. Hof u. Staatsdruckerei

BEITRÄGE
ZUR
ANATOMIE DER NYCTAGINEEN.
I.
ZUR KENNTNISS DES BLÜTHENBAUES UND DER FRUCHTENTWICKLUNG EINIGER NYCTAGINEEN (*MIRABILIS JALAPA* L. UND *LONGIFLORA* L., *OXYBAPHUS NYCTAGINEUS* SWEET).

VON

ANTON HEIMERL,

WIRKLICHEM LEHRER AN DER K. K. SECHSHAUSER STAATS-OBERREALSCHULE

(Mit 3 Tafeln.)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 2. DECEMBER 1886

Die Blüthen der hier in Betracht kommenden Nyctagineen sind bekanntlich von einem Hochblatt-Involucrum umgeben, welches besonders bei den *Mirabilis*-Arten täuschend einem Kelche ähnelt und bei *Oxybaphus nyctagineus* Sweet bis zu sechs Einzelblüthen,[1] bei *Mirabilis longiflora* L. und *M. Jalapa* L. nur je eine Blüthe umhüllt. Über die Berechtigung, dieses uns nicht weiter interessirende Gebilde als Involucrum und nicht als Kelch anzusprechen, mögen die trefflichen Auseinandersetzungen in Eichler's Blüthendiagrammen (II, p. 100—105), dann in Baillon's Histoire des plantes (IV, p. 1 ff.) nachgesehen werden; hier ist nur des Umstandes Erwähnung zu thun, dass dieses Involucrum bei unseren Arten bis zur Fruchtreife fortwächst, sich mässig vergrössert und die reifen Früchte locker umhüllt, welche nach Bildung eines Trennungsgewebes an der Fruchtbasis leicht aus der Hülle herausfallen können.

Die Blüthen selbst sind bei den drei Arten so übereinstimmend gebaut, dass die folgende übersichtliche Beschreibung auf alle gleichmässig angewendet werden kann.

Das kronenähnliche, unten von dem eben erwähnten Involucrum (*Iv* in Fig. 23) eingeschlossene Perigon ($P_1 P_2$ in Fig. 23) sondert sich durch eine schon zur Blüthezeit sehr deutliche Einschnürung (bei *TT* in Fig. 23) in zwei ganz verschiedene Theile; der obere Theil (P_2 in Fig. 23) besteht aus einer mehr weniger verlängerten Perigonröhre,[2] welche sich trichterig in den Saum erweitert, und die oft prachtvolle Färbung dieses

[1] Choisy bemerkt auf Seite 432 seiner Monographie der Nyctagineen im Prodromus von De Candolle (Vol. XIII. Pars altera): „Auctores, quod non vidimus, aliquando involucra 1—6 flora reperierunt", was mich um so mehr wundert, als eben alle Involucren des *Oxybaphus nyctagineus* im Wiener botanischen Garten 1—6blüthig waren.

[2] Die Länge dieser Perigontheile beträgt bei *Mirabilis Jalapa* im Durchschnitte 40^{mm}, bei *Mirabilis longiflora* bis 120^{mm}; bei den *Oxybaphus*-Arten erweitert sich das Perigon schon vom Grunde an trichterig, so dass man bei den kleinen 12^{mm} langen Blüthen kaum von einer Perigonröhre sprechen kann.

Theiles bedingt es, dass man geneigt wäre, vielen Nyctagineen eine wohlentwickelte Blumenkrone zuzuschreiben. Der untere, im Involucrum versteckte Theil des Perigones (P_1 in Fig. 23) ist kugelig bis eiförmig, lichtgrün und hat zur Blüthezeit bei den drei Arten geringe Grösse (2^{mm} bei *Oxybaphus nyctagineus*, 4^{mm} bei den zwei *Mirabiles*); er schliesst in seinem Hohlraume die Basis des Androeceums, den Fruchtknoten und die unterste Griffelpartie locker ein (*A* und *Fl*, *G* und *St* in Fig. 23). Entsprechend der sehr verschiedenen Form beider Perigon-Haupttheile ist auch ihr Verhalten bei der weiteren Entwicklung wesentlich verschieden; es bildet sich nämlich nach dem Aufblühen an der Grenzstelle beider Perigontheile (längs *TT* in Fig. 23) eine Trennungsschichte, worauf der obere Perigontheil einschrumpft, um bald abzufallen, der untere sich hingegen rasch vergrössert, die Wände verdickt, endlich die obere Öffnung abschliesst, um so zu der dunkel gefärbten, ziemlich harten und derben Aussenwand der Nyctagineen-Frucht [1] zu werden.

Die Stamina, deren Zahl bei den *Mirabilis*-Arten fast constant 5, bei unserem *Oxybaphus* meist weniger als 5 (sehr häufig 4) beträgt, entspringen mit ihren oft sehr langen Filamenten vom oberen Rande eines blassgelben, ringförmigen Körpers (*A* in Fig. 23), der an seiner den Fruchtknoten umschliessenden, kleinzelligen Innenfläche Nectar absondert. Die Filamente, deren Länge der Länge des Perigons zum mindesten gleichkommt, tragen halbkreisförmige, flache Antherenhälften, die mit einer Längsspalte am äusseren Umfange aufspringen und die grossen, merkwürdig gebauten Pollenkörner heraustreten lassen. Vergleiche hierüber Schacht in Pringsheim's Jahrbüchern für wissensch. Botanik, II, p. 115—117, und Strasburger's Botanisches Practicum, p. 505 ff.

Der Fruchtknoten ist bei den *Mirabilis*-Arten kugelig bis eiförmig (*G* in Fig. 23), bei *Oxybaphus* mehr länglich, und wird von einer kurzen Verlängerung der Blüthenachse (*Tr* in Fig. 23) getragen, welche sich durch eine grosse Menge von Rhaphiden-Schläuchen (*RS* in obiger Figur) auszeichnet. An dem Fruchtknoten tritt eine deutliche Asymmetrie hervor, indem man eine stärker gewölbte Seite, in der das einzige Gefässbündel des Fruchtknotens verläuft, und eine weniger gewölbte, bei *Oxybaphus nyctagineus* fast abgeflachte Seite, welche den später abzuhandelnden Leitgewebsstrang (*Lg* in Fig. 1) enthält, gut unterscheiden kann. Erstere Seite entspricht der diagrammatischen Vorderseite der Blüthe, letztere der Hinterseite, und eben dieser Seite deutlich genähert [2] entspringt auch der Griffel (*St* in Fig. 23), welcher der Länge des Perigons entsprechend, ansehnliche Längenausdehnung erreichen kann (z. B. 120^{mm} bei *Mirabilis longiflora*), aus der Blüthe im Bogen nach aufwärts gekrümmt herausragt und eine zierliche, kopfige Narbe trägt. Schon bei ganz schwacher Vergrösserung erkennt man, dass die Narbe aus vielen korallenähnlich verzweigten und am Ende kuglig aufgetriebenen Ästchen besteht, zwischen denen die grossen Pollenkörner leicht haften und kleben bleiben können (Abbildung bei Duchartre, Annales des sciences naturelles, Sér. III, Vol. IX, Pl. 18, Fig. 47).

Die Höhlung des Fruchtknotens wird von der grundständigen Samenknospe so völlig ausgefüllt, dass das äussere Integument die Fruchtknotenwand fast an allen Stellen berührt; eine kurze, dicke Placenta (*Pl* in Fig. 1) entspringt in der Basis der Fruchtknotenhöhle, deutlich der Hinterseite des Carpells genähert,[3] und wird von einem starken Gefässbündel (Gf_2 in Fig. 1) durchzogen, das ungetheilt bis zum Knospengrunde verläuft und — der Lage der Placenta entsprechend — ebenfalls der Rückennaht des Carpells evident genähert ist. Zwei Integumente umhüllen den campylotropen Knospenkern (Ig_1, Ig_{II} in Fig. 1), während die Mikropyle (*Mc* in Fig. 1) der Basis der Fruchtknotenhöhlung und zugleich immer der vom Gefässbündel durchzogenen Vorderseite des Fruchtknotens zugewendet ist. Dem geschilderten Verhalten des Ovulums zu-

---

[1] Finger spricht in seiner Anatomie und Entwicklungsgeschichte von *Mirabilis Jalapa* auf p. 7 des Separatabzuges von einer ausserordentlich harten „testa" des Samens, womit nichts Anderes, als das in Rede stehende Gebilde gemeint sein kann.

[2] Radlkofer hat in den Abhandlungen des naturwissenschaftlichen Vereines zu Bremen, VIII, p. 441, auf dieses Stellungsverhältniss des Griffels besonders aufmerksam gemacht.

[3] Erwähnt von Radlkofer l. c.

folge kann es als eine Verbindungsform der campylotropen und der anatropen Ovula bezeichnet werden, wie auch Duchartre l. c. p. 277 schon angegeben hat.

Nach dieser Übersicht des Baues der Nyctagineen-Blüthe wenden wir uns zur Betrachtung des ausgezeichnet entwickelten Leitungsgewebes der Pollenschläuche, das bei den drei Arten ganz übereinstimmend entwickelt ist.

Der Griffel unserer Nyctagineen wird seiner ganzen Länge nach einerseits von dem aus dem Fruchtknoten stammenden Gefässbündel (*Gf*$_1$ in Fig. 3 und 4), andererseits von einem Leitgewebsstrang (*Lg* in Fig. 3 und 4) durchzogen, dessen Fortsetzung als Leitgewebe im Fruchtknoten erscheint (*Lg* in Fig. 1). Quer- und Längsschnitte des Griffels zeigen eine grosszellige Epidermis mit dünner Aussenwand (*Ep* in Fig. 3 und 4), innerhalb dieser ein dünnwandiges Parenchym (*Pa* in Fig. 3 und 4) von in der Griffelaxe langgestreckten Zellen mit horizontalen Querwänden und schmalen Intercellularräumen, dann das im Querschnitte elliptische Gefässbündel mit Ring- und Spiralgefässen sowie Cambiform, endlich den Leitgewebsstrang von kreisförmigem Umrisse (*Gf*$_1$ und *Lg* in Fig. 3 und 4), welcher die Stelle des nicht existirenden Griffelcanals einnimmt. Vergleicht man Querschnitte aus verschiedenen Höhen des Griffels, so ergibt sich, dass im fast genau kreisrunden Querschnitte der oberen Griffelpartie die Mitte geradezu von dem Leitgewebsstrang eingenommen wird, das Gefässbündel hingegen seitlich gedrängt erscheint, während tiefer abwärts in dem nunmehr elliptischen Griffelquerschnitte (Fig. 3) beide Stränge excentrisch verlaufen, um dann diametral gegenüber die Fruchtknotenwand zu durchziehen (Fig. 1, 2).

Der Leitgewebsstrang grenzt sich schon bei schwacher Vergrösserung durch eigenthümlichen Glanz scharf von dem umgebenden Parenchyme ab; er besteht (Fig. 1, 3, 4) aus langgestreckten, dicht an einander gepressten Zellen, deren Membranen in der von den Autoren für eine Reihe von Pflanzen geschilderten Weise[1] stark verdickt und gequollen sind. Die Zellen lassen nur schwer eine gegenseitige Begrenzung durch feine Linien erkennen, haben horizontale Trennungswände (Fig. 4) und besitzen ein unbedeutendes, im Querschnitte dreiseitiges bis schmal spaltenförmiges, im Längsschnitte enges langgezogenes (oben und unten oft etwas verbreitertes) Lumen mit feinkörnigem Inhalte. Jodpräparate, insbesondere Chlorzinkjod, ertheilen den Zellwänden blassgelbe, dem Inhalte aber intensiv gelbbraune Färbung, ebenso werden Farbstoffe (z. B. Safranin) von der Wand kaum, vom Zellinhalte dagegen energisch aufgenommen, wodurch sehr zierliche Präparate zu erhalten sind. An der Peripherie des Leitgewebsstranges befindet sich eine Art Scheide, welche aus 2—3 Lagen eigenthümlicher Zellen, deren Lumen ganz besonders in tangentialer Richtung verbreitert, in radialer Richtung hingegen sehr schmal erscheint, besteht. Dünne Quer- und Längsschnitte lassen diese Zellen (*Sd* in Fig. 3, 4) gut von dem angrenzenden Parenchyme, sowie dem Leitgewebe unterscheiden.

Im Fruchtknoten verläuft, was mir sehr bemerkenswerth erscheint, dieser Leitgewebsstrang nicht in der Höhlung selbst, (wie bei so vielen Blüthen), sondern er zieht innerhalb der Wand bis zur Basis des Fruchtknotens, um sich dann mit dem Leitapparat der Placenta in Verbindung zu setzen. Die Wand des Fruchtknotens besteht nur aus wenigen Zelllagen; die Aussen- und Innenfläche wird von einer Epidermis überzogen, deren Zellen im Allgemeinen so breit oder weniger breit als hoch sind, reichlichen plasmatischen Inhalt führen, stark verdickte, Cellulosereaction gebende Aussenwände, dünne Seitenwände und, besonders bei *Mirabilis longiflora*, verdickte Grenzwände gegen das darunter liegende Parenchym besitzen (*Ep*$_1$ und *Ep*$_2$ in Fig. 6). An der Epidermis der Aussenseite gelingt der Nachweis der Cuticula leicht, während die Epidermis der inneren Fläche von sehr zarter Cuticula überzogen wird. Zwischen den beiden Epidermen liegen ungefähr 2—3 Schichten Chlorophyll-Parenchyms, mit rundlichen, dünnwandigen Zellen, welche reichlich Stärke führen und zahlreiche Intercellularräume zwischen sich lassen; hin und wieder trifft man auch Rhaphidenschläuche an (vergl. Fig. 6, 9). An den zwei früher erwähnten, gegenüberliegenden Stellen ist die Fruchtknotenwand verdickt und

[1] Behrens, Untersuchungen über den anatomischen Bau des Griffels und der Narbe. (Inaug.-Dissertation, 1875.
Capus, Anatomie du tissu conducteur. (Annales d. sciences naturelles. Sér. VI. Tome VII, p. 209—291.)
Dalmer, Über die Leitung der Pollenschläuche bei den Angiospermen. (Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. 1880, p. 530 ff.)

springt deutlich nach aussen vor (Fig. 6), was schon bei Loupenbetrachtung erkannt werden kann; der Querschnitt zeigt, dass hier zahlreiche Parenchymzellen einerseits um das Gefässbündel, andererseits um den Leitgewebsstrang angeordnet sind (*Lg* und Gf_1 in der Fig. 6). Letzterer verläuft, wie besonders Fig. 1 zeigt, mehr der Innenepidermis (Ep_2) genähert und stimmt in seinem Bau ganz mit dem früher über das Leitgewebe des Griffels angeführten überein; die Zellen der Innenepidermis, sowie die angrenzenden Parenchymzellen sind in der Nähe des Leitgewebsstranges mehr abgeflacht, tafelförmig und gehen erst weiter von diesem weg in die gewöhnliche Zellform über.

Der weitere Verlauf dieser Gewebsform ist nun folgender. Je mehr sich der Strang dem unteren Theile des Fruchtknotens nähert, um so mehr wendet er sich der Epidermis der Fruchtknotenhöhle zu (vergl. besonders Fig. 1), die Zellen der letzteren werden in eben dem Masse schmäler, die Wände erscheinen mehr aufgequollen, bis er endlich in die Höhle des Fruchtknotens selbst eintretend die Basis der Placenta erreicht hat (Stelle bei *x* in Fig. 1). Zugleich verliert der Leitgewebsstrang seinen kreisrunden Querschnitt, wird querelliptisch und spaltet sich (*Lg* in Fig. 5) endlich beim Eintritte in die Fruchtknotenhöhle in zwei schief seitlich und nach abwärts verlaufende Partien, welche unmittelbar in das verschleimte oberflächliche Placentargewebe übergehen. Ich kann mich in Bezug auf letzteres Gewebe ganz kurz fassen, da Dalmer[1] in seiner citirten Arbeit bei *Phytolacca* ähnliche Einrichtungen beschrieben hat. Die oberflächlichen Zellen der Placenta sind in hohem Grade verquollen, zeigen ein unbedeutendes, längliches Lumen mit feinkörnigem, durch Jod intensiv gelb gefärbtem Inhalte, während die Seiten und besonders die Aussenwände der Zellen in eine stark lichtbrechende, glänzende Schleimmasse verwandelt sind, welche mit Chlorzinkjod allmählich violette Farbe annimmt.

So ist nun den Pollenschläuchen der Weg, den sie zurückzulegen haben, deutlich vorgezeichnet: durch das Leitgewebe des Griffels, weiter durch jenes in der Fruchtknotenwand zur Placenta, endlich um diese im Halbkreise herum zu der Mikropyle. Diese wird, wie Fig. 1 zeigt, von dem Innenintegumente der Samenknospe gebildet und von einer pfropfähnlich vortretenden Schleimmasse erfüllt, welche aus dem verschleimten, den Embryosack (*E*) überdeckenden Nucleusgewebe hervorgegangen ist. Die engen Lumina der Zellen lassen noch ihre ursprüngliche reihenweise Anordnung errathen.

Die Grenzstelle, an welcher die verschleimten Wände der Nucleuszellen und jene der Placenta an der Mikropyle zusammenstossen, ist als feine Linie deutlich zu erkennen; die Schleimmassen selbst breiten sich bis zu der unter der Mikropyle befindlichen Fruchtknotenwand aus.

Auf eine Eigenthümlichkeit des Fruchtknotens, welche Fig. 5 bei *x* zeigt, möge noch kurz hingewiesen werden; die hintere Fläche des Fruchtknotens hat nämlich unmittelbar über der Basis einen tiefen Einschnitt, der, wie Duchartre's[2] entwicklungsgeschichtliche Untersuchungen lehren, als Rest der lange bestehenden, medianen Perforation des Nyctagineen-Fruchtknotens erhalten bleibt.

Wir wenden uns nun zum Baue und zur weiteren Entwicklung der Samenknospe. Von den zwei Integumenten, welche diese umhüllen, umfasst das innere meistens nur zwei (an einigen Stellen auch drei) Lagen von sehr schmalen (*γ* in Fig. 7) in tangentialer Richtung gedehnten Zellen, die sich ziemlich scharf von den grösseren, unregelmässig polyëdrischen Nucleuszellen abheben. Die Zellen des äusseren Integumentes (*II* in Fig. 7) sind relativ grösser, rundlich, lassen Intercellularräume zwischen sich, führen Chlorophyll und Stärke; die äusserste Zelllage bildet ein Epitel um die Samenknospe (*α* in Fig. 7) mit Zellen von kurz prismatischer Form und etwas verdickten Aussenwänden. Meist sind sieben Zelllagen im äusseren Integumente von den gleich zu erörternden Stellen abgesehen zu erkennen.[3] Es wurde schon früher angegeben, dass ein starkes Gefässbündel (Gf_2 in Fig. 1, 2) in der basilaren Placenta bis zur Basis des Nucleus (*y* in obigen Figuren) verlaufe; die Mitte des kreisrunden Stranges wird von Ring- und Spiralgefässen eingenommen, während eine

[1] Dalmer l. c. p. 541.

[2] Duchartre l. c. Fig. 22, 23, 31, 32, 33 etc.

[3] In den hierauf Bezug habenden Figuren der ausgezeichneten Arbeit von Duchartre (z. B. Fig. 60, 61, 75) sind beide Integumente gleich dick gezeichnet, was durchaus nicht mit dem thatsächlichen Befunde stimmt; auch fehlt in seinen Figuren das verschleimte Gewebe der Mikropyle.

dichte Lage zartwandiger, eiweissreichen Cambiformzellen die Peripherie bildet. An der Nucleusbasis angekommen, spaltet sich dieser Strang gabelig in zwei Gefässbündel, welche rechts und links von der Mediane des Knospenkernes im äusseren Integumente bis zu circa zwei Dritteln der Höhe nach aufwärts verlaufen, bis wohin sich wenigstens noch zarte Gefässe verfolgen lassen. Führt man durch diese Stellen Querschnitte, so zeigt sich aussen das dünnwandige Epitel der Samenknospe, dann das hier grosszelligere und überhaupt mächtiger entwickelte Gewebe des äusseren Integumentes, endlich das an diesen Stellen dreischichtige Innenintegument, dessen Continuität eben durch das kleinzellige Gefässbündel unterbrochen ist. Die Elemente des Gefässbündels sind offenbar nicht weit über den procambialen Zustand hinaus, doch lässt sich leicht das peripherische Cambiform von dem centralen Gefässtheil unterscheiden. Während sonst die Zellen des Nucleus unregelmässig polyëdrische Form haben und nur undeutlich eine Anordnung in bestimmter Weise zeigen, bemerkt man in unserer Figur (Partie K_1 in Fig. 6), dass die Zellen einer mittleren Gewebspartie des Nucleus in regelmässigen Zügen zu den Gefässbündeln verlaufen; diese Zellen füllen sich, wie weiter dargelegt werden wird, mit Reservestoffen und werden dann zum Perisperm.

Über die Zellen des Nucleus ist noch nachzutragen, dass sie stärkefrei, dafür aber reich an plasmatischen Stoffen sind; eine Schichte enger, tafelförmiger Nucleuszellen (*m* in Fig. 7) bildet die Grenze gegen das Innenintegument und ist von denselben durch die ungemein zarte Cuticularmembran (*c* in obiger Figur) scharf geschieden. An den Stellen, wo die Nucleuszellen mit den Cambiformzellen der Gefässbündel (bei gf_2 in Fig. 6) in Zusammenhang treten, fehlt die Cuticularisirung.

Der Embryosack hat zur Zeit der Befruchtung bei allen untersuchten Arten ungefähr keulenförmigen Umriss (*E* in Fig. 1) und eine Länge von circa $0{\cdot}3^{mm}$.[1] Am verschmälerten, dem inneren Theile des Nucleus zugekehrten Ende, liegen die drei, schon vor der Befruchtung mit Zellhaut umgebenen Antipodenzellen, die sich — je nach der Schnittrichtung — entweder alle zugleich zeigen, oder von denen eine durch die übrigen Zellen verdeckt wird. Die Membran des Embryosackes erreicht durchschnittlich eine Dicke von 2μ, nur am Mikropylen-Ende gelang es mir nicht, ihre Existenz nachzuweisen und dürfte daselbst die Wand entweder ungemein verdünnt sein oder ganz fehlen. Die Eizelle ist ziemlich tief inserirt und enthält eine grosse Vacuole, dann in ihrer unteren, der Mitte des Embryosackes zugewendeten Partie reichlich Amylumkörner um den Zellkern angeordnet.

Schon vor der Befruchtung und noch energischer unmittelbar nach ihr beginnt die Verflüssigung und Auflösung der dem Embryosack unmittelbar anliegenden Nucleuszellen; zugleich vergrössert sich der Embryosack rasch und zwar so, dass ganz besonders das Längenwachsthum überwiegt, und er zu einem zartwandigen Schlauch auswächst, in dessen dünnem plasmatischen Wandbelege zahlreiche Zellkerne auftreten und in der durch Strasburger bekannt gemachten Weise das Anfangsstadium der Endospermbildung darstellen. Während dieser Vorgang an den meisten Wandstellen keine weitere Bedeutung hat, die Endospermbildung gewissermassen rudimentär bleibt, haben sich um die am Mikropylen Ende des Sackes befindlichen Kerne Plasmamassen gesondert und Membranen gebildet, so dass das kurze Suspensor und die Seiten des Embryos von einem parenchymatischen, eiweissreichen Endosperm-Gewebe umhüllt werden (*Esp* in Fig. 13); auch diese Bildung ist vorübergehend und wird bei der weiteren Entwicklung der Embryos von seiner Wurzelspitze, resp. der Wurzelhaube verdrängt und es ist, von einigen Resten abgesehen, in dem reifen Samen vom Endosperm nichts mehr nachzuweisen.

Da sich, wie soeben ausgeführt, der Embryosack vorwiegend in der Längen- und weniger beträchtlich in der Breitendimension vergrössert, zugleich das umgebende Kerngewebe verflüssigt wird, so dauert es nicht lange, bis er ziemlich genau die ganze vordere Hälfte der Samenknospe ausfüllt. Ein Vergleich der zwei Figuren 6 und 14 wird dieses complicirtere Verhältniss veranschaulichen; während zur Blüthezeit die zwei

[1] Über die Theilungsvorgänge der Embryosack-Mutterzelle etc. hat A. Fischer an der Nyctaginee: „*Allionia nyctaginea*" gründliche Studien angestellt und kommt zu dem Resultate, dass bei den Centrospermen überhaupt die Bildung der Tapetenzellen übereinstimmend erfolgt, dagegen das Verhalten der Mutterzelle mannigfach differirt. Zur Kenntniss der Embryosack-Entwicklung etc. in Jenaischer Zeitschrift, XIV, p. 113 ff.)

Gefässbündel des Integumentes (gf_2 in Fig. 6) fast in gleicher Distanz von der Vorder- und Hinterseite des Ovulums verlaufen und es in eine Vorderhälfte und eine ebenso grosse Hinterhälfte zerlegen, ist nun die Symmetrie dieser Hälften eine ganz andere geworden. Die Hinterhälfte vergrössert sich beim weiteren Wachsthum der Samenknospe ganz besonders, wodurch bewirkt wird, dass die zwei Gefässbündel, wie es Fig. 14 zeigt (gf_2 rechts und links), scheinbar nach vorne und näher aneinanderrücken. Diesen so gebildeten Zwischenraum, der seitlich von den eben erwähnten Gefässbündelpartien, vorne von den Integumenten, endlich hinten von der stehenbleibenden Partie des Nucleus begrenzt wird, erfüllt allmählich der sich vergrössernde Embryosack (*E* in Fig. 14) unter Verflüssigung der betreffenden Nucleuszellen, wobei noch zu bemerken ist, dass überhaupt die äusserste, kleinzellige Lage des Nucleusgewebes der Auflösung am längsten widersteht und oft, wenn alles übrige gelöst ist, noch erkennbar bleibt.

Hat nun der Embryosack bei seiner Längsstreckung ungefähr die Grösse erreicht, in welcher ihn Fig. 13 bei *E* zeigt, so beginnt nun die Auflösung und Verquellung jene peripherischen Nucleuspartien zu ergreifen, welche an der dem Embryosack gegenüberliegenden Hinterseite des jungen Samens (Partien bei *a* und *b* in Fig. 13 und 14) liegen. Dieser Vorgang fängt leicht begreiflicher Weise in den obersten, dem Scheitel des jungen Samens naheliegenden Stellen (*b* in Fig. 13) an, um dann gegen die am Knospengrunde befindlichen Stellen (*a* in Fig. 13) vorzuschreiten. Unberührt von diesen Vorgängen bleibt die in der Mitte des ganzen Samens gelegene Nucleuspartie (*Psp* in Fig. 13 und 14); sie stellt einen länglichen Körper mit vorderer ausgehöhlter, hinterer gewölbter (*1*, *2* in Fig 13 und 14) und oberer, sattelförmig gefurchter Fläche dar. An den seitlich gelegenen Stellen (bei *3* in Fig. 14) hängt der ganze Gewebskörper mit den Zellen des hier mächtigeren, äusseren Integumentes und damit auch mit den leitenden Zellen der beiden seitlichen Gefässbündel (gf_2 in Fig. 14) zusammen, und es darf wohl das schon früher erwähnte Fehlen der Cuticularisirung der Aussenmembranen der äussersten Nucleuszellen an diesen Stellen mit dem Transporte der Reservestoffe in Verbindung gebracht werden.

Die Zellen dieses Gewebes bleiben stets äusserst dünnwandig und folgen der Grössenzunahme der Samenknospe ohne Theilung, blos durch Dehnung der Wände; sie führen anfangs blos Eiweisskörper, ohne Spuren von Stärke und werden mit Jodlösungen dunkelgelb bis braun; allmählich aber treten besonders in den inneren Theilen Stärkekörner auf, anfangs vereinzelt, dann immer häufiger, bis endlich im reifen Samen die nun grossen, polyëdrischen Zellen völlig mit circa 1μ grossen, zahllosen Stärkekörnern ausgefüllt sind. Eine Ausnahme machen insoferne die äussersten Grenzzellen an der Oberfläche des Perispermkörpers, als sie sehr flach bleiben und bemerklich grössere, minder zahlreiche Stärkekörner führen. Reste des Zellkernes sind übrigens nach Entfernung der Stärke auch im Zustand völliger Reife noch zu erkennen. Mit Rücksicht auf diese Entwicklung ist daher das „Albumen" der *Mirabilis*- und *Oxybaphus*-Früchte als Perisperm zu bezeichnen, und reihen sich die Nyctagineen ganz treffend in die Nähe der übrigen Curvembryonaten (*Chenopodiaceae, Caryophyllaceae, Phytolaccaceae* etc.), bei denen durch Harz[1] das Vorkommen des Perisperms neben unbedeutenden Endospermresten nachgewiesen wurde.

Wenn einmal sämmtliche peripherische Theile des Nucleusgewebes in Verflüssigung begriffen sind, fängt auch die bisher unscheinbare Embryokugel an sich zu vergrössern, und nimmt, da die Cotyledonen hervorzuwachsen beginnen, herzförmige Gestalt an. Von da an tritt rasches Wachsthum ein; die zwei Cotyledonen wachsen als spitze, schmale Lappen hervor, die median übereinander liegen und entsprechend der starken Krümmung des Embryosackes gezwungen sind, anfangs in dem schmalen Vorderraum des heranreifenden Samens bis zu seinem Scheitel vorzudringen. Erst von da an, wo sie den Scheitel erreicht haben und sich in den Hinterraum des jungen Samens (bei *a* in Fig. 14) hinüberbiegen, nimmt auch ihre Breite zu und sie verbreitern sich bald so sehr, dass sie dann zwei mässig dicke, aufeinanderliegende Gebilde, welche in ihrem Wachsthume genau der Krümmung des Ovulums folgen, vorstellen. Hiebei geschieht es nicht selten, dass sie bei ihrer raschen Grössenzunahme die zarte, gequollene Wand des Embryosackes zwischen sich einstülpen, von

[1] Harz, Landwirthschaftliche Samenkunde, II, p. 1072 ff. (1885).

der dann auch späterhin noch anhängende Reste nachweisbar bleiben. Bei reifen Früchten grenzen daher die Cotyledonen, von denen der äussere grösser ist als der innere (Fig. 18, vergl. cot_1 und cot_2) nach aussen unmittelbar an die Integumente, seitlich an die Gefässbündelstellen des Integumentes, nach innen endlich an die äusserste engzelligere Perispermlage. Im Querschnitte zeigen sie dann eine kleinzellige Epidermis und ein lockeres, intercellularreiches Parenchym, dessen äussere Zellen mehr cylindrisch, die inneren mehr isodiametrisch sind; alle Zellen enthalten zahlreiche Aleuronkörner von sehr verschiedener Grösse, häufig zeichnet sich ein in der Mitte gelegenes Korn durch besondere Grösse aus, welche durch Wasser augenblicklich zerstört werden und meist mehrere kleine Globoide führen. Die reichlich vorhandene Grundmasse enthält fettes Öl; Krystalloide finden sich keine.

Die Weiterentwicklung der Integumente und Fruchtknotenwandung findet nun in folgender Weise statt. Es wurde schon erwähnt, dass sich das Epitel der Samenknospe und die Epidermis der Fruchtknotenhöhle geradezu berühren und aneinander liegen (vergl. Fig. 1); bei der Vergrösserung des Ovulums wird nun offenbar ein Druck auf die Zellschichten der Wand des Fruchtknotens ausgeübt, der zuerst die beiden Epidermen des letzteren (Ep_1 und Ep_2 in Fig 7) näher zu einander bringt, wobei die zwischenliegenden Parenchymzellen (*Pa* in Fig. 7) zusammengepresst und unkenntlich werden. Zugleich nimmt das Gefässbündel, sowie der Leitgewebsstrang des Fruchtknotens elliptischen Querschnitt an um zuletzt ganz plattgedrückt zu werden und zu veröden. Der zugleich stattfindenden Dehnung in tangentialer Richtung folgen die Zellen der äusseren Epidermis (Ep_1 in Fig. 7) durch radiale Theilungswände, jene der inneren Epidermis (Ep_2 in Fig. 7) durch ganz auffallende Grössenzunahme. Hat der heranwachsende Same schon über die Hälfte der definitiven Grösse erreicht, so obliteriren die Zellen der Innenepidermis so schnell, dass in den Präparaten erst nach KOH-Behandlung ihre Reste erkannt werden können; der heranreifende Same ist dann eigentlich nur mehr von der Aussenepidermis des Fruchtknotens bedeckt, welche nun durch tangentiale Dehnung der Zellen dem weiteren Wachsthume folgt und in recht unansehnlichem Zustande auch am reifen Samen erhalten bleibt (*I* in Fig. 9 und 12).

Was das Verhalten der Integumente betrifft, so zeigt sich in Samen, die ungefähr ein Viertel der definitiven Grösse erreicht haben, das Epitel in lebhafter radialer Theilung (α in Fig. 7) begriffen; die Zellen sind höher als breit mit reichem, plasmatischem Inhalte, grossen Zellkernen und ziemlich dicken Aussen- und Innenwänden, dagegen mit zarten Seitenwänden. Die darunter liegenden Zellen des äusseren Integumentes (β in Fig. 7) sind alle zartwandig, stärkereich und werden bei der Vergrösserung der Samenknospe mehr und mehr tangential gedehnt und zugleich zusammengepresst, wobei sich grosse, luftführende Intercellularräume zwischen ihnen bilden; da die Zellen aber bei diesem Vorgange an den früheren Berührungsstellen noch zusammenhängen, so nehmen sie in schon der Reife nahen Früchten unregelmässig gelappte, an die Schwammparenchymzellen erinnernde Form an. In solchen Früchten hat übrigens die Höhe dieser Zellen auch beträchtlich abgenommen, wodurch sie sich dünntafelförmig bis völlig abgeflacht darstellen, und von ihrem früheren Inhalt nur noch spärliche Reste führen.

Weitaus schwieriger sind die Veränderungen zu constatiren, denen das innere, recht unscheinbare Integument unterworfen ist. Die beiden Lagen desselben bestehen aus sehr zartwandigen, tafelförmigen Zellen, welche in ganz jungen Samen (bei denen eben die Auflösung des peripherischen Nucleusgewebes beginnt und die eine vielzellige Embryokugel enthalten) enge aneinander grenzen (*γ*, 1, 2 in Fig. 7), keine Intercellularräume zwischen sich lassen und sehr dichten plasmareichen, aber stärkefreien Inhalt führen; an die innere Zellenlage (1) grenzt unmittelbar die cuticularisirte (in concentrirter Schwefelsäure unlösliche) Schichte der Aussenwand (*c* in Fig. 7) der äussersten Nucleuszellen, deren übrige Wände in diesem Stadium in Aufquellung und Lösung begriffen sind. Wie Querschnitte etwas weiter vorgerückter Samenanlagen zeigen, wird die Zelllage 2 des inneren Integumentes bald undeutlich und verschwindet gänzlich, während die Zellen der übrig bleibenden Lage 1 eine sich wohl scharf abhebende Zone bilden, dagegen ihre gegenseitige Abgrenzung immer undeutlicher erkennen lassen (*1* in Fig. 10 und 11). In demselben Masse als die Zellgrenzen unkenntlicher werden, tritt in dieser Schichte eine eigenthümliche Strichelung in radialer Richtung hervor, nimmt immer mehr an Deutlichkeit zu (*1* in Fig. 11) und präsentirt sich im Querschnitte so wie Fig. 11 zeigt, während

Flächenansichten der Zellen das Bild von Fig. 15 geben. Es kann wohl nur die Deutung dieser Veränderung angenommen werden, dass sich senkrecht zur Fläche dieser Zellen im plasmatischen Inhalte Zellstofftheile zu beide platten Flächen verbindenden Zellstoffpartien ausscheiden, welche dann im Querschnitte der flachen Zellen (*I* in Fig. 11) die Erscheinung der Querstrichelung hervorrufen. Der zwischen den balkenförmigen Ausscheidungen befindliche Inhalt der Zellen wird immer spärlicher, so dass bei den reifen Früchten die Zwischenräume der Wandverdickungen von Luft erfüllt werden.

An reifen Früchten findet man daher, sobald sie von dem hart gewordenen Perigon befreit wurden, um den Embryo von aussen nach innen folgende Schichten: 1. eine meist sehr schmale, unscheinbare braune Haut (*I* in Fig. 9, 12) mit erst durch Kalilauge deutlicher werdender Zellstructur. Sie besteht aus einer Lage von ganz niedrigen Zellen mit bräunlichen Wänden, zarter Cuticula und kann ziemlich leicht von dem darunter liegenden Gewebe losgelöst werden, oder springt wohl von selbst los und stellt die Aussenepidermis des Fruchtknotens dar, während — wie zuvor ausgeführt — von den übrigen Elementen der Fruchtknotenwand nur hin und wieder unscheinbare Reste überbleiben. 2. Alles Folgende (*II* in Fig. 9, 12) gehört zur Testa des Samens, und zwar ist die erste, meist deutlich wahrzunehmende Zellschichte (α in obigen Figuren) das veränderte Epitel der Samenknospe; die Zellen haben besonders bei *Oxybaphus* (α in Fig. 9) sehr verdickte Aussen- und Innenwände, unbedeutendes Lumen, sind in tangentialer Richtung stark gedehnt, in radialer oft sehr bedeutend zusammengepresst, inhaltslos. Die folgende Partie der Samenschale (β in obigen Figuren) besteht aus den schon geschilderten flachen und zerdrückten Zellen des äusseren Integumentes, in denen nur spärliche Inhaltsreste und sparsame Kalkkrystalle übergeblieben sind. Im ganzen Umfange des Samens verhält sich die Dicke und der Bau dieser Schichte in gleicher Weise mit Ausnahme jener Stellen, wo die zwei Gefässbündel in der Samenschale verlaufen. Im Umkreise dieser Stränge (bei *gf* in Fig. 9) sind, wie wir wissen, die Zellen der Schichte β besonders zahlreich vertreten, und zum Theile erhalten sie auch ihre ursprüngliche elliptische Umrissform. Die Gefässbündel selbst, welche parallel zu einander bis zum Scheitel des Samens in der Testa verlaufen, enthalten je 10—15 Ring- und Spiralgefässe, während die umgebenden dünnwandigen Elemente (*cf* in Fig. 9) eng zusammengepresst und schwer kenntlich sind. Die innerste Schichte der Testa (γ in obigen Figuren), hervorgegangen aus dem inneren Integumente der Samenknospe, fehlt nur an den Stellen, wo die Gefässbündel in der Testa verlaufen, lässt keine Zellgrenzen erkennen, sieht bei schwachen Vergrösserungen im Querschnitte wie punktirt aus, während starke Vergrösserungen bei Betrachtung von Querschnitten dicht neben einander liegende, abwechselnd hellere und dunkle Vierecke (γ in Fig. 9, 12) in regelmässiger Nebeneinanderreihung zeigen. Die dunkeln Stellen entsprechen, wie wir früher sahen, den leer gebliebenen, jetzt lufterfüllten Stellen des Zelllumens; die helleren stellen die kurzen, balkenähnlichen Verdickungen, welche das Lumen gleichmässig durchsetzen, dar. Wird diese Schichte von der Fläche bei starker Vergrösserung betrachtet, so hat man ein zierliches Bild vor sich, wie in Fig. 15; die luftführenden Zwischenräume erscheinen nun mannigfach gewunden oder verzweigt, die Verdickungen als rundliche bis längliche, körnerähnliche Stellen. Diese eben abgehandelte Schichte ist auch noch durch eine scharf abgegrenzte, aber äusserst dünne cutinisirte Membran (ε in obigen Figuren), den Rest der Cuticula der äussersten Nucleuszellen, von den weiteren Geweben des Samens getrennt. Mit freiem Auge betrachtet, erscheinen alle besprochenen Schichten zusammen als eine sehr dünne, aussen hellbraune, innen schwach silberglänzende Haut um den Embryo.

Was die Weiterentwicklung des Perigons der Blüthen betrifft, so ist im Allgemeinen für alle drei Arten Folgendes zu bemerken. Wenige Stunden nach erfolgter Entfaltung des Perigons verwelkt schon der schön gefärbte, obere Perigontheil, indem sich, wie schon eingangs erwähnt, längs der Grenze beider Perigontheile (bei *TT* in Fig. 23) eine Trennungsschichte ausbildet, und dann rasch die Ablösung erfolgt. Zugleich verengt sich, durch Streckung der Parenchymzellen an der Ablösungsstelle in radialer Richtung die Einschnürung (bei *TT* in Fig. 23) immer mehr; hiebei wird offenbar auf die hier durchtretenden Filamente und den Griffel (*Fl* und *St* in Fig. 23) ein Druck ausgeübt, wodurch diese Theile an der Durchtrittsstelle gewissermassen atrophiren und vom verwelkenden Perigon eingeschlossen, mit demselben späterhin abfallen

und zu Grunde gehen. In solchen Blüthen, deren oberer Perigonantheil auf diese eben geschilderte Weise abgefallen ist, findet man regelmässig den Pollenschlauch in die Mikropyle eingedrungen.

Die nächsten Veränderungen, welche an dem stehen gebliebenen unteren Theil des Perigons (P_1 in Fig. 23) vor sich gehen, bestehen erstens darin, dass durch weiteres Wachsthum und Streckung der Zellen am Scheitel (vergl. übrigens das Folgende) ein vollständiger Verschluss desselben erreicht wird, und zweitens, dass in rascher Folge die Wand des basalen Perigonabschnittes sich verdickt und zur definitiven Form und Grösse auswächst. Dabei ist noch anzufügen, dass die Vergrösserung des Perigons mit der Weiterentwicklung der eingeschlossenen Frucht nicht gleichen Schritt hält, sondern ersteres die definitive Grösse schon erreicht hat, während letztere kaum die Hälfte oder noch weniger der betreffenden Dimension beträgt.

Wir wählen als erstes Beispiel unseren *Oxybaphus nyctagineus* Sweet und verzeichnen dann die Abweichungen, welche beide *Mirabilis*-Arten darbieten.[1]

Der untere Theil des Perigons von *Oxybaphus nyctagineus* ist bei Blüthen 2·5^{mm} lang, verkehrt eiförmig und deutlich fünfrippig. Die fünf, stumpf vorspringenden Rippen bedingen eben die fünfseitige Form des Perigonquerschnittes (Fig. 2) und sind, sowie die fünf dazwischenliegenden Seitenflächen, ziemlich dicht mit unverzweigten, langen Gliederhaaren bekleidet.

Die Epidermen beider Perigonflächen (Ep_1 und Ep_2 in Fig. 16) bestehen im Querschnitt aus rundlichen bis fast quadratischen Zellen, mit dünnen Seitenwänden und dicken Aussenwänden, wobei jene der viel grosszelligeren Innenepidermis (Ep_2 in Fig. 16) durch stärkeres Lichtbrechungsvermögen besonders auffallen. Zwischen beiden Epidermen ist ein Parenchym entwickelt, das sich ziemlich scharf in zwei Gewebsgruppen sondert; innerhalb jeder der fünf vorspringenden Rippen, dann (von diesen gesondert) in den Seitenflächen des Perigons liegen Stränge (*Me* in Fig. 2 und Fig. 16) enger, zartwandiger Zellen, welche im Querschnitte polygonalen Umriss, im Längsschnitte spindelförmige Gestalt zeigen, lückenlos aneinandergrenzen und auch vermöge ihres reichen plasmatischen Inhaltes als Gewebe von Meristemcharakter zu bezeichnen sind. Die Gewebspartien nehmen nicht die Mitte der Wanddicke ein, sondern sind, wie Fig. 2 und 16 erläutern, mehr der inneren Fläche des Perigons genähert. Die übrig bleibenden Stellen werden zum grössten Theil (Pa in Fig. 16) von einem reichlich Intercellularräume führenden, grosszelligen Parenchym eingenommen, dessen Zellen besonders in den Rippen grösser und zahlreicher entwickelt sind. Rhaphidenschläuche von der bekannten zur Längsrichtung des Perigons parallel gerichteten Spindelform sind in ziemlich regelmässiger Anordnung in diesem Parenchyme unmittelbar unter der Aussenepidermis so vertheilt, dass je eine Längsreihe rechts und links von jeder Rippe verläuft, doch kommen auch hin und wieder zwei solcher Reihen vor (vergl. *RS* in Fig. 2). Was endlich noch die Vertheilung der das Perigon durchziehenden Gefässbündel betrifft, so verlaufen je drei, d. i. ein mittleres und zwei seitliche der Länge nach in jeder Rippe (das mittlere Bündel ist hiebei das stärkere, *I* und *II* in Fig. 2 und 16), dann je eines an den Stellen, wo die Seitenflächen des Perigons in die Rippen übergehen (*III* in Fig. 2), so dass im Ganzen fünfundzwanzig Fibrovasalstränge das Perigon durchziehen.

Schnitte von weiter fortgeschrittenen Perigonen entnommen, lehren nun Folgendes. Die Zellen der Meristemgruppen fangen bald an die Wände zu verdicken, wachsen mit der Vergrösserung des Perigons in der Längen- und Breitenrichtung, entwickeln deutliche Mittellamellen, verholzen und werden so zu Sclerenchymzellen, welche entsprechend der angegebenen Vertheilung des engwandigen Gewebes Sclerenchymstränge unter den Rippen und Sclerenchymplatten in den Seitenflächen des Fruchtperigons bilden. In der Aussenwand der Epidermiszellen der äusseren Perigonfläche finden sich unmittelbar unter der Cuticula (oder in ihr?) Calciumoxalatkrystalle in einer Reihe eingelagert; diese sind, wie fast immer bei den Nyctagineen,[2] sehr klein, messen

[1] C. Reiche hat in seiner Arbeit: „Über anatomische Veränderungen, welche in den Perianthkreisen der Blüthen während der Entwicklung der Frucht vor sich gehen“ Pringsheim's Jahrbücher für wissenschaftliche Botanik, XIV. Bd., 1885 auf Seite 647—649 die wesentlichsten Eigenthümlichkeiten der Nyctagineen kurz beschrieben.

Vergleiche A. Heimerl, „Über Einlagerung von Calciumoxalat in die Zellwand bei Nyctagineen.“ (Sitzungsberichte der Wiener Akademie, I, 1886, p. 241.)

gegen 1 μ und lassen sich bei starker Vergrösserung als ungefähr prismatische, mit der längeren Seite parallel zur Cuticula gerichtete Körperchen erkennen (*Ox* in Fig. 17). Die Zellen selbst verdicken in mässigem Grade ihre Aussenwände und folgen durch zur Oberfläche senkrechte Theilungswände dem Wachsthum des Perigons.

Interessanteren Veränderungen unterliegen schon frühzeitig die Aussenwände der Zellen jener Epidermis, welche die Innenfläche des Perigons auskleidet. Werden Querschnitte in absolutem Alkohol untersucht, so zeigt sich die Aussenwand dieser Zellen nur mässig verdickt (6—8 μ) und besteht deutlich aus zwei übereinanderliegenden Schichten, von denen jede 3—4 μ Dicke hat und sehr feine Schichtung aufweist. Bei Zutritt von verdünntem Glycerin oder noch viel energischer bei Wasserzusatz tritt sehr starke Quellung der Aussenschichte ein, welche die Cuticula mit abhebend auf das Vielfache ihrer früheren Dicke anquillt und bald unkenntlich wird, während die Innenschichte nur in geringem Grade quellungsfähig ist, sich bis auf das Doppelte der früheren Dicke (6—8 μ) verdickt, und allein den Rest der Aussenwand der Epidermiszellen vorstellt; sie ist an reifen Fruchtperigonen allein erhalten.

Die Parenchymzellen der Perigonwand folgen durch Vergrösserung und radiale Theilung dem Gesammtwachsthum und behalten ihre rundliche Form im Allgemeinen bei; zugleich schwindet der plasmatische Inhalt, sowie die Stärke immer mehr, die spärlichen Inhaltsreste, sowie die Wände färben sich braun und beide nehmen in schwefelsaurem Eisenoxyde schwarze Färbung an. Eine andere Umwandlung ergreift ganze Gruppen von Parenchymzellen (*SZ* in Fig. 16), welche unmittelbar unter der Aussenepidermis der Rippen, dann an unregelmässig vertheilten Stellen unter der Epidermis der Seitenflächen liegen. Diese Zellen theilen sich durch zur Oberfläche des Perigons senkrechte Wände in schmale, dicht neben einander liegende Zellen, die sich unter Hervorwölbung der betreffenden Epidermispartie in radialer Richtung mehr und mehr zu strecken beginnen. Es werden hiedurch die Epidermiszellen in tangentialer Richtung gedehnt, in radialer zusammengepresst, folgen aber doch diesem Vorgange und bleiben bis zur Fruchtreife erhalten (Ep_1 und *SZ* in Fig. 17). Von ihrer Form abgesehen, unterscheiden sich diese Zellen noch von den umgebenden Parenchymzellen besonders dadurch, dass sie farblos bleiben, dabei aber die Wände auffallend verdicken, so dass sie im ausgewachsenen Zustande (*SZ* in Fig. 17) Gruppen von langgestreckten, pallisadenähnlichen Zellen vorstellen, die durch feine Mittellamellen von einander getrennt und deren Wände scheinbar bis zum Verschwinden des Lumens verdickt sind; an Stelle des letzteren erkennt man blos einen hin- und hergewundenen, faserähnlichen Körper. Bei Zutritt von Wasser verändert sich sofort die Gestalt der Zellen, der helle Inhalt quillt als sich enorm verlängernder Schleimpfropf aus dem obern Theile der Zelle heraus und entrollt zugleich den faserähnlichen Körper zu einem Spiralband, kurz die Zellen sind zu Schleimzellen [1] geworden, wie ja solche so häufig an der Oberfläche von Samen angetroffen werden. Noch wäre zu ergänzen, dass diese Gruppen von Schleimzellen nicht die ganze Länge der Rippen einnehmen, sondern in übereinander liegenden Partien längs diesen, sowie auf den Seitenflächen vertheilt sind (*SZ* in Fig. 18) und das warzige Aussehen der Fruchtperigon-Oberfläche bedingen.

Die Wand des die reife Frucht einhüllenden Perigons weist daher von aussen nach innen folgende Schichten auf:

1. Eine Epidermis mit 6—7 μ dicker, farbloser, Calciumoxalat-Kryställchen führender Aussenwand, zarter Cuticula und durch den Druck der angrenzenden Zellen unbedeutendem bis fast völlig unkenntlichem Lumen (Ep_1 in Fig. 17); Chlorzinkjod färbt alle Wände (mit Ausnahme der Cuticula) violett.

2. Gruppen zahlreicher Schleimzellen unter der Epidermis (an höckerig vortretenden Stellen) von langprismatischer Form, wobei der Längendurchmesser senkrecht zur Fruchtoberfläche gerichtet ist, die mit Wasser enorm quellen und mit Chlorzinkjod intensiv rothviolett werden (*SZ* in Fig. 17) (von etlichen im Lumen befindlichen Stärkekörnern und Plasmaresten abgesehen).

---

[1] Reiche l. c. spricht von faserähnlichen, äusserst engen Zellen, die degeneriren etc.; ein Irrthum, der offenbar aus Übersehen der hochgradigen Quellbarkeit des Schleimes hervorgegangen ist.

3. Ein grosszelliges Parenchym von rundlichen Zellen mit spärlichem braunen Inhalte und braunen Wänden, beide Gerbstoffreaction gebend (Pa_I in Fig. 17); Reihen von Parenchymzellen, welche unter der Aussenepidermis in der Nähe der Rippen liegen, sowie die meisten Zellen, welche die Sclerenchymstränge unmittelbar umgeben, haben reichlicheren, homogenen, braunrothen Inhalt, der ebenfalls starke Gerbstoffreaction gibt. Chlorzinkjod färbt die Zellwände schmutzig-grün.

4. Sclerenchymstränge in früher auseinandergesetzter, regelmässiger Anordnung, d. i. fünf Stränge in den Rippen und fünf in den Seitenflächen (*Scl* in Fig. 17). Die einzelnen Zellen sind stark, oft bis zum Verschwinden des Lumens verdickt, langgestreckt, getüpfelt und nehmen mit Chlorzinkjod schmutzig-violette, die sehr deutlichen Mittellamellen dabei hochgelbe Färbung an. Phloroglucin und Salzsäure bewirken intensive rothe Färbung. Da die Sclerenchymstränge ganz nahe der Innenepidermis liegen, so bleibt zwischen beiden nur

5. eine unscheinbare Schichte von 2—3 zusammengepressten, parenchymatischen Zelllagen (Pa_{II} in Fig. 17), mit unbedeutendem Lumen und denselben Inhaltsbestandtheilen und Reactionen wie die äusseren Parenchymzellen; auch im ausgereiften Fruchtperigone stehen die beiden Parenchymschichten (Pa_I und Pa_{II}) an denselben Stellen brückenähnlich in Verbindung, welche im Querschnitte Fig. 2 an den Seiten der Meristempartien sichtbar sind. Übrigens sind auch die Zellen des äusseren Parenchyms in der Umgebung der Sclerenchymstränge mehr minder obliterirt und unscheinbar. Endlich

6. die Innenepidermis (Ep_2 in Fig. 17), deren Zellen so stark collabirt sind, dass das Lumen an ausgereiften Perigonen fast null ist (nur unter den Rippen bleiben die Zellen besser erhalten), mit farbloser, quellbarer Aussenwand; Chlorzinkjod bewirkt Violettfärbung der Wand.

Ausserdem ist auf das Obliteriren der Gefässbündel, sowie auf die ziemlich regelmässige, früher geschilderte Vertheilung der Rhaphidenschläuche aufmerksam zu machen.

Während sich in dieser Weise die Bildung der harten Hülle um die *Oxybaphus*-Frucht vollzieht, sind entsprechende Veränderungen am Scheitel des Fruchtperigons vor sich gegangen.[1] Schon vor der Ausbildung der bekannten Trennungsschichte an der Grenze beider Perigontheile, welche zum Abfallen des oberen Abschnittes führt, hat sich unterhalb des abfallenden Theiles ein wulstähnlicher Vorsprung gebildet, der dann einen völligen Verschluss des Fruchtperigons herbeiführt. Die Zellen des Innenparenchyms, welche unmittelbar unter der Innenepidermis liegen, haben sich in einer ringförmigen Zone radial-einwärts beträchtlich gestreckt, dabei die Epidermis nach einwärts vorgewölbt, deren Zellen nun schmal und zusammengedrückt erscheinen. Haben diese sich streckenden Zellen bedeutendere Länge erreicht, so treten Theilungswände senkrecht zur Längsrichtung auf, wodurch je eine Zelle in 2—3 kürzere Zellen zerfällt, die allmählich ihre Wände verdicken und verholzen, Tüpfel bilden und zu einem sclerenchymatischen Gewebe am Scheitel des reifenden Fruchtperigons werden. Die eben erwähnte Zellstreckung findet wohl in der ganzen Peripherie der Ringzone statt, doch eilen sehr bald jene fünf Stellen, welche an die fünf in den Perigonrippen verlaufenden grösseren Gefässbündel angrenzen, beträchtlich im Wachsthum voraus und treffen ziemlich regelmässig in der Mitte des Scheitels zusammen, während die fünf Zwischenpartien mehr im Wachsthum zurückbleiben. So präsentirt sich die Verschlussstelle in der Ansicht von oben als fünfstrahliger Stern, gebildet von den einander entgegenstrebenden Sclerenchymzellen und den von ihnen eingeschlossenen, verödenden Epidermiszellen. Die Ausbildung von Schleimzellen unter der Aussenepidermis geschieht übrigens auch in nächster Nähe des Perigonscheitels.

Äusserlich ist das reife Fruchtperigon von *Oxybaphus nyctagineus* Sweet (Fig. 18 und 19) ein verkehrteiförmiges bis keulenförmiges, 4—5^{mm} langes, 1·5—2^{mm} breites Gebilde von graubrauner Farbe und ziemlich dichter grauer Behaarung. Der Querschnitt ist, entsprechend den fünf stumpf vorspringenden Rippen, pentagonal und alle Seitenflächen, sowie der Scheitel sind mit grösseren und kleineren warzigen Erhabenheiten,

[1] Da diese Vorgänge von C. Reiche l. c. geschildert wurden, und ich seinen Angaben nichts wesentlich Neues zufügen kann, so erwähne ich sie nur in aller Kürze.

unter denen die Gruppen von Schleimzellen liegen, bedeckt. Mit der Loupe lassen sich auch die Rhaphidenschläuche als lichtgelbliche Strichel in der Perigonwand erkennen. Die schmale Basis des ganzen Gebildes ist an der Ablösungsstelle vom Involucrum weiss gefärbt.

Von diesem für *Oxybaphus nyctagineus* Sweet geschilderten Verhalten weicht *Mirabilis Jalapa* L. in folgenden Punkten ab: Die Aussenwände der Innenepidermis sind wohl ziemlich dick (5—6 μ), quellen aber mit verdünntem Glycerin, Wasser etc. nur wenig, etwa bis auf die doppelte Dicke, auf, geben mit Chlorzinkjod durchaus Cellulose-Reaction und werden von einer äusserst zarten Cuticula überzogen. Die in gleicher Weise, wie bei *Oxybaphus*, angeordneten Meristempartien liegen fast genau in der Mitte der Perigonwände und lassen zwischen den beiderseitigen Epidermen Platz für 4—5 Lagen von Parenchymzellen, welche Parenchymlagen in gleicher Weise, wie für *Oxybaphus* angegeben wurde, an den Rippen durch Zelllagen brückenähnlich mit einander verbunden sind. Was den Verlauf der Gefässbündel im Perigon betrifft, so verlaufen ebenfalls in jeder Rippe drei Stränge (ein mittleres starkes und zwei seitliche zartere Bündel); in der Mitte jeder Seitenfläche verläuft ein starkes Bündel und seitlich von ihm je zwei zarte, unscheinbare Gefässbündel. Die Anordnung der Rhaphidenschläuche zeigt keine solche Regelmässigkeit, wenn sie auch ganz vorwiegend in dem Aussenparenchym vertheilt sind.

Bei der weiteren Entwicklung der geschilderten Gewebe in der reifenden Frucht lagern sich ebenfalls Calciumoxalat-Krystalle in die Aussenwände der äusseren Epidermiszellen dicht unter der Cuticula ein; die Ausbildung von Schleimzellen unterbleibt hier aber vollständig. Es bilden sich wohl auch auf den Seitenflächen und Rippen der reifenden Fruchtperigone theils unbedeutendere, theils schärfer vorspringende Buckel, Warzen etc., allein diese entstehen durch nachträgliche Theilung und Vergrösserung von Zellgruppen des äusseren Parenchyms, welche die darüber liegenden Zelllagen und die Epidermis vorwölben und unter Wandverdickung und Tüpfelbildung zu Sclerenchym werden.

Im Übrigen verdicken beide Parenchymlagen ihre Zellwände in mässigem Grade; diese färben sich dunkelbraun, wodurch sie sich scharf von den farblos bleibenden Sclerenchymsträngen abheben, und die Zellen führen theils feinkörnigen braunen Inhalt, theils, und dies gilt besonders für die unter der Aussenepidermis befindlichen 2—3 Zelllagen, stellt er homogene rothbraune Massen vor, die das Innere der Zellen völlig erfüllen und mit schwefelsaurem Eisenoxyd schwärzliche Farben annehmen, also gerbstofführend sind.

In allen anderen Punkten ist, von der entweder gänzlich mangelnden oder sehr unbedeutenden Behaarung abgesehen, gegenüber dem für *Oxybaphus* geschilderten Verhalten kein wesentlicher Unterschied zu verzeichnen. Die reifen Fruchtperigone haben eine Länge von 8^{mm}, eine Breite von circa 5^{mm}, und lassen sich in ihrer Form am besten mit einer Citrone vergleichen; sie sind mehr weniger fünfrippig, oben stumpf, unten eingeschnürt und kurz verschmälert mit flacher Basis und sind an der äusseren Oberfläche mit verschiedenen Buckeln etc. bedeckt.[1] Die Farbe wechselt von Graubraun bis Braunschwarz und die mit der Loupe auf den Seitenflächen wahrnehmbaren hellen Strichel rühren von den durchscheinenden Krystallschläuchen her. Auf dem Querschnitte (Fig. 20) erkennt man eine äussere und innere dunkle Zone, dazwischen eine helle Schichte; von diesen entsprechen die ersteren den beiden gerbstofführenden Parenchymlagen, letztere dem Sclerenchym. Zu beiden Seiten jeder der fünf Rippen sind die Verbindungsstellen beider Parenchymlagen als bräunliche Querlinien sichtbar. Die Wanddicke beträgt circa $0{\cdot}5^{mm}$.

Mirablis longiflora L., die letzte zu besprechende Art, weicht im Baue des Fruchtperigons nicht unbeträchtlich von *Mirabilis Jalapa* L. ab. Querschnitte des Fruchtperigons geben bei Loupenbetrachtung ein zierliches Bild (Fig. 21). Zwei dunkelbraune, ungefähr kreisrunde Linien bilden den äusseren und inneren Saum der harten Fruchthülle (*1, 2* l. c.); an den Stellen, welche den Rippen von *Oxybaphus* entsprechen, bemerkt man je zwei radial ziehende, ebenfalls dunkle Verbindungsstreifen (*3*), so dass im Ganzen zehn

[1] Der Grad der Entwicklung dieser Erhabenheiten ist bei den Früchten von *Mirabilis Jalapa* L. sehr wechselnd; man findet neben fast glatten Fruchtperigonen bei anderen Exemplaren solche mit stumpflichen bis fast kammartig vorspringenden Buckeln. In eben dem Masse schwankt das Vorspringen der Rippen.

solcher Querstreifen auf der Schnittfläche auftreten. Dadurch wird nun das Perigon in zehn abwechselnd schmälere und etwas breitere Partien zerlegt, von denen die schmäleren den hier sehr wenig vorspringenden Rippen (*x*), die breiteren den flacheren Perigonseiten entsprechen (*y* in Fig. 21). Sowohl von der äusseren braunen Begrenzungsschichte als der inneren, springen nun zahlreiche kürzere oder längere braune Fortsätze in das dazwischen liegende, blassgelbe Gewebe ein, so dass die ganze Querschnittsfläche dem freien Auge wie marmorirt erscheint und durch diese Zeichnung lässt sich augenblicklich das Fruchtperigon dieser Art von jenem der *M. Jalapa* L. unterscheiden. (Vergl. die Figuren 20, 21.)

Bei mässiger Vergrösserung lassen sich nun am Querschnitte folgende Schichten erkennen (vergl. Fig. 22). Die Epidermiszellen beider Seiten sind hochgradig zusammengepresst, ihr Lumen ist auf schmale Streifen reducirt und die Dicke der Aussenwände beträgt für beide 8—9 μ (Ep_1 l. c.); nur bei der äusseren Epidermis ist die Cuticula mit Schwefelsäure zu erkennen, dagegen lösen sich die Wände der inneren Epidermis in der Säure ganz auf. Eine Calciumoxalat-Einlagerung findet in keiner der beiden Epidermen statt, nur zeigt die Aussenepidermis starke Wellung ihrer freien Oberfläche (bei *x*).

Die oben erwähnten braunen, aussen und innen liegenden Schichten (*1, 2* in Fig. 21) bestehen aus Lagen ziemlich dickwandiger Zellen (Pa_1 in Fig. 22), welche in der uns schon bekannten Weise dunkelrothbraunen bis gelbbraunen, homogenen oder körnigen Inhalt führen und blassgelbe Wände besitzen. Die Zellen der inneren Lage sind eng an einander gepresst und verbogen, haben schmale Intercellularräume, hin und wieder auch Tüpfelbildung; concentrirte Schwefelsäure löst die Wand mit Hinterlassung des Inhaltes. Was die Zellen der äusseren Lage betrifft (Pa_1), so stimmen sie in Bezug auf Färbung und im Verhalten gegen Reagentien völlig mit jenen der inneren Partie überein, hingegen sind die unmittelbar unter der Epidermis befindlichen Zellen nicht so stark zusammengepresst, haben kurz prismatische Form, wobei der längere Durchmesser senkrecht auf der Fruchtoberfläche steht. Die tiefer liegenden Zelllagen sind übrigens auch verdrückt und aneinander gepresst mit unregelmässigem Umrisse. Öfters erscheint eine solche längliche Zelle durch eine Tangentialwand (z. B. bei *y*) in zwei unmittelbar über einander liegende Zellen getheilt, was sich auch an den sofort abzuhandelnden Sclerenchymzellen wiederholt.

Zwischen den eben besprochenen, kurz prismatischen Parenchymzellen, mit ihnen abwechselnd, dann besonders häufig unter den buckelförmigen Vorsprüngen der Oberfläche treten (bei *V* in obiger Figur) ganz ähnlich geformte, mässig dickwandige Sclerenchymzellen auf, welche durch ihre farblosen Wände und den mangelnden Inhalt, dann durch die starke Tüpfelung leicht von den umgebenden gerbstoffführenden Zellen zu unterscheiden sind; sie grenzen nach aussen an die Epidermis, sind in hohem Grade verholzt und entwickeln sich aus Zellen des äusseren Parenchyms durch geringe Streckung in radialer Richtung und Verdickung der Wände.

Diejenigen Sclerenchymgruppen, welche, wie bei den beiden vorigen Arten, die Hauptmasse der Wanddicke erfüllen und sich ebenso in Partien unter den Rippen und Sclerenchympartien in den Seitenflächen des Fruchtperigons sondern (vergl. *x* und *y* in Fig. 21), zeigen insoferne einen complicirteren Bau als die Wanddicke und Form der einzelnen Zellen bestimmten Abänderungen unterliegt. Im Allgemeinen liegen die engeren, polyëdrischen Zellen mehr der inneren Parenchymlage an, je weiter aber diese Zellen nach auswärts liegen (Scl_1), um so grösser und unregelmässiger gestaltet werden sie, so dass sie die inneren Sclerenchymzellen um das Drei- bis Fünffache an Länge übertreffen und im Querschnitte theils isodiametrische, theils gestreckte, gekrümmte etc. Formen annehmen. Eine Ausnahme von dieser Regel bilden die Sclerenchymgruppen, welche nach einwärts (Scl_{11}) die Gefässbündel umgeben und auffallend kleinzellig und dickwandig bleiben. Auf Längsschnitten erscheinen die Sclerenchymzellen in spindelförmiger Form, zugleich bemerkt man dann besonders deutlich die Tüpfelung.

Was nun die Vertheilung der Gefässbündel selbst betrifft, so sind sie in beträchtlich grösserer Anzahl als bei den beiden früheren Arten vorhanden, und zwar zähle ich unter den Rippen des Fruchtperigons je fünf, in den Seitenflächen je sieben Gefässbündel; sie verlaufen alle in der äusseren Hälfte des Querschnittes an der Grenze von Sclerenchym und Parenchym. Im reifen Fruchtperigon ist der Siebtheil völlig verschwunden

und an seiner Stelle eine luftführende (*U* in Fig. 22) Lücke vorhanden, während von dem Gefässtheil mehr minder deutlich die Spiral- und Ringgefässe erhalten bleiben (*g* in Fig. 22).

Die oben erwähnte Marmorirung des Perigonquerschnittes rührt von in das Sclerenchym eindringenden Partien der beiden braunen Parenchymlagen her, welche besonders an der Innenseite tiefer eindringen und durch ihre dunkelbraune Färbung scharf gegen das farblose Sclerenchym contrastiren. In der früher angeführten Weise findet überdies zu beiden Seiten jeder Rippe (*3* in Fig. 21) eine Verbindung der äusseren und inneren Zone durch radial ziehende, braun gefärbte Stränge statt, welche sich an der Stelle, wo sie mit dem Parenchym der inneren Fläche zusammentreffen, gabeln und in dem dreieckigen Raume Sclerenchymmassen einschliessen. Über die Anordnung der Rhaphidenschläuche ist nichts Besonderes zu bemerken.

Reife Fruchtperigone von *Mirabilis longiflora* L. sind 9—10^{mm} lang, 6—7^{mm} breit, länglich-ellipsoidisch, beiderseits stumpf; die Stellen, welche den Rippen entsprechen, springen sehr wenig vor und tragen, sowie die Seitenflächen stumpfe und flache, grössere und kleinere Vorsprünge. Die Fruchtperigone sind überdies kurzhaarig, und zwar erhält sich die gelblichbraune Behaarung gewöhnlich in den Furchen zwischen den Vorsprüngen besser, fehlt dagegen auf den letzteren meist vollständig. Auch hier schimmern, wie bei den anderen Arten, an aufgeweichten Exemplaren die Rhaphidenschläuche als lichtgelbe Striehel in der Wand hervor.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

I. Die grundständige Samenknospe der untersuchten Nyctagineen stellt eine Mittelform des campylotropen und anatropen Ovulums dar und füllt die Fruchtknotenhöhle völlig aus.

II. Es existirt ein Leitapparat der Pollenschläuche in vollendeter Ausbildung; da der Leitstrang innerhalb der Wand des Fruchtknotens selbst hinab verläuft, so tritt der Pollenschlauch erst an der Basis des Fruchtknotens in das verquollene Gewebe der Placenta (und damit in die Fruchtknotenhöhle ein), wächst ungefähr im Halbkreise um diese herum und erreicht erst dann die mit Schleim erfüllte Mikropyle.

III. Die zu dreien vorhandenen Antipodenzellen sind schon vor der Befruchtung von Membranen umgeben und bleiben auch nach ihr noch länger erhalten.

IV. Die Endosperm-Bildung findet in unbedeutender Weise um das Suspensor und den Embryo statt; die Zellen werden aber bald resorbirt und verdrängt, so dass nur spärliche Reste im reifen Samen vorhanden sind, dagegen findet ausgiebige und massenhafte Perisperm-Bildung statt.

V. Das Aussenintegument der Samenknospe, welches beträchtlich mehr Zelllagen als das Innenintegument umfasst, wird von zwei Gefässbündeln durchzogen, welche sich verlängern und auch an dem reifen Samen erhalten bleiben.

VI. Die reife Frucht, welche bekanntlich von dem hart gewordenen Perigon eng umschlossen ist, wird von einer sehr dünnen braunen Haut umkleidet, welche der Entwicklungsgeschichte zufolge aus zwei Lagen besteht; die äussere, dunkelbraune Lage ist eine einfache Zellschicht und besteht aus nichts Anderem als der collabirten äusseren Epidermis des Fruchtknotens mit anhaftenden, höchst unbedeutenden Resten des übrigen Fruchtknotengewebes. Die innere, relativ stärkere Partie stellt die Testa des Samens dar, sie besteht aus Lagen flacher zusammengepresster Zellen des Aussenintegumentes, welche zahlreiche grosse Intercellularräume zwischen sich haben; nur die Zellen der äussersten Schichte bleiben in engem Verbande ohne Luftlücken. Die Zellen des unscheinbaren inneren Integumentes bilden im reifen Samen eine sehr schmale eigenthümlich verdickte, luftführende Schichte um den unmittelbar angrenzenden Embryo.

Beide eben erwähnte Schichten der Fruchtwandung stehen in innigem Zusammenhange und haften im reifen Zustande fest an einander, während sie bei unreifen Früchten mehr minder leicht sich von einander loslösen lassen.

VII. Der Fruchtknoten wird von einer kurzen Verlängerung der Blüthenaxe getragen; diese ist sehr reich an langen, spindeligen Rhaphidenschläuchen, die an der Basis der aus dem Fruchtperigon losgelösten Früchte

eine weisse, pulverige Masse bilden. Rhaphidenschläuche kommen ausserdem spärlich in der Fruchtknotenwandung vor, fehlen aber dem Gewebe der Samenknospe.

VIII. Der untere Perigonabschnitt, welcher bekanntlich erhalten bleibt und sich zu einer harten Hülle um die Frucht ausbildet, führt bei den untersuchten drei Arten häufig Rhaphidenschläuche in dem äusseren parenchymatischen Gewebe, welche als feine gelbliche Strichel bei Loupenvergrösserung auf dem reifen Fruchtperigon sichtbar sind. Bei *Mirabilis Jalapa* L. und *Oxybaphus nyctagineus* Sweet ist überdies in die Aussenwand der Epidermis der Fruchtoberfläche Calciumoxalat in kleinen Körnchen eingelagert, während *Mirabilis longiflora* L. dieser Einlagerung entbehrt.

IX. Reste der ringförmigen Androeceum-Basis und der davon abgehenden Filamente sind im vertrockneten Zustande zwischen der Basis der Frucht und dem einschliessenden Fruchtperigon leicht aufzufinden.

X. Die Wand des reifen Fruchtperigons zeigt einen mehr weniger complicirten Bau, doch lässt sich am Querschnitte immer ein mittleres Sclerenchym, dann ein äusseres und inneres, gerbstofführendes Parenchym, endlich Epidermen beider Seiten nachweisen.

Die Sclerenchymmassen bilden im Umkreis des Fruchtperigons keine ununterbrochene Lage, sondern sie sind durch radial verlaufendes parenchymatisches Gewebe ganz regelmässig in fünf Sclerenchymstränge in den Rippen des Perigons und in fünf Platten in den Seitenflächen des Perigons gesondert, was bei der dunkleren Färbung des Parenchyms schon mit freiem Auge zu erkennen ist.

Die äusseren Wände derjenigen Epidermiszellen, welche die innere Fläche des Fruchtperigons auskleiden, sind bei den beiden *Mirabilis*-Arten in geringem Grade, bei *Oxybaphus nyctagineus* Sweet sehr stark quellbar.

Die mehr oberflächlichen Lagen der Parenchymzellen führen bei allen drei Arten dunkelbraunen bis röthlichbraunen, theils homogenen, theils körnigen Inhalt, der reich an Gerbstoff ist; je nach der Vertheilung dieser Zellen, dem Vorhandensein von in das Sclerenchym vorspringenden Gruppen ist auch die Zeichnung, welche der Querschnitt, mit freiem Auge betrachtet, bietet, ziemlich verschieden.

XI. Die Höcker und Riefen der Oberfläche des Fruchtperigons rühren bei den *Mirabilis*-Arten von besonderer Entwicklung des sclerenchymatischen und parenchymatischen Gewebes, bei *Oxybaphus nyctagineus* Sweet von Gruppen zahlreicher Schleimzellen her.

Erklärung der Abbildungen.

Für alle Figuren gelten folgende Bezeichnungen:

A Ringförmige Androeceum-Basis.
E Embryosack.
Esp Endosperm.
Ep_1, Ep_2 Äussere und innere Epidermis des betreffenden Theiles.
Fl Filamente.
G Fruchtknoten.
Gf_1 Gefässbündel des Fruchtknotens.
Gf_2 Gefässbündel der Placenta.
Ig_1 Inneres Integument der Samenknospe,
Ig_2 Äusseres Integument der Samenknospe.
Iv Kelchähnliches Involucrum.
K Kern der Samenknospe.
Lg Leitgewebe der Pollenschläuche.
Mc Mikropyle.
m Epitel des Nucleus.
Ov Eizelle.
Ox Krystalle von Calciumoxalat, die in Membranen liegen.
Psp Perisperm.
P_1 Unterer bleibender Theil des Perigons, der zum Fruchtperigon auswächst.
P_2 Oberer, abfälliger Abschnitt des Perigons.
Pl Placenta.
RS Rhaphidenschläuche.
s Verschleimtes Gewebe um die Placenta.
Sk Samenknospe.
St Stylus.
T Trennungsgewebe.
Tr Axentheil, der den Fruchtknoten trägt.

TAFEL I.

Fig. 1. Medianer Längsschnitt des Fruchtknotens von *Mirabilis longiflora* L. 55/1. *y* Stelle, an welcher das Gefässbündel der Placenta sich gabelt und im Integumente weiter verläuft; *x* Stelle, an der sich das Leitgewebe des Fruchtknotens mit jenem der Placenta in Verbindung setzt. Im Embryosacke sind Zellkern und Antipoden angedeutet.

„ 2. Querschnitt der Blüthenbasis von *Oxybaphus nyctagineus* Sw. 55/1. *I* das mediane, *II* die lateralen Gefässbündel der Rippen, *III* jene der flachen Perigonseiten; *Me* meristematische Stellen des Perigongewebes; *α* Stellen des Androeceal-Ringes, von denen die Filamente abgehen.

„ 3 und 4. Längsschnitte des unteren Theiles des Griffels von *Mirabilis Jalapa* L. 200/1. *Ep* Epidermis; *Pa* langgestrecktes Parenchym des Griffels; *Sd* Scheide des Leitgewebes.

„ 5. Querschnitt der Fruchtknotenwandung von *Mirabilis longiflora* L. an der Stelle, wo das Leitgewebe der Placenta und jenes der Fruchtknotenwandung zusammentreffen. 200/1. Ep_1 Epidermis der Fruchtknoten-Aussenfläche; *a* verdickte Innenwand dieser Zellen; *x* Einschnitt an der Hinterfläche des Pistills; *Pa* parenchymatisches Gewebe.

Fig. 6. Fruchtknoten-Querschnitt von *Mirabilis longiflora* L. 55/1. K_1 Zellen des Nucleus, welche in zu den Integument-Gefässbündeln (gf_2) besonders deutlich convergirenden Reihen angeordnet sind; K_2 die übrigen Kernpartien. Bei *a* und *b* hat sich im Präparate der Knospenkern von den Integumenten etwas abgelöst und zurückgezogen.

TAFEL II.

Fig. 7. Querschnitt der Fruchtknotenwand (*I*) und der Integumente (*II*) einer ganz jungen, circa 3^{mm} langen Frucht von *Mirabilis Jalapa* L. 300/1. α Epitel des äusseren Integumentes; β seine übrigen Zelllagen; γ Zellen des inneren Integumentes (zweischichtig *1*, *2*); *c* die zarte Cuticularmembran an der Grenze vom Knospenkerne und innerem Integumente.

„ 8. Aussenansicht der Fruchtschale von *Mirabilis longiflora* L. mit theilweise eingezeichneten Zellcontouren des darunter liegenden Epitels der Samenschale. 200/1.

„ 9. Querschnitt durch Fruchthaut und Samenschale von *Oxybaphus nyctagineus* Sweet, und zwar durch die Verlaufsstelle eines Gefässbündels in der Testa der reifen Frucht. 300/1. *Cot* Cotyledon; *cf* die unscheinbaren Reste der Cambiformzellen der Gefässbündel; *gf* die Gefässe selbst; *x* die peripherischen langgestreckten Perispermzellen; *y* Reste der vom Embryo verdrängten und zum grossen Theile gelösten Knospenkern-Zellen; *e* Axe des Embryo; α, β, γ wie in Fig. 7.

„ 10. Querschnitt des inneren Integumentes von *Mirabilis Jalapa* L. zur Zeit des Verschwindens der äusseren Zelllage (*2*). 500/1.

„ 11. Unmittelbar darauffolgendes Stadium, erste Anlage der Verdickungen. 500/1. Bezeichnung wie in Fig. 7.

„ 12. Querschnitt der Fruchthaut und Testa von *Mirabilis Jalapa* L. nach Behandlung mit KOH. 300/1. Bezeichnung wie in Fig. 7.

„ 13. Längsschnitt einer jungen Fruchtanlage von *Mirabilis Jalapa* L. 25/1. Die dunkel gehaltenen Stellen sind besonders reich an Stärke; die Cambiformzellen der Gefässbündel (Gf_1 und Gf_2), dann der Embryo (*N*), das rudimentäre Endosperm (*Esp*), endlich das Nucleusgewebe enthalten besonders reichlich Eiweiss; *a*, *b*, *c* Partien des Knospenkernes, welche von dem sich vergrössernden Embryosacke (*E*) aufgelöst und resorbirt werden, bei *a* beginnt eben dieser Process, bei *b* ist er schon weiter vorgeschritten, bei *c* endlich sind nur mehr geringe Reste des Kernes vorhanden; *1* vordere, *2* hintere Fläche des Perispermes; *Pol* Reste des Pollenschlauches.

„ 14. Querschnitt einer Fruchtanlage von *Mirabilis Jalapa* L., ungefähr auf demselben Stadium wie Fig. 13. 25/1. Bei *z* beginnt im Perisperm die Stärkebildung; bei *3* stehen die Perispermzellen mit den Cambiformtheilen der Gefässbündel der Testa (gf_2) im Zusammenhange. Übrige Bezeichnung wie in Fig. 13.

„ 15. Flächenansicht der eigenthümlich verdickten, innersten Zellschichte der Testa von *Mirabilis longiflora* L. 300/1. Bei vier Zellen ist die eigenthümliche Structur angegeben; *x* die verdickten Stellen; *y* die zwischenliegenden luftführenden Räume.

TAFEL III.

Fig. 16. Querschnitt des unteren Perigontheiles einer Blüthe von *Oxybaphus nyctagineus* Sweet. 300/1. Der Schnitt geht durch eine Rippe des Perigons. Es bedeutet hier, wie in den folgenden Figuren, Ep_1 die Epidermis der Aussenfläche, Ep_2 jene der Innenfläche des Fruchtperigons; *Me* die meristematischen Gewebspartien mit den Gefässbündeln *I* und *II*; Pa_I das äussere, Pa_{II} das innere Parenchym; endlich *SZ* die Zellen, welche zu Schleimzellen werden.

„ 17. Querschnitt des fast reifen Fruchtperigons von *Oxybaphus nyctagineus* Sweet. 120/1. *Scl* Sclerenchympartien; *Ox* Calciumoxalat.

„ 18. Längsschnitt und Fig. 19 Querschnitt der reifen Frucht von *Oxybaphus nyctagineus* Sweet. 12/1. Cot_1 äusseres, Cot_2 inneres Keimblatt; *H* Fruchthaut (Fruchtknoten + Testa); *n* Vegetationspunkt des Embryos, dessen Radicula mit *Rd* bezeichnet wurde; *Tr* Träger des Fruchtknotens. Die dunkelbraun gehaltenen Stellen des Fruchtperigons

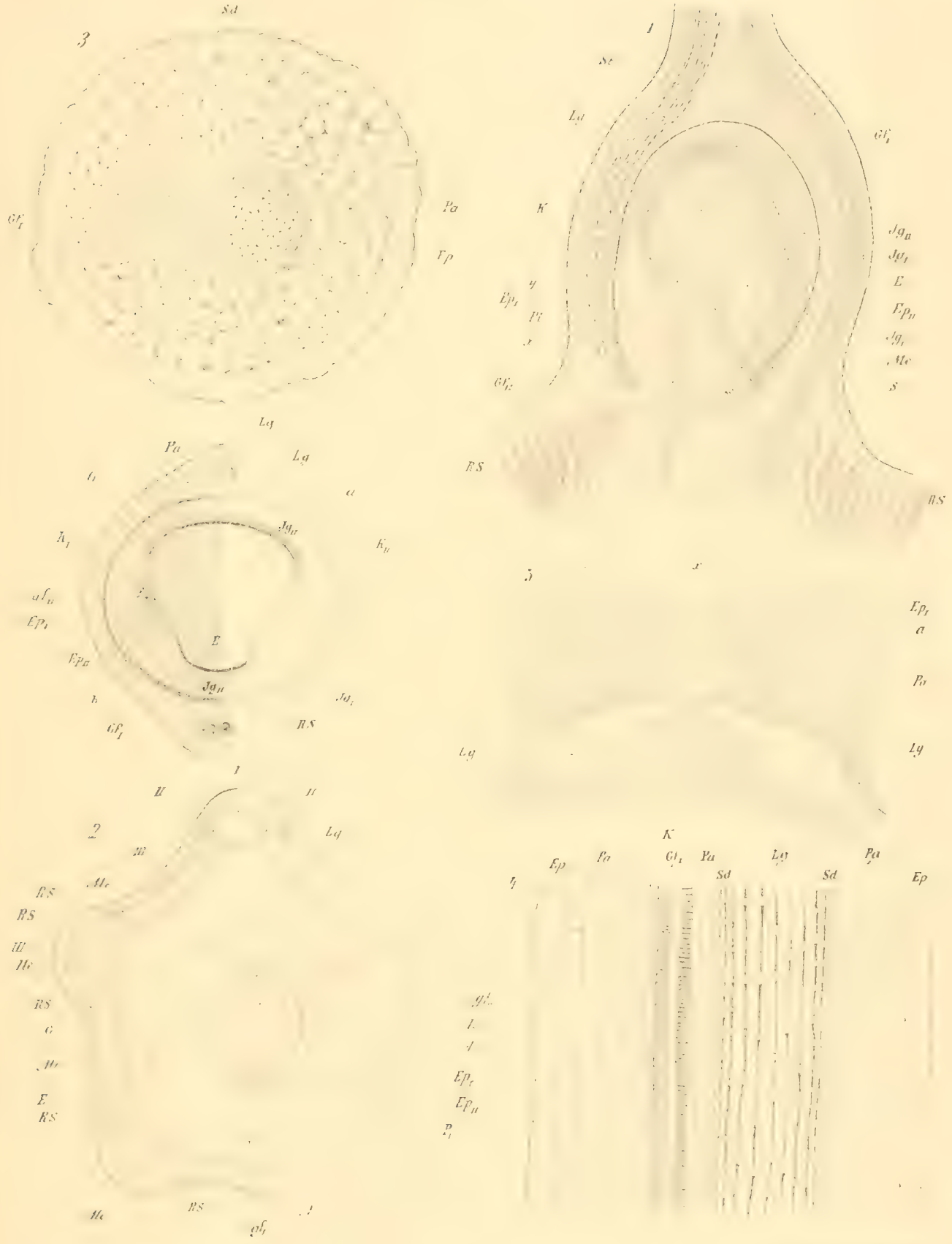
deuten die braunen Inhalt führenden, parenchymatischen Zelllagen an, wogegen die übrigen Parenchymlagen und die Sclerenchymstränge ganz blassgelb, endlich die Schleimzellgruppen (*SZ*) farblos gehalten wurden.

Fig. 20. Querschnitt der reifen Frucht mit dem Fruchtperigone von *Mirabilis Jalapa* L. 6/1. Bezeichnung wie in Fig. 19. *x* Stellen, welche den Kanten oder Rippen des Fruchtperigons, *y* Stellen, die den Seitenflächen entsprechen.

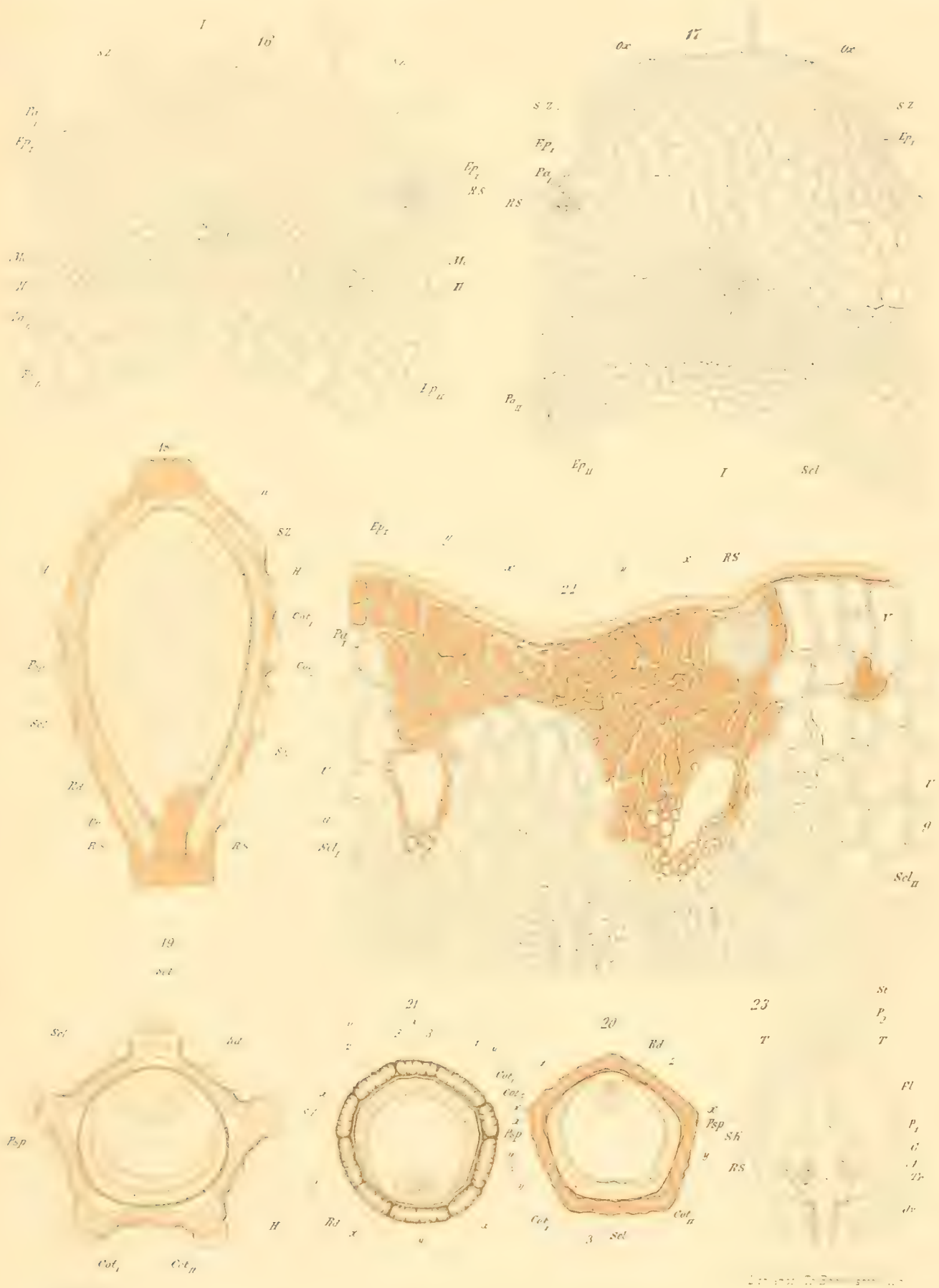
„ 21. Querschnitt der reifen Frucht mit dem Fruchtperigone von *Mirabilis longiflora* L. 4·5/1. Bezeichnung wie in den Figuren 19 und 20. *1* äussere, *2* innere braune Umgrenzung, *3* radiale Verbindungspartien; *z* Lücke zwischen dem Axentheil des Embryos und dem Perisperm.

„ 22. Äussere Partie des Fruchtperigons von *Mirabilis longiflora* L. im Querschnitte. 200/1. Scl_I äusseres grosszelligeres Sclerenchym; Scl_{II} kleinzelligeres und dickwandigeres Sclerenchym in der Umgebung der obliterirten Gefässbündel; *V* kurz prismatische oberflächliche Sclerenchymzellen; *U* Luftlücke in der Mitte der Gefässbündel; *g* Gefässe; *x* gewellte Cuticula; *y* tangential getheilte Parenchymzelle.

„ 23. Längsschnitt der Blüthenbasis von *Mirabilis Jalapa* L. 9/1. Vom Involucrum ist nur der basale Theil gezeichnet.


3
Sd
Pa
Ep
Lg
Pa
Lg
E
RS
2
Lg
RS
RS
E
RS
RS
1
Lg
K
Gf
Jg
E
Ep
RS
RS
5
Ep
a
Pa
Lg
Lg
K
Ep
Pa
Gf
Pa
Lg
Pa
Sd
Sd
Ep
Ep
Ep

Autor del.


16
17
18
19
20
21
22
23
Ox
SZ
RS
Ep
Pa
Scl
Cot
Rd
Psp
H
Fl
Tr

DIE

MITOSEN IM CENTRALNERVENSYSTEME.

EIN BEITRAG ZUR LEHRE VOM WACHSTHUME DESSELBEN.

VON

Dr. LUDWIG MERK.

(Mit 4 Tafeln.)

(AUS DEM INSTITUTE FÜR HISTOLOGIE UND EMBRYOLOGIE IN GRAZ.)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 16. DECEMBER 1886.

I. Einleitung.

Bei keinem embryonalen Organe ist die Heranziehung der Kerntheilungsfiguren zur Erklärung der Wachsthumsvorgänge von solcher Bedeutung geworden, wie beim Medullarrohr und der Retina. Die von Altmann[1] gefundene Thatsache, „dass die Zellvermehrung beim Embryo in allen epithelialen Organen nur von einer einheitlichen Fläche ausgehe, nämlich von derjenigen, welche vom Mesoderm am weitesten abliegt" überrascht auf den ersten Blick, und lässt vorläufig alle ihre Consequenzen gar nicht absehen. So besitze demnach das embryonale Medullarrohr in der den Centralräumen zugewendeten Lage reichliche Kerntheilungsfiguren; die Retina hingegen in der äussersten Schichte des distalen Blattes, an einer Fläche, die genetisch dem Epithele der Centralräume gleichwerthig ist.

Von einem ganz anderen Standpunkte ausgehend, beschäftigte sich Rauber[2] in einem Aufsatze: „Thier und Pflanze" unter anderem mit dem Dickenwachsthume des Medullarrohres, und suchte das von Schwendener für Pflanzen gefundene „Trajectoriengesetz" auch für thierische Organe zu bestätigen. Hiebei kam er zu dem Resultate, dass das Dickenwachsthum des Hirnes in drei aufeinander senkrechten Richtungen erfolgen müsse, und dass auch infolge dessen in diesem Sinne Kerntheilungsfiguren vorkommen müssten.

Die gleichzeitig mit diesem Aufsatze veröffentlichten Ergebnisse Altmann's schienen nun den Voraussetzungen Rauber's über das Wachsthum des Gehirnes so weit als möglich zu widersprechen. Rauber sah sich nun veranlasst selbst das wachsende Medullarrohr (namentlich von Froschlarven) auf diesen Punkt hin zu untersuchen, und fasste seine diesbezüglichen Resultate in mehreren Sätzen zusammen.[3] Die wichtigsten derselben sind:

[1] Altmann, Über embryonales Wachsthum. Leipzig 1881.

[2] Zoologischer Anzeiger. 1881.

[3] Rauber, Über das Dickenwachsthum des Gehirnes. Sitzungsber. d. naturf. Gesellsch. zu Leipzig. 1882.

„1. Das Dickenwachsthum der Gehirnwand ist nicht von deren Flächenwachsthum abzuleiten, sondern ist ein selbstständiges, was die Schichtenfolge der Zellen der grauen Rinde betrifft.

2. Auf Querschnitten durch das Gehirnrohr gelangen zahlreiche Kernspindeln zur Beobachtung, welche mit ihrer Längsaxe senkrecht zur Oberfläche stehen, ausserdem solche, welche ihr parallel laufen. Beide Gruppen finden sich zerstreut in sämmtlichen Schichten der Gehirnwand und erstrecken sich hiernach von der mesodermalen Oberfläche des Gehirnes bis zur Aussenfläche, die den Centralcanal begrenzt. Eine Prädilectionsschicht fehlt und unterscheidet sich hiedurch die Medullarplatte von dem Hornblatt, an welchem eine solche (die tiefste Schichte) vorhanden ist, neben äusseren Exclusivschichten. Es liegen diesen Angaben Bilder zu Grunde, welche Kerntheilungsfiguren im Stadium der Äquatorialplatte bis zu solchen der Tochtersterne enthalten, Bilder also, die nicht missdeutet werden können. Lässt sich überhaupt ein Überwiegen von karyokinetischen Figuren erkennen, so nehmen sie im Allgemeinen gegen die mesodermale Oberfläche hin zu. Im Besondern aber können die Verhältnisse Complicationen erfahren. Diese entstehen dadurch, dass an einem bestimmten Objecte Kerntheilungsfiguren z. B. in den äussersten Schichten der Hirnwand fehlen oder nur sehr spärlich vorhanden sind, während die inneren Schichten reichlich damit ausgestattet erscheinen. In einem anderen Objecte aber fehlen umgekehrt Kerntheilungsfiguren der inneren Schichte der Hirnwand, während die äusseren Schichten solche in grosser Zahl besitzen. Diese Befunde führen zu dem Schlusse, dass die Kern- und Zelltheilung in verschiedenen Schichten der Hirnwand nicht nothwendig gleichzeitig, sondern auch ungleichzeitig ablaufen kann. Im Übrigen bestimmt sich die Ziffer der Zelltheilungen in den verschiedenen Schichten der Gehirnwand aus der in einem bestimmten Bezirke vertretenen Zellenzahl des erwachsenen Gehirnes. Aus der erwähnten Eigenthümlichkeit ungleichzeitiger Kerntheilung erklärt sich wohl auch die Möglichkeit verschiedener Ergebnisse von Seite verschiedener Beobachter auf einfache Weise. Denn zeitweiliger Mangel kann leicht als Exclusion einerseits, als Prädilection andererseits gedeutet werden."

Diese, die Anordnung der Kerntheilungsfiguren betreffenden Angaben Rauber's schienen nun in Pfitzner[1] eine gewichtige Stütze zu finden; und in der That beruft sich Rauber in einer weiter unten zu besprechenden Abhandlung vielfach auf die Ergebnisse Pfitzner's. Gewiss aber mit Unrecht; denn Pfitzner war es vorerst darum zu thun, „die ihm wohlbekannten typischen Formen der Karyokinese in Geweben aufzufinden, wo sie bisher noch nicht beobachtet wurden. Nun waren aber, soweit ihm damals bekannt war, Kerntheilungsfiguren an nervösen Gewebselementen, mit Ausnahme eines einzigen Befundes von Peremeschko[2] in einer peripheren Nervenfaser noch nicht beobachtet worden." Er ging also — ohne noch eine Kenntniss von der ungefähr zur selben Zeit gemachten Entdeckung Altmanns zu haben, an eine Untersuchung der Kerntheilungsfiguren nervöser Elemente, rein in der Absicht, überhaupt welche dort zu finden.

Der einzige Gesichtspunkt, der Pfitzner bei der Beurtheilung der Anordnung der Theilungsfiguren zu leiten schien, war der, ob sich etwa an einem der metameren Abschnitte des Medullarrohres ein grösserer Procentsatz nachweisen liesse; aber „überall schien das procentische Verhältniss von Theilungsfiguren zu den ruhenden Kernen annähernd das Gleiche zu sein, und nirgends sah er einen grösseren Unterschied, der etwa principielle Bedeutung hätte haben können, ausgesprochen. — Höchstens hätte er nach den Befunden einen etwas grösseren Procentsatz im Gehirne, namentlich in den vorderen Abschitten, constatiren zu können geglaubt." Bei dem Umstande, dass ferner die von ihm untersuchte Salamanderlarve arm an Kerntheilungsfiguren war, ist es, wie ich weiter unten darzuthun hoffe, sehr leicht begreiflich, dass Pfitzner diese eigenthümliche Localisirung der Zellvermehrung einfach entgangen zu sein scheint.

Die erste Bestätigung erfuhr Altmann durch Uskoff.[3] In Form einer kurzen Mittheilung erwähnt Uskoff, dass auf Durchschnitten der der Höhle zugekehrte Theil des Hirnes buchstäblich besäet erscheint mit

---

[1] Pfitzner, Beobachtungen über weiteres Vorkommen der Karyokinese. Arch. f. mikrosk. Anat. XX. Bd.

[2] Arch. f. mikrosk. Anat. XVII. Bd.

[3] Uskoff, Zur Bedeutung der Karyokinese. Arch. f. mikrosk. Anat. XXI. Bd.

intensiv sich färbenden karyokinetischen Figuren. Besonders zahlreich beobachtete er sie bei Fischen (Lachs) in dem letzten Drittel der Eiperiode, bei Kaninchen vom eilften Tage, ferners bei Hühnchen vom zweiten Bebrütungstage an. Beim Kaninchen z. B. — sagt er, und hierauf ist grosses Gewicht zu legen — finden sich, so lange das Markrohr noch nicht geschlossen ist, verhältnissmässig sehr wenige Figuren, sie sind dagegen in sehr grosser Anzahl bald nach Schluss des Rohres vorhanden. In späteren Stadien sind sie wieder bedeutend seltener.

Weitere Bemerkungen über die Anordnung der Kerntheilungsfiguren finden sich in der erwähnten Mittheilung nicht.

Eine nicht minder wichtige Bestätigung bringt His,[1] der bei Beschreibung des Rückenmarkquerschnittes eines 5^{mm} langen[2] menschlichen Embryo ganz kurz sagt: „Die Zellen der innersten Zone liegen etwas dichter als die der äusseren, auch bestätigt sich hier die Altmann'sche Entdeckung von dem Vorkommen zahlreicher Kerntheilungsbilder im Bereiche der innersten Zellenlagen."

Noch weit lakonischer wird endlich Altmann in der jüngsten Abhandlung von His[3] bestätigt, in der sich eine Abbildung des Querschnittes eines menschlichen embryonalen Rückenmarkes findet, an welchem die Kerntheilungsfiguren ganz im Sinne Altmann's sich eingezeichnet finden.

So scheint sich also nach diesen Literaturangaben das Altmann'sche Gesetz auch bis auf den Menschen auszudehnen; es wäre aber auch eine Ausnahmsstellung höchst befremdend gewesen.

Diese Angaben sowohl, als auch zum Theile eigene Untersuchungen dürften nun Rauber dazu bestimmt haben, dem Epithele des Centralraumes eine etwas grössere Bedeutung zuzumessen, denn in der kürzlich erschienenen Anatomie des Nervensystemes[4] sagt Rauber (Seite 501 ff.): „Die innere Schichte stellt das Epithel des Centralcanales dar, welches durch lebhafte in ihm vor sich gehende Vermehrungsvorgänge längere Zeit hindurch neue Zellen nach aussen gelangen lässt. Auch die äusseren Zellen zeigen lebhafte Vermehrung, und zwar liegen die Theilungsaxen in verschiedenen Ebenen des Raumes."

Gleich in den folgenden Zeilen stellt sich Rauber abermals auf den Standpunkt seines Vortrages vom Jahre 1882 und sagt: „Die Theilungsvorgänge sind nicht auf bestimmte Lagen von Zellen beschränkt, sondern sie erstrecken sich durch die ganze Dicke der Medullarwand von der innersten bis zur äussersten Lage." Endlich behauptet er vom Rückenmark, dass hier „die regste Zellvermehrung im Gebiete der zukünftigen Vordersäulen stattfinde, so dass hier schon frühzeitig mächtige Zellenlager vorhanden sind." Man wird zugeben, dass diese etwas sonderbar redigirte Stelle nicht zu einer vollständigen Klarheit über diese Frage führt, da hienach einerseits das Epithel des Centralraumes längere Zeit karyokinetische Figuren beherbergen soll, während eine Prädilectionsschicht fehlt, wogegen aber die regste Zellvermehrung im Gebiete der zukünftigen Vordersäulen stattfindet.

Übrigens ist letztere Ansicht, die Vermehrung der Zellen des wachsenden Rückenmarkes im Gebiete der Vordersäulen zu suchen, so ziemlich verbreitet und als selbstverständlich angenommen.[5]

Vor einem Jahre nahm auch ich eine Untersuchung dieses Gegenstandes vor und beschränkte mich, weil mir entsprechendes Materiale fehlte, auf Natternembryonen.[6]

Ich konnte daselbst in reichlichem Masse Altmann's Entdeckung bestätigen und kam zu dem Resultate, dass der hauptsächlichste Ort der Zellvermehrung im wachsenden Hirn und Rückenmarke im Bereiche des

---

[1] His, Über das Auftreten der weissen Substanz und der Wurzelfasern. Arch. f. Anat. u. Physiol. 1883. Anat. Abth.

[2] Es scheint in dieser His'schen Arbeit ein Druckfehler zu sein, wenn auf Seite 170 in der Erklärung der Abbildungen Fig. 3 und 4 auf den (gar nicht existirenden) Embryo XVII *R* und nicht auf den 5^{mm} langen LVII *R* bezogen werden.

[3] His, Zur Geschichte des menschl. Rückenmarkes und der Nervenwurzeln. Königl. sächs. Ges. d. Wissensch. Leipzig 1886, Nr. 6.

[4] Lehrbuch d. Anat. d. Menschen von Hoffmann-Rauber. II. Bd., 2. Abth. Erlangen.

[5] Vergl. Kölliker, Entw.-Gesch. 2. Aufl., S. 598.

[6] Sitzungsberichte der kais. Akademie, 92. Bd. 1885.

Epithels der Centralräume zu suchen ist, dass also das Epithel der Centralräume die Matrix abgebe, und dass die regste Zellvermehrung gar nie im Bereiche der zukünftigen Vorder- oder Hinterhörner statthabe.

Die Retina anlangend endlich, fand ich (nebst Altmann auch Koganei [1] bestätigend) die regste Zellvermehrung in der äusseren Schichte, also der dem Mesoderm zugewendeten Seite des distalen Blattes der Retina.

Als bemerkenswerthe Ausnahme fand ich im Bereiche des hervorspriessenden Kleinhirnes karyomitotische Figuren durch die ganze Dicke der Wand.

Ich erlaubte mir aber auch ganz unverhohlen mein Verwundern über die Ergebnisse Rauber's auszusprechen, die ich damals noch nicht mit der Entdeckung Altmann's in Einklang zu bringen vermochte.

Vielleicht zum Theile durch diese meine Schrift angeregt, sah sich Rauber veranlasst, diesem Gegenstande nochmals seine Aufmerksamkeit zu widmen.[2] Wenngleich er hiebei „nur Veranlassung findet, an seiner Auffassung der Verhältnisse festzuhalten", so ist die milde Einlenkung zur Ansicht Altmann's, die Rauber schon in der 3. Auflage Quain-Hoffmann's Lehrbuch durchschimmern lässt, in diesen seinen letzten Arbeiten nicht mehr zu verkennen. Er „gibt nun zu, dass die Fassung einiger Sätze" (in den Sitzungsberichten der naturforschenden Gesellschaft zu Leipzig), die mich noch vor einem Jahre in nicht geringe Verlegenheit versetzt hatten, „den Werth der von ihm gefundenen ultraventriculären Mitosen gegenüber den ventriculären zu ausschliesslich betont". „Aber — sagt er weiter — ich bitte zu bedenken, dass es für mich eben darauf ankommen musste, die ultraventriculären Mitosen gegen die bisher allein behaupteten ventriculären ans Licht zu setzen. Dies ist etwas zu sehr auf Kosten der letzteren geschehen, was ich gerne bekenne."

Rauber hat in diesen seinen letzten Schriften namentlich an Froschlarven von 4—5^{mm}, ferner von 15^{mm} Länge eine Reihe sehr interessanter Details geliefert, die ich mit meinen jetzt gefundenen Ergebnissen äusserst leicht in Einklang zu bringen vermag.

Die vorliegende Arbeit endlich hatte ich vorerst geplant, um den scheinbaren Widersprüchen in Rauber's Vortrage zu begegnen. Seit einem Jahre sammelte ich an einem ergiebigen Materiale, um meine Sache einem Forscher, wie Rauber gegenüber, würdig vertreten zu können; ich habe eine grosse Zahl von Präparaten durchgemustert und auf Grund derselben gefunden, dass ein weiterer Streit über das Vorkommen von ultraventriculären Mitosen ein äusserst müssiger Zeitvertreib sein würde, dass man es vielmehr hier mit einem ganz eigenthümlichen Phänomen zu thun habe, das sich ganz wohl in das Gewand eines allgemein giltigen Gesetzes kleiden lässt.

Das Materiale, dessen ich mich bediente, besteht aus:

1. Forellenembryonen im Alter von 14 Tagen,
   „ „ „ „ 24 „
   „ „ „ „ 30 „
2. Froschlarven *a)* kurz vor dem Hervorbrechen der Extremitäten,
   b) mit nur hinteren Extremitäten,
   c) mit allen Extremitäten.
3. Tritonlarven. 9^{mm} lang.
4. Schlangenembryonen vom Schlusse sämmtlicher Kiemenspalten an bis zum Färben der Haut. (III. Periode Rathke [3]).
5. Mäuseembryonen, 2—3^{mm} grösster Abstand in gehärtetem, ungestrecktem Zustande gemessen.

---

[1] Koganei, Untersuchungen über die Histiogenese der Retina. Arch. f. mikrosk. Anat. XXIII. Bd.

[2] Rauber, Über die Mitosen des Medullarrohres. Zool. Anz. 15. März 1886 und die Kerntheilungsfiguren im Medullarrohr der Wirbelthiere. Arch. f. mikrosk. Anat. XXVI. Bd.

[3] Rathke, Entw.-Gesch. d. Natter, S. 9. Königsberg 1839.

6. Embryonen von *Vespertilio murinus* in fünf Exemplaren, und zwar:
   1. Mit noch offenen Kiemenspalten; grösste Dist. in gehärt., ungestreckt. Zustande gemessen 5^{mm};
   2. „ eben geschlossenen „ „ „ „ „ „ „ „ $6{\cdot}5^{mm}$;
   3. „ vollständig „ „ „ „ „ „ „ „ „ 9^{mm};
   4. „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ $9{\cdot}5^{mm}$.[1]
7. Meerschweinchenembryonen
   1. $2{\cdot}6^{cm}$ grösste Distanz in gehärtetem, nicht gestrecktem Zustande gemessen;
   2. $3{\cdot}5^{cm}$ „ „ „ „ „ „ „ „ „.
8. Kaninchenembryonen
   1. vom 8.—9. Tag ein Exemplar,
   2. 18^{mm} Scheitelsteisslänge in drei Exemplaren.
9. Rattenembryonen, 14^{mm} Scheitelsteisslänge in zwei Exemplaren.
10. Hühnerembryonen, und zwar:
    2 Tage 4 Stunden, 2 T. 8 St., 3 T. 5 St., 3 T. 7 St., 4 T. 5 St., 4 T. 6 St., 5 T. 6·5 St., 5 T. 7 St. alt in je einem Exemplare und 6 T. 4·5 St. und 7 T. 5 St. in je zwei Exemplaren und 8 T. 4·5 St. in einem Exemplare. (Im Ganzen 13 Exemplare.)

Ich werde desshalb vorerst rein sachlich meine Ergebnisse bezüglich des Rückenmarkes und des Hirnes entwickeln. Den entsprechenden Verhältnissen in der Retina habe ich diesmal geringere Aufmerksamkeit geschenkt.

Dann erst will ich einige theoretische Betrachtungen darüber anschliessen, wie dieses Phänomen bisher beurtheilt worden ist und nunmehr behandelt werden müsste, und auch die gewiss nicht ungerechtfertigte Frage besprechen, inwieweit Wachsthum und Zelltheilung zusammenfallende Vorgänge sind; ja, ob überhaupt die karyokinetischen Vorgänge zur Erklärung des Dickenwachsthumes des Hirnes herangezogen werden können.

Der Kern der Frage liegt durchaus nicht, wie Rauber besonders mit Hinblick auf mich betonen möchte, in der Frage, ob während der Entwicklung des Medullarrohres nur ventriculäre, mesodermferne, oder neben diesen auch ultraventriculäre, mesodermnahe Mitosen vorkommen. Diese Frage ist ganz ausser allem Zweifel und namentlich jetzt auch durch Rauber hinlänglich beantwortet.

Ich will aber nicht in der mir vorgesetzten Eintheilung des Gegenstandes vorgreifen, sondern vorderhand nur herausheben, dass es mir darum zu thun sein wird, für gewisse Abschnitte des Medullarrohres das Überwiegen der ventriculären Mitosen während einer langen Dauer der Entwicklung an der Hand von Thatsachen zu beweisen und die diesbezüglichen Ausnahmsstellen genau zu determiniren.

II. Untersuchungsmethode.

Zum grössten Theile habe ich die — natürlich frischen, noch lebenden — Embryonen und Larven in Flemming's Gemische durch 24 Stunden, oder, wenn sie gross waren, durch 2 Tage gehärtet, hernach ausgewaschen. Das Flemming'sche Gemisch besteht aus

1% Chromsäure	15 Maasstheile	
2% Osmiumäure	4	„
Eisessig	1	„ oder weniger.

[1] Diese vier Embryonen wurden mittelst Zeichnenapparat bei bekannter Vergrösserung gezeichnet und die davon genommenen Maasse entsprechend reducirt.

Da grosse Quantitäten einer solchen Flüssigkeit leicht verderben, so habe ich gewöhnlich zwei Flaschen genommen. In der einen befand sich 1% Osmiumsäure, in der anderen ein Gemisch im Verhältnisse von

2% Chromsäure	7·5ccm
Eisessig	1ccm
Wasser	3·5ccm.

Zu je 12ccm dieser letzteren Flüssigkeit giesse ich kurz vor dem Gebrauche 8ccm der 1%igen Osmiumsäure und habe dann

Acid. chromic.	0·15
„ osmic.	0·08
„ acet. glac.	1
Aqua destill.	19,

das ist: Flemming's Gemisch.

Die Embryonen wurden durchwegs in Celloidin eingebettet und mit einem Mikrotome von Reichert, das mit einer Selbstregulirung der Schnittdicke versehen ist, geschnitten. Die Schnitte, welche 0·02—0·04mm dick waren, färbte ich — nach Flemming's Angabe — mit Saffranin, in Drittelalkohol gelöst, durch 12—24 Stunden. Hierauf wurden sie mit salzsäurehältigem Alkohol theilweise entfärbt und untersucht.

Die Härtung mit der genannten Flüssigkeit wird jetzt allgemach eine überall übliche, wesshalb ich mir eine genauere Beschreibung der Procedur wohl ersparen kann. Mit Rücksicht auf die ausgebreitete Anwendung, die ich vornahm, möchte ich aber auf einige Details aufmerksam machen.

Vor Allem eignet sie sich sehr schlecht zur Härtung von Eiern meroblastischer Thiere und jener Holoblasten, die grosse Eier haben. Durch den gehärteten Dotter werden sie so brüchig und bröckelig, dass sie sich ungemein schwer oder gar nicht in Schnitte zerlegen lassen.

Eben dieselben Unannehmlichkeiten begegnen bei der Härtung der Larven der Amphibien und Fische.

Ganz vorzügliche Dienste leistet sie jedoch bei Embryonen der Reptilien und Säugethiere. Vogelembryonen musste ich die Augenblasen anstechen, damit später während der Einbettung die Einbettungsmasse (das Celloidin in meinem Falle) leichter eindringe.

Will man den angeführten Übelständen entgehen, so bediene man sich der Härtung mittelst der von Altmann angegebenen Salpetersäure. Zu diesem Behufe werden die Embryonen oder Larven in eine wässerige Lösung von Salpetersäure, die das specifische Gewicht von 1·02 hat, gegeben, worin sie 3—4 Stunden verweilen. In Folge der Gerinnung der Eiweisssubstanzen werden sie hiebei ganz weiss und opak. Nun gibt man die Stücke auf beliebige Zeit zur definitiven Härtung in starken Alkohol. Die Schnitte können nun wieder in Saffranin (wie oben) gefärbt und weiter behandelt werden, oder aber es empfiehlt sich auch die Überfärbung der Schitte mit Hämatoxylin und nachträgliche Entfärbung mit salzsäurehältigen Alkohol (1ccm Salzsäure, 199ccm Alkohol). Ist die Procedur gelungen, so erscheinen die Kerntheilungsfiguren fast allein gut und scharf tingirt und treten hiedurch deutlich hervor.

III. Specielle Untersuchungen.

1. Tritonlarven *(Triton cristatus)*.

Von diesen Thieren standen mir 9mm lange Exemplare zur Verfügung. Sämmtliche Larven waren arm an Kerntheilungsfiguren, nicht nur im Gegensatze zu den überhaupt mit Kerntheilungsfiguren reichlich versehenen Embryonen der von mir untersuchten Amnioten, sondern auch im Vergleich zu den übrigen Anamnien, die ich zu untersuchen Gelegenheit hatte (Frosch und Forelle). Diese relative Armuth betrifft nicht etwa nur das Centralnervensystem, sondern auch die übrigen Gewebe.

Das Epithel des Centralraumes zeigte noch keine Andeutung von Flimmerhaaren.

a) **Das Rückenmark.** Die wenigen Figuren waren im Bereiche des Epithels. Keiner der metameren Abschnitte des Rückenmarkes zeigte sich irgendwie bevorzugt, was die Zahl der Mitosen anlangte. An 9 Prä-

paraten, die im Ganzen 47 Rückenmarksquerschnitte enthielten, konnte ich an 34 Schnitten überhaupt keine Figur erkennen; die übrigen 13 Schnitte beherbergten gewöhnlich eine, seltener mehr — bis zu drei — Figuren. Eine einzige Figur an diesen Schnitten war ultraventriculär.

b) **Nachhirn und Hinterhirn.** Diese Gegenden zeigten durchaus keine Figur. (Ich hebe hervor, dass ich auf die spätere Tela chorioidea keine Rücksicht nehme.) Nur gegen das Rückenmark zu, an der Übergangsstelle konnte ich auf Mitosen treffen, die wieder ventriculär lagen.

c) **Mittel- und Zwischenhirn.** Diese Partien waren verhältnissmässig ziemlich reich an Mitosen. Von 19 beliebig gewählten, darauf hin untersuchten Schnitten waren 18 mit Kerntheilungsfiguren versehen. Wieder war die grosse Mehrzahl derselben ventriculär, und nur vier deutliche ultraventriculäre Formen wahrzunehmen.

d) **Lateralventrikel (Grosshirnblase).** Sie waren am reichsten, obwohl auch Schnitte gesehen werden konnten, denen jede Figur zu mangeln schien. An den meisten Schnitten waren immer 5—6 Figuren, namentlich an der vorderen Spitze der Ventrikel. Zwei ultraventriculäre Formen in der weissen Substanz (an 20 darauf hin untersuchten Schnitten) waren ganz deutlich den einwandernden Blutgefässen angehörig.

Mit Hinblick auf diese Resultate finde ich es sehr begreiflich, wenn man (Pfitzner) das Altmann'sche Phänomen an so kerntheilungsarmen Larven übersieht, und dies umsomehr, wenn man nicht sehr viele Thiere untersucht.

2. Froschlarven *(Rana temporaria)*

Über diese Thiere liegen bereits, wie erwähnt, von Seite Rauber's genaue und ausführliche Angaben in der Literatur vor. Rauber[1] untersuchte Froschlarven von 4—5^{mm} Länge, also frühe Stadien; ferner solche von 15^{mm} Länge. Über ältere Larven fehlten ihm damals noch hieher gehörige Erfahrungen. Für diese Lücke will Rauber die Beobachtungen Pfitzner's an Salamanderlarven von 22^{mm} Länge eintreten lassen. Ich habe bereits auseinandergesetzt, dass eine Berufung auf Pfitzner in dieser Beziehung gewiss mit Unrecht geschieht.

Da nun Rauber ohnedies die Froschlarven früher Entwicklungsstufen mit grosser Ausführlichkeit behandelt hat, so schalte ich hier die Resultate seiner Beobachtungen ein und beschränke mich auf drei Froschlarven, die eine gute Fortsetzung der Rauber'schen Ergebnisse gestatten. Es waren dies sämmtlich sehr vorgeschrittene Exemplare; dem ersten fehlten zwar noch sämmtliche Extremitäten, doch befand sich dasselbe in dem Stadium kurz vor dem Hervorbrechen derselben. Die zweite Larve hatte nur die hinteren Extremitäten; die letzte endlich alle Extremitäten soeben erlangt. (Ich glaubte zur Zeit, als ich diese Embryonen conservirte, auf Längenmaasse verzichten zu können, und finden sich desshalb in meinem Notizenbuche keine derartigen Angaben.)

Froschlarven von 4—5^{mm}.

a) **Rückenmark.** Rauber sagt bezüglich desselben: „Ich kann mich daher mit der Angabe begnügen, dass auch im Rückenmarke, wie im Gehirn dieser jungen Thiere Mitosen in den äusseren Zellenlagen, neben solchen in der inneren Lage gefunden werden."

b) **Hirn.** Rauber belegt hier seine Angaben mit zwölf Abbildungen und sagt: „Überblickt man die ganze Reihe der Mitosen in allen zwölf Figuren, so wird man nicht allein zu dem Schlusse gedrängt, dass neben ventriculären Mitosen auch ultraventriculäre vorkommen, sondern es ist sogar schwer, in dem gegebenen embryonalen Stadium und in dem gegebenen individuellen Fall eine Prädilectionsschicht herauszufinden. Dieser Fall ist aber fernerhin kein ausnahmsweiser, er bildet vielmehr die Regel. Damit soll indessen nicht behauptet werden, dass nicht Schwankungen nach der einen oder der anderen Seite vorkommen. Wie an einem und demselben Embryo örtliche Verschiedenheiten in der Häufigkeit und Vertheilung der Kernfiguren

[1] Arch. f. mikrosk. Anat. XXVI. Bd.

vorkommen, so findet man auch bei verschiedenen Embryonen der gleichen Stufe die ventriculären und ultraventriculären Mitosen in verschiedener Häufigkeit und in verschiedenem Verhältniss. Niemals aber fehlen letztere gänzlich, wie man etwa aus den hierüber bisher bekannt gewordenen Angaben vermuthen könnte."

Froschlarven von 15^{mm} Länge.

a) **Rückenmark.** „Aus einer Vergleichung der einzelnen Schnitte ergibt sich, dass es auch im Rückenmarke der 15^{mm} langen Froschlarven weder an ventriculären, noch an ultraventriculären Theilungsfiguren fehlt. In Hinsicht auf die relativen Mengen beider ist bei der Überblickung einer grösseren Schnittzahl den ventriculären Mitosen das Übergewicht zuzuerkennen. Das Epithel ist zu dieser Periode Prädilectionsschicht der medullaren Mitosen ganz so, wie es bereits vom Hirn dieser Stufen erwähnt worden ist." (Rauber.)

b) **Hirn.** „Es fehlt auch am Hirn der 15^{mm} langen Larven nicht an ultraventriculären Kerntheilungsfiguren und ich vermag keine Hirnabtheilung von dieser Erscheinung auszunehmen. Dagegen darf ich hinzuzufügen nicht vergessen, dass bei diesen Larven die ventriculären Mitosen häufiger gesehen werden, als die ultraventriculären. Erstere bilden einen mehr oder weniger ununterbrochenen Gürtel um den Ventrikel, letztere finden sich da und dort, jedoch bis in die äussersten Zellenlagen hin zerstreut. Es lässt sich hier also von einer Prädilectionsschicht des Epitels für Mitosen der Hirnwand entschiedener sprechen, als im vorausgehend beschriebenen Stadium." (Rauber.)

Froschlarven mit mehr als 25^{mm} Länge. *a)* Noch ohne Extremitäten, *b)* mit nur hinteren, *c)* mit allen Extremitäten.

a) **Rückenmark.** Die jüngste dieser drei Larven zeigte äusserst deutlich, dass das Epithel des Centralcanales eine Prädilectionsschicht der Mitosen des Rückenmarkes sei. Die Figuren im Epithel waren sehr zahlreich und verhält sich die Zahl der sich theilenden Kerne zu den der ruhenden im Epithel ungefähr wie 10 : 1. Sowohl die vordersten cerebralen, wie die hintersten caudalen Abschnitte waren in gleicher Weise mit Kerntheilungsfiguren ausgestattet. Die Richtung der Theilung ging meist parallel der Oberfläche des Centralcanales.

Wesentlich anders verhielt es sich gleich bei der nächst älteren Larve. Hier war das Rückenmark bereits stark entwickelt, die grossen Zellen der Vorderhörner, sowie die Hinterhörner waren deutlich angelegt, — aber die Zahl der Mitosen war klein geworden, ohne dass — wie dies bei den Tritonlarven der Fall war — die Larve im Allgemeinen arm an Figuren gewesen wäre. Die wenigen Figuren, die sich fanden, waren wieder, wie dies bei den 4—5^{mm} langen Larven der Fall war, zerstreut in der Wand, so dass man schwer von einer Prädilectionsschicht überhaupt sprechen kann.

Trotzdem darf man sich aber nicht der Meinung hingeben, es sei hier etwa der Zustand der 4—5^{mm} langen Larve wiedergekehrt. Denn wie ich den vielen Abbildungen Rauber's und auch seinen Worten entnehme, war bei jener die Zahl der Figuren eine ziemlich grosse. Hier hingegen musste ich an vielen Schnitten überhaupt vergebens nach Mitosen suchen, an anderen waren die Mitosen ohne besondere Prädilection bald unter den Zellen des Vorderhornes, bald im Seitenstrange, bald im Epithel. Man möge also nicht diese meine Schilderung in der Weise verstehen, als ob noch immer reichliche Figuren, diesmal aber zerstreut vorkämen, sondern dass nunmehr die hauptsächlichste Anbildung von Zellen bereits ihren Gipfelpunkt erreicht hatte und nun allmälig aufhöre.

Eine lange Zeit des Embryonallebens hindurch war also das Epithel des Centralcanales ein Prädilectionsort der Mitosen; nie aber fand die regste Zellvermehrung im Bereiche der zukünftigen Vorderhörner statt.

b) **Der 4. Ventrikel und seine Umgebung.** Dieses Gebiet zeigt abermals bei den drei jüngten Larven eine deutliche Prädilection der Mitosen für das Epithel, obgleich hier nie die Figuren so zahlreich und dicht gedrängt an einander stehen, wie im Rückenmarke desselben Thieres, oder z. B. in der Vierhügelblase

(vergl. Fig. 1 und Fig. 2). An der zweiten und dritten Larve vermisste ich zwar auch nie die Kerntheilungsfiguren im Epithele, dennoch muss ich bemerken, dass ultraventriculäre Formen hier nicht so selten getroffen wurden. Nie jedoch verrieth ihr Vorkommen sich als ein Ort bedeutsamerer Zellvermehrung; immer waren sie nur vereinzelt. Ich fühle sehr wohl, dass diese — durch die vorliegenden Verhältnisse erschwerte — Darstellung des Thatbestandes leicht zu irrthümlichen Anschauungen führen kann, da ich hiebei oft mit ungenauen, schwer zu umgehenden Ausdrücken, wie „seltene Mitosen", „häufigere Mitosen" u. dergl. arbeiten muss. Dennoch glaube ich nicht missverstanden zu werden, weil ja gerade die Umgegend des 4. Ventrikels ein schönes Beispiel gibt, dass Orte vorkommen können, deren ultraventriculären Mitosen in der That eine grosse Bedeutung beigemessen werden muss.

Das Kleinhirn stellte nämlich, wo immer ich dasselbe an diesen drei Larven traf, eine Zellenmasse dar (vergl. Fig. 4), die durchaus, vom Ventrikel bis ans Mesoderm mit Mitosen unregelmässig und reichlich durchsetzt war. Wenn ich an den beiden älteren der drei Larven bereits eine Trennung des Mitosenlagers in zwei Gruppen, eine ventriculäre und mesodermale zu erkennen vermochte, so war dieselbe doch noch zu undeutlich, als dass ich derselben bei diesen Larven ausführlicher gedenken möchte. Ich werde auf diese Trennung desshalb erst bei jenen Embryonen, bei denen ich sie klar und deutlich wahrnehmen konnte, näher eingehen, und hebe sie hier nur vorläufig hervor. Und gerade durch diese Ausnahmsstellen ist es nun leicht die Regel selbst zu bestätigen; denn, wie wäre es wohl möglich, dass mir ein Ort auffallen konnte, der Kerntheilungsfiguren unregelmässig zerstreut enthält, wenn nicht die übrigen Stellen der wachsenden Hirnwand sich anders verhielten; wenn eben die „ultraventriculären" Formen anderer Orte nicht von untergeordneter Bedeutung wären.

Es muss also auch das Epithel des 4. Ventrikels ganz unzweifelhaft eine lange Zeit des Embryonallebens als Prädilectionsort der Mitosen angesehen werden. Die Zellvermehrung in den allerersten Anlagen des Kleinhirnes erfolgt jedoch unregelmässig, ohne Prädilection einer bestimmten Schichte und ohne besondere Vorliebe für eine bestimmte Theilungsebene.

c) **Die Vierhügelblase.** Die Wand der Vierhügelblase bestand bei diesen Larven aus vielen Schichten, die in ihrer Anordnung sehr an die Schichten der Retina erinnern (vergl. Fig. 2). Auf eine an's Mesoderm stossende breite Faserschicht, in der wenig Zellen eingelagert sind, folgt eine Zone von Kernen, die mit der inneren Körnerschichte der Retina eine oberflächliche Ähnlichkeit zeigt. Auf diese folgen nun unregelmässig, aber doch schichtenweise und scharf distinct, bald schmale Faserpartien, bald schmale Körnerzonen, die ihrerseits durch das Zellenlager um den Centralraum und die Mitosenzone abgeschlossen werden. Diese Sonderung in mehrere Schichten ist an allen Theilen der Umgebung der Vierhügelblase mehr weniger deutlich ausgesprochen.

In diesem Hirnabschnitte ist die Prädilectionsschicht um den Centralraum beinahe zu einer ausschliesslichen geworden. Mir war es an diesen drei Larven, obwohl ich darnach fahndete, unmöglich, „ultraventriculäre Mitosen" zu finden. Es ist an diesem Organe die Prädilection für das Centralepithel eben so deutlich und ganz und gar unleugbar, wie die Prädilection an der Retina.

Bei allen drei Larven zeigte ferner die Vierhügelblase eine reiche Anzahl von Mitosen, ein Beweis, dass während an anderen Orten bereits die Zellvermehrung träger und langsamer geworden ist, hier noch lebhafteste Zelltheilung statthat.

d) **Die Umgebung des 3. Ventrikels** stand an manchen Orten in Bezug auf Häufigkeit der Mitosen dem Corpus quadrigeminum bedeutend nach, obwohl ziemlich häufig an allen drei Larven ventriculäre Mitosen zu entdecken waren. An anderen Orten (gegen das Infundibulum) waren Mitosen wieder häufiger zu sehen. Auch ultraventriculäre Formen fehlten nicht. Wieder aber traten sie vereinzelt auf, bis auf einen Zellhaufen, den ich als den in Anbildung begriffenen Thalamus opticus diagnosticirte. Auch an diesem Abschnitte konnte ich mit zunehmendem Alter des Objectes keine Abnahme der Häufigkeit der Mitosen wahrnehmen.

e) **Die Gehirnblasen** endlich waren an allen drei Larven beinahe so reichlich mit ventriculären Mitosen ausgestattet, als die vorhin erwähnte Gegend des Infundibulums und die Vierhügelblase. Trotzdem konnte

ich mit zunehmendem Alter des Objectes eine geringe Abnahme der Häufigkeit constatiren. Insbesondere war dies die dorsale Partie der Ventrikelwandung. An dieser Stelle konnte man mitunter sehr deutlich erkennen, dass die durch diesen Theilungsprocess gleichzeitig versenkten Zellen bereits eine den späteren Pyramidenzellen ähnliche Gestalt angenommen haben (vergl. Fig. 7). Ja sogar die Zellen des Epithels selbst zeigten eine ähnliche Gestalt, so dass man an eine directe Umwandlung der Zellen des Centralraumes in Ganglienzellen denken kann. Ich mache diese Angabe, weil Herms [1] beim Studium der Entwicklung von Ganglienzellen des Ammocoetes ganz deutlich angibt, dass sich die Ganglienzellen des Acustico facialis-Kernes direct aus den Epithelzellen des Centralcanales bilden und in die Tiefe rücken.

Aus alledem ziehe ich für die Froschlarven die Ergebnisse in folgender Weise zusammen.

Die erste Zeit des Embryonallebens erfolgt die Zelltheilung in allen Schichten unregelmässig, ohne Prädilection.

Bei 15^{mm} langen Larven lässt sich eine Prädilection für das Epithel des Centralraumes bereits annehmen, die für's Rückenmark bei 25^{mm} langen Larven noch immer zu sehen ist. Bei Larven aber, denen die hinteren Extremitäten bereits hervorgesprossen sind, hat der rege Zelltheilungsprocess bereits aufgehört.

Dessgleichen taucht die Prädilection für's Centralepithel im Hirne erst bei circa 15^{mm} langen Larven auf und erhält sich am längsten und deutlichsten in der Vierhügelblase, der Infundibulumgegend und den Lateralventrikeln. Kleinhirn und Thalamus opticus sprossen als Wülste hervor, in denen die erste Zellanbildung ohne Prädilection zerstreut und reichlich statthat.

3. Forellenembryonen *(Trutta fario).*

Auf Fischembryonen überhaupt bezieht sich meines Wissens in der Literatur nur eine Angabe — die von Uskoff: [2] „Besonders zahlreich beobachteten wir sie (die Mitosen) bei Fischen (Lachs) in dem letzten Drittel der Eiperiode". Allerdings kann ich diese für den vorliegenden Zweck zu kurz gemachte Mittheilung an demselben Objecte nicht vervollständigen; ich habe vielmehr zum Repräsentanten der Fische die nahe verwandte Bachforelle gewählt, einerseits weil ich dadurch über den sonst an embryonalem Materiale armen Winter hin versorgt war, andererseits aber, weil die erste Entwicklung dieser Thiere namentlich durch Öllacher genau untersucht worden ist, so dass ich an der Hand seiner Angaben leichter mein Ziel verfolgen konnte, als wenn ich ein Object gewählt hätte, dessen Entwicklung minder genau bekannt ist.

Die jüngsten Embryonen, die ich untersuchte, hatten in unserem Brutapparate ein Alter von 14 Tagen erreicht. Sie entsprechen ungefähr den Embryonen in Fig. 11 und Fig. 12 auf Tafel 1 der Abhandlung von Öllacher.[3] Der Unterschied in der Altersangabe zwischen Öllacher und mir rührt von der verschiedenen Temperatur des Wassers her.

Öllacher hatte zur Zeit seiner Untersuchungen einen sehr strengen Winter. Das Wasser unseres Apparates aber zeigte gewöhnlich 8°—9° Cels.

Das Gehirn und Rückenmark legt sich bei diesen Thieren bekanntlich nicht als eine Rinne an, die sich nachträglich schliesst, sondern es tritt als solider Strang auf, der eine Verdickung des Epiblasten vorstellt und erst später die Centralräume erhält.[4] Dieser von der Regel abweichende Entwicklungsgang war wohl auch ein weiterer Grund, wesshalb ich gerade diese Embryonen anderen Fischembryonen vorzog.

Die in Rede stehenden jüngsten, circa 14 Tage alten Embryonen hatten noch eine solide Anlage des Centralnervensystemes. Und gerade in diesem Stadium, in welchem man bei oberflächlichem Erwägen mit Bestimmtheit eine Prädilectionsstelle der Mitosen erwartet, fehlt eine solche gänzlich. Durchaus ohne Wahl

---

[1] Berichte der Münchener Akademie 1884.

[2] Arch f. mikrosk. Anat. XXI. Bd.

[3] Zeitschr. f. wissenschaftl. Zoologie 1872.

[4] Vergl. Kupfer (bei *Gasterosteus aculeatus*, *Spinachia vulgaris*, *Gobius minutus* und *Gobius niger*), Arch. f. mikrosk. Anat. und Götte, Centralblatt f. medic. Wissenschaften 1869, Nr. 29 und Schapringer, Sitzungsber. d. kais. Akad., II. Abth., Bd. 44, 1871 und andere.

finden sich die Figuren, bald in der Mitte des Stranges, bald peripher ohne eine bestimmte Theilungsebene.

Die folgenden, älteren Embryonen waren insgesammt ein technisch schwer zu bearbeitendes Materiale. Der Grund hiefür liegt in der schon oben besprochenen ausserordentlichen Brüchigkeit der Embryonen in Folge der Härtung mit der Flemming'schen Chromosmiumessigsäure. Wenn auch die Einbettung sonst gut gelungen war, so zerbröckelten sich mir die Querschnitte, oder ich verlor aus ihnen den Rückenmark- oder Hirnquerschnitt, ausser an solchen Stellen, an denen das Centralnervensystem durch festere Bindegewebsstränge an den Canal befestigt war, oder wo die austretenden Nerven den Rückenmarksquerschnitt innerhalb des Wirbelcanales fixirten. Diese Übelstände verhinderten mich, ganze Serien ohne Lücken zu erhalten, ohne jedoch ein klares Urtheil über den in Rede stehenden Process zu behindern und zu verdunkeln. Allenfalls fühlbare Mängel mögen in dem erwähnten Umstande ihre Erklärung finden.

Die nächst älteren Embryonen, die ich besprechen will, hatten ein Alter von 25 und 31 Tagen. Sie befanden sich demnach im zweiten Dritttheil der Eiperiode. Ihre Grösse betrug ungefähr 8^{mm} und 12^{mm}, im gehärteten Zustande gemessen.

Eine dritte Gruppe von Embryonen endlich war 49 Tage alt (4 Tage nach dem Hauptausschlüpfen); also bereits nach Beendigung der Eiperiode, und massen 17^{mm}.

a) **Das Rückenmark.** Dasselbe ist im Querschnitte von kreisförmiger Gestalt; der Centralcanal ist ein enger Spalt, der in den jüngsten Stadien (8^{mm}) noch ein kleines Lumen am dorsalen und ventralen Ende zeigte, während er an den älteren Embryonen ganz verschlossen war. Die das Rückenmark zusammensetzenden Zellen sind nicht, wie bei den bisher behandelten Embryonen oval, sondern spindelförmig, die Kerne homogen, mit glänzenden Kernkörperchen versehen. Je entwickelter die Embryonen sind, desto mehr Zellen sind am Randsaume, gegen die weisse Substanz zu, gross geworden, haben einen bläschenförmigen Kern und ein oder zwei Kernkörperchen. Sie befanden sich in der Umwandlung in spätere Ganglienzellen. Die Vorderhörner eilen in der Anbildung von Ganglienzellen — wie ich dies auch anderwärts gesehen — den Hinterhörnern voran.

Wieder ist das Epithel des engen Centralcanales eine deutliche Prädilectionsschicht für die Mitosen; namentlich in den beiden jüngeren Stadien. Ultraventriculäre Formen sind dagegen durchaus nicht selten. Bei den 12^{mm} langen Thieren verschwanden jedoch die ultraventriculären Mitosen immer mehr und mehr. Auch die grosse Zahl der ventriculären Mitosen nahm nun ab. Bei den ausgeschlüpften Thieren hingegen waren Mitosen des Rückenmarkes überhaupt schon spärlich zu sehen.

b) **Das Hirn.** Der IV. Ventrikel und seine Umgegend sind an den jüngeren Embryonen noch ziemlich reichlich mit venticulären Mitosen ausgestattet. In diesem Hirnabschnitte nimmt aber die reichliche Zellvermehrung zuerst merklich ab, so dass bei den ausgeschlüpften Thieren diese Gegend schon schwach mit Mitosen besetzt ist. Wieder fehlen auch hier, bei allen drei Stadien ultraventriculäre Formen nicht.

Bei den ältesten Embryonen bekam ich an einigen wenigen, noch dazu mangelhaft erhaltenen Schnitten das Kleinhirn zu Gesichte und konnte mich hier zu meiner Befriedigung wieder überzeugen, dass die ultraventriculären Mitosen in auffallend grosser Zahl an einander gehäuft liegen und sich vom Epithel bis an das Mesoderm hin erstrecken.

Die Vierhügelblase, sowie die nun noch nach vorne folgenden Hirnabschnitte zeigten sich in reichlichster Zellvermehrung am ventriculären Saume. Auch bei diesen Thieren fand ich, dass die ventriculäre Prädilectionsschicht der Vierhügelblase zum Orte der einzigen Zellvermehrung geworden ist, und dass hier ultraventriculäre Formen gar nicht beobachtet werden konnten.

Ebenso verhielt es sich mit den Lateralventrikeln. Leider waren mir dieselben nur an den ältesten Embryonen ordentlich im Schnitte erhalten. Es lässt sich wohl eigentlich von einem Lateral ventrikel hier gar nicht sprechen, so eng liegen die Wände an einander.

Gleich auffallend in Bezug auf seine ventriculäre Prädilectionsschicht ist eine zwischen den Augen liegende Zwischenhirnpartie, die ich für die Infundibulumgegend halte.

Die noch übrigen Partien des III. Ventrikels zeigten vom jüngsten bis zum ältesten Embryo reichliche Mitosen um die Höhlung, ohne dass ich eine merkliche Abnahme vom jüngsten bis auf den ältesten constatiren konnte. Die hier ziemlich häufigen ultraventriculären Mitosen lagen wieder zerstreut, durch grosse Strecken von einander getrennt.

Die grosse und desshalb auch bedeutsame Menge an ventriculären Formen springt aber auch weniger an Querschnitten ins Auge. Erst wenn man, wie das nicht selten vorkommt, die ventriculäre Schicht der Hirnabtheilungen im Flächenschnitte vor sich hat, tritt der grosse Reichthum an Figuren auffallend hervor.

So gelang es mir denn auch, an lebenden Embryonen aus der Mitte der Eiperiode mit guten Objectiven (Reichert 7. A.) die ventriculäre Oberfläche zu erreichen, und konnte sowohl hier, als auch an der Retina der rege Zelltheilungsprocess direct am lebenden Thiere beobachtet werden.

Es ist also auch bei den Fischen das Epithel der Centralräume eine gewisse Zeit des Embryonallebens hindurch die Matrix für die Wand. Bis ungefähr ins Ende des ersten Drittels der Eiperiode dürfte man aber keine ventriculäre Prädilection der Mitosen erkennen; wenigstens so lange der Embryo noch als Keimscheibe dem Dotter aufliegt, kann von einer Prädilectionsschicht in Bezug auf's Centralnervensystem nicht gesprochen werden.

Hiermit schliesse ich meine Beobachtungen an Anamnien und wende mich zu den Amnioten.

4. Embryonen von *Tropidonatus natrix.*

Es wurde schon eingangs, bei Besprechung der hieher gehörigen Literatur erwähnt, dass diese Embryonen von mir bereits früher eingehend untersucht wurden. Die wichtigsten Resultate habe ich gleichfalls schon hervorgehoben und ich verweise bezüglich der Einzelnheiten auf die Abhandlung selbst.[1]

Nur einem Punkte will ich hier noch Aufmerksamkeit schenken, der in meiner früheren Arbeit noch nicht die gehörige Würdigung finden konnte.

Es betrifft dies die Anbildung des Kleinhirnes. An dem ältesten der damals von mir untersuchten Embryonen (ungefähre Länge 12^{cm}) bot sich das Kleinhirn an frontalen Querschnitten durch's Hirn als zwei Zellenmassen dar, die zu beiden Seiten der Medianlinie ihre grösste Dicke erreichten und durch ein schmales Verbindungsstück im Bereiche des dorsalen und zugleich zuförderst cerebral gelegenen Abschnittes der Decke des 4. Ventrikels mit einander zusammenhängen. Figur 4 stellt die eine Hälfte des Kleinhirnes vor; die symmetrisch dazu gehörige andere Hälfte ist in der Zeichnung weggelassen. Gegen das Mesoderm zu konnte ich keine so scharfe Abgrenzung finden, wie dies an anderen Hirnabschnitten der Fall ist. Ich habe desshalb auch in der Abbildung die mesodermale Oberfläche nicht scharf sich gegen das Mesoderm absetzen lassen, obwohl dies vielleicht für die Deutlichkeit der Zeichnung von Vortheil gewesen wäre.

Die Zellenmasse selbst war nicht vom Ventrikel bis gegen das Mesoderm gleichmässig aus Zellen zusammengesetzt, sondern ich konnte eine mittlere zellenärmere Partie erkennen, die das Zellenlager des Kleinhirnes in zwei Lagen, in eine ventriculäre und in eine mesodermale trennte. Diese Trennung in zwei Schichten habe ich — wie bereits erwähnt — auch am Kleinhirn der Froschlarven in ihrem ersten Beginne wahrnehmen können.

Die Mitosen waren in einer ventriculären Prädilectionsschicht vorhanden; gleichzeitig aber fanden sich unregelmässig durch das Zellenlager zerstreut ultraventriculäre Mitosen in einer Anzahl, wie ich sie sonst (mit Ausnahme des *Thalamus opticus*) nicht gefunden. So waren die Verhältnisse bei mehreren Embryonen desselben Stadiums.

Die erste Anlage des Kleinhirnes erfolgt demnach als unregelmässige Wucherung der dortselbst befindlichen Zellen; und da ich an anderen Embryonen Ähnliches gesehen, so glaube ich, dass einer Verallgemeinerung dieses Satzes nichts im Wege stünde.

---

[1] Sitzungsberichte der kais. Akademie, 92. Bd. 1885.

5. Hühnerembryonen.

Gerade Hühnerembryonen waren es, an denen Altmann vornehmlich seine Entdeckung machte. Da es mir aber unmöglich war, die Schrift Altmann's [1] zu Gesicht zu bekommen, so musste ich mich leider mit den bereits erwähnten allgemeinen Bemerkungen über seine Resultate begnügen. Auch Uskoff [2] bestätigt, dass der der Höhle zugekehrte Theil des Hirnes beim Hühnchen vom zweiten Tage an mit Mitosen buchstäblich besäet ist. In späteren Stadien, sagt er, werden sie wieder bedeutend seltener.

Rauber scheint gleichfalls diese Embryonen untersucht zu haben; es fehlt zwar in seinen diesbezüglichen Abhandlungen eine detaillirtere Angabe, doch hat er solche in einer Fortsetzung seiner letzten Arbeit versprochen.

Ich nun habe dieses Materiale, weil es einerseits sehr leicht zu beschaffen, andererseits leicht zu behandeln ist, sehr reichlich untersucht und Embryonen bis zum elften Bebrütungstage gesammelt. Davon wurden die meisten in theils geordnete, theils ungeordnete Serien zerlegt.

Endlich darf ich hinzuzufügen nicht vergessen, dass ich immer mehrere Embryonen desselben Alters untersuchte, um dem von Rauber gemachten Einwande womöglich zu entgehen, dass „an einem und demselben Objecte manchmal ventriculäre, manchmal ultraventriculäre Prädilectionszonen vorkommen könnten" wodurch die Verhältnisse selbstverständlich in unüberwindlicher Weise schwierig würden.

So lange das Medullarrohr noch offen war, konnte ich keine für die Entwicklung desselben bedeutsame Prädilectionsschicht der Mitosen entdecken. Es dürfte dieses Ergebniss wohl einigermassen befremden; denn zu welcher Zeit sollte man doch mehr von dem Vorkommen der Mitosen einen Einblick in die Wachsthumsvorgänge erwarten, als in den ersten Bebrütungsstunden, die für den jungen Organismus die raschesten Formveränderungen mit sich bringen. Schon oben bei Forellenembryonen konnte ich die gleiche Beobachtung machen, und ich will dieselbe weiter unten zum Zwecke theoretischer Erläuterungen verwerthen.

Zwei Tage alte Embryonen. Sobald sich nun das Medullarrohr schliesst, tritt die ventriculäre Zellvermehrung auf. Sie setzt dabei sofort mit einer grossen Intensität ein, und erreicht erst an älteren Embryonen ihren Gipfelpunkt. Im geschlossenen Abschnitt zeigt das Medullarrohr bereits seinen typischen Bau und setzt sich allenthalben aus längsovalen Kernen zusammen, die in ein körniges Plasma gebettet sind, das rings um den Centralraum eine radiäre Streifung zeigt. Diese Streifung scheint von Fasern herzurühren, die namentlich am Hirne älterer Embryonen eine deutliche Verbreiterung gegen das Mesoderm zu zeigen und in eine Art Grenzmembran übergehen. His [3] hat auch diese Membran mit dem Namen Membrana limitans medullaris belegt, offenbar mit Hinblick auf die so nahe verwandte Membrana limitans retinae interna. Eben so leicht dürfte es nun wohl auch sein, diese Fasern mit den Müller'schen Fasern der Retina in Analogie zu bringen, — welcher Auffassung ich bisher noch nicht begegnet bin.

Neben den vielen ventriculären Formen finden sich nun in den geschlossenen Abschnitten auch ultraventriculäre Figuren; doch ist ihr Vorkommen wieder ein vereinzeltes und für die Entwicklung in diesem Stadium ohne hervorragende Bedeutung.

Gegen das Schwanzende zu war die Anlage des Medullarrohres nicht so typisch, als in den vorderen Abschnitten [4] und hier traf ich auch selten auf Mitosen.

Vom zweiten Tage an zeigen Hirn und Rückenmark kleine Differenzen in der Anordnung der Mitosen und desshalb will ich zuerst das Rückenmark entwicklungsgeschichtlich bis zum Aufhören der Mitosen verfolgen, hernach aber erst das Hirn.

---

[1] L. c.

[2] L. c.

[3] Arch. f. Anat. u. Phys. Anat. Abth. 1883.

[4] Vergl. Gasser, Der Primitivstreif bei Vogelembryonen. Cassel 1879, Taf. V, Fig. 1 u. 2; Taf. IX, Fig. 4.

A. Das Rückenmark.

Drei Tage alte Embryonen. Die nächste Veränderung des Rückenmarkes ist die, dass dasselbe an seiner vorderen Seite von einer dünnen Partie weisser Nervenfasern überdeckt wird. Die Mitosen, nach wie vor in Form einer ununterbrochenen Schichte den Centralcanal auskleidend, schienen mir an diesen Stadien zahlreicher zu sein als im Hirne.

Das Schwanzende des Medullarrohres war auch in diesem Stadium unregelmässig und nicht typisch angebildet.

An Embryonen, die vier Tage alt waren, hatte die grosse Intensität der Zellvermehrung schon nachgelassen. Die weissen Fasermassen werden immer deutlicher und legen sich ohne irgend eine sichtbare Betheiligung von Zellen oder Zellvermehrung an. Im Halsmarke begannen die Zellen bereits eine von ihrem ursprünglichen embryonalen Aussehen abweichende Gestalt anzunehmen. Namentlich waren die Kerne der zukünftigen Vorderhörner (der vorderen Zellensäulen) bläschenförmig geworden und enthielten an den gehärteten Objecten eine körnige Masse der zukünftigen Kernkörperchen der Ganglienzellen.

Fünftägige Embryonen. Von diesem Stadium habe ich eine Abbildung beigebracht (Fig. 5), während die früheren Stadien mit Fig. 9 (von einem Mäuseembryo herrührend) verglichen werden mögen.

Man sieht hier zunächst um den Centralcanal die Mitosenschichte. Wie gesagt, hat die rege Zelltheilung schon am dritten und vierten Bebrütungstage ihren Höhepunkt erreicht. Nun folgt, die Mitosenzone in sich einschliessend, rings um den Canal herum ein Lager von Zellen, die ihren ursprünglichen embryonalen Charakter noch bewahrt haben. Diese Schichte wird zu beiden Seiten von einem Zellenlager bedeckt, aus welchem die Vorder- und Hinterhörner (letztere weniger deutlich) als mehr weniger dichte Zellenmassen hervortreten. (Vordere und hintere Zellensäulen. His [1]). Die hier liegenden Kerne färbten sich mit dem angewandten Färbemittel (Alkoholische Saffraninlösung) weniger intensiv. Sie waren bläschenförmig geworden, und in ihnen befand sich kein schönes Kerngerüst, wie dies an der, den Centralcanal umgebenden Kernzone der Fall war.

Diese zwei Kernzonen, die germinative und die gereiftere Kernzone, wie man sie nennen könnte, werden nun in einem nach hinten offenen Ringe von weissen Fasermassen eingeschlossen, die in der Commissura (alba?) anterior quer, an den Seitentheilen jedoch der Länge nach im Rückenmarke verlaufen.

His [2] hat diese beiden Lagen Innenplatte und Mantelschicht genannt. Ich will aber vorläufig bei meiner Nomenklatur bleiben, weil mir meine Ausdrücke mehr zu sagen scheinen und für den vorliegenden Zweck passender vorkommen.

Auf das schichtenweise Aufeinanderfolgen dieser Lagen möchte ich zuförderst das Augenmerk lenken, weil ich in einem folgengen Abschnitte gerade auf sie grösseres Gewicht legen will.

Zwischen die germinative und gereiftere Kernzone sind die Blutgefässe von der vorderen Seite her eingewandert.

In den folgenden Tagen ändert sich das Querschnittsbild des Rückenmarkes nicht bedeutend. Nur nimmt das Rückenmark in diesen Tagen an Masse bedeutend zu.

Von einem sieben Tage alten Hühnerembryo habe ich eine Abbildung des Halsmarkquerschnittes in derselben Vergrösserung, wie den Querschnitt eines fünf Tage alten Embryo angefertigt (vergl. Fig. 10). Man sieht hier wieder in den länglichen spaltförmigen Centralcanal eine Schichte von Kernen und Zellen, die die ventriculäre Mitosenzone in sich einschliessend, sich mit Saffranin stärker tingirte. Hierauf folgt wieder zu beiden Seiten das reifere Kernlager und darüber die weisse Substanz. Die Anordnung der Theile hat sich also noch nicht geändert; es ist nur — was eben besonders deutlich zu sehen ist — der Querschnitt bedeutend

---

[1] His, Anatomie menschl. Embryonen. Leipzig I. Bd.

[2] Tagblatt der 59. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Berlin. 1886, S. 200.

grösser geworden. Die Mitosen blieben aber, wie ich mich auch an dazwischen liegenden Stadien überzeugen konnte, auf jene eigenthümliche Prädilectionsschicht beschränkt.

An acht Tage alten Embryonen ist der Rückenmarkquerschnitt abermals breiter geworden. Noch immer sind die ventriculären Mitosen die einzigen Verräther der Zellvermehrung. Der Centralcanal ist um ein Drittel in dorso-ventraler Richtung kleiner geworden. Die Fissura longitudinalis anterior ist aber noch immer eine seichte Furche, wie an Hühnerembryonen vom vorhergehenden Tage.

Erst an Embryonen, die neun Tage und etliche Stunden alt waren, also erst an Embryonen des zehnten Tages ist der Centralcanal rundlich, mit einem ungefähren Durchmesser von 0·1^{mm}.

Im Epithele, das hier schon deutliche Flimmerhaare hatte, sah ich noch immer Mitosen, die aber nun schon seltener werden. Wieder hat der Querschnitt ungefähr in demselben Verhältnisse an Grösse zugenommen, wie in den vorhergehenden Tagen. Die „germinative" Kernzone um den Centralcanal herum hat ganz abgenommen, die gereiftere Zone setzt in den vorderen und hinteren Zellensäulen ganz deutlich das Hinterhorn und das Vorderhorn an. Die weisse Substanz umgibt als Kranz die graue und ist nur an der breiten Fissura mediana anterior und in der schmalen Fissura mediana posterior unterbrochen.

Weiterhin verfolgte ich die Entwicklung nicht. Es stehen mir aber für ältere Stadien andere Thiere zur Verfügung, so dass ich diese Lücke nicht für wesentlich halte.

Aus dieser Reihe von Embryonen ergibt sich somit ganz unwiderleglich, dass abermals die ventriculäre Kernzone sofort bei Schluss der Rückenmarkes die Matrix für das ganze Zellenmateriale des Rückenmarkes wird; dass Vorder- und Hinterhörner während dieser Zeit nie die Orte der regsten Zellvermehrung sind; dass endlich die Zunahme der Zwischensubstanz[1] vor Allem und hauptsächlichst das Wachsthum des Rückenmarkes bedingt.

B. Das Gehirn.

Wir verliessen das Hirn an zwei Tage alten Embryonen in einem Stadium, in welchem die Wand der Höhlungen noch aus jenen längsovalen Kernen aufgebaut war, die in continuirlicher Schichte die Centralräume umzieht, und die ich als germinative Schichte bezeichnet habe.

Wie bei allen Embryonen, so nehme ich auch hier auf Mitosen der nachherigen Telae chorioideae keine Rücksicht.

Die erste auffallende Veränderung im Baue der Hirnwandung fand ich erst an Embryonen, die vier Tage bebrütet worden waren.

In diesem Stadium trat zunächst eine deutliche Schichtung in der Wandung auf, die zunächst noch grosse Ähnlichkeit mit der schon geschilderten Schichtung des Rückenmarkes zeigt.

Zunächst um den Centralraum traf ich wieder das germinative Lager, die ventriculäre Mitosenschicht in sich aufnehmend. Die Breite dieser germinativen Zone ist an verschiedenen Orten des Hirnes eine ungleiche. So erstreckt sie sich beispielsweise in der Grosshirnhemisphäre in deren lateralen Wänden auf 10—12 Zellen, während sie an den medialen, einander zusehenden Wänden auf fünf und weniger Zellenreihen rings um den Centralraum beschränkt ist. In dem Pons z. B. ist das germinative Lager viel dicker als in den Hemisphären und kann sich dort sogar über 20 radiär hinter einander gelagerte Kerne ausdehnen.

Man kann im grossen Ganzen an den dickeren Wandstellen der Hirnblasen eine grössere, an den dünneren Wandstellen eine geringere Breite dieser germinativen Zone erwarten.

Wenn sich ultraventriculäre Mitosen vorfanden, so sah ich selbe nie über das Bereich dieser sich intensiver tingirenden Zellen hinausgehen.

Betrachten wir nun den Querschnitt in der Gegend des Pons, so finden wir, dass auf diese geschilderte Schichte von jüngeren, dicht aneinander gedrängten und sich lebhaft tingirenden Kernen eine zweite zellen-

[1] Um einen kurzen Ausdruck zu haben, fasse ich, wie Boll, alles, was nicht Zellkern ist, unter dem Namen „Zwischensubstanz" zusammen.

ärmere Zone folgt, in welcher die Kerne rundlich, oft bläschenförmig sind, und sich nicht so intensiv und nicht in toto mit dem angewendeten Färbemittel tingirten, sondern ihre färbbare Masse in Form von Körnchen und Körnchengruppen in ihrem bläschenartigen Körper suspendirt enthalten.

Ich habe bereits am Rückenmarke diese ganz analoge Schichte das Lager gereifter Zellen genannt, und glaube hiezu mit Hinblick auf Schnitte durch ältere Embryonen volle Berechtigung zu haben.

Auch diese reifere Kernzone hat durchaus nicht an allen Stellen des Hirnes die gleiche Mächtigkeit. Vom Halsmarke an, an welchem dieselbe eben in den vorderen Zellensäulen (His) auftritt, erstreckt sie sich in den Bodentheil des 4. Ventrikels und erreicht dortselbst plötzlich eine grössere Dicke, so dass sie im Pons, an der zumeist ventral gelegenen Partie derselben gleich ein gutes Dritttheil der Wand ausmacht, jedoch gegen die Seitentheile des Pons allmählich sich verjüngt. Von hier streicht dieses Lager immer sich an der zumeist ventral gelegenen Seite haltend, über den Bodentheil der Vierhügelblase gegen den Grosshirnstamm. In ventro-dorsaler Richtung verjüngt sich dieselbe aber bald, so dass die Gipfel der Vierhügelblase nur mehr eine kleine Spur dieser Zone zeigen und das germinative Lager hier bis an das Mesoderm zu reichen scheint.

Noch schöner sieht man dieses allmähliche Dünnerwerden der zweiten Zone an Frontalschnitten durch die Grosshirnwand. Sie umgreift hier die laterale Wand der Grosshirnblase nach Art einer Sichel, deren Spitze am Scheitel des Kopfes, deren Basis im Zwischenhirn steht.

An Embryonen, die bezüglich ihres Alters zwischen dem vorliegenden Stadium und dem zuletzt beschriebenen Embryo von zwei Tagen liegen, konnte ich ersehen, dass diese Zone bläschenförmiger Kerne zuerst an der Basis des Zwischenhirnes zunächst der Einmündung des Opticus auftritt, von welchem Orte sie rasch nach rückwärts gegen das Rückenmark, langsamer jedoch gegen die Hemisphären zu sich ausbreitet.

Die nun folgende dritte Zone, die Faserschichte, lässt sich gleichfalls wieder am besten von einem Querschnitte — durch den Pons — aus verfolgen. Dortselbst bildet sie eine dritte zellenarme, wenn nicht zellenlose Schichte, die an der lateralen Seite des Pons dünn ist, gegen die Medianlinie an der Basis hingegen beträchtlich stärker wird und nun das letzte Drittel der Wanddicke an dieser Stelle bildet.

Von hier aus konnte ich die weisse Faserschicht nach rückwärts an der ventralen Seite des Rückenmarkes rasch an Dicke abnehmend eine Strecke weit verfolgen, während ich nach vorne, gegen die Grosshirnhemisphären zu die Fasermasse in ungefähr gleichbleibender Mächtigkeit bis zu jener Stelle des Zwischenhirnes ziehen sah, wo dasselbe in das Grosshirn übergeht. Überall nahm — gleich der zuvor besprochenen reiferen Kernzone — diese Faserschicht in ventro-dorsaler Richtung an den beiden Seiten den Hirnstamm mondsichelförmig umfassend ab. Aber auch in die Grosshirnhemisphären war an diesem Stadium die Fasermasse schon vorgedrungen und reichte bis in die Gegend der nachherigen Corpora striata. Diese sowohl, als auch der Thalamus opticus zeigten sich mir als einfache Verdickungen der entsprechenden Hirnpartien, und zwar war diese Verdickung mehr durch Zunahme der reiferen Kernzone und der Fasermasse, als durch Verdickung des germinativen Lagers bedingt.

Wenn ich nun bezüglich der Faserschicht an zwischenliegenden Stadien untersuchte, an welchen Punkten die weisse Faserung zuerst auftritt, so kam ich zu dem ohnedies schon genugsam bekannten Resultate, dass selbe zuerst an dem späteren Pons zu sehen ist und von da nach vorne und rückwärts weiterschreitet.

Die Kerntheilungsfiguren nun waren in den zwischenliegenden Stadien, sowie auch an den Embryonen des fünften Tages in deutlicher ventriculärer Prädilectionsschicht zu sehen. Sie standen so dicht, dass man in der That kaum eine Zelle in der ventriculären Schichte finden konnte, die nicht in Theilung befindlich war. Sogar im hohlen Opticus wiederholte sich der analoge Zelltheilungsvorgang. Nur das Corpus striatum und der Thalamus opticus zeigten auffallend viele ultraventriculäre Mitosen, die nicht nur in der germinativen, sondern auch in der reiferen Kernschicht zu sehen waren. Hier findet also die Zellvermehrung nicht nur von der Fläche aus statt, sondern sie erstreckt sich auch auf die Zellen im Innern der Ganglien selbst.

Vom Kleinhirn konnte ich nichts bemerken.

Ich wende mich nun zum Hirne von Embryonen, die neun Tage und etliche Stunden im Brütofen gelegen hatten. Doch werde ich es nicht unterlassen, gelegentlich eines oder das andere aus den zwischen liegenden Stadien zu ergänzen.

a) **Die 3. primäre Hirnblase.** Das Epithel des Ventrikels war an der Bodenseite bereits vollständig deutlich angebildet und hob sich gegen das unterliegende Kernlager als eine Reihe von Zellen ab, von denen eine jede einen spitzen Fortsatz in die Tiefe gegen das Mesoderm hin sandte. Die ventriculäre Oberfläche dieser Zellen hatte bereits deutliche Flimmerhaare, die sehr lang waren und desshalb eine ziemliche Strecke in den Ventrikel hinein ragten.

An derjenigen Stelle im Dache dieser Hirnblase, an welcher sich das Kleinhirn entwickelt, verbreiterte sich jedoch das Epithel, setzte sich weniger scharf gegen das unter-, respective überliegende Kernlager ab, war aus mehreren Lagen längsovaler Kerne zusammengesetzt, die sich lebhafter tingirten — kurz an dieser Stelle war der Charakter der germinativen Zone, aus der sich heraus das Epithel entwickelt, noch erhalten.

An dieser letzteren Stelle war auch noch die ventriculäre Prädilectionszone von Mitosen erhalten geblieben, wogegen ich, je mehr ich mich dem ausgebildeten Epithele an dem Bodentheile des Ventrikels näherte, immer weniger und weniger Mitosen fand. Hier hatte also der lebhafte Zellvermehrungsvorgang bereits seinen, wenn auch nicht definitiven Abschluss gefunden.

Den Höhenpunkt hatte die Zellvermehrung an Embryonen erreicht, die sieben Tage und wenige Stunden im Brütofen gelegen hatten.

Die Substanz der Basaltheile selbst, Pons und Medulla oblongata zeigte zwar auch vereinzelte Mitosen, ohne dass ich aber irgend eine auffallende Prädilection hätte wahrnehmen können.

Sehr interessante Verhältnisse bot aber wieder das Kleinhirn dar.

An Embryonen des achten Tages (sieben Tage und etliche Stunden alt) war dasselbe an frontalen Schnitten als eine dichtere Zellenmasse erkennbar, die mit dem germinativen Lager und dem Centralraume innig zusammenhing, sich eine kleine Strecke zu beiden Seiten über die Medianlinie ausdehnte, und desgleichen in cerebro-medullarer Richtung keine grosse Ausdehnung erreichte. Dieser ganze, um diese Zeit noch dünne Kleinhirnzellenhaufen, war durchwegs, bis ans Mesoderm, unregelmässig von Kerntheilungsfiguren durchsetzt.

An Embryonen des neunten Tages war bereits eine deutliche Trennung in zwei Mitosenlager wahrzunehmen, ähnlich wie ich dies an Schlangenembryonen geschildert habe (vergl. Fig. 4).

An Embryonen vom 10. Tage, also an dem vorliegenden Stadium, war vor Allem die Kleinhirnlamelle bedeutend dicker geworden. Während am 8. Tage noch die Distanz zwischen ventriculärer Oberfläche und Mesoderm, in der Medianlinie gemessen, ungefähr $0{\cdot}03^{mm}$ betrug, war sie nach zwei Tagen $0{\cdot}20^{mm}$ und lateral, in der Mitte des Wulstes circa $0{\cdot}36^{mm}$ dick geworden.

Die Trennung in zwei Mitosenlager war ferners an diesen Embryonen eine vollständige geworden. Eine Schichte blieb, wie vorher, ventriculär, die andere aber war knapp unter dem Mesoderm in einem dünnen Zellenlager zu finden, dessen Kerne dicht gedrängt lagen und sich nun gegen das Mesoderm nicht wie bei den beschriebenen Schlangenembryonen undeutlich, ohne scharfe Grenzlinie, sondern äusserst markirt abgrenzte. Zwischen beiden Mitosenlagern waren die Kerne locker gesäet, und hier fanden sich „ultraventriculäre" Mitosen in unerheblicher Menge.

b) **Die Lamina bigemina.** Die Wand der Vierhügelblase ist nebst der Retina und gewisser Partien der Grosshirnwand ein ausgezeichnetes Beispiel für die ventriculäre Prädilection der Mitosen bei diesen Thieren. In diesem Abschnitte ist von der ersten Anlage bis zum vorliegenden Stadium (9 Tage und etliche Stunden) die Zellvermehrung nur auf die Zellschicht um den Hohlraum beschränkt; ich wenigstens fand nur sehr vereinzelte „ventriculäre" Mitosen in allen untersuchten Stadien.

Den Höhepunkt erreicht die Zellvermehrung schon am 5. Tage und 6. Tage, hält sich nun bis an den 9. Tag und nimmt bei Embryonen des 10. Tages (9 Tage 5 Stunden alt) wieder ab.

Das Dickenwachsthum dieser Stelle ist kein bedeutendes und es folgen hier Messungen, die an der lateralsten Partie der Wand jeweilig gemacht worden sind.

Alter des Embryo	Dicke der Wand in Millim.	Verhältnisszahlen [1]
6 Tage 4 Stunden	0·265	$= 0{\cdot}0156 \times 17$
7 „ 4 „	0·3432	$= 0{\cdot}0156 \times 22$
8 „ 4 „	0·4368	$= 0{\cdot}0156 \times 28$
9 „ 5 „	0·6004	$= 0{\cdot}0156 \times 39.$

Es nimmt also die Dicke der Wand vom 7 Tage 4 Stunden alten Embryo auf das vorliegende Stadium (9 Tage 5 Stunden) im Verhältnisse von 22 : 39, also um das $1^3/_4$fache zu.

Sowie ich dies ferners schon an dem analogen Hirnabschnitte des Frosches geschildert habe, ist auch hier die Vierhügelblasenwand in äusserst deutliche und scharfbegrenzte Schichten getheilt. Obwohl diese Schichten auch hier nicht an allen Stellen gleich weit ausgebreitet sind, so will ich — um wenigstens eine oberflächliche Anschauung zu geben — dieselben kurz aufzählen:

Zunächst um den Centralraum, ungefähr ein Fünftel der Dicke der Wand einnehmend, das germinative Lager mit der Mitosenprädilectionsschicht.

Darauf eine Schichte von Nervenfasern, zwischen welche wenige Ganglienzellenkerne eingestreut sind.

Diese erste und zweite Schichte sind durch reichlich vorhandene Blutgefässe getrennt.

Diese Faserschicht geht in eine Ganglienzellenschichte über, die gegen das Mesoderm zu immer mehr und mehr zusammengedrängt liegende Kerne enthält. Ausserdem war diese Zone von radiär verlaufenden Fasern durchsetzt, die ich weiter oben bereits mit den Müller'schen Fasern der Retina in Vergleich gezogen habe.

Den Abschluss gegen das Mesoderm endlich bildet eine dünne neurogliaähnliche Lage.

Am Übergang der Blase in die übrigen Centralräume tritt das eigentliche Epithel immer ausgebildeter hervor und besteht nun auch hier aus einer Reihe voe Zellen, die lange, spitze Ausläufer gegen die mesodermale Oberfläche zu verfolgen lassen.

c) **Der 3. Ventrikel und seine Umgegend.** Dieser Hirnabschnitt bot mir in seiner Entwicklung nur in zweifacher Hinsicht einiges Bemerkenswerthe: Vorerst des Opticus, weiters aber des Thalamus opticus wegen.

An Embryonen die vier Tage und etliche Stunden alt waren, sah ich den Opticus fast bis an die Papille hohl, und rings um die Höhle reichliche Mitosen, obgleich schon das übrige Gewebe des Opticus ebenfalls mit vielen „ultraventriculären" Mitosen durchsetzt war. Von der Retina her gegen das Zwischenhirn schliesst sich nun der Hohlraum des Opticus, aber langsam, so dass ich selbst noch an 6 Tage und 4 Stunden alten Embryonen eine trichterförmige Einbuchtung vom 3. Ventrikel aus in den Opticus erkennen konnte, die meines Erachtens viel zu tief war, als dass ich sie für den ausgebildeten Recessus opticus des 3. Ventrikels hätte halten können.

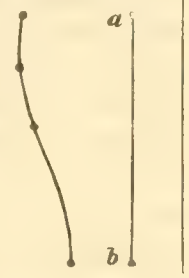
Am vorliegenden Stadium war der Opticus vollständig geschlossen und der an Zellen arme Tractus opticus strahlte zu beiden Seiten in die Hirnsubstanz ein. An dieser Einmündungsstelle lag ein Haufen von Ganglienzellen, die um den grossen bläschenförmigen Kern bereits dunkle Fasermassen angesammelt, und so nach und nach ganz das Aussehen ausgebildeter Ganglienzellen gewonnen hatten.

Den Thalamus opticus verliessen wir an 4 Tage alten Embryonen als eine Verdickung der Wand, hauptsächlichst bedingt durch Zunahme der reiferen Kernzone an Masse und an Zahl der Zellen.

Im Allgemeinen ändert sich das Bild des Thalamus nicht bedeutend. Die germinative Schichte geht ohne Grenze in die äussere Kernschicht über, die man desswegen hier eigentlich keine „reifere" Kernschicht nennen kann. Neben ventriculären Mitosen finden sich reichlichst ultraventriculäre, und ist die Zellvermehrung am 5. und 6. Tage in allen Theilen äusserst rege, nimmt am 7. und 8. Tage unmerklich ab, wogegen am 9. oder

[1] Hier und bei späteren Messungen bedeutet $0{\cdot}0156^{mm}$ den Werth eines Ocularmicrometer-Intervalles.

gar 10. Tage (im vorliegenden Stadium) nur mehr hie und da vereinzelte Mitosen getroffen werden. Soweit ich analoge Abschnitte messen konnte, folgen hier die Masszahlen für die Dicke der Wand (ungefähr im Foramen Monroi):

Alter	Dicke der Wand in Millim.	Verhältniss-zahlen [1]	Zellvermehrungs-curve [2]
5 T. 6 St.	0·4056	=0·0156×26	
6 T. 4 St.	0·7176	=0·0156×46	
7 T. 4 St.	0·9906	=0·0156×63·5	
8 T.	. . .	. . .	
9 T. 5 St.	1·248	=0·0156×80	

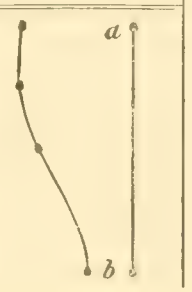
Wie gesagt, hatte im vorliegenden Stadium die Zellvermehrung an Intensität abgenommen. Aber nicht an allen Stellen; gegen das Corpus striatum zu waren nämlich noch einige ventriculäre und ultraventriculäre Mitosen wahrzunehmen.

d) **Das Grosshirn.** Im vorliegenden Stadium war die Wand der Hemisphärenblasen verschieden dick. Der Bodentheil war zum mächtigen Corpus striatum geworden, während das Dach in den einander in der Medianlinie zusehenden Wandpartien im Wachsthume zurückgeblieben war. In derselben konnte ich zwei Kernzonen wahrnehmen; eine dem Epithel entsprechende Schichte: das germinative Lager, das mit der Mitosenschichte gegen den Ventrikel zu aufhörte. Die Zahl der Mitosen war noch immer eine beträchtliche, hatte aber im Allgemeinen abgenommen.

Darauf folgt, die bei weitem grösste Dicke der Wand ($^9/_{10}$ derselben) bildend, die reifere Kernzone. In derselben konnte ich rundliche Kerne nachweisen, die dicht aneinander liegend gegen die mesodermale Oberfläche zu grösser wurden und infolge dessen auch enge aneinander gedrängt lagen. Die äussersten Kerne dieser Zone hatten sich schon weiter differenzirt und sie sind es, aus denen die Kerne der Pyramidenzellen werden. In dieser reiferen Kernzone konnte ich keine Kerntheilungsfiguren entdecken.

Vergleicht man nun die zwischen liegenden Embryonen, so findet man, dass auch bei diesen die Kerntheilungsfiguren fast ganz und gar auf die ventriculäre Oberfläche beschränkt sind. Äusserst selten konnte ich ultraventriculäre Figuren nachweisen.

Die Dickenzunahme verhielt sich — womöglich an analogen Stellen (Frontalschnitten, Dachgegend zwischen den Augen) gemessen — wie folgt:

Alter	Dicke der Wand in Millim.	Verhältniss-zahlen [1]	Zellvermehrungs-curve [2]
5 T. 6 St.	0·1248	=0·0156×8	
6 T. 4 St.	0·1404	=0·0156×9	
7 T. 4 St.	0·2340	=0·0156×15	
8 T.	. . .	. . .	
9 T. 5 St.	0·2652	=0·0156×17	

[1] Siehe oben die Anmerkung, Seite 96.

[2] Diese Curve soll ein beiläufiges Bild von der jeweiligen Häufigkeit der Kerntheilungsfiguren geben. *a b* würde die Nulllinie vorstellen. Je weiter die Curve von ihr entfernt ist, desto reicher ist das Stadium an Kerntheilungsfiguren, je mehr sie sich ihr nähert, desto ärmer.

Das Corpus striatum bot ganz analoge Verhältnisse, wie der geschilderte Thalamus opticus und es können desshalb die an diesem gefundenen Resultate in der Hauptsache auch auf jenes übertragen werden. Nur möchte ich ergänzen, dass der Zellvermehrungsprocess in dem vorliegenden Stadium noch nicht seinen Abschluss gefunden hat, sondern noch reichliches Zellenmateriale liefert.

Die Dicke des Corpus striatum in diesem Stadium betrug $1 \cdot 716^{mm}$ im Bereiche des Foramen Monroi; gegen das Hinterende aber $1 \cdot 0608^{mm}$.

Obgleich es sehr wünschenswerth wäre, den geschilderten Vorgang bis zu seinem definitiven Abschlusse, mithin bis zum Ausschlüpfen des Hühnchens zu verfolgen, so glaubte ich dennoch, dies mit Rücksicht auf den Umstand, dass die gewonnenen Resultate bereits sehr gut verwendbar sind, unterlassen zu dürfen. Überdies habe ich andere Thiere in späteren Stadien untersucht und gefunden, dass das hier Fehlende sich vorläufig aus denselben ergänzen lässt.

Ich brauche aber nun wohl nicht hervorzuheben, dass nach diesen Ergebnissen auch im Hirne die rege Zellvermehrung eine lange Zeit hindurch (namentlich in der Lamina bigemina und der Grosshirnwand) fast ausschliesslich auf die ventriculäre Zellenschichte beschränkt ist, dass aber das Kleinhirn, der Thalamus opticus, das Corpus striatum in unregelmässiger Weise von Kerntheilungsfiguren durchsetzt sind; — und dass endlich die Masszahlen der Dicke der Wand im Falle der ventriculären Prädilection langsam, im Falle unregelmässig zerstreuter Kerntheilung sehr rasch zunehmen. In beiden Fällen lässt sich aber keine Übereinstimmung des Dickenwachsthums mit der Anzahl der Kerntheilungsfiguren herauslesen.

6. Embryonen von *Vespertilio murinus.*

Von diesen Thieren stand mir ebenfalls eine mehr weniger continuirliche Reihe immer älterer Embryonen zur Verfügung. Gegenüber anderen Embryonen fiel mir auf, dass dieselben im Allgemeinen etwas ärmer an Kerntheilungsfiguren waren. Diese Thatsache suche ich aber durch den Umstand zu erklären, dass die Mutterthiere circa 36 Stunden vor dem Tode ohne Nahrung geblieben waren, was vielleicht schon einige Bedeutung haben könnte.

A. Das Rückenmark.

Die an den Hühnerembryonen gewonnenen Resultate finden in dieser Serie eine schöne Bestätigung und fast genaue Wiederholung. — Ich kann mich aus diesem Grunde etwas kürzer fassen.

5^{mm} langer Embryo. Das Rückenmark desselben zeigte grosse Ähnlichkeit mit dem erst später zu beschreibenden Rückenmarke eines jungen Mäuseembryo, von welchem ich eine Abbildung beigegeben habe (vergl. Fig. 9). Nur war die Zahl der Mitosen um etwa ein Drittel kleiner und ausserdem schien mir das Mark des Fledermausembryo etwas blutreicher. Bezüglich des Baues und der Anordnung der Mitosen fanden sich aber ganz dieselben Verhältnisse, wie ich sie bereits am Marke zweitägiger Hühnerembryonen geschildert habe.

Am $6 \cdot 5^{mm}$ langen Embryo fand ich das Rückenmark bereits stark verändert. Die weisse Substanz hatte sich schon deutlich angebildet und umgab nach Art eines Hufeisens die Kernmasse des Querschnittes. Das germinative Lager (Innenplatte His) mit den ventriculären Mitosen umgab den Canal. Zwischen demselben und der weissen Substanz war zu beiden Seiten das reifere Kernlager: kurz ähnliche Verhältnisse, wie sie in Fig. 5 von einem 5 Tage $6^1/_2$ Stunden alten Hühnerembryo wiedergegeben wurden.

Das Rückenmark eines 9^{mm} langen Embryo war in seiner Entwicklung zwischen das in Fig. 5 und Fig. 10 (5 und 7 Tage alte Hühnerembryo) wiedergegebene Entwicklungsstadium getreten, während der Querschnitt durch das Rückenmark eines $9 \cdot 5^{mm}$ langen Embryo sich bereits vollständig mit Fig. 10 deckt.

Am 13^{mm} langen Embryo war der Centralcanal rundlich geworden, die Zahl der Mitosen hatte abgenommen. Die Zellkerne in den Vorderhörnern waren grosse Kugeln geworden; statt des bläschenförmigen Kernkörperchens enthielten sie noch einen Körnchenhaufen. Um sie hatte sich eine an diesen Präparaten etwas

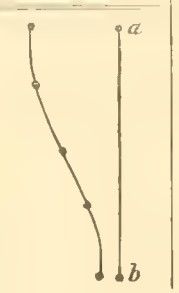
dunklere Fasermasse angelegt. — Die Zellen der Hinterhörner zeigten noch keine so vorgeschrittene Differenzirung, sondern waren noch dicht gedrängt und klein. Die weisse Substanz war ferner schon um den ganzen Querschritt herumgewuchert und nur an der schmalen Fissura long. post. und an der breiten Fissura long. ant. unterbrochen.

Der Centralcanal des ältesten der von mir untersuchten Embryonen endlich (17^{mm} lang), war bereits von einer Grösse, wie man sie sonst bei erwachsenen Thieren findet. Die Vorder- und Hinterhörner zeigten aber noch keinen auffallenden Unterschied in der Entwicklungsphase gegenüber dem nächst jüngeren Embryo. Nur die weisse Substanz war mächtiger geworden; namentlich war die Fissura long. post. tiefer geworden.

Die Zellvermehrung war an den beiden letzten Embryonen im Erlöschen, nur hie und da sah man zerstreut Mitosen und nun auch ultraventriculär im Bereiche der grauen Substanz.

Beifolgend stelle ich noch die Breitenmasse des Rückenmarkes auf, im Halsmarke und in der Ebene des ventralen Endes des Centralcanales gemessen.

Länge des Embryo	Breite des Rückenmarkes in Millim.	Verhältnisszahlen[1]	Zellvermehrungscurve[1]
6·5^{mm}	0·5304	=0·0156×34	
9^{mm}	0·7956	=0·0156×51	
9·5^{mm}	0·8736	=0·0156×56	
13^{mm}	1·1700	=0·0156×75	
17^{mm}	1·2792	=0·0156×82	



B. Das Gehirn.

Auch hier finde ich vorläufig die bisher gewonnenen Ergebnisse bestätigt, kann aber bezüglich des Kleinhirnes und der Grosshirnwand einige weitere Details hinzufügen.

a) **Der IV. Ventrikel und seine Umgegend.** An Schnitten durch diese Gegend des jüngsten (5^{mm} langen Embryo) zeigten sich noch höchst einfache Verhältnisse. Die Wand war nur aus dem germinativen Lager gebildet. An der Basis allein war sie durch eine schmale Auflagerung weisser, anscheinend kernloser Fasermasse verdickt. Die Wand zeigte sich — namentlich im Vergleiche mit Hühnerembryonen — etwas blutreicher. Mitosen endlich fanden sich nur in der dem Ventrikel zusehenden Oberfläche.

Am nächstfolgenden (6·5^{mm} langen) Embryo waren die Mitosen im Bereiche des Epithels zahlreicher geworden; auch zerstreute „ultraventriculäre" Formen konnte ich wahrnehmen.

Die äussersten Zellen fingen schon an, sich vom germinativen Lager abzutrennen und sich lockerer zu stellen. Die weisse Substanz war bedeutend vermehrt und nahm nun an manchen Stellen ein Fünftel der Wanddicke ein.

An den nächsten zwei Embryonen (9 und 9·5^{mm} lang) war das „reifere Kernlager" in dem Pons und der Medulla oblongata äusserst mächtig geworden; die Kerne in demselben waren rundlich und lagen nicht dicht gedrängt, sondern durch Fasermassen leicht von einander getrennt. Des Epithel trug bereits deutliche lange Wimperhaare. Die Mitosen haben in demselben an Zahl sehr bedeutend abgenommen. Auch in der reiferen Kernzone erblickte ich nur wenige Figuren. An der Basis des Hinter- und Nachhirnes hört also der rege Zellvermehrungsprocess zuerst auf.

Die aufgelagerte weisse Fasermasse endlich hat gleichfalls — ohne dass in derselben eine Kerntheilungsfigur zu entdecken war — an Dicke bedeutend zugenommen.

[1] Vergl. die Anmerkungen zur Tabelle auf Seite 96.

An den nächstfolgenden Embryonen (13 und 17^{mm} Länge) konnte ich im Pons und der Medulla oblongata ebenfalls keine Figur mehr sehen, ein höchst eigenthümlicher Umstand, der das Verständniss des Dickenwachsthumes ganz unfassbar machen würde, wenn man sich nicht vor Augen hielte, dass in dem letzteren Stadium die Kerne sämmtlich an Durchmesser um das Doppelte und Dreifache zugenommen haben, was für die kubische Ausdehnung eine 8- und 27fache Zunahme bedeuten würde. Ferner muss man stets in Erinnerung behalten, dass diese grösser gewordenen Kerne nicht mehr so dicht gedrängt liegen, sondern durch ganz erhebliche Massen von Zwischensubstanz von einander getrennt liegen.

Dem Kleinhirne nun begegnete ich deutlich erst am 13 und 17^{mm} langen Embryo. Sein erstes Hervorspriessen ist also — analog den Resultaten an anderen Thieren — verhältnissmässig spät erfolgt.

Soviel ich an den Schnitten entnehmen konnte, stellte dasselbe einen queren Wulst dar, in dessen innerstem Stocke Kerne unregelmässig angeordnet waren. Zwischen denselben liefen nach den verschiedensten Richtungen Fasermassen. Kerntheilungsfiguren konnte ich dortselbst keine auffinden. Diese innerste Partie zeigt also vorerst noch grosse Ähnlichkeit mit der reiferen Kernzone anderer Hirnpartien.

Dieser Stock war nun gegen das Mesoderm mit einer Schichte von Zellen überkleidet, die dicht aneinandergedrängt lagen und deren Kerne stark granulirt waren. In dieser dünnen Kernschicht nun traf ich auch sehr viele Mitosen. (Vergl. Fig. 3.) Diese mesodermale Mitosenschichte, wie ich sie im Gegensatze zu den ultraventriculären Mitosen Rauber's nennen muss, überzieht continuirlich die Oberfläche des Kleinhirnes, hört aber an jenen Stellen auf, an denen das Kleinhirn in die übrigen Hirntheile übergeht. Die Kerntheilungsfiguren dortselbst zeigen aber keine bestimmte Theilungsebene und erstrecken sich auf das ganze geschilderte mesodermale Kernlager.

b) **Das Mittelhirn.** Dasselbe bekam ich nur von den ersten vier Embryonen in einer für das Studium verwendbaren Weise zu Gesichte. Wieder ergab sich auch hier, dass die Wand der Vierhügelblase ein exquisites Beispiel für die ventriculäre Prädilection der Mitosen ist. Während ferner die ersten zwei Embryonen im Baue der Vierhügelblase noch keine Differenzirung aus der ursprünglichen embryonalen Anlage zeigten, so dass sich das germinative Lager bis ans Mesoderm erstreckte, war an den beiden älteren (9 und 9·5^{mm} langen) Embryonen bereits eine deutliche Schichtung aufgetreten, die zunächst aus einer oberflächlichen (mesodermnahen) Faserschichte und aus einer Kernzone besteht, welch' letztere mit der Mitosenschichte an den Centralraum stösst.

c) **Das Zwischenhirn.** In diesem Hirnabschnitte wendete ich meine Aufmerksamkeit dem Thalamus opticus zu.

An dem jüngsten 5^{mm} langen Embryo stellte derselbe eine kaum merkliche Verdickung in der Seitenwand der Zwischenhirnblase vor, die sich zunächst am Querschnitte noch aus der etwas verbreiterten germinativen Schichte und aus einer ganz dünnen darüber (gegen das Mesoderm zu) gelagerten reiferen Kernzone zusammensetzte. Doch hatte diese reifere Kernzone noch keine beträchtliche Flächenausdehnung erfahren. Schon an diesem Stadium konnte ich „ultraventriculäre" Formen in auffallender Anzahl nachweisen.

Am folgenden, 6·5^{mm} langen Embryo hatte die Thalamusgegend sich ungefähr auf das Doppelte verdickt; und zwar hatte das reifere Kernlager bedeutend zugenommen, nicht so sehr, was die Zahl der Zellen, als was die Zwischensubstanz anbelangt. Desgleichen hatte sich die mesodermale Oberfläche mit einer Faserschicht überzogen, die zu beiden Seiten der Basis des Hirnes in die Fasermasse des Pons überging.

Dieser Typus ändert sich nun im Wesen an den folgenden Stadien nicht mehr bedeutend.

Am 9^{mm} langen Embryo waren die Zellkerne wieder grösser geworden. Die Zwischensubstanz hatte wieder zugenommen und das germinative Lager mit seiner ventriculären Mitosenschicht ging unmerklich in dieses reifere Kernlager über.

Immerwährend erblickte ich auffallend zahlreichere Mitosen, als sonst in ultraventriculären Gebieten, durch das ganze Kernlager zerstreut.

Mit dem nächst älteren (9·5^{mm} langen) Embryo traf ich noch einmal die ultraventriculären Mitosen etwas häufiger, am 13 und 17^{mm} langen Embryo hingegen hatte der Zelltheilungsprocess bereits seine grösste Thätig-

keit eingestellt. Nichtsdestoweniger sah ich selbst am ältesten Exemplare noch immer ventriculäre Mitosen in dem nun immer deutlicher gewordenen Epithele, sowie äusserst wenige und sehr zerstreute ultraventriculäre Formen.

Um eine Anschauung über die Zunahme der Dimensionen der Zellkerne zu geben, diene folgende Tabelle:

Längste Durchmesser der Kerne in der Thalamusregion:

Länge der Embryonen	Länge der Durchmesser in Millim.	
$6{\cdot}5^{mm}$	$0{\cdot}00434^{mm}$	$=2\times0{\cdot}00217$[1]
9	$0{\cdot}00651$	$=3\times0{\cdot}00217$
$9{\cdot}5$	$0{\cdot}00651$	$=3\times0{\cdot}00217$
13	$0{\cdot}007595$	$=3{\cdot}5\times0{\cdot}00217$
17	$0{\cdot}00868$	$=4\times0{\cdot}00217$

Damit ist das Wachsthum der Kerne sicher noch nicht abgeschlossen, denn im Vorderhirn des ältesten Embryo betrug das gewöhnliche Mass für den Durchmesser reichlich 5mal $0{\cdot}0217$, das sind $0{\cdot}01085^{mm}$.

d) **Das Grosshirn.** Hier will ich zunächst der Entwicklung des Corpus striatum und hierauf der Entwicklung des Manteltheiles gedenken.

Das Corpus striatum zeigt wieder ganz analoge Verhältnisse wie der Thalamus opticus. Zunächst noch bei dem 5^{mm} langen Embryo eine kaum merkliche Verdickung der basalen und theilweise auch medialen Wand der Grosshirnblasen darstellend, ist dasselbe bei $9{\cdot}5^{mm}$ langen Embryonen bereits zu einem mächtigen Ganglion geworden, das an seiner ventriculären Oberfläche wieder vom germinativen Zellenlager mit seinen Mitosen überkleidet ist. Die übrige Hauptmasse des Corpus striatum besteht aus dem reiferen Kernlager, in welchem gleichfalls wieder auffallend zahlreiche Mitosen ultraventriculär vorkommen. An dem ältesten (17^{mm} langen) Embryo endlich, an welchem die Zelltheilung im Thalamus bereits der Hauptsache nach aufgehört hat, ist jedoch im Corpus striatum die Zellvermehrung noch nicht zur Ruhe gekommen.

Weit interessantere Verhältnisse bietet nun der sich entwickelnde Manteltheil dar.

An den beiden jüngsten Embryonen war er noch im Mittel etwa $0{\cdot}074^{mm}$ dick[2] und nur aus der primitiven germinativen Zone aufgebaut. Die hier enthaltenen Mitosen bilden eine continuirliche Schichte um den lateralen Hohlraum, und sind in anderen Schichten der Wand äusserst selten.

Am 9^{mm} langen Embryo konnte ich in der Wand, die nun $0{\cdot}109375^{mm}$ in der Dicke betrug, bereits erkennen, dass die äussersten (mesodermnahen) Kerne in 2—3 Lagen ein kugeliges Aussehen bekommen haben. Darauf folgt eine eben so dünne Lage von Neuroglia.

Die Wanddicke am nächst älteren ($9{\cdot}5^{mm}$ langen) Embryo betrug in der Decke der Ventrikel $0{\cdot}1356^{mm}$ und wurde an der medialen Umbiegungskante in den einander zusehenden Wänden der Blase dünner. An der lateralen Umbiegungsstelle wurde dieselbe durch das hier eingewachsene riesige embryonale Corpus striatum bedeutend verdickt.

An der obersten Seite war die Wand noch aus dem germinativen Lager aufgebaut, das nun continuirlich über das Corpus striatum einerseits und über die mediale Wand anderseits sich erstreckte. Darauf folgte die nun schon etwas breitere und sich auf 5—6 Kernreihen ausdehnende „reifere Kernzone", die an der Mantelkante plötzlich aufhörte, dagegen lateral- und basalwärts in die „reifere Kernzone" des Corpus striatum continuirlich überging. Noch immer waren die Mitosen nach wie vor fast einzig und allein auf die ventriculäre Kernzone beschränkt und hatte die Zahl derselben noch nicht bedeutend abgenommen, obwohl man den eigentlichen Höhepunkt in das Alter des $6{\cdot}5^{mm}$ langen Embryo setzen muss.

Die Wand der Hirnblase des 13^{mm} langen Embryo nun zeigte die erste auffällige Differenzirung.

---

[1] $0{\cdot}00217^{mm}$ bedeutet den Werth eines Ocularmikrometer-Intervalles.

[2] Gemessen am $6{\cdot}5^{mm}$ langen Embryo.

Betrachten wir wieder an Frontalschnitten jene Gegend der Wand, die die Decke der Ventrikel etwas lateralwärts von der Mantelkante des Grosshirnes bildet, so finden wir zunächst nach innen noch immer eine Zone von Kernen, von denen die dem Ventrikel anliegenden allein Kerntheilungsfiguren zeigen. Ich suchte wieder eine den früher gemessenen Partien analoge Gegend und fand als Dickenmass 0·3602^{mm}.

In der Wand selbst erkenne ich fünf Schichten.

Zu innerst die germinative Zone mit ihren ovalen Kernen und den ventriculären Mitosen. Diese geht continuirlich in ein Lager rundlicher, enge aneinander liegender Kerne und Zellen über. Darauf folgt eine Fasermasse, die bekanntlich die Fortsetzung der Hirnstielfaserung vorstellt. Zwischen diesen Fasermassen liegen zerstreut rundliche Kerne, die nun gegen die Oberfläche immer dichter und dichter sich aneinanderlegen und so eine vierte Zone von Zellen bilden, die senkrecht zur Oberfläche verlaufende Streifen enthält: die Pyramidenganglienzellschicht. Hierauf endlich folgt fünftens eine Neuroglia ähnliche dünne Lage (vergl. Fig. 8 von einem 17 ^{mm} langen Embryo).

Nur auf eine kurze Strecke an der lateralen Seite erkennt man noch diese Gruppirung. Je mehr man sich auf diesem Wege der Hirnbasis zuwendet, desto mehr fangen die Fasern der Pedunculusbahn an sich mit der darunter (ventricularwärts) liegenden Schichte rundlicher Kerne zu vermengen, bis endlich in der Corpus striatum-Gegend von den ersten drei Schichten nichts mehr deutlich zu sehen ist. Denn hier geht, wie schon erwähnt, die Germinativzone in das reifere Kernlager unmerklich über; letzteres aber ist durch jene erwähnte Vermengung von Hirnstielfasern und Kernen verändert.

Nur die Pyramidenzellenganglienschicht umkreist die Grosshirnblase fast vollständig. Es treten aber auf diesem Wege die in den oberen Abschnitten schon deutlich gewordenen Charaktere der Pyramidenzellen immer mehr und mehr zurück, verlieren sich an der Umbiegungsstelle der lateralen in die untere Wand fast vollständig, so dass hier das „reifere Kernlager" bis an die mesodermale Oberfläche zu reichen scheint.

Wir haben auf diesem Wege einen frontalen Bogen um das Grosshirn beschrieben und sind bis an seine unterste Partie gekommen.

Schreiten wir nun weiter, so gelangen wir (allerdings nicht in jedem Frontalbogen) zur medialen Fläche des Schläfelappens und erreichen jene Stellen, an denen sich später die Ammonswindung ausbilden muss.

Dort nun fängt die Pyramidenzellschicht wieder an deutlicher zu werden und hört an der Stelle der Ammonswindung als ein Zellklumpen mitten in der Hirnsubstanz auf. Die Kerne dieses Klumpens liegen wieder dichter aneinandergedrängt und sind gegen die Hirnoberfläche zu mit einer wieder dicker werdenden Neurogliaschichte überdeckt. Wo die Ammonswindung fehlt, dort tritt die Pyramidenzellschicht überhaupt nicht mehr auf.

Die Neurogliaschichte selbst, die wir auf diesem Wege nicht berücksichtigten, verhält sich ähnlich wie die Pyramidenzellschicht; ist also an der Mantelkante am entwickeltsten, verliert sich gegen die Basis und tritt wie erwähnt über der Ammonswindung — diesmal aber mächtiger als zuvor — wieder auf.

Um nun an einem solchen Schnitte das Bild zu vervollständigen, müssen wir noch endlich jener Partie gedenken, die von der Mantelkante in der Furche der Falx auf den Balken stösst.

Die (Hirnstiel) Faserschichte reichte an dieser Seite nicht über die Mantelkante, so dass die zu beiden Seiten der Fasern verlaufenden Kernzonen (ventricularwärts die rundliche Kernzone, mesodermwärts die Pyramidenzellen) durch eine zellenärmere Partie von einander getrennt bis zum Balken reichen und dort in Form einer Schleife ineinander übergehen. Der Scheitel dieser Schleife ist hiebei nach abwärts gekehrt, die auseinander weichenden Schenkel schauen nach aufwärts.

Wieder verlieren sich die Charaktere der Pyramidenzellen an dieser Stelle etwas, nicht aber in einem solchen Masse, dass etwa diese Schichte dort ihren Namen nicht verdiente. Die Neurogliaschichte biegt gleichfalls an der Mantelkante um, überzieht die mesodermale Oberfläche und hört am Balken plötzlich auf.

Man wird zugeben, dass diese doch ziemlich rasch aufgetretenen Veränderungen durch ein enormes Wachsthum in allen Gegenden des Grosshirnes erfolgt sein müssen. Blickt man nun nach den Mitosen, die

über diese Veränderungen einigen Aufschluss geben könnten, so sieht man sie ganz wie früher wieder nur an der ventriculären Oberfläche, noch dazu in einer Minderzahl gegen die jüngeren Stadien.

Wollte man nun aus diesen Schnitten sich ein Bild von der Flächenausdehnung jenes Districtes machen, in welchem die Pyramidenzellen zuerst in ihrer Ausbildung voraneilen, so sieht man, dass diese Stelle gleich einer Schale der lateralen und oberen Partie der ganzen Hemisphäre aufsitzt, medial bis zur Mantelkante, lateral bis etwa zur Hälfte der angebildeten Oberfläche reicht.

Der Balken, dessen ich eben gedacht, ist eine Fasermasse, die quer verlaufend nicht etwa in die beschriebene Faserschichte der Rinde übergeht, sondern sich scharf gegen die früher beschriebene schleifenförmige Umbiegungsstelle der beiden Kernschichten der Hirnrinde absetzt und nach oben, gegen das Mesoderm von einer Kernmasse, nach unten von dem germinativen Lager überzogen ist. Die Fasermasse des Balkens ist äusserst zellenarm.

Der Grosshirnmantel des ältesten (17^{mm} langen) Embryo war wieder um wenige Schritte in der Entwicklung vorwärts gegangen. Es hat sich aber vorläufig noch nichts in der typischen Anordnung der Schichten geändert (siehe Fig. 8), die Zahl der Kerntheilungsfiguren hatte abgenommen, und die Schichten selbst waren ihrer definitiven Vollendung näher getreten. Vor Allem war die Ausdehnung der ausgebildeten Pyramidenganglienzellenschicht vergrössert und hat nicht so sehr an der lateralen, als an der medialen Wand zugenommen, so dass sie nun schon bis an den Balken, oder — weil derselbe von vorne nach rückwärts in die Länge wächst — wo derselbe noch nicht angebildet ist, bis an die Tela chorioidea media reicht.

Ich habe ferners schon am nächst früheren Stadium der Ammonswindung gedacht und das sonderbare Resultat gefunden, dass hier vorläufig keine Mitosen zu sehen waren, die über das Wachsthum dieser Gegend Aufschluss hätten geben können. Auch an diesem Embryo konnte ich die immer mehr differenzirte Ammonswindung erkennen und gleichfalls wahrnehmen, dass keinerlei karyokinetische Figuren in der Umgegend für die Erklärung der Anbildung dieser Windung herangezogen werden können. Desgleichen war an der medialen Wand über dem Zwischenhirn eine Furche anzutreffen, die an Frontalschnitten quer getroffen war, mit dem Balken parallel lief, und die vielleicht der Sulcus calloso-marginalis sein dürfte. Da ich jedoch über das makroskopische Aussehen der medialen Wand von Hirnblasen dieser Embryonen gar nicht orientirt bin, so weiss ich nichts Genaues über diese Furche. Nur so viel konnte ich abermals entnehmen, dass keinerlei Zelltheilungsbilder, weder im Hirn, noch im Mesoderm zu sehen waren, die zur Erklärung der Anbildung dieser Furche dienen könnten.

Ich halte dies für einen ausgezeichneten Beweis, dass hier Wachsthum und Zelltheilung durchaus nicht coïncidirende und von einander abhängige Vorgänge sind, oder überhaupt sein müssen.

Bevor ich mich nun von diesen Embryonen trenne, will ich noch kurz der Entwicklung eines grossen Stammganglions gedenken, das bisher immer — so scheint es — übergangen worden ist, nämlich des Nucleus lentiformis.

An allen Stadien, auch an den Embryonen anderer Thiere ist derselbe vorläufig noch nicht deutlich vom Corpus striatum und Thalamus opticus getrennt. Ich zweifle aber keinen Augenblick, dass diese Trennung, die durch die immer mächtiger werdende Ausbildung der Hirnstielfaserung bedingt wird, wieder ohne auffallende Betheiligung von Zelltheilungsvorgängen begleitet wird.

Demnach ergibt sich auch aus dieser Serie von Embryonen, dass die hauptsächlichste Zellenneubildung im Bereiche der germinativen Schichte um den Centralraum vor sich geht, und dass als Musterbeispiele für rein ventriculäre Prädilection der Mitosen das Rückenmark, die Grosshirnrinde — diesmal aber weniger die Lamina bigemina anzusehen ist. Wo aber die Grosshirnwand durch eingestreute Ganglienmassen eine Verdickung erfährt, im Thalamus opticus und Corpus striatum, kommen reichliche ultraventriculäre Mitosen vor.

Das vorgeschrittene Kleinhirn ferner wird von einem geradezu mesodermalen Mitosenlager überzogen und erfährt von dieser Seite aus die Vermehrung seines Zellmateriales.

Sulci und Gyri endlich entstehen ohne Betheiligung von Zelltheilung.

7. Mäuseembryonen.

Hier schalte ich die Beschreibung der in Rede stehenden Vorgänge an einem Mäuseembryo ein, der 2—3^{mm} lang in drei Exemplaren von mir vollständig untersucht und in Serien zerlegt wurde.

Die Hirnanlage befand sich in dem primärsten Stadium, doch waren die Krümmungen schon alle vollendet. Die erste primäre Hirnblase ist noch durch eine leichte Furche vom Mittelhirn getrennt. Die Grosshirnblasen sind nur um ein Geringes über die Ebene der Lamina terminalis ausgebuchtet; die Decke der dritten primären Hirnblase zeigt von einem Kleinhirn selbstverständlich nicht die Spur einer Anlage, und ist vorläufig noch eine dünne Membran.

Die Wand selbst besteht noch überall einzig und allein aus dem germinativen Lager und ist an ihrer ventriculären Oberfläche mit Mitosen in reichlichstem Masse besät. Sie liegen am Querschnitte so dicht an- und aufeinander, dass man sie kaum und an manchen Stellen auch wirklich gar nicht überzählen kann. Es glich dieses Stadium mit seiner riesigen Fülle von ventriculären Mitosen den adäquaten Stadien von Hühnern oder Schlangen, nicht aber den Fledermausembryonen, die ich untersuchte.

Auch ultraventriculäre Formen finden sich da und dort, und ich habe mich der Mühe unterzogen, an einer der drei Serien alle ultraventriculären Mitosen beider Grosshirnblasen zu zählen und fand (an den hiezu gehörigen 25 Schnitten) im Ganzen 92 ultraventriculäre Figuren. An einem einzigen Schnitte aber konnte ich, so weit die knapp neben einander liegenden Mitosen dies zuliessen, an einer einzigen Hemisphäre über 90, gegen 100 ventriculäre Formen zählen, was über alle 25 Schnitte ausgedehnt, ein Verhältniss von 1 : 50 bedeuten würde.

Selbstverständlich habe ich hier keine genauen Zählungen vornehmen können und will hiemit nur Demjenigen, der über diesen Gegenstand keine Präparate zur Verfügung hat, eine beiläufige Vorstellung von dem Verhältnisse der Anzahl der ventriculären und ultraventriculären Figuren geben. Es möge desshalb 1 : 50 mehr als Maximalwerth angesehen werden, über den das Verhältniss sicher nicht geht.

Die Wand der übrigen Hirnabschnitte zeigt, wie erwähnt, im Baue und in der Anordnung der Mitosen keine auffallenden Verschiedenheiten.

Eben so kurz kann ich mich bei der Beschreibung des Rückenmarkes halten; denn hievon habe ich eine Abbildung beigegeben (s. Fig. 9), die den Verhältnissen möglichst getreu entspricht, und auf die ich schon des Öfteren im Vorhergehenden hingewiesen.

Bis an die Schwanzspitze blieb die Anordnung der Mitosen eine gleiche, nur wurde selbstverständlich der Flächeninhalt des Querschnittes immer kleiner.

So dienen auch diese Embryonen als schönes Beispiel für die ventriculäre Prädilection der Mitosen im Centralnervensysteme.

8. Rattenembryonen.

Von diesen Thieren hatte ich zwei gleichalterige Exemplare derselben Tracht untersucht. Ihre Grösse betrug 14^{mm} grösster Abstand in gehärtetem Zustande gemessen.

In der Ausbildung des Centralnervensystemes glichen sie den 6 Tage alten Hühnerembryonen meiner Serie und finden die dort gewonnenen Resultate auch hier ihre volle Bestätigung.

a) **Das Rückenmark.** Um den noch in dorso-ventraler Richtung länglich geformten Centralcanal liegt zunächst die Mitosenschichte, zahlreiche Figuren aufweisend. Dieselbe bildet einen Theil der rings um den Canal sich erstreckenden germinativen Zone, die an den beiden Seiten unmerklich in die reifere Kernzone übergeht. Wieder fanden sich auch hier etliche zerstreute karyokinetische Figuren. Die Kerne selbst waren auseinandergerückt und hatten besonders in den bei weitem stärker ausgebildeten Vorderhörnern einen Durchmesser bis zu 0·0163^{mm} (gegen 0·00434^{mm} embryonale Kerngrösse bei 6·5^{mm} langen Fledermausembryonen) angenommen. Die Hinterhörner sind noch in der Entwicklung zurück. Die weisse Substanz, am mächtigsten in den Vordersträngen, bildet von der Fissura mediana anterior bis zur Fissura mediana posterior einen immer schmäler werdenden Saum.

b) **Medulla oblongata und Pons.** (Des Kleinhirnes wurde ich leider nicht in einer für eine Beschreibung tauglichen Weise ansichtig). Im Epithele daselbst fand ich noch immer zahlreiche Figuren, wenn auch bereits in etwas geringerer Anzahl, als im Rückenmarke. Namentlich gegen die beiden Seitentheile, gegen den Ansatz der Tela chorioidea posterior wurden dieselben ziemlich zahlreich. Ultraventriculäre Formen liessen sich wenige erblicken. Gegen den Sulcus longitudinalis der Rautengrube war das Epithel schon einerseits mit seinen langen Wimperhaaren versehen, anderseits wurden dort die Figuren etwas spärlicher. Die Kerne der reiferen Zone sind hier gleichfalls grösser geworden und messen die grössten Kerne zu beiden Seiten des Sulcus longitudinalis ungefähr $0{\cdot}01302^{mm}$ im Durchmesser. Auch sie waren bedeutend auseinandergerückt und durch zwischengelagerte Fasermassen von einander gedrängt.

c) Im **Corpus bigeminum** waren die Figuren wieder besonders zahlreich. Wieder standen sie fast rein ventriculär, weshalb auch hier die Vierhügelblase als ein gutes Beispiel für die ventriculäre Prädilection der Kerntheilungsfiguren gelten mag. Desgleichen war auch hier eine allerdings noch nicht weit gediehene aber immerhin deutliche Schichtung aufgetreten, und zwar nahm ich nach der germinativen Zone um den Centralraum eine an verschiedenen Stellen verschieden mächtige Faserschicht und eine ihr folgende Ganglienzellschicht aus. Die Dicke der Wand betrug in der Medianlinie an derselben Seite $0{\cdot}154^{mm}$ und an der lateralen Umrandung $0{\cdot}33^{mm}$.

d) Am Epithele des **Zwischenhirnes** waren die Figuren gleichfalls noch sehr zahlreich in einer ventriculären Zone vorhanden. Und zwar nahm die Häufigkeit gegen die jeweilige Mitte etwas ab, an welcher Stelle bereits deutliche lange Flimmerhaare wahrzunehmen waren. Besonders auffallend durch seine dicht gedrängten ventriculären Formen war der Recessus opticus. Ultraventriculäre Figuren kommen zerstreut in der reiferen Kernzone des Zwischenhirnes vor und nehmen eine bedeutsame Menge erst dort an, wo der Thalamus opticus an das Corpus striatum stösst. Im hinteren Theile des Thalamus hat demnach der intensive Kerntheilungsprocess bereits aufgehört.

e) Am grössten jedoch war die Zahl der Mitosen in den **Lateralventrikeln.** Die frontale, mediale und laterale Wand derselben zeigte die dicht aneinander stehenden Mitosen nur in einer ventriculären Prädilectionsschicht und ist hier wieder diese Stelle ein exquisites Beispiel für dieses eigenthümliche Phänomen.

Was die Schichtung der Wand anlangt, so konnte ich wieder die germinative Kernzone den ganzen lateralen Hohlraum auskleiden sehen. Über diese hinaus war aber die Schichtung noch nicht recht gediehen. Nur hatten sich die mesodermnächsten Zellen, die künftigen Pyramidenzellen, etwas von den übrigen Zellen abgehoben und bedeckten in einer continuirlichen Schichte die Scheitel und die Hirngegend der Grosshirnblasen.

9. Kaninchenembryonen.

Bei Kaninchen fand bereits Uskoff[1], dass dieselben vom elften Tage an reichliche karyokinetische Figuren um den Centralraum zeigen, dass sich, solange das Markrohr noch nicht geschlossen ist, verhältnissmässig sehr wenige Figuren zeigen, dass sie dagegen in sehr grosser Anzahl bald nach Schluss des Rohres vorhanden sind und in späteren Stadien wieder bedeutend seltener werden.

Ich nun hatte von diesen Embryonen zwei Stadien untersucht: einen einzigen Embryo vom 8.—9. Tag, dessen Länge ich nicht ermitteln konnte, weil ich ihn mitsammt dem Uterus schnitt und nicht in eine Serie zerlegt hatte.

Die gesammte Wand des Medullarrohres setzte sich noch aus dem germinativen Lager zusammen und zeigte, wie ich Uskoff bestätigen kann, noch nicht die ventriculären Mitosen in jener Anzahl, wie sie nach ihm den 11tägigen Embryonen zukommen soll, oder wie sie etwa dem von mir beschriebenen Mäuseembryo (Fig. 9) oder anderen adäquaten Stadien entspricht. Immerhin waren die Mitosen bereits in einer deutlichen ventriculären Prädilectionsschicht vorhanden.

[1] L. c.

Bei weitem genauer konnte ich mich mit einem zweiten Stadium (18^{mm} grösste Distanz) befassen, das ich in vier Exemplaren untersucht habe. In der Ausbildung des Centralnervensystemes schliesst es sich einerseits an den knapp zuvor besprochenen Rattenembryo, anderseits an die 6 Tage alten Hühnerembryonen an.

a) **Das Rückenmark.** Der Centralcanal ist ein in dorsoventraler Richtung länglicher Spalt. Um ihn die Mitosen in ventriculärer Prädilectionsschicht. Sie stehen nicht mehr dicht gedrängt; ihre Blüthezeit ist schon vorüber. Die germinative Schichte von Kernen um den Canal geht unmerklich in die reifere Kernzone über. Die Zellen der Vorderhörner sind weiter ausgebildet als die der Hinterhörner, in denen die Zellen noch mehr weniger dicht aneinander stehen. Die weisse Substanz, in den Vordersträngen am dicksten, reicht noch nicht, um die ganze Kernmasse herum, bis in die Gegend der Fiss. med. post., die infolge dessen noch gar nicht angebildet ist. Ultraventriculäre Zelltheilungsbilder kommen selten und unregelmässig zerstreut vor.

b) **Hinter- und Nachhirn.** Das Epithel des 4. Ventrikels war noch nicht an allen Punkten gleich weit vorgeschritten. Am Boden, gegen den Sulcus longitudinalis der Rautengrube, setzte sich dasselbe schon deutlich von dem unterliegenden reiferen Kernlager ab; dort sah man auch schon die langen Wimperhaare. Trotzdem and man in diesem Bereiche noch immer einige Figuren. Je mehr man sich den Seitentheilen näherte, desto undeutlicher hob sich das Epithel ab, desto reichlicher wurden die ventriculären Mitosen. In dem reiferen Kernlager des Pons und der Medulla oblongata sah ich gleichfalls zerstreute Mitosen. Auffallend vielen ventriculären Formen begegnete ich jedoch wieder im Gebiete des hier in der allerersten Anbildung begriffenen Kleinhirnes. Wieder waren auch hier die Zellkerne im Bodentheile sehr gross geworden und waren im Vergleiche zur allerersten embryonalen Anlage weit voneinandergerückt.

c) **Die Vierhügelblase.** Während demnach im Basalabschnitte der vorhin erwähnten Hirnblase die Zellenneubildung der Hauptsache nach schon im allmäligen Erlöschen begriffen war, sah ich nun wieder an der ventriculären Oberfläche der Vierhügelblase namentlich an den lateralen Abhängen zahlreichere Mitosen. Die Wand bestand an der dicksten Stelle aus der sehr breiten und etwa nur ein Viertel der Dicke übriglassenden germinativen Zone, an die sich nach aussen eine reifere Kernschicht anschloss, ausgezeichnet durch rundliche, mehr homogene Kerne. Auch ultraventriculäre Formen, dem Bereiche der germinativen Zone angehörig, liessen sich erblicken.

d) **Das Zwischenhirn** hatte wieder zahlreiche Mitosen an der ventriculären Oberfläche, die an den ventralen Theilen sehr dicht aneinanderstehen. Einen Anschnitt der Oberfläche — wie man ihn mitunter zu Gesichte bekommt — habe ich in Fig. 6 wiederzugeben versucht.

Man sieht hiebei auch die wichtige Thatsache, dass die Theilungsrichtungen der Kerne parallel zur ventriculären Oberfläche orientirt sind. In der reiferen Kernzone dieses Abschnittes fand ich wieder reichlichere ultraventriculäre Formen, ganz analog, wie ich dies am Thalamus anderer Embryonen geschildert habe.

e) Die Wand der **Grosshirnblase** endlich war an diesen Embryonen gleichfalls verschieden dick. An der basalen und medialen Seite war das Corpus striatum eingelagert, während die laterale, obere und mediale Wand in mehr weniger gleichmässiger Breite den Ventrikel umsäumte. Dieser Raum wurde — ganz wie in den analogen Stadien anderer Embryonen — von der breiten und den grössten Theil der oberen und lateralen Wand bildenden Germinativzone umgeben, die sich auf das Corpus striatum und weiter auch auf den Thalamus fortsetzte. Die ventriculäre Oberfläche in den Vorder- und Hinterhörnern der Lateralventrikel ist mit Mitosen ganz übersät. Auch fand ich im Bereiche der germinativen Zone ab und zu ultraventriculäre Formen, die aber namentlich im Corpus striatum wieder eine bedeutsame und auffallende Häufigkeit zeigten.

Der von der germinativen Zone übrig gelassene Theil in der Wand der Stirn- und Scheitelgegend ist von einer Schichte kugeliger Kerne gebildet, die, wie ich dies auch aus dem Vergleiche mit anderen Embryonen erschliesse, den Pyramidenzellen der späteren Grosshirnrinde entsprechen.

Wieder finde ich in diesen Embryonen den deutlichen Beweis für die Richtigkeit der Annahme, dass die Zelltheilung im embryonalen Hirn und Rückenmarke mit Ausnahme bestimmter Stellen hauptsächlichst und vorwiegend in der Kernschicht unmittelbar um den Centralraum erfolge.

10. Meerschweinchenembryonen.

Es erübrigt mir nun nur mehr die Besprechung zweier Meerschweinchenembryonen, von denen der eine 23·5^{mm} grösste Distanz, im gehärteten Zustande gemessen, zeigte, wogegen mir für den zweiten, der ungefähr dieselbe Grösse hatte, eine genaue Massangabe leider fehlt.

Was die Ausbildung des Centralnervensystemes anbelangt, so schien dieses bei oberflächlicher Betrachtung weniger entwickelt zu sein, als bei dem ältesten beschriebenen, 17^{mm} langen Fledermausembryo, aber ungefähr in dem Entwicklungsstadium des 13^{mm} langen Fledermausembryo zu stehen. Die Embryonen waren desshalb sehr willkommen als Ergänzung zu diesen zwei Fledermausembryonen, die sonst unter den beschriebenen Entwicklungsstufen keine adäquate Stufe gehabt hätten. Die Ähnlichkeit war indessen nur eine scheinbare. Denn bei genauerer Untersuchung zeigte es sich, dass ich in diesen Embryonen die entwickeltste Stufe von allen vor mir hatte, weswegen die hier vorfindlichen Verhältnisse in hohem Grade interessiren müssen.

a) Schon **das Rückenmark** zeigt nicht unerhebliche Differenzen gegen die erwähnten Stadien. Der Centralcanal hatte bereits eine rundliche Gestalt angenommen, das Epithel war mit seinen langen Flimmerhaaren versehen und hob sich schon deutlich von der umliegenden Masse ab: Verhältnisse, die wir auch schon anderwärts antrafen. Kerntheilungsfiguren sah ich aber keine mehr. Die an Kernen überaus reiche, spätere graue Substanz zeigte in den Vorderhörnern bereits grosse Kernkugeln. Die Kerne selbst sind durch Fasermassen weit von einander getrennt.

In den Hinterhörnern dagegen lagen die zahlreichen Zellen noch sehr dicht gedrängt, waren noch klein und hatten ihr erstes embryonales Gepräge noch nicht verloren.

Die weisse Substanz war ebenfalls schon mächtig entwickelt, so dass die Fissura mediana anterior bereits als deutlicher Spalt zu erkennen war. Ebensogut waren auch nun schon die Hinterstränge zu sehen, die sich in der gleichfalls schon tief gewordenen Fissura mediana posterior berührten.

Was nun die Kerntheilungsfiguren anlangt, so sah ich allerdings wieder da und dort zerstreut — und wie schon angedeutet — nur ultraventriculäre Mitosen und es muss bemerkt werden, dass sie in diesem so weit entwickelten Stadium im Verhältnisse zu anderen Embryonen ein klein wenig zahlreicher auftraten. Nun war es endlich auch die weisse Substanz, in der ich einige Figuren gesehen. In der „grauen Substanz" waren es namentlich die kleinzelligen Hinterhörner, denen man — unter den wenigen vorhandenen Mitosen — ein allfälliges Überwiegen an Zahl gegen die übrigen Theile der grauen Substanz zuerkennen könnte.

b) **Das Nach- und Hinterhirn.** Das grösste Interesse verlangt in diesem Abschnitte der Kleinhirnwulst. Der Körper desselben war unregelmässig von Mitosen durchsetzt. Die mesodermale Oberfläche hinwieder fiel aber trotzdem durch eine Mitosenzone auf (ähnlich wie in Fig. 3). Sie würde eigentlich, da ja die Figuren durch die ganze Dicke des Kleinhirnwulstes vertheilt sind, nicht so deutlich hervorstechen, wenn sie nicht in einer auffallend dichteren Zellenschichte liegen würden, die sich durch intensivere Färbung der Kerne auszeichnet, und wenn man nicht anderseits Anschnitte der Oberfläche zu Gesicht bekommen würde, an denen der Reichthum der Mitosen in dieser mesodermalen Zone erst recht deutlich hervortritt.

Das Epithel des 4. Ventrikels hebt sich bereits deutlich von der Unterlage ab und ist namentlich in dem hinteren Abschnitte sehr arm an Figuren. Desgleichen ist im Gewebe der Medulla äusserst selten ein Zeuge der Kerntheilung zu erblicken; in dem Pons jedoch erscheinen sie etwas häufiger, — nie aber in solcher Anzahl, wie im Kleinhirnstocke und im Thalamus opticus oder Corpus striatum anderer Thiere. Ja, wenn schon ultraventriculäre Theilungsbilder auftreten, so findet man sie nie an jenen schon charakteristisch gross gewordenen Kernen, die durch ihr Aussehen deutlich ihre spätere Stellung als Kerne von grossen Ganglienzellen bekunden. Durchaus nicht selten gehören solche ultraventriculäre Formen den Gefässen an.

Es hat also wohl unbedingt die wesentlichste Zellvermehrung in diesem Stadium aufgehört. Dies kann ich mit um so grösserer Beruhigung aussprechen, als ich diese Region auch mit Schnitten von ausgewachsener Medulla oblongata desselben Thieres vergleichen konnte.

Der grösste Querdurchmesser daselbst mass 7^{mm}, der des vorliegenden Stadiums allerdings nur 4^{mm}, also nahezu die Hälfte. Trotzdem unterliegt die Erklärung des nunmehrigen Wachsthumes ohne Kerntheilung, meinem Erachten nach, keinen Schwierigkeiten.

Man bedenke nur den grossen Reichthum an Zellen und Kernen im vorliegenden Stadium, man bedenke dagegen die im Vergleiche hiezu auffallende Armuth an Zellen des ausgewachsenen Thieres. Man bedenke ferner, dass der Durchmesser der grössten Kerne (nicht der Zellen) im vorliegenden embryonalen Stadium $0{\cdot}013125^{mm}$ beträgt, wogegen er beim erwachsenen Thiere $0{\cdot}055^{mm}$ mass — was einer linearen Ausdehnung von 4 entspricht, während die Breitenmasse beider Medullae nur einen solchen von $1{\cdot}7$ verlangen — und man wird keinen Augenblick mehr im Zweifel sein, dass das nun angesammelte Kernmateriale reichlich dem Wachsthume in die Breite, als auch in die Länge genügen wird.

c) **Das Corpus bigeminum** hatte bereits so dicke Wandungen, dass man von einer Blase kaum mehr sprechen kann. Die ventriculäre Oberfläche dieses Abschnittes war reich an Mitosen. Das Epithel war namentlich in den dorsalen Abschnitten noch nicht von der Unterlage abgehoben und hatte noch das Gepräge der germinativen Schichte beibehalten. Auch ultraventriculären Figuren begegnet man, aber in unauffälliger Zahl.

d) **Das Zwischenhirn.** Das Epithel in demselben hatte sich gleichfalls von der unterliegenden Masse abgehoben, beherbergte aber noch eine ziemliche Zahl von Kerntheilungsfiguren.

In der Hypophyse, die schon einen deutlichen gelappten Bau zeigte, lagen die Figuren kunterbunt durch die ganze Masse. Regelmässiger und auch ziemlich zahlreich treten sie im Infundibulum auf. Ultraventriculäre Mitosen traf ich in der Fasermasse des Chiasma etwas häufiger an; zerstreut und selten in der übrigen Wand des ganzen Abschnittes. Die rege und unregelmässige Zelltheilung im Thalamus hatte aber schon aufgehört und zeigte derselbe nur wenige Figuren.

e) **Die Grosshirnblasen.** Bei ihrer Beschreibung werde ich mich wieder zunächst den Manteltheilen und dann denjenigen verdickten Partien zuwenden, in denen das Corpus striatum, sowie der Nucleus lentiformis entsteht, über welch' letzteren ich hier endlich auch einige Aufschlüsse geben kann.

Die Dicke des Mantels an der Mantelkante gemessen, betrug ungefähr $0{\cdot}077^{mm}$. Davon entfielen ungefähr $0{\cdot}0055^{mm}$ auf die Gliaschichte. Dass ich es hier wirklich mit derselben zu thun hatte, erkannte ich zunächst an ihrem histologischen Aussehen, weiters aber durch die auf sie ventricularwärts folgende und nun schon deutlich erkennbare Pyramidenzellschicht.

Diese zweite Zone (vergl. Fig. 8) enthielt äusserst zahlreiche und dichtgedrängte grössere Kerne, zwischen denen radiäre Fasern verlaufen, die an manchen Stellen um den Kern kegelartig aufhörten. In diesen zwei Zonen sah ich nie Kerntheilungsfiguren.

Je mehr man sich der ventriculären Oberfläche nähert, desto mehr verschwinden die radiär verlaufenden Zellfortsätze, und ganz allmälig ist man in eine Schichte gerückt, ausgezeichnet durch embryonale Nervenfasermassen (die Hirnstielfaserung), die mehr weniger parallel der Oberfläche des Hirnes verlaufen.

Während die Pyramidenzellschicht von der Gliaschichte sich scharf und deutlich abhebt, geht die Pyramidenzellschichte allmälig in die Pedunculusfaserschichte über. Letztere, mitsammt der Pyramidenzellschichte mass an der obgedachten Stelle $0{\cdot}055^{mm}$.

Darauf nun folgt, gegen den Ventrikel zu, von den vorhergehenden Schichten gut abgegrenzt, das germinative Lager, eine Dicke von $0{\cdot}0165^{mm}$ besitzend. Die Charaktere dieses Lagers wurden schon des Öfteren hervorgehoben, und ich wiederhole nur die längsovalen, radiär gestellten, dicht aneinander gedrängten Kerne, die sich stark mit dem angewandten Färbemittel tingirten und endlich am ventriculären Saume die Mitosen, die hier wieder noch enge aneinanderstehen und an Häufigkeit mit den Mitosen der Lamina bigemina desselben Objectes Schritt halten. Ultraventriculäre Mitosen konnte ich im Bereiche des germinativen Lagers wahrnehmen, wogegen die äussersten Schichten solche gar nicht zeigten; ich wenigstens konnte dort keine Figuren mit Bestimmtheit nachweisen.

Das germinative Lager ist nicht an allen Stellen gleich dick. Schon an der Mantelkante wird es schmäler und ist unter dem Balken bereits sehr dünn. An der parietalen Concavität wird es dicker und verliert sich

endlich am Corpus striatum, allmälig in die reifere Kernschicht übergehend. Die ventriculären Mitosen sind allenthalben zahlreich.

Die Faserzone hingegen ist hier an allen Theilen von einer ziemlich gleichbleibenden Mächtigkeit und geht am Balken direct in die Radiatio corporis callosi über, was an dem beschriebenen Fledermausembryo von 17^{mm} Länge (noch) nicht der Fall war. In der Gegend des Corpus striatum haben die Fasermassen bereits eine Capsula externa und interna gebildet. Bevor ich aber dieser Dinge genauer gedenken will, möchte ich noch einiges über die Ausbreitung der Pyramidenganglienzellschicht anführen.

An der Mantelkante biegt dieselbe auf die mediale Fläche um und hört an manchen Stellen über dem Corpus callosum auf. An anderen Stellen hat sich aber an der medialen Oberfläche eine Hirnfurche gebildet, die ich leider wieder nicht genau zu nennen im Stande bin, die aber vielleicht der Callosomarginalfurche oder im weiteren Verlaufe jener Furche entspricht, die den Lobus falciformis um den Balken vom Schläfelappen trennt.

Wie gesagt, muss ich mich jeder genaueren Determinirung dieser Furche enthalten. An dieser Stelle bog die Pyramidenzellschicht in eigenthümlicher Weise um und verlor rasch ihre bestimmenden Charaktere, so dass sie nur durch ihre Continuität als Pyramidenzellschicht erkennbar war.

Hier liess sich keine Spur von Kerntheilungsfiguren sehen, die im mindesten etwas über die Anbildung einer solchen Furche hätte Aufschluss geben können. Man sah eben nur eine Einsenkung an der medialen Hirnoberfläche, in die ein Zapfen der Dura reichte.

An der parietalen und frontalen Wölbung, bis in den Occipitallappen waren die Pyramidenzellen deutlich entwickelt. Die Neuroglia wurde an dieser Stelle ein dünner Saum, erreichte jedoch an der medialen Oberfläche eine grössere Dicke.

Die verdickte Gegend am Bodentheile dieser Blase: das Corpus striatum bot noch immer das gleiche histologische Bild wie an anderen Embryonen. Die reifere Kernzone reichte hier fast bis an die mesodermale Oberfläche. Die Kerntheilungsfiguren hatten zwar an Zahl gegen die anderen Embryonen abgenommen, man konnte aber noch immer welche, ventricular und ultraventricular, erkennen.

Durch die bereits erwähnte vorgeschrittene Ausbildung der Hirnstielfaserung wird die gesammte Kernmasse deutlich nach aussen in Form der Capsula externa abgetrennt; nach innen legte sich eine weniger deutliche Capsula interna ein, so dass nun endlich auch ein deutlicher Nucleus lentiformis aufgetreten ist, ohne dass irgend welche Mitosen diese Trennung begleitet hätten.

IV. Rückblick.

Um nun aus den im Vorhergehenden erörterten Thatsachen ein für theoretische Betrachtungen klares Bild zu bekommen, wird es nöthig sein, in Kürze die zerstreut liegenden Angaben zu sammeln und zu ordnen.

Zunächst darf wohl bemerkt werden, dass die Resultate zu Verallgemeinerungen berechtigen, da sie sich auf Beobachtungen an fünf Entwicklungsreihen von Embryonen der Hauptclassen der Wirbelthiere stützen (Forelle, Frosch, Natter, Huhn, Fledermaus).

Zuvörderst erhellt ganz unwiderleglich, dass die Embryonen in ihrer Keimblattanlage in keiner Weise durch Mitosen etwas über das Wachsthum und die ersten Formveränderungen des oberen Keimblattes im Bereiche des Centralnervensystemes verrathen.

Hat sich aber der Centralcanal geschlossen oder ist in der soliden Anlage die Höhlung aufgetreten, so ergeben sich für die Zellvermehrung zweierlei Resultate.

Die Anamnien zeigen vorerst Kerntheilungsfiguren in allen Schichten der Wandung, und die ventriculäre Prädilection der Mitosen wird erst nach einiger Zeit deutlich.

Bei Amnioten setzt aber die Zellvermehrung sofort mit einer ventriculären Prädilectionszone ein, die aber nicht augenblicklich, sondern in den verschiedenen Abschnitten zu verschiedenen Zeiten den Höhepunkt ihrer Ausbildung erreicht.

An einer ventriculären Prädilection der Mitosen kann nach dem Vorliegenden ganz unmöglich gezweifelt werden.

Ist dann (bei Amnioten und Anamnien) das Stadium erreicht, in welchem die Zellvermehrung hauptsächlich von den um den Centralraum gelagerten Kernen ausgeht, so hält sie an dieser Stelle eine Zeit hindurch an und nimmt allmälig an Intensität in den verschiedenen Abschnitten ab.

Es ergeben sich ferner für die einzelnen Regionen folgende Resultate:

1. Das Rückenmark. Ist in demselben der ventriculäre Saum des germinativen Lagers einmal zur deutlichen Prädilectionsstelle der Kerntheilungsfiguren geworden, so bleibt sie als solche durch eine lange Zeit erhalten. Indem aber allmälig die Häufigkeit der Mitosen abnimmt, wird endlich ein Stadium erreicht, in welchem der Zelltheilungsprocess grossentheils erlischt. Suche ich nach irgend einer Form des embryonalen Rückenmarkes, die einen solchen Zeitpunkt markirt, so glaube ich denselben, wenigstens für die Amnioten in jenem Stadium gefunden zu haben, in welchem die Zellenmasse der späteren grauen Substanz ringsum von weisser Substanz so stark umgeben ist, dass man bereits von einer deutlichen Fissura mediana posterior sprechen kann.

Man könnte vielleicht auch jenes Entwicklungsstadium wählen, in welchem der Centralcanal seinen rundlichen Querschnitt bekommen hat und in welchem das Epithel desselben deutliche lange Flimmerhaare trägt. Doch lässt sich nicht leugnen, dass das Bemühen, den Punkt des eingetretenen Zelltheilungsstillstandes genauer zu fixiren, seine Schwierigkeiten hat, denen ich mich nicht zu entwinden verstehe, und es mögen deswegen diese Angaben nur als annähernd übereinstimmend angesehen werden.

Wenn nun noch in den folgenden Stadien, namentlich in den hinteren Zellsäulen dann und wann bei den höchststehenden Thieren Figuren angetroffen werden, so sind dieselben verschwindend gegen die Masse der Theilungen, welche früher stattfanden und kann ihnen eine wesentliche Bedeutung umso weniger zugemessen werden, als das bis dahin gelieferte Kernmateriale zur Deckung des Bedarfes vollständig hinreichend ist.

Ich muss demnach also das Rückenmark als ein gutes Beispiel für die ventriculäre Prädilection der Mitosen bezeichnen. Ultraventriculäre Mitosen erlangen nie jene Bedeutung wie im wachsenden Kleinhirne oder im Corpus striatum, Nucleus lentiformis und Thalamus opticus.

Endlich möchte ich auf einen Punkt das Augenmerk lenken, der mir für das Verständniss der in Behandlung stehenden Frage von grosser Wichtigkeit zu sein scheint. Es ist dies die schichtenweise Anordnung der Zellen und Fasern in der Substanz des Rückenmarkes.

Wollte man am ausgebildeten Rückenmarke nach einer Schichtung suchen, so würde man äusserst schwierig eine solche herausfinden. Nicht so am embryonalen Rückenmarke.

Man vergleiche nur Fig. 9, Fig. 5 und Fig. 10, und man wird unschwer erkennen, dass im ersten Bilde (Dorsalmark eines circa 2·5^{mm} langen Mäuseembryo) das Rückenmark nur aus jener Zellenlage aufgebaut ist, die ich als germinatives Lager bezeichnet habe. In Fig. 5 (von einem 5 Tage 6 Stunden alten Hühnerembryo) sind die Schichten bereits um zwei vermehrt. Auf die Germinativzone folgt eine reifere Kernschicht und nun ein schmaler Saum (weisser) Fasersubstanz. Im letzten Bilde endlich hat sich die Faserschichte bedeutend vermehrt.

In den darauf folgenden Stadien wird nun durch das ungleichförmige, ohne entsprechend rege Zelltheilung erfolgende Wachsthum der Schichten die typische Ordnung verwischt, so dass sie am erwachsenen Rückenmarke gar nicht mehr erkennbar wird. Wer aber hiedurch von der Schichtenfolge im Marke nicht überzeugt sein sollte, dem rathe ich Längsschnitte durch embryonales Rückenmark dieser Stadien anzusehen, an denen dieselbe bei weitem auffallender ist, weil man hier durch die ovale Form des Querschnittes nicht so sehr beeinflusst ist. Die Anordnung der Schichten ist nämlich keine concentrische, sondern eine bilateral symmetrische.

2. Medulla oblongata und Pons. In diesen Abschnitten hört die rege Zelltheilung zuerst auf; diese Abschnitte werden zuerst reif. Die ventriculäre Prädilection der Mitosen ist bei den Amnioten viel reiner ausgesprochen als bei Anamnien, wenn auch ultraventriculäre Formen bei ersteren niemals fehlen. Auch hier ist

besonders in der ersten Zeit des Embryonallebens eine deutliche Schichtung in dieselben drei Lagen erkennbar, wie wir sie beim Rückenmarke bemerkt haben. Ihr Bild wird gleichfalls am erwachsenen Hirn durch die mittlerweile erfolgte theilweise Vermischung der reiferen Kernschicht und der Fasern etwas verwischt; nicht aber in solchem Grade als beim Rückenmarke.

3. Das Kleinhirn erhebt sich verhältnissmässig spät als ein länglicher Wulst aus der Masse des übrigen Hirnes. Der diesen Wulst bildende Zellenhaufen enthält in seinem ersten Beginne Zelltheilungsbilder, die in der ganzen Masse unregelmässig zerstreut und in ziemlicher Anzahl enthalten sind und vorerst ein einziges Lager von Mitosen bilden. Nun trennt sich der Haufe durch eine etwas zellenärmere Schichte in zwei Mitosenlager, von denen das eine vor der Hand noch ventriculär im Dache des vierten Ventrikels liegen bleibt, während das andere knapp unter dem Mesoblast gelagert ist.

Im weiteren Wachsthume finden sich zwar im Kleinhirne noch immer ultraventriculäre Figuren, die aber nun nicht mehr in der ursprünglichen grossen Anzahl zu sehen sind. Dagegen ist das mesodermale Mitosenlager in lebhafter Zellenanbildung begriffen. Die ventriculären Mitosen nehmen gleichfalls immer mehr und mehr ab, so dass die hauptsächlichste Zellenneubildung von der mesodermalen Oberfläche in einer dort gelagerten epithelartigen Schichte erfolgt.

Aus den untersuchten Serien erhielt ich keine Anschauung über das Ende dieser eigenthümlichen Entwicklung.

4. Die Vierhügelblase. Für die Entwicklung derselben möchte ich zwei Typen aufstellen.

Der eine derselben, vertreten durch die untersuchten Anamnien, ferner Nattern- und Hühnerembryonen, ist vor Allem dadurch ausgezeichnet, dass die ventriculäre Mitosenzone sich in einer Reinheit und Exactheit erhält, wie sie sonst an anderen Hirnabschnitten kaum noch einmal auftritt. Ultraventriculäre Mitosen sind vom Beginne bis zum Schlusse der Entwicklung eine ganz ausserordentliche Seltenheit. Gleichzeitig fällt jedoch an diesen erwähnten Objecten die grosse Regelmässigkeit in der Schichtung auf. Man vergleiche nur Fig. 2 von einer Froschlarve und man wird bestätigen, dass die Schichtung in diesem Hirnabschnitte mit einer Retina eine unverkennbare Ähnlichkeit zeigt. Ganz dasselbe wiederholt sich an den untersuchten Tritonlarven, Forellenembryonen, Schlangenembryonen und Hühnerembryonen.

Der andere Typus, vorzüglich durch die untersuchten Säugethierembryonen vertreten, ist dadurch ausgezeichnet, dass die Mitosen nicht mehr in so exacter Reinheit nur in der an den Ventrikel stehenden Kernzone vorfindlich sind, sondern auch hie und da, einzeln und zerstreut in den äusseren Kernlagern vorkommen. Es ist aber auch nicht mehr leicht möglich, jene schöne Schichtung wiederzuerkennen, die dieser Hirnabschnitt bei Embryonen des ersten Typus gezeigt hat.

5. Das Zwischenhirn. Dasselbe bietet in seinen verschiedenen Abschnitten grosse Abwechslung. In der Glandula pinealis sah ich beim Huhn, Kaninchen etc. in den allerersten Stadien die Kerntheilungsfiguren, wie sonst an einem Hirnabschnitte ventriculär; ebenso in der Hypophyse und dem Infundibulum.

Ja selbst der hohle Opticus zeigte lange Zeit „ventriculäre" Mitosen. Der Thalamus opticus hingegen hat von Anbeginn an Kerntheilungsfiguren durch die ganze Dicke der Substanz unregelmässig zerstreut in auffallender Anzahl. Sieht man sich hier, wie wir dies in den vorhergehenden Abschnitten gethan, nach der Schichtung im Baue um, so kann man hier eine solche nicht erkennen.

6. Das Grosshirn. Ganz Ähnliches gilt vom Corpus striatum. Der Grosshirnmantel jedoch erweist sich wiederum als schönes Beispiel für die ventriculäre Prädilection der Kerntheilungsfiguren. Namentlich interessant ist die Erscheinung an jenen Mantelgegenden, an denen bereits die Pyramidenzellen in deutlicher Schichtung aufgetreten sind, und an denen die sich entwickelnde Neuroglia, sowie die Stabkranzfaserung die Zahl der Schichten vermehrt und deutlich vortreten lässt.

Fragen wir uns um die zeitliche Reihenfolge, nach welcher in den einzelnen Hirnabschnitten die Zelltheilungen aufhören, so finden wir, dass der 4. Ventrikel und seine Umgegend (mit Ausnahme des Kleinhirnes) zuerst mit der Zellneubildung stille steht, ihm folgt successive das Rückenmark, das Zwischenhirn, der Thalamus, das Corpus striatum, die Vierhügelblase und der Grosshirnmantel.

V. Theoretische Betrachtungen.

Jetzt erst, nach allen diesen Ergebnissen, können wir uns in eine Kritik der Beurtheilung einlassen, welche das Phänomen der Mitosen im Centralnervensysteme bisher erfahren hat.

Rauber glaubt vor Allem, sich mit Recht auf die Kerntheilungsfiguren als Zeugen des Wachsthums stützen zu können.

Auch Uskoff meint, dass man sich auf die Gegenwart von fixirten karyokinetischen Figuren als Kriterium des Wachsthums dieses oder jenes Gewebes berufen könne, und führt auch mehrere Thatsachen an, die dies beweisen sollen. Ich will aber, trotzdem ich mir den Schein der Oberflächlichkeit zuziehen könnte, auf diese Thatsachen vor Allem desswegen nicht näher eingehen, weil sie sich nicht auf das Centralnervensystem beziehen.

Dem gegenüber behaupte ich, gestützt auf die Ergebnisse meiner Untersuchungen, dass eine solche Berufung im vorliegenden Falle ganz mit Unrecht geschieht, dass also im Centralnervensysteme (und wahrscheinlich auch in anderen Organen) die karyokinetischen Figuren mit den Wachsthumserscheinungen in keinen unmittelbaren Zusammenhang gebracht werden können.

Es scheint mir äusserst sonderbar, dass ich gerade diesen Satz, gezwungen durch die Angaben der genannten Autoren, so nachdrücklich hervorheben muss; denn lange bevor man noch den Vorgang der Karyokinese genauer erkannt hat, war man sich im Reinen, dass Wachsthum ohne Zell- oder Kerntheilung erfolgen könne.

Die Botaniker z. B. haben schon lange das ohne Zellvermehrung stattfindende Wachsthum als „Streckung" von der Volumsvermehrung durch Zelltheilung unterschieden. Man denke z. B. ferner an das Entstehen und Wachsen der Stärkekörner und anderer aus dem Protoplasma der Zellen hervorgehenden geformten Bildungen ohne gleichzeitig statthabende Zellvermehrung.

Halten wir uns aber an unser Object selbst, so muss ich insbesondere betonen, dass man das Wachsthum der zellenarmen, wenn nicht zellenlosen ersten Anlagen der weissen Stränge des Rückenmarkes, auch ohne überhaupt von der Karyokinese genauere Vorstellungen zu haben, durch Zellvermehrung niemals erklären konnte, noch kann.

Umgekehrt möchte ich an eines der schlagendsten Beispiele dafür erinnern, dass Zelltheilung nicht zur Massenzunahme des betreffenden Gebildes zu führen braucht, nämlich an das Ei von Holoblasten. Aus dem einkernigen Ei entsteht die Morula, ein Haufe von Zellen, ohne ein merkliches Wachsthum des ganzen Eies.

Es ist also an und für sich schon nicht in allen Fällen nothwendig, Zelltheilung zur Erklärung von Wachsthumsvorgängen heranzuziehen.

Ich halte mich hier selbstverständlich an den gemeiniglich üblichen Sinn des Wortes „Wachsthum" als einer durch den Lebensprocess direct hervorgerufenen Massenzunahme der Gewebe. Und gerade um diese handelt es sich im vorliegenden Falle.

Trotzdem könnte man durch die angeführten Beispiele nicht ganz überzeugt sein, und wir wollen desswegen untersuchen, wie man denn zur Zeit, als man den karyokinetischen Vorgang noch nicht kannte, sich dieser Frage gegenübergestellt hat.

Hier weise ich denn vorerst auf Eichhorst,[1] der bereits mit grosser Sicherheit das Dickenwachsthum des Centralnervensystemes ohne gleichzeitige, in der ganzen Dicke der Wand vor sich gehende Zelltheilung zu erklären wusste. Er sagt:

„Wir haben zum Schlusse noch die Frage zu berühren, ob der Bildungsmodus der Nervenzellen (welcher im Vorhergehenden beschrieben wurde) der einzige ist, oder ob sich die Ganglienzelle auch noch durch Theilung vermehrt. Wir haben wiederholentlich für und gegen die letztere Anschauung plaidirt. Dass im

[1] Eichhorst, Über die Entwicklung des menschlichen Rückenmarkes. Virchow's Archiv, Bd. 64.

wachsenden Rückenmarke Ganglienzellen mit zwei Kernkörperchen gefunden werden, ist ein ganz sicherer wenn auch nicht übermässig häufiger Befund. Derselbe verliert jedoch an Wichtigkeit, wenn man berücksichtigt, dass Nervenzellen mit eingeschnürten oder getheilten Zellkernen während der ganzen Untersuchungsreihe niemals gesehen wurden. Demnach würde eine Vermehrung der Nervenzellen durch Theilung als sehr unwahrscheinlich bezeichnet werden." Und:

„Dicht unter dem Epithele kommen 4—5 Schichten von Zellen zu liegen, die man auf den ersten Blick für jüngere, nachwachsende Entwicklungsformen der Epithelien halten möchte."

Gerade die letzteren Worte beweisen, dass man die Art des Wachsthums schon bei genauerer Betrachtung ganz gewöhnlicher Präparate, bei denen auf naturgetreue Conservirung der Kerne keine Rücksicht genommen wurde, zu erkennen im Stande ist.

Viel interessanter sind noch die Anschauungen Boll's [1] über das Wachsthum der berührten Organe. Er gibt an, dass es eine sehr auffallende Thatsache sei, dass die Kerne bei älteren Embryonen durch immer grössere Zwischenräume, durch viel grössere Mengen von Zwischensubstanz getrennt sind, wie es in früheren Stadien der Fall war. Diese Volumszunahme der Zwischensubstanz ist eine so beträchtliche, dass sie fast allein genügen würde, die in diesem Stadium stattfindende so bedeutende Volums- und besonders Dickenzunahme der Hirnblasen zu erklären, ohne dass es eine absolute Nothwendigkeit wäre, eine Neubildung von zelligen nervösen, respective bindegewebigen Elementen zur Erklärung heranzuziehen.

So weit war man schon vor Entdeckung des karyokinetischen Vorganges gekommen, und nun, da derselbe bekannt ist und man also ganz eclatante Zeugen für die Zellvermehrung vor sich hat, und, wie Kölliker [2] sagt, eine genaue Verfolgung dieser Theilungen weitgehende Aufschlüsse über die inneren Vorgänge bei der (ersten) Entwicklung versprechen, — nun mengt man Wachsthum und Zelltheilung und sucht letztere, wo man erstere theoretisch vorausgesetzt hat.

Die Constatirung von Kerntheilungsfiguren bedeutet in erster Linie für das Wachsthum äusserst wenig, und nur, wie Kölliker sich vorsichtig ausdrückt, eine genaue Verfolgung der Theilungen, eine gleichzeitige Berücksichtigung der Zunahme der verschiedenen Dimensionen, führt zu verwerthbaren Schlüssen.

Ich verwerfe also vorläufig die Heranziehung von Kerntheilungsfiguren für die Erklärung des Wachsthums des Centralnervensystems und finde es auch leicht, eine andere Erklärung für das Wachsthum desselben zu geben, indem ich vor Allem auf die scharfen Beobachtungen Boll's und ausserdem auch auf die vielen Angaben im Vorhergehenden hinweise.

Ich erinnere hier nochmals insbesondere auf die Zunahme der Durchmesser der Kerne von $0{\cdot}00434^{mm}$ auf $0{\cdot}055^{mm}$ des erwachsenen Thieres, ferners auf die oft constatirte Thatsache, dass die Zwischensubstanz stetig zunimmt und drittens endlich auf die Unabhängigkeit des Dickenwachsthums von der Anzahl der Kerntheilungsfiguren (vergl. die Tabellen Seite 21 [97] und Seite 23 [99]).

Trotz aller dieser Erwägungen könnte man sich vielleicht noch immer der Ansicht zuneigen, dass doch die grosse hauptsächlichst der Fläche parallel gerichtete Vermehrung der Kerne und Zellen für das Wachsthum — als dessen vorwiegendes Merkmal man die Volumszunahme ansehen muss — nicht ohne Bedeutung sein könne, ja dass die so starke Anbildung neuer Zellen unbedingt zur Grössenzunahme des Centralnervensystemes führen müsse. Denn — so denkt man — die neugebildeten Zellen nehmen doch schliesslich dasselbe Volumen an, als die früheren Mutterzellen, somit kann der Process ohne Volumszunahme nicht stattfinden.

In der That hatte ich ja auch von der berührten Mitosenschichte noch vor einem Jahre die Ansicht, dass in ihr ein grösserer Spannungszustand herrschen müsse, und dass dadurch manche Formveränderungen im

[1] Dr. Fr. Boll, Die Histologie und Histiogenese der nervösen Centralorgane. Arch. f. Psychiatrie und Nervenkrankheiten. IV. Bd. 1873.

[2] Festschrift zur Feier des 300jährigen Jubiläums der Universität Würzburg.

Centralnervensysteme sowohl, als auch in der Retina scheinbar erklärlich seien; und ich habe auch in diesem Sinne mich in meiner früheren Arbeit ausgesprochen. Seit ich aber diesem Gegenstande eine grössere und umfassendere Aufmerksamkeit gewidmet habe, bin ich von dieser Ansicht abgekommen. Die regste Zelltheilung braucht nicht einen solchen Spannungszustand herbeizuführen, wenn bereits die reiferen Zellen in ihrer Entwicklungsbahn weiterrücken, also grösser werden und mehr Zwischensubstanz angebildet wird. Am meisten wurde ich zu dieser meiner neuen Ansicht durch den auffallenden Umstand geführt, dass eben das Wachsthum auch nach Beendigung des grossen Zelltheilungsprocesses nach wie vor, unbekümmert gleichmässig vorschreitet Die angeführten Zahlen im III. Capitel beweisen höchstens, dass an Orten diffuser Zelltheilung das Wachsthum, während dieselbe am besten im Gange ist, etwas stärker erfolgt als an den Orten, an denen die Zellanbildung nur von der Fläche aus stattfindet.

Ausserdem ist das am Ende der regen Zelltheilung angesammelte Kernmateriale — wie schon erwähnt — vollauf genügend, den Bedarf an Zellen zu decken. Hiedurch wurde ich bestimmt, jeden Gedanken an eine sich auf das Wachsthum beziehende Tangente auszuschliessen.

Das Wachsthum des Centralnervensystemes erfolgt durch Grössenzunahme der dasselbe constituirenden Elemente, das ist der Ganglienzellkerne (der Zellen überhaupt) und der Zwischensubstanz.

So hätte denn durch diese einfache und ganz selbstverständliche Auseinandersetzung die Altmann'sche Entdeckung scheinbar eine geringe Wichtigkeit.

Inwieweit Altmann selbst den Vorgang auffasst, konnte ich leider nicht ermitteln, da ich mich nicht in den Besitz seiner diesbezüglichen Schrift setzen konnte. Doch scheint mir aus den verschiedenen Fragmenten, die in anderen Abhandlungen citirt sind, hervorzugehen, dass auch er der um den Centralraum gelagerten Zellenzone ein grösseres „Wachsthumsvermögen" zuschreibt.

Eine andere Beurtheilung, die dieser Vorgang gefunden hat, basirt auf der eigenthümlichen Localisation der Kerntheilungsfiguren gerade um den Centralraum herum — also fern vom Mesoderm.

Es ist doch sonderbar — so dachte man sich — dass die häufigsten Kerntheilungen gerade entfernt vom Mesoderme, der Quelle der Ernährungsflüssigkeiten, stattfinden. Insbesondere deswegen bezeichnete man den Vorgang als merkwürdig, eine Ansicht, der ich auch oft im mündlichen Verkehre begegnete.

Dieser Meinung konnte man aber nur so lange bleiben, als man das Phänomen nicht in seinem ganzen Umfange kannte. Da es aber nunmehr bekannt ist, dass einerseits die Retina in der dem Mesoderm zugewendeten Zone des distalen Blattes die hauptsächlichste Kernvermehrung zeigt, dass ferner das Corpus striatum, der Thalamus opticus durch die ganze Dicke der Substanz Kerntheilungsfiguren enthalten, dass endlich am Kleinhirne die Kerntheilungszone anfänglich in der ganzen Substanz, später sogar mesodermal und ventricular auftritt, so wird jedes Staunen hierüber unnöthig und das Mesoderm verliert seine „ernährende" Bedeutung, die es gleichsam zum Nil der anderen Gewebe gemacht hätte.

Er liegt eben weder in diesem, noch in dem früher abgehandelten Punkte die Wichtigkeit der Altmann'schen Entdeckung.

Wir werden deshalb die Bedeutung derselben an der Hand anderer Thatsachen zu suchen trachten und mir scheint die Antwort vielleicht gefunden zu sein, wenn man diejenigen Abschnitte des Centralnervensystemes, in denen dieselbe am deutlichsten hervortritt, bezüglich ihres entwickelten Baues vergleicht und die gemeinsamen Charaktere derselben zusammenzustellen bestrebt ist.

Zu diesen Abschnitten gehört nun vor Allem die Retina.

Ich habe dieselbe zwar übergangen, doch ist durch die Angaben von Rauber, Altmann, Koganei und mir zur Genüge dargethan, dass in ihr während der Entwicklung die Kerntheilungsfiguren im distalen Blatte, mesodermnah, fast einzig und allein in einer Schichte auftreten.

Als ferneres Beispiel hob ich das Corpus bigeminum namentlich der Vögel, Reptilien, Amphibien und Fische hervor.

Weiters galt uns als solches das Rückenmark und endlich die Grosshirnrinde.

An allen den genannten Abschnitten fällt nun der ausgesprochen typische geschichtete Bau in's Auge; und zwar sind die Schichten parallel der ventriculären Oberfläche ausgebreitet. Im erwachsenen Rückenmarke ist dies zwar weniger deutlich, wohl aber im embryonalen Rückenmarke solcher Stadien, in denen die rege Zelltheilung bereits ihren vorläufigen Abschluss gefunden hat, und ich war auch im vorhergehenden Capitel bestrebt, diese Schichtung genauer zu beleuchten.

Es scheint mir nun nahe zu liegen, das in Rede stehende Phänomen mit eben dieser Schichtung in Zusammenhang zu bringen. Denn welche Art von Zellvermehrung wäre wohl zur Erzielung einer gleichmässigen Schichtung geeigneter, als die geschilderte. Wenn alle Zellen derselben Fläche gleichzeitig entstehen, sich gleichzeitig entwickeln, sich gleichzeitig in die Tiefe lagern und sich höher differenziren, dann lässt sich die Mechanik eines solchen Aufbaues äusserst leicht begreifen.

Umgekehrt finden wir, dass jene Stellen des Centralnervensystemes, die einer solchen Schichtung entbehren, durch die ganze Dicke der Wand ohne Ordnung Kerntheilungsfiguren enthalten. Ich hebe hier das Corpus striatum, den Nucleus lentiformis, den Thalamus opticus hervor und erinnere an das allerdings weniger gut passende Corpus bigeminum der Säugethiere.

Nur in einem Abschnitte stossen wir scheinbar auf einen Widerspruch: im Kleinhirn. Die erwachsene Rinde des Kleinhirnes zeigt bekanntlich einen sehr deutlich geschichteten Bau, und dennoch sehen wir in den ersten Entstehungszuständen desselben die Karyomitosen unregelmässig zerstreut.

Aber eben auch nur in den ersten Entwicklungszuständen. Späterhin beobachteten wir ja eine Trennung des Mitosenlagers und in vorgeschrittenen Stadien existirt eine deutliche mesodermale Karyomitosenzone, die schon Boll[1], Hess[2] und F. E. Schulze theilweise kannten, und für die von Hess der Name „äussere Körnerschichte" vorgeschlagen wurde.

Im Grunde genommen verhält sich das erst spät hervorspriessende Kleinhirn in Bezug auf die Ausbildung einer Prädilectionsschichte der Mitosen, wie die anderen Abschnitte des Centralnervensystemes, wo eine solche vorkommt. Überall ist primär die Kerntheilung diffus (meist vor Schluss des Medullarrohres) und erst secundär bildet sich eine Prädilectionsschicht der Kerntheilungsfiguren aus.

Hierin scheint mir die Altmann'sche Entdeckung ihren Schwerpunkt zu haben und die flächenhafte Localisirung der Kerntheilungsfiguren dürfte in dem durch sie begünstigten Aufbau in Schichten ihren Erklärungsgrund haben. Wenn man sich auch einen solchen in anderer Art, mit anderer Vertheilung der Kerntheilungsfiguren denken könnte, so hat — für mich wenigstens — diese Erklärung eine grosse Wahrscheinlichkeit.

Gesetzt nun den Fall, es sei dem so — aber auch es sei dem nicht so, — so findet man noch mancherlei Erwägungen, die dem in Rede stehenden Vorgange eine erhöhtere Bedeutung verleihen.

Schon Eichhorst[3] behauptet, dass die Ganglienzelle dem Rückenmarke den Charakter eines Nervencentrums verleiht, und dass sie sich als ein sehr zartes Gebilde erweise, welches bei Warmblütlern wenigstens — wenn es einmal zu Grunde gegangen ist, nicht mehr im Stande ist, sich zu regeneriren. Diese Ansicht stützt sich auf die experimentelle Untersuchung und Läsionen des Rückenmarkes. Allerdings ist dies in neuerer Zeit nicht unbestritten geblieben.[4] Wir hinwieder erfahren, dass die Anbildung der Ganglienzellen äusserst früh, zu einer Zeit erfolge, in der der Embryo noch in Form von Keimblättern angelegt ist. Hat sich dann das Centralrohr geschlossen, so erfolgen die Theilungen — mit gewissen Ausnahmen nur mehr um den Centralraum, nicht mehr aber in den bereits deponirten Kernen der sich nun weiter ausbildenden Ganglienzellen. Die

---

[1] L. c.

[2] De cerebelli gyrorum textura disquisitiones microscopicae. Dorpat 1858; citirt nach Boll.

[3] L. c.

[4] C. Mondino, Sulla cariocinesi delle cellule nervose negli animali adulti consecutiva ad irritazione cerebrale. Com. fatta al. R. Istit. Lomb. di Scienze e Lettere il 15. gennaio 1885 und

Sulla cariocinesi delle cellule del Purkinje consecutiva ad irr. cerebellare. Dal Laboratorio anatomo-patologico del R. Manicomio del Torino.

Ganglienzelle benöthigt also zu ihrer totalen Ausbildung eine sehr lange Zeit und ist durchaus nicht in jeder Entwicklungsstufe bereit, eine Vermischung ihrer Bestandtheile und eine Theilung einzugehen. Dadurch wird die Vorstellung Eichhorst's, vorläufig nur für's Rückenmark geltend, allgemein giltig; sie räumt auch den Pyramidenzellen der Grosshirnrinde eine grosse Selbstständigkeit ein und macht die Ganglienzellen in der That zu „Organen".

Wer ferner bei Erklärung der Vererbung geistiger Fähigkeiten auf rein materiellem Standpunkte steht, findet hier willkommene Stützen für seine Ansicht. Die Natur beeilt sich gewissermassen frühzeitig — solange vielleicht noch die elterlichen Substanzen in grösster Integrität vorhanden sind — mit der Anbildung jener Zellen, deren Thätigkeit den späteren Geistes- und auch Körperzustand des Wachsenden zu bestimmen haben. Aus der relativ und absolut bedeutend grösseren Anzahl von Kerntheilungsfiguren im Centralnervensysteme gegenüber den umliegenden Geweben wird die schon anderweitig[1] gemachte Beobachtung zur Gewissheit, „dass in den ersten Tagen des Embryonallebens die centralnervösen Organe den übrigen Fundamentalorganen etwas vorauseilt". (Mihalkovics.) Doch erlaube ich mir, da gerade die Frage der Vererbung gegenwärtig eifrig ventilirt wird, diesen Gedanken nur nebenbei auszusprechen.

Ich kann nun nach alledem noch auf einen weiteren Umstand hinweisen, der den Glauben an einen directen Zusammenhang zwischen Wachsthum und Zelltheilung im Centralnervensysteme ganz unannehmbar macht.

Abgesehen nämlich von allem Gesagten, — nur rein theoretisch betrachtet — haben wir es in dem Wachsthume des Hirnes und Rückenmarkes unter Anderem mit einem Vorgange zu thun, der auch an anderen Stellen des Körpers stattfindet und dessen Mechanismus man zum Theile etwas genauer kennt. Das ist kurz gesagt: Das Wachsthum einer Höhle, eines Centralraumes.

Man kennt schon genügend Beispiele für Höhlenwachsthum. Ich erinnere an das Wachsthum der Knochenhöhlen überhaupt, — der Brusthöhle, Schädelhöhle, Highmorshöhle, des Cavum tympani, der Scalae tympani et vestibuli etc. speciell.

Ein anderes derartiges zu erforschendes Problem wäre das Wachsthum der Herzhöhle.

Zu erwähnen sind ferner die Binnenräume des Auges, die perilymphatischen Räume des Labyrinthes — die Bindegewebsspalten überhaupt.

Für die Erklärung des Wachsthumes der Herzhöhle weiss ich mich auf keine nähere Angabe zu besinnen.

Für Bindegewebshöhlen nimmt man im Allgemeinen eine Dehiscenz infolge von Zurückbleiben im Wachsthume — oder aber eine directe Atrophie des nachträglich central gelegenen Gewebes an.

Speciell über das Wachsthum der Knochenhöhlen hat man die schon von Hunter verfochtene und durch die neueren histologischen Untersuchungen als richtig befundene Ansicht, dass zum Zustandekommen derselben zwei Kräfte Hand in Hand gehen: Die Resorption von Knochensubstanz von innen und die Apposition von Knochensubstanz von aussen her.

In unserem Falle ist die Aufgabe eine ähnliche: Aus dem kleinen ursprünglichen Centralraume wird der lange Centralcanal, entstehen die grossen Ventrikel, deren einer beim Erwachenen den Embryo in toto beherbergen könnte; es ist also die Höhle bedeutend grösser geworden.

Von allen bekannten Erklärungen für dieses Wachsthum, das ich, weil es sich um die Zunahme eines Hohlraumes handelt, „negatives" Wachsthum nennen will, kann für den vorliegenden Fall keine einzige eine Anwendung finden, weil ja die Altmann'sche Entdeckung lehrt, dass im centralen Theile Neubildung von Zellen, nicht aber Resorption oder gar Dehiscenz und Atrophie statt hat.

Mit Berücksichtigung des Angeführten scheint mir eine Erklärung möglich, nur muss man sich auf den Standpunkt stellen, dass die Massenzunahme — das Wachsthum — vorzüglich in der reiferen, schon in die Tiefe gerückten, mesodermwärts gelegenen Zellenzone und Zwischensubstanz erfolge, nicht aber an der

[1] Mihalkovics, Entwicklung des Gehirnes. Leipzig 1877.

Mitosenzone. Wenn so die Wände der Centralräume durch dieses in den „ultraventricularen" Partien erfolgende Wachsthum — das man sich der Fläche nach ausgebreitet vorstellen muss — gedehnt und gestreckt werden, so müssen nothwendiger Weise die ventriculären Gegenden entspannt werden (man sieht, ich stehe jetzt, nach reiflichem Überlegen, auf dem entgegengesetzten Standpunkte als im Vorjahre) und die sich dort massenhaft anbildenden Zellen fallen gleichsam von selbst in die Tiefe. Beide diese Vorgänge können auch ganz gut zu einem Dickenwachsthum der Wand führen, das natürlich nicht intensiv sein kann. — Desshalb ergaben auch die Messungen solcher Wandstellen, die fast nur ventriculäre Kerntheilungsfiguren zeigen, mit immer höherem Alter der Embryonen keine bedeutende Zunahme.

Stellt man sich aber nicht auf diesen Standpunkt, sondern nimmt man an, dass der Ort des grössten Wachsthumes mit dem Orte der regsten Zelltheilung zusammenfalle, so müsste ja auch der Hohlraum sich von innen verschliessen und enger, nicht aber grösser werden.

Hiemit hoffe ich denn zur Genüge dargethan zu haben, dass Wachsthum und Zelltheilung im Centralnervensysteme keine coïncidirenden Vorgänge sind.

Es liessen sich nun wohl ohne Zweifel noch eine grosse Reihe anderer Betrachtungen anstellen, — ich will mich jedoch mit dem Erwähnten begnügen, in der Hoffnung, dargethan zu haben, dass die bisherige Verwerthung der Altmann'schen Entdeckung sich in einer falschen Richtung bewegte.

ERKLÄRUNG DER ABBILDUNGEN.

Fig. 1. Die in der Medianlinie aneinanderstossenden Abschnitte der Vierhügelblase vom Frosch (vor Beginn des Hervorbrechens der Extremitäten. Ob. 3/Oc. 8 Reichert. Aufbau der Wand aus der germinativen Schichte (Innenplatte His).

„ 2. Stück aus der Wand der Vierhügelblase vom Frosch (mit nur hinteren Extremitäten). 3/5 R. Schichtung der Wand. Die obere Seite der Zeichnung ist dem Centralraum zugewandt, die untere dem Mesoderm.

„ 3. Kleinhirnoberfläche eines Fledermausembryo von 17^{mm} Länge. Die dem Mesoderm anliegende Zone von Mitosen. (Äussere Körnerschicht von Hess.) 3/5 R. m = Mesoderm.

„ 4. Kleinhirn eines Natternembryo. Die symmetrisch (links) dazu gehörige andere Hälfte ist weggelassen. 3/8 R. m = Mesoderm; v = Ventrikel.

„ 5. Halsmarkquerschnitt eines 5 Tage 6 Stunden alten Hühnerembryo. 3/5 R. Vergr. 1 : 180. Vergl. Fig. 10.

„ 6. Ventriculäre Oberflächenansicht aus dem Zwischenhirn eines 18^{mm} langen Kaninchenembryo. 3/8 R.

„ 7. Schnitt durch den Manteltheil der Grosshirnblase vom Frosch. (Noch ohne Extremitäten.) 3/5 R. Die ventriculäre Oberfläche ist in der Zeichnung nach unten gekehrt. In der linken Hälfte der Figur scheinbare Umwandlung der Epithelzellen in Pyramidenzellen.

„ 8. Schnitt durch den parietalen Theil des Grosshirnmantels eines 17^{mm} langen Fledermausembryo. 3/5 R. g = Germinative Schichte mit den ventriculären Mitosen. p = Pyramidenganglienzellschicht.

„ 9. Dorsalmark eines Mäuseembryo von 2—3^{mm} Länge, nur aus der germinativen Zone aufgebaut. 3/5 R.

„ 10. Halsmarkquerschnitt eines 7 Tage 5 Stunden alten Hühnerembryo. 3/5 R. Vergr. 1 : 180. Dieser Schnitt ist bei derselben Vergrösserung gezeichnet, wie Fig. 5 von einem zwei Tage jüngeren Individuum. Um den Centralraum (bei Fig. 5 und Fig. 10) das germinative Lager, hierauf die reifere Kernzone und aussen die weisse Fasermasse, schichtenweise angeordnet.

Fig. 1.

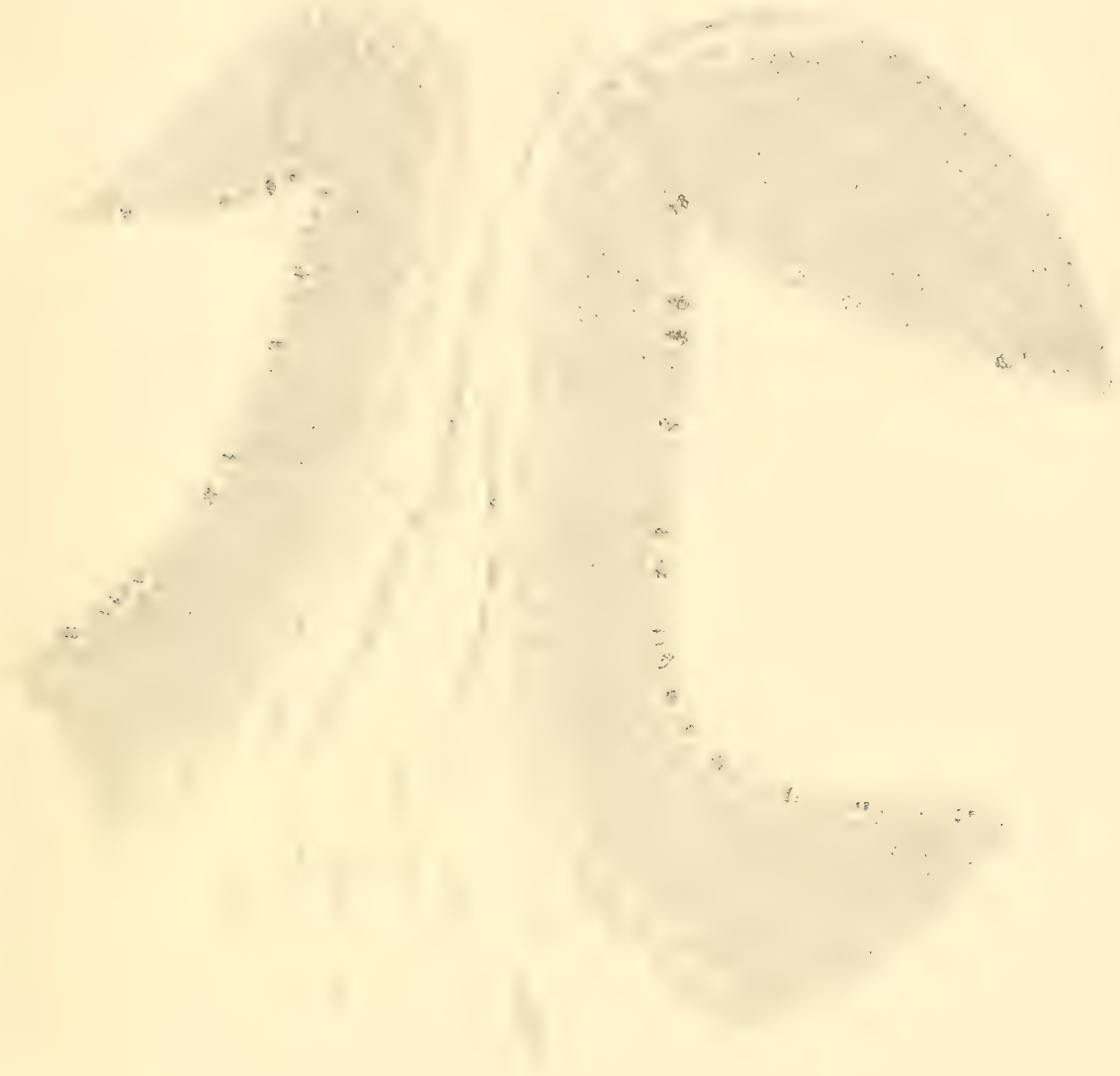


Fig. 3

Fig 2

Fig. 5

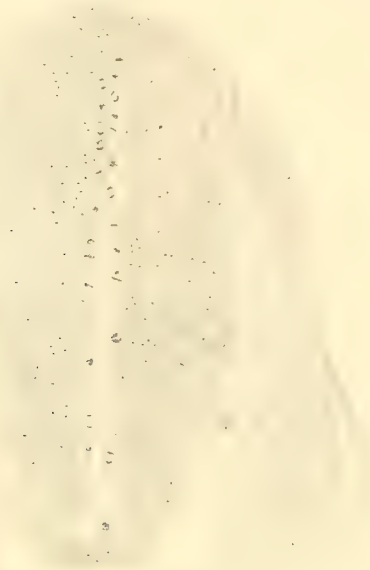


Fig. 9

Fig. 7.

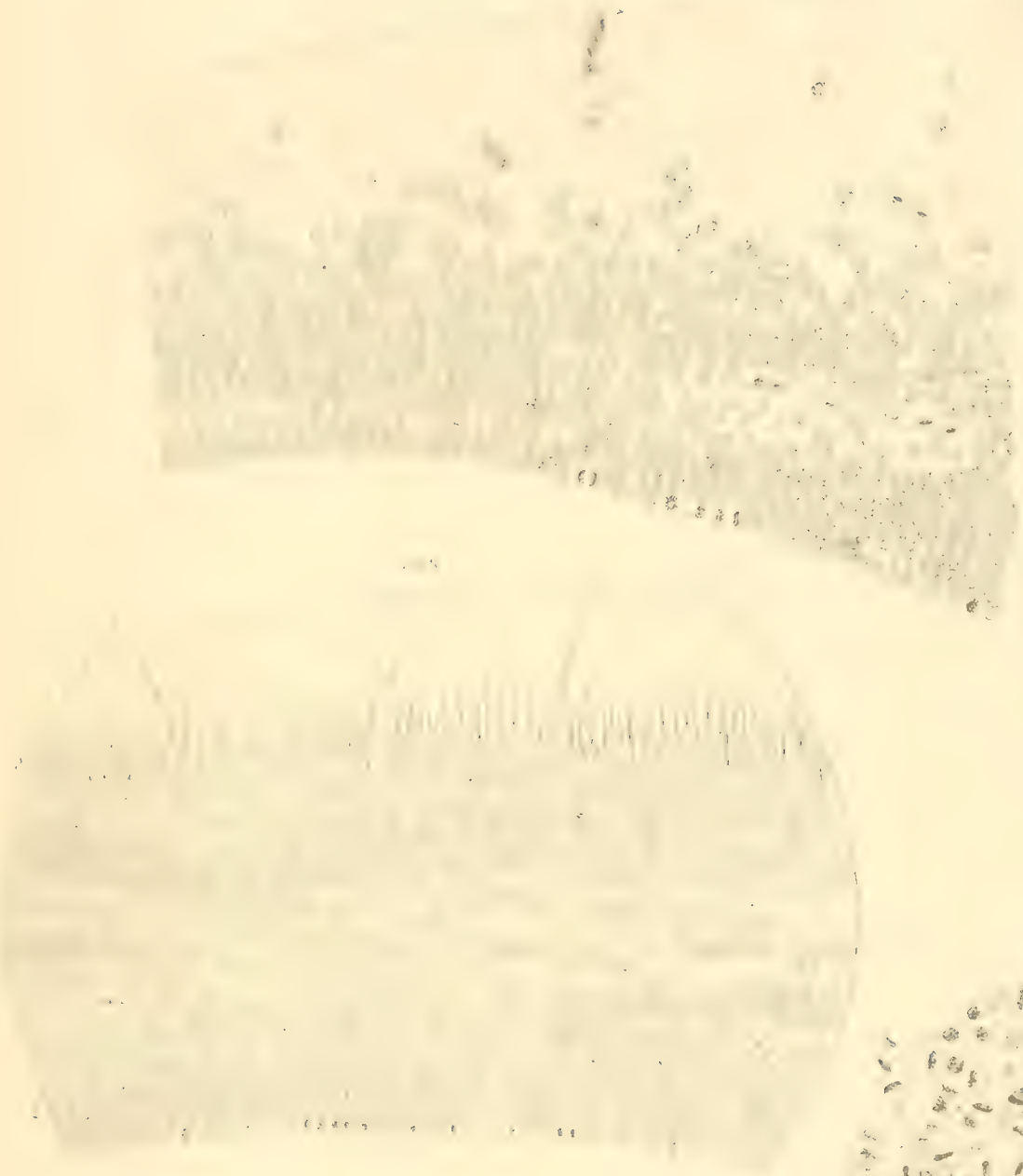
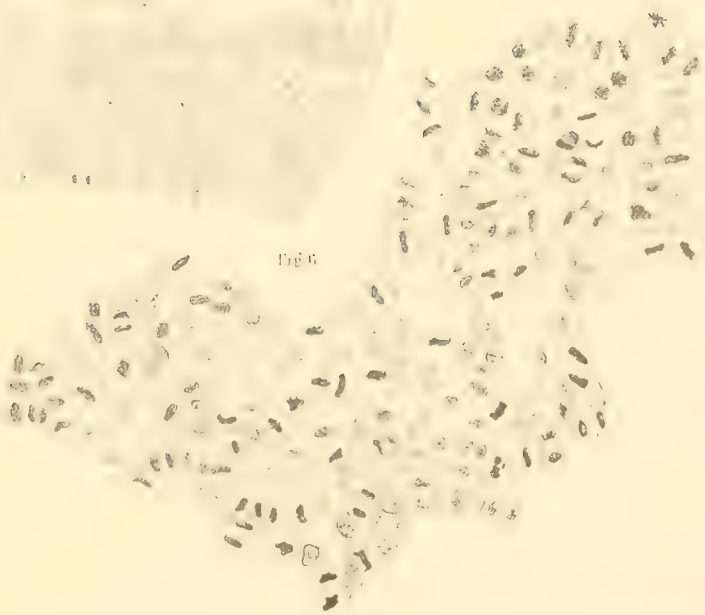


Fig. 6.



ÜBER

CURVEN VIERTER ORDNUNG VOM GESCHLECHTE ZWEI,

IHRE

SYSTEME BERÜHRENDER KEGELSCHNITTE UND DOPPELTANGENTEN.

VON

Dr. KARL BOBEK,

PRIVATDOCENT AN DER K. K. DEUTSCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN PRAG

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 3. FEBRUAR 1887.

Einleitung.

Die ebenen Curven vierter Ordnung vom Geschlechte drei wurden bezüglich der Systeme vierfach berührender Kegelschnitte und Doppeltangenten mehrfach untersucht. Hingegen wurde den Curven 4ter Ordnung vom Geschlechte Zwei weniger Interesse zugewendet.

Herr Brill[1] hat zuerst mit Hilfe des Jacobi'schen Umkehrproblems die Systeme vierfach berührender Kegelschnitte und Doppelangenten für die Curven 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte angegeben.

Später hat Herr Ameseder[2] in einer Reihe geometrischer Untersuchungen über die berührenden Kegelschnitte der Curven vierter Ordnung auch die Curve vierter Ordnung mit Doppelpunkt und Spitze betrachtet.

Die nachfolgenden Untersuchungen beziehen sich auf Curven 4ter Ordnung vom Geschlechte Zwei.

In der ersten Abtheilung wurde die Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte betrachtet. Im I. Abschnitte wurden Erzeugungen dieser Curve angegeben, auf Grund deren man zu zwei kanonischen Gleichungsformen der Curve gelangt. Diese Formen erlauben nun, in einfacher Weise die Gleichungen der Systeme vierfach berührender Kegelschnitte aufzustellen und es wurden in II aus diesen Gleichungen mehrere für die Classification der Systeme von Doppeltangenten sehr wichtige Sätze aufgestellt und bewiesen. Auf Grund dieser Sätze gelingt es, die 16 Doppeltangenten in die 30 Systeme der vierfach berührenden Kegelschnitte einzuordnen, und ich habe in III zwei diese Anordnung darstellende Tabellen angeben.

[1] Brill, „Über diejenigen Curven, deren Coordinaten sich als hyperelliptische Functionen eines Parameters darstellen lassen", Crelle, Bd. LXV, p. 283 — und „Note über Doppeltangenten einer Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte", Mathematische Annalen, Bd. VI, S. 66.

[2] Ameseder, „Geometrische Untersuchung der ebenen Curven 4ter Ordnung", Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. LXXXVII, S. 15.

Im IV. Abschnitte wurden die zur Curve adjungirten dreifach berührenden Kegelschnitte betrachtet und die 16 Systeme dadurch charakterisirt, dass jedesmal die sechs Doppeltangenten angegeben wurden, welche in einem solchen System auftreten. Die daselbst gegebene Tabelle stellt diese Anordnung vor.

In der zweiten Abtheilung wurden besondere Curven vom Geschlechte Zwei betrachtet. Und zwar solche Curven, welche in dem Doppelpunkte einen oder zwei Wendepunkte besitzen, und schliesslich wurde die Curve 4ter Ordnung mit einer Spitze betrachtet. Es wurden bei derselben die Systeme vierfach berührender Kegelschnitte, sowie auch die Systeme der adjungirten dreifach berührenden Kegelschnitte angeben und die Einordnung der Doppeltangenten dieser Curve in die Systeme der Kegelschnitte bewirkt. Zwei daselbst aufgestellte Tabellen veranschaulichen diese Einordnung.

Erste Abtheilung.

In der ersten Abtheilung setzen wir eine Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkt voraus, dessen Tangenten die Curve noch ausserhalb in einem Punkte treffen, so dass kein Wendepunkt im Doppelpunkte liegt. Die im I. Abschnitt angestellten Betrachtungen fordern zwar nicht überall diese Voraussetzungen, und es ist leicht, die Beschränkung anzugeben, welche mit dem Fallenlassen derselben eintreten. Um aber nicht zu weitläufig werden zu müssen, wurde an den Voraussetzungen festgehalten und etwaige Bemerkungen wurden in der zweiten Abtheilung gemacht, insoweit sie für die dort betrachteten Curven erforderlich erschienen.

I. Erzeugung der Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte.

1. Bezieht man einen Strahlenbüschel ein-eindeutig auf die Kegelschnitte eines Systems vom Index 2, so ist der Ort der Schnittpunkte entsprechender Curven eine Curve 4ter Ordnung, welche im Scheitel des Strahlenbüschels einen Doppelpunkt besitzt.

Sind A, B lineare, Θ, H quadratische Functionen der Coordinaten, so möge

$$A - \lambda B = 0 \tag{1}$$

die Gleichung des Strahlenbüschels und

$$\Theta_a + 2H\lambda + \Theta_b \lambda^2 = 0 \tag{2}$$

die Gleichung des Kegelschnittsystems vom Index 2 sein, und es mögen einander die Curven (1) und (2) entsprechen, welche dasselbe λ besitzen. Die Gleichung des Erzeugnisses von (1) und (2) ist dann

$$\Phi \equiv \Theta_a B^2 + 2HAB + \Theta_b A^2 = 0 \tag{3}$$

und zeigt, dass die Curve $\Phi = 0$, die wir auch einfach Φ nennen wollen, in den Schnittpunkten der Geraden A und B einen Doppelpunkt besitzt. Die Kegelschnitte (2) hüllen eine Curve 4ter Ordnung $\mathfrak{K}_4$ ein, deren Gleichung

$$\mathfrak{K}_4 \equiv H^2 - \Theta_a \Theta_b = 0 \tag{4}$$

ist.

2. Es ist aber auch umgekehrt möglich, jede vorgelegte Curve 4ter Ordnung Φ mit einem Doppelpunkte d auf die angegebene Art zu erzeugen.

Es mögen die Punktepaare, welche die Geraden A, B, C, $X \ldots$ durch d auf Φ ausschneiden mit $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$, $x\xi \ldots$ bezeichnet werden. Sie bilden die Gruppen der einzigen linearen Schaar von Gruppen zu zwei Punkten $g_2^{(1)}$, die auf der hyperelliptischen Curve Φ auftreten kann. Ferner mögen durch φ Curven 3ter Ordnung bezeichnet werden, die durch den Doppelpunkt von Φ gehen, also zu Φ adjungirt sind.

Es sei K ein Kegelschnitt, der durch das Paar $m\mu$ von Φ geht und diese noch in sechs Punkten, die wir (K) nennen wollen, trifft. Dann geht durch (K) und irgend ein Paar $a\alpha$ von Φ noch ein Büschel von Curven

3ter Ordnung φ, denn A zusammen mit K stellt eine φ dar, welche die Gruppe $m\mu$ von Φ enthält, mithin geht durch den Restschnitt von $A.K$ mit Φ noch genau ein Büschel von Curven φ, welcher die g_2^1 ausschneidet, zu welcher Schaar die Gruppe $m\mu$ gehört.

Wir bezeichnen durch φ_{ax} die Curve des Büschels durch (K), d, $a\alpha$, welche das Paar $x\xi$ auf Φ ausschneidet.

Durch $a\alpha$ legen wir einen willkürlichen Kegelschnitt Θ_a. Dieser wird von der Curve φ_{ax} ausser in $a\alpha$ in einem variablem Quadrupel (x) geschnitten, so zwar, dass die vier Punkte (x) und $x\xi$ auf einem Kegelschnitte liegen, den wir mit Θ_x bezeichnen wollen. Es bestimmt nämlich φ_{ax} mit $X.\Theta_x$ einen Büschel von Curven 3ter Ordnung, dessen Basispunkte $a\alpha$, $x\xi$, d, (x) sind, und da $a\alpha d$ auf einer Geraden liegen, so liegen die sechs übrigen $x\xi$, (x) auf einem Kegelschnitte.

Beschreibt $x\xi$ die Curve Φ, also φ_{ax} den Büschel, so wird der Kegelschnitt Θ_x ein System durchlaufen, welches auf den Büschel φ_{ax} und also auch auf den Strahlenbüschel, den X beschreibt ein — eindeutig bezogen ist, und von dem wir zeigen werden, dass es den Index 2 besitzt. Vor Allem ist klar, dass auch K diesem System angehört und als Θ_x zu bezeichnen wäre. Aber auch Θ_a gehört zu diesem System. Das System bleibt nämlich ungeändert, wenn man zu seiner Erzeuzung an Stelle des Kegelschnittes Θ_x und des Büschels φ_x durch d, $a\alpha$, (K), den Kegelschnitt Θ_x und den Büschel φ_x durch d, $x\xi$, (K) nimmt.

Denn, sei Θ_y einer der Kegelschnitte des Systems, welcher durch $y\eta$ und das Quadrupel (y) auf Θ_a bestimmt ist, in welchem φ_{ay} den Θ_y trifft, so kann gezeigt werden, dass φ durch die vier Schnittpunkte von Θ_x und Θ_y geht. Findet diess statt, so kann Θ_y auch mit Hilfe von Θ_x und der Curve φ_{xy} erhalten werden.

Nun sind $\Theta_x.\varphi_{ay}$ und $\Theta_y.\varphi_{ax}$ zwei Curven 5ter Ordnung, deren 10 Schnittpunkte $a\alpha$, (y), (x) auf dem Kegelschnitte Θ_a liegen, mithin geht durch die 15 übrigen eine Curve 3ter Ordnung. Diese Punkte sind aber (K), d, $x\xi$, $y\eta$ und die vier Schnittpunkte von Θ_x und Θ_y, also geht die Curve φ_{xy}, welche durch (K), d, $x\xi$, $y\eta$ bestimmt ist, auch durch die Schnittpunkte von Θ_x und Θ_y.

Da nun φ_{xa} den Θ_x in dem Quadrupel (x) trifft, welches auf Θ_a liegt, denn durch dieses wurde Θ_x erhalten, so ersieht man, dass Θ_a auch zum System der Kegelschnitte gehört.

Es kann aber auch an Stelle von K irgend ein Kegelschnitt Θ_n des Systems gewählt werden, welcher das Paar $n\nu$ enthält. Legt man nämlich durch die Schnittpunkte der Curven 3ter Ordnung $A.\Theta$ und $X.\Theta_a$ den Büschel von Curven 3ter Ordnung, von dem die frühere φ_{ax} eine Curve ist, so trifft jede die Φ noch in sechs variablen Punkten, die stets auf einem Kegelschnitte des Systems liegen. Denn sei φ'_{ax} die Curve, welche in der Gruppe (K') von sechs Punkten trifft, dann geht durch (K) und $d, a\alpha$ ein Büschel von Curven φ, welche die $g_2^{(1)}$ aus Φ ausschneiden, da φ'_{ax} die Gruppe $x\xi$ der $g_2^{(1)}$ enthält.

Da nun die drei Punkte $d, a\alpha$ auf A liegen, so liegen die sechs Punkte (K) auf einem Kegelschnitte, der noch ein Paar $n\nu$ der $g_2^{(1)}$ von Φ enthält, denn A in Verbindung mit dem Kegelschnitte bildet auch eine φ, welche eine Gruppe der $g_2^{(1)}$ ausschneiden muss.

Wenn nun gezeigt wird, dass der Büschel von Curven φ'_a durch (K'), d, $a\alpha$ mit Θ_a dasselbe System Θ_x erzeugt, wie es früher construirt wurde, so ist der Kegelschnitt durch (K) offenbar ein Kegelschnitt des Systems.

Betrachten wir den Büschel von Curven φ_a durch d, $a\alpha$, (K) und der Curven φ'_a durch d, $a\alpha$, (K'), so schneiden beide die Paare der $g_2^{(1)}$ aus Φ aus, und die Büschel werden zu einander projectivisch, wenn man diejenigen Curven einander zuweist, welche dasselbe Paar $x\xi$ von Φ enthalten. Diese projectivischen Büschel φ_a und φ'_a erzeugen daher ausser Φ noch einen Kegelschnitt, der durch $a\alpha$ geht. Da nun φ_{ax} und φ'_{ax} auch entsprechende Curven sind, die sich ausserhalb Φ noch im Quadrupel (x) schneiden, so geht der Kegelschnitt durch $a\alpha$ und (x) und ist also mit Θ_x identisch. Hieraus folgt aber, dass entsprechende Curven φ_{ay} und φ'_{ay} der beiden Büschel in denselben vier Punkten (y) von Θ_y einander schneiden müssen, und dass daher die Kegelschnitte Θ_y, welche (y) mit $y\eta$ verbinden, auch durch den Büschel φ'_a erhalten werden.

Hieraus folgt, dass man die Kegelschnitte Θ_n auch erhält, wenn man durch die sechs Punkte, in denen die Curven φ des Büschels $A\Theta_x+\lambda X\Theta=0$ die Φ_n noch schneiden, stets den Kegelschnitt legt. Derselbe schneidet dann Φ noch in dem Paar $n\nu$. Durch den Punkt n geht also der Kegelschnitt Θ_n des Systems, welcher auch den Punkt ν enthält und mittels des Quadrupels (n) auf Θ_n bestimmt wird, in welchem φ_{nn} den Θ_n schneidet. Es geht aber durch n noch ein zweiter Kegelschnitt $\Theta_{n'}$ des Systems, der ein anderes Paar $n'\nu'$ enthält, und der auf die eben angegebene Art erhalten wird, indem die Curve des Büschels $A\Theta_x+\lambda X\Theta_n=0$, welche durch n geht, die Φ in einer Gruppe (K) von sechs Punkten schneidet, zu der n gehört, und welche den Kegelschnitt $\Theta_{n'}$ bestimmt.

Durch einen Punkt von Φ gehen also wenigstens zwei Kegelschnitte des Systems, nämlich Θ_n und $\Theta_{n'}$, von denen der erstere auch ν enthält, der letztere aber ein Paar $n'\nu'$ aus Φ ausschneidet, das von $n\nu$ verschieden ist.

Wir wollen nun zeigen, dass das System der Θ auch in der That blos den Index 2 besitzt.

Die Kegelschnitte Θ hüllen eine Enveloppe ein, und zwar wird ein Kegelschnitt Θ_n von dem benachbarten Θ'_n in einem Quadrupel $[a]$ getroffen, in welchem Θ_n die Enveloppe berührt. Wir haben aber gezeigt, dass die Curve φ_{ax} welche das Paar $x\xi$ aus Φ ausschneidet, Θ_a in dem Quadrupel (x) trifft, welches mit $x\xi$ den Θ_x bestimmt. Die Curve φ_{aa} des Büschels, welche also Φ in $a\alpha$ berührt, trifft mithin Θ_a in dem erwähnten Quadrupel $[a]$. Man erhält daher die Quadrupel $[x]$ auf der Enveloppe des Systems der Θ_x, wenn man Θ_x mit der Curve φ_{xx} schneidet, die durch die Gruppe (K) und d geht und Φ in $x\xi$ berührt. Offenbar erhält man dieselben Quadrupel, wenn man an Stelle von φ_{xx} die Curven φ'_{xx} benützt, welche durch (K') und d gehen und Φ in $x\xi$ berühren. Da sich nun die Curven φ'_{xx} und φ_{xx} ausser in d und $x\xi$ nur noch in dem Quadrupel $[x]$ treffen, so kann man diese Quadrupel auf der Enveloppe und mithin die Enveloppe selbst dadurch erhalten, dass man $x\xi$ die Curve Φ durchlaufen lässt und den Ort der vier noch fehlenden Schnittpunkte der Curven φ_{xx} und φ'_{xx} bestimmt.

Zu diesem Behufe wollen wir zeigen, dass die Curven φ_{xx}, welche durch die 7 Punkt (K) und d gehen und Φ in $x\xi$ berühren, ein System vom Index 2 bilden. Das lineare Netz der Curven φ, welche durch d und (K) gehen, schneidet Φ in Gruppen von vier Punkten, die stets Paare $x\xi$, $y\eta$ von $g_2^{(1)}$ sind. Denn wir sahen, dass durch $a\alpha$ ein Büschel dieser Curven geht, welcher die g_2^1 aus Φ ausschneidet, also geht durch $x\xi$ eine bestimmte dieses Büschels. Dann geht aber durch $x\xi$, (K) und d wieder ein Büschel von Curven φ, welcher die $g_2^{(1)}$ ausschneidet, da eine φ das Paar $a\alpha$ enthält, also geht eine bestimmte durch $y\eta$. Durch (K) d, x, y ist aber stets eine und nur eine φ bestimmt. Denn würde ein Büschel durch diese Punkte hindurch gehen, so würde derselbe auf Φ eine $g_2^{(1)}$ ausschneiden, die von der durch die Strahlen von d bestimmten verschieden wäre, was unmöglich ist. Legt man also durch x, y die Curve des linearen Netzes, so geht sie auch durch ξ und η.

Sei nun t ein willkürlicher Punkt der Ebene, so geht durch denselben ein Büschel von Curven φ. Dieselben schneiden Φ in den Paaren $a\alpha$, $b\beta$ auf den Strahlen A, B von d, und diese Strahlenpaare bilden eine quadratische Involution. Denn seien φ_{ab}, $\varphi_{a'b'}$ zwei Curven des Büschels durch t, welche die Paare auf den Strahlen AB, $A'B'$ aus Φ ausschneiden, so bestimme man durch die zwei Strahlenpaare AB, $A'B'$ eine quadratische Strahleninvolution und beziehe ihre Paare projectivisch auf die Curven φ des Büschels durch t; so dass den Paaren AB, $A'B'$ die Curven φ_{ab}, $\varphi_{a'b'}$, entsprechen. Als drittes Paar entsprechender Curven ordne man dem Strahl dt die in diese Gerade und den Kegelschnitt K, durch (K') zerfallende Curve 3ter Ordnung zu. Die Strahleninvolution und der zu ihr projectivische Büschel von Curven 3ter Ordnung erzeugen zusammen eine Curve 5ter Ordnung, die den Strahl dt als Theil enthält. Der Rest, eine Curve 4ter Ordnung, hat in d noch einen Doppelpunkt, geht durch (K) sowie $a\alpha$, $b\beta$, $a'\alpha'$, $b'\beta'$ auf Φ und muss daher mit Φ identisch sein. Die Involution, welche durch die zwei Paare AB, $A'B'$ bestimmt ist, hat nun zwei Doppelstrahlen und diese schneiden Φ je in einem Paare, in welchem je eine Curve des Büschels die Φ berührt.

Durch t gehen mithin zwei Curven φ, welche Φ in je einem Paar der $g_2^{(1)}$ berühren.

Die Curven φ_{xx} sowie φ'_{xx}, welche durch (K), resp. (K') und d gehen und Φ in $x\xi$ berühren, bilden daher ein System vom Index 2, und sind durch die Paare $x\xi$ von Φ beide Systeme auf einander ein-eindeutig bezogen. Ihr Erzeugniss ist mithin von der $2.3+2.3=12^{\text{ten}}$ Ordnung. Zu diesem Erzeugnisse zählt Φ doppelt, also ist der Rest eine Curve 4ter Ordnung $\mathfrak{K}_4$. Da wir nun sahen, dass der Ort der Schnittpunkte der Curven φ^{xx} und φ'^{xx}, die nicht auf Φ liegen, die Enveloppe des Systems der Kegelschnitte Θ ist, so ersehen wir, dass die Enveloppe des Systems der Θ eine Curve 4ter Ordnung $\mathfrak{K}_4$ ist, und dass mithin der Index des Systems der Kegelschnitte 2 sein muss. Hiemit ist die im Eingange aufgestellte Behauptung erwiesen.

Um dieses System der Θ und damit auch $\mathfrak{K}_4$ zu bestimmen, hatten wir die Wahl zweier Kegelschnitte Θ_a, Θ_m freigestellt, nur mussten diese durch je ein Paar $a\alpha$, resp. $m\mu$ von Φ gehen. Die Kegelschnitte können hiebei auch als zerfallende angenommen werden, nur nicht so, dass eine von den Geraden das Paar $a\alpha$, resp. $m\mu$ trägt, da wir voraussetzten, dass Θ_a, Θ_m nicht durch d gehen sollen.

3. Die Enveloppe $\mathfrak{K}_4$ des Systems der Kegelschnitte Θ berührt Φ in allen Punkten, in denen sie dieser Curve begegnet.

Denn sei s ein Punkt von $\mathfrak{K}_4$, der auf Φ liegt, so wird die Curve φ_{ss}, welche Φ in s berührt, den Kegelschnitt Θ_s ausser in $s\sigma$ noch in dem Quadrupel $[s]$ treffen, das auf $\mathfrak{K}_4$ liegt. Da aber ein Punkt von $\mathfrak{K}_4$ also von $[s]$, in den Punkt s fällt, so muss φ_{ss} den Kegelschnitt Θ_s in s berühren, also auch $\mathfrak{K}_4$, da Θ_s und $\mathfrak{K}_4$ einander in $[s]$ berühren.

Die Kegelschnitte in Θ_a bilden ein System vierfach berührender Kegelschnitte von $\mathfrak{K}_4$.

Die acht Berührungspunkte von $\mathfrak{K}_4$ auf Φ bilden die Basispunkte eines Curvenbüschels 3ter Ordnung, dessen 9ter Punkt d ist, und dessen Curven daher aus Φ die Paare $a\alpha$ ausscheiden, während sie $\mathfrak{K}_4$ in den Gruppen $[a]$ treffen, welche mit $a\alpha$ auf dem Kegelschnitte Θ_a liegen, der $\mathfrak{K}_4$ in $[a]$ berührt.

Denn aus den Gleichungen (3) und (4) folgt

$$A^2\mathfrak{K}_4+\Theta_a\Phi\equiv|\Theta_a B+AH|^2, \tag{5}$$

d. h. die Curve dritter Ordnung

$$\Theta_a B+AH=0 \tag{6}$$

geht durch die acht Berührungspunkte von $\mathfrak{K}_4$ und Φ. Sie geht aber auch durch d und das Paar $a\alpha$ auf $A=0$ und $\Theta_a=0$. Hieraus folgt aber, dass durch die acht Berührungspunkte von $\mathfrak{K}_4$ auf Φ ein Büschel von Curven dritter Ordnung geht, die d enthalten und aus Φ die $g_2^{(4)}$ ausschneiden, da die Curve (6) eine Gruppe der Schaar enthält. Denkt man also A variabel und den Büschel durch d beschreibend, so wird die Curve 3ter Ordnung (6) auch den Curvenbüschel beschreiben und Θ_a aus (5) das System der Kegelschnitte, welches aus Φ die Paare auf A und aus $\mathfrak{K}_4$ die Quadrupel $[a]$ ausschneidet. Die Identität (5) zeigt auch, dass $\mathfrak{K}_4$ in den Schnittpunkten mit Θ_a von diesem berührt wird, und dass dieses Quadrupel aus $\mathfrak{K}_4$ durch die zugehörige Curve 3ter Ordnung (6) ausgeschnitten wird.

4. Denkt man sich durch die acht Punkte, in denen $\mathfrak{K}_4$ und Φ einander berühren, den Büschel von Curven 4ter Ordnung gelegt, dessen Curven sich alle in den acht Punkten berühren, so wird jede Curve C_4 dieses Büschels von den Curven 3ter Ordnung durch die acht Punkte in einer Schaar von Quadrupeln geschnitten, in denen je ein Kegelschnitt die C_4 berührt. Unter diesen Curven C_4 tritt dann auch unsere Curve Φ mit dem Doppelpunkt in d, der Basispunkt des Curvenbüschels 3ter Ordnung ist, auf. Diese Curve Φ wird von dem Büschel 3ter Ordnung ausser in d nur in Paaren $a\alpha$ geschnitten und das System der vierfach berührenden Kegelschnitte übergeht für diese in die doppeltgezählten Graden durch d, welche die Paare $a\alpha$ tragen.

Hat man irgend zwei Curven 4ter Ordnung C_4, C_4', die sich in acht Punkten berühren, so zwar, dass durch die acht Punkte kein Kegelschnitt geht, so wird jede Curve des Büschels 4ter Ordnung $C_4+\lambda C_4'=0$ von den Curven 3ter Ordnung durch die acht Punkte in Quadrupeln geschnitten, in welchen vierfach berührende Kegelschnitte an die Curve 4ter Ordnung möglich sind. Durch den 9ten Basispunkt d' des Curvenbüschels

3ter Ordnung geht eine Curve 4ter Ordnung $\Phi' \equiv C_4 + \lambda' C_4' = 0$, welche in d' einen Doppelpunkt besitzt. Denn der Curvenbüschel 3ter Ordnung schneidet eine Curve 4ter Ordnung des Büschels z. B. C_4, wie eben erwähnt, in Quadrupeln und sei der Kegelschnitt, welcher C_4 in einem solchen Quadrupel berührt, Θ'. Dann bilden die Θ' ein System von Kegelschnitten vom Index 2, das ein — eindeutig auf den Curvenbüschel 3ter Ordnung bezogen ist, durch die Quadrupel auf C_4. Beide Curvensysteme erzeugen daher ausser C_4 noch eine Curve 4ter Ordnung, die in d', welcher Punkt nicht auf C_4 liegt, einen Doppelpunkt besitzen muss. Diese muss mit Φ' identisch sein, da sie C_4 in den acht Basispunkten des Curvenbüschels 3ter Ordnung berührt, wie man aus der Erzeugung leicht ersieht.

5. Hat man nun umgekehrt irgend eine Curve 4ter Ordnung C_4, welche Φ in acht Punkten berührt, durch die ein Büschel von Curven 3ter Ordnung geht, dessen Curven nicht alle zerfallen (indem die acht Punkte nicht auf einem Kegelschnitte liegen sollen), so schneidet der Büschel von Curven 3ter Ordnung, die Curve Φ in Quadrupeln, in denen vierfach berührende Kegelschnitte möglich sind. Gehört d nicht zu den Basispunkten des Büschels, so werden die Curven des Büschels 3ter Ordnung in vier variablen Punkten die Φ schneiden, in denen stets ein berührender Kegelschnitt an Φ möglich ist.

Liegt aber d auf allen Curven φ des Büschels 3ter Ordnung, dann schneiden die Curven φ auf Φ die $g_2^{(4)}$ aus, und wir wollen zeigen, dass die vier Punkte $[a]$, in denen φ_a noch die Curve C_4 trifft, welche Φ in den acht Punkten berührt, mit dem Paar $a\alpha$, welches sie auf Φ ausschneidet, auf einem Kegelschnitte Θ_a liegen, der C_4 in dem Quadrupel $[a]$ berührt.

Dieser Satz folgt zwar direct aus dem sub **4.** bewiesenen Satze, soll aber hier noch auf einem anderen Wege bewiesen werden.

In dem Büschel von Curven 6ter Ordnung

$$[\varphi_a]^2 + \lambda A^2 C_4 = 0$$

ist nämlich die Curve Φ enthalten, also muss für $\lambda = \lambda'$ die Identität

$$[\varphi_a]^2 + \lambda' A^2 C_4 = \Phi . \Theta$$

bestehen, wo $\Theta = 0$ ein Kegelschnitt ist, der C_4 in den vier Schnittpunkten von φ_a berührt und durch die Punkte $a\alpha$ geht, in denen A die φ_a trifft, die auch auf Φ liegen.

Es möge bemerkt werden, dass nicht vorausgesetzt wurde, dass C_4 irreducibel sei, sondern dass alle Betrachtungen auch für beliebig reducible Curven C_4 gelten, die Φ in acht Punkten berühren, sobald nur diese Punkte nicht auf einem Kegelschnitte liegen, also C_4 keinen doppelt gezählten Bestandtheil enthält.

6. Aus dem Voranstehendem folgt noch: Hat man acht Punkte auf Φ so bestimmt, dass als 9ter Basispunkt für den Büschel von Curven 3ter Ordnung der Doppelpunkt d hinzutritt, so sind die acht Punkte Berührungspunkte eines Büschels von Curven 4ter Ordnung und irgend eine C_4 desselben kann dazu dienen, ein System Θ von Kegelschnitten zu bestimmen, welches C_4 vierfach berührt und aus Φ die $g_2^{(4)}$ ausschneidet.

Denn sei φ_a die Curve des Büschels 3ter Ordnung, welche durch das Paar $a\alpha$ geht, dann schneidet $[\varphi_a]^2 = 0$ die $\Phi = 0$ in dem vollständigem Schnittpunktesystem einer Curve 6ter Ordnung. Da nun $[A]^2 = 0$ durch die Punkte a, α, d geht, so liegen die 16 in den acht Punkten vereinigten Schnittpunkte auf einer Curve 4ter Ordnung C_4, oder durch die acht Punkte geht eine die Φ daselbst berührende Curve 4ter Ordnung. Diese kann wie in **5.** gezeigt wurde, zur Construction des Systems der Θ benützt werden.

Von den acht Punkten des obigen Satzes kann man sechs willkürlich, nur nicht auf einem Kegelschnitte, auf Φ annehmen. Denn legt man durch d, $a\alpha$ und sechs willkürliche Punkte von Φ die Curve φ der 3ten Ordnung, so schneidet sie Φ noch in zwei Punkten, die mit den sechs angenommenen zusammen die Basis eines Curvenbüschels 3ter Ordnung bilden, welcher aus Φ die $g_2^{(4)}$ ausschneidet.

7. Nimmt man zur Erzeugung einer Curve 4ter Ordnung Φ als System von Kegelschnitten speciell eine Kegelschnittsschaar, mit den vier festen Tangenten D_1, D_2, D_3, D_4, indem man die Kegelschnitte dieser Schaar

projectivisch auf die Strahlen eines Büschels bezieht, so sind die Geraden D_i Doppeltangenten von Φ. Durch die acht Berührungspunkte derselben geht nach Früherem ein Büschel von Curven 3ter Ordnung φ, welche alle den Doppelpunkt d von Φ enthalten. Die Curve φ_α, welche Φ in dem Paare $a\alpha$ schneidet, trifft D_i in den Punkten a_i, so dass die sechs Punkte $a, \alpha, a_1, a_2, a_3, a_4$ auf einem Kegelschnitte der Schaar liegen, der also in a_i die Gerade D_i berührt.

Ist d_{ik} der Schnittpunkt der Geraden $D_i D_k$, so treten unter den Kegelschnitten des Systems auch die drei doppeltgezählten Geraden $d_{12}.d_{34}$, $d_{13}.d_{24}$, $d_{14}.d_{23}$ auf. Sie mögen die ihnen entsprechenden Strahlen T_1, T_2, T_3 des Büschels vom Scheitel d in t_1, t_2, t_3 treffen, dann müssen T_1, T_2, T_3 Tangenten von Φ in t_1, t_2, t_3 sein.

Die Curve 3ter Ordnung φ_1 des erwähnten Büschels, welche durch t_1 geht, berührt Φ daselbst und muss durch die Punkte d_{12}, d_{34} gehen, da sie in den vier Berührungspunkten des zerfallenden Kegelschnittes der Schaar die Tangenten D_i treffen muss.

Bezeichnen wir die Geraden $d_{12}.d_{34}$, $d_{13}.d_{24}$, $d_{14}.d_{23}$ der Reihe nach mit τ_1, τ_2, τ_3 und legen wir das Dreieck, welches diese bilden, als Coordinaten-Dreieck zu Grunde, so können wir die Gleichungen der vier Tangenten in der Form:

$$\begin{aligned} D_1 &= \tau_1+\tau_2+\tau_3 = 0 \\ D_2 &= \tau_1-\tau_2-\tau_3 = 0 \\ D_3 &= \tau_1-\tau_2+\tau_3 = 0 \\ D_4 &= \tau_1+\tau_2-\tau_3 = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

annehmen. Die Gleichung der Schaar wird dann

$$\tau_1^2+(\tau_1^2+\tau_2^2-\tau_3^2)\lambda+\tau_2^2\lambda^2 = 0, \tag{8}$$

indem die Enveloppe der Kegelschnitte dieses Systems die Gleichung

$$(\tau_1^2+\tau_2^2-\tau_3^2)^2-4\tau_1^2\tau_2^2 \quad D_1 D_2 D_3 D_4 = 0 \tag{9}$$

hat, dieselbe also aus den vier Geraden (7) besteht.

Setzt man nun

$$\begin{aligned} T_1 &= a_1\tau_1+a_2\tau_2+a_3\tau_3 \\ T_2 &= b_1\tau_1+b_2\tau_2+b_3\tau_3 \end{aligned} \tag{10}$$

und bezieht den Strahlenbüschel

$$T_1-\lambda T_2 = 0 \tag{11}$$

durch λ eindeutig auf die Schaar (8), so erzeugen dieselben die Curve 4ter Ordnung, deren Gleichung

$$\Phi \quad \tau_1^2 T_2^2+(\tau_1^2+\tau_2^2-\tau_3^2)\, T_1 T_2+\tau_2^2 T_1^2 = 0 \tag{12}$$

ist, die in dem Scheitel des Büschels (11) einen Doppelpunkt hat, und deren zwei Tangenten aus demselben die Geraden $T_1=0$, $T_2=0$ sind. Eine dritte Tangente ist die Gerade $-T_3 \equiv T_1+T_2=0$ und ihr Berührungspunkt ist der Schnittpunkt mit $\tau_3=0$, d. h. der Punkt t_3 von Φ.

Die noch fehlenden drei Tangenten von dem Doppelpunkte an Φ ergeben sich aus der Bedingung, dass der Kegelschnitt (8) die Gerade (11) berühren soll.

Die Bedingung ist in λ vom 6ten Grade i. A., wird aber, da hier $\lambda=\infty$ eine Wurzel werden muss, indem derselben die doppelt gezählte Gerade $\tau_2=0$ entspricht, welche jede Gerade der Ebene berührt, blos vom 5ten Grade. In der That ergibt sich die Gleichung

$$\begin{vmatrix} 1+\lambda & 0 & 0 & a_1-\lambda b_1 \\ 0 & \lambda(1+\lambda) & 0 & a_2-\lambda b_2 \\ 0 & 0 & -\lambda & a_3-\lambda b_3 \\ a_1-\lambda b_1 & a_2-\lambda b_2 & a_1-\lambda b_3 & 0 \end{vmatrix} = \lambda(1+\lambda)\,[(a_3-\lambda b_3)^2(1+\lambda)-(a_2-\lambda b_2)^2-(a_1-\lambda b_1)^2] = 0, \tag{13}$$

welche in λ vom 5ten Grade ist und die zwei Wurzeln $\lambda=0$, $\lambda=-1$ besitzt, für welche der Kegelschnitt (8) in die doppelt gezählten Geraden $\tau_1=0$, resp. $\tau_3=0$ zerfällt; die drei übrigen Wurzeln hängen von den a_i und b_i ab.

Beachtet man, dass $T_3+T_1+T_2=0$ ist, so ersieht man, dass die Gleichung der Curve Φ noch in folgenden zwei Formen geschrieben werden kann:

$$\Phi_{13} \equiv \tau_1^2 T_3^2 + (\tau_1^2+\tau_3^2-\tau_2^2)\, T_1 T_3 + \tau_3^2 T_1^2 = 0 \qquad (12a)$$

$$\Phi_{23} \equiv \tau_2^2 T_3^2 + (\tau_2^2+\tau_3^2-\tau_1^2)\, T_2 T_3 + \tau_3^2 T_2^2 = 0. \qquad (12b)$$

Wie in **3.** allgemein gezeigt wurde, ergibt sich die Curve 3ter Ordnung, welche durch die acht Berührungspunkte der vier Doppeltangenten, sowie durch d und t_1 resp. t_2 geht aus den sich hier direct einfach ergebenden Identitäten:

$$\begin{aligned} {}^1\!/_4 T_1^2 . D_1 D_2 D_3 D_4 + \tau_1^2 \Phi &\equiv |{}^1\!/_2 T_1(\tau_1^2+\tau_2^2-\tau_3^2) + \tau_1^2 T_2|^2. \\ {}^1\!/_4 T_2^2 . D_1 D_2 D_3 D_4 + \tau_2^2 \Phi &\equiv |{}^1\!/_2 T_2(\tau_1^2+\tau_2^2-\tau_3^2) + \tau_2^2 T_1|^2. \end{aligned} \qquad (14)$$

Setzt man

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= {}^1\!/_2 T_1(\tau_1^2+\tau_2^2-\tau_3^2) + \tau_1^2 T_2 \\ \varphi_2 &= {}^1\!/_2 T_2(\tau_1^2+\tau_2^2-\tau_3^2) + \tau_2^2 T_1 , \end{aligned} \qquad (15)$$

so ersieht man, dass der Strahlenbüschel (11) auch mit dem Curvenbüschel 3ter Ordnung

$$\varphi_1+\lambda\varphi_2 \equiv {}^1\!/_2(\tau_1^2+\tau_2^2-\tau_3^2)(T_1+\lambda T_2) + 2(\tau_1^2 T_2+\lambda\tau_2^2 T_1) = 0 \qquad (16)$$

welcher durch λ auf den ersteren projectivisch bezogen ist, die Curve Φ erzeugen.

Die Berührungspunkte der Curve Φ auf den Doppeltangenten können durch Kegelschnitte ausgeschnitten werden, die durch den Doppelpunkt und zwei der Punkte t_1, t_2, t_3 gehen. Die Gleichungen dieser Kegelschnitte ergeben sich einfach aus (12), und zwar liegen die Berührungspunkte

$$\begin{array}{llll} \text{von } D_1=0 \text{ auf den Kegelschnitten} & K_{12}\equiv\tau_1 T_2-\tau_2 T_1=0, & K'_{13}\equiv\tau_3 T_1-\tau_1 T_3=0, & K_{23}\equiv\tau_2 T_3-\tau_3 T_2=0 \\ \text{„ } D_2=0 \text{ „ „ „} & K'_{12}\equiv\tau_1 T_2+\tau_2 T_1=0, & K_{13}\equiv\tau_3 T_1+\tau_1 T_3=0, & K_{23}\equiv\tau_2 T_3-\tau_3 T_2=0 \\ \text{„ } D_3=0 \text{ „ „ „} & K'_{12}\equiv\tau_1 T_2+\tau_2 T_1=0, & K'_{13}\equiv\tau_3 T_1-\tau_1 T_3=0, & K'_{23}\equiv\tau_2 T_3+\tau_3 T_2=0 \\ \text{„ } D_4=0 \text{ „ „ „} & K_{12}\equiv\tau_1 T_2-\tau_2 T_1=0, & K_{13}\equiv\tau_3 T_1+\tau_1 T_3=0, & K'_{23}\equiv\tau_2 T_3+\tau_3 T_2=0, \end{array} \qquad (17)$$

wie man leicht erkennt. Denn z. B. für $D_1=0$ also $-\tau_3=\tau_1+\tau_2$ wird $\Phi\equiv(\tau_1 T_2-\tau_2 T_1)^2$ aus (12) sich ergeben.

Man ersieht hieraus, dass die vier Berührungspunkte je zweier Doppeltangenten auf einem der Kegelschnitte liegen, der durch d und zwei der Punkte t_1, t_2, t_3 geht.

8. Wir haben in **2.**, S. 6 gezeigt, dass, wenn man durch zwei Paare $a\alpha, b\beta$ von Φ eine adjungirte Curve φ der 3ten Ordnung legt, dieselbe Φ noch in sechs Punkten trifft, durch welche ein Netz adjungirter Curven φ geht, von dessen Elementen jedes Φ in zwei Paaren trifft, und in welchem jeder Büschel solche Gruppen aus Φ ausschneidet, die aus dem Doppelpunkt d durch eine quadratische Involution projicirt werden.

Legen wir nun durch die Paare $a\alpha$, $b\beta$ auf den Strahlen A, B einen Kegelschnitt Θ, der Φ noch in vier Punkten trifft, so wird der Büschel von Kegelschnitten durch diese vier Punkte aus Φ Punktgruppen ausschneiden, die aus d durch eine quadratische Involution projicirt werden, welche auf die Kegelschnitte des Büschels projectivisch bezogen ist, durch die Punkte von Φ. Denn Θ wird durch irgend eine durch d gehende Gerade T zu einer φ ergänzt und der Büschel von Curven φ, der durch einen beliebigen Punkt von T bestimmt wird, besteht aus dem Kegelschnittsbüschel, der eben erwähnt wurde und aus T.

Wir denken uns die Involution im Doppelpunkt d bestimmt, durch die Paare A, B und das Strahlenpaar $A+B\sqrt{-1}=0$ und $A-B\sqrt{-1}=0$, so dass wir als Gleichung der Involution

$$(A^2+B^2)\mu+2AB=0 \qquad (18)$$

ansetzen können. Ferner wollen wir voraussetzen, dass der Kegelschnitt $H=0$ durch die Paare geht, welche $A^2+B^2=0$ aus Φ ausschneidet, dann wird der auf die Involution (18) projectivisch bezogene Kegelschnittsbüschel die Gleichung

$$\varrho H-\Theta=0 \tag{19}$$

haben, und durch Elimination von ϱ ergibt sich

$$\Phi\equiv A^2+B^2\Theta+2HAB=0 \tag{20}$$

als Gleichung der Curve 4ter Ordnung. Das System der Kegelschnitte, welches mit dem Strahlenbüschel $A-\lambda B=0$ diese Curve Φ erzeugt, hat die Gleichung

$$\Theta(1+\lambda^2)+2H\lambda=0$$

und die Curve 4ter Ordnung $\mathfrak{K}_4$, welche das System einhüllt, besteht aus zwei Kegelschnitten des Büschels (19), da

$$\mathfrak{K}_4\equiv H^2-\Theta^2\equiv(H-\Theta)(H+\Theta)$$

wird.

Wir nehmen statt des willkürlichen Kegelschnittes Θ die doppelt gezählte Gerade T_{12}, welche die Punkte t_1, t_2 mit einander verbindet, deren Tangenten T_1, T_2 durch d gehen. Die Gerade T_{12} schneidet ausser in den zwei zusammenfallenden Paaren t_1, t_2 die Φ noch in den Punkten a_1, a_2 und der Büschel (19) wird die Φ in diesen Punkten berühren. Seine Gleichung wird

$$\varrho H-T_{12}^2=0 \tag{21}$$

sein. Die Involution (18) übergeht in

$$(T_1^2+T_2^2)\varrho+2T_1T_2=0 \tag{22}$$

und die Gleichung der Curve 4ter Ordnung wird

$$\Phi\equiv(T_1^2+T_2^2)T_{12}^2+2HT_1T_2=0. \tag{23}$$

Dieselbe wird auch erzeugt durch den Strahlenbüschel

$$T_1-\lambda T_2=0$$

und das System der Kegelschnitte

$$T_{12}^2(1+\lambda^2)+2H\lambda=0, \tag{24}$$

welches als Enveloppe die beiden Kegelschnitte

$$H-T_{12}^2=0 \qquad H+T_{12}^2=0$$

besitzt, die Φ ausser in a_1, a_2 noch in den Schnittpunkten von Φ mit $T_1+T_2=0$, resp. $T_1-T_2=0$ berühren. Wir wollen diese Geraden mit $\mathfrak{T}_{12}$ und $\mathfrak{T}'_{12}$ bezeichnen und die Punkte auf denselben mit $t\tau$, resp. $t'\tau'$.

9. Die Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte besitzt 13 Constanten, indem das Auftreten eines Doppelpunktes eine Bedingung involvirt. Diese Constanten treten in die Coëfficienten der Gleichung der Curve ein. Denkt man sich die Curvengleichung auf ein anderes Coordinatensystem transformirt, so kann man durch die acht eingeführten Transformationsconstanten acht Constanten der Curve willkürliche Werthe (innerhalb gewisser Grenzen) geben und es bleiben dann nur fünf Constanten übrig, deren Zahl durch lineare Transformation nicht verringert werden kann, und von denen die Curve wesentlich abhängt.

Die Gleichungen (12) und (23) sind kanonische Formen für die Curve 4ter Ordnung, indem sie blos von fünf wesentlichen Constanten abhängen.

Denn legt man als Coordinaten-Dreieck in (12) das zu Grunde, dessen Seiten $\tau_1=0$, $\tau_2=0$, $\tau_3=0$ sind, so enthält (12) nur fünf wesentliche Constanten, nämlich die Verhältnisse der sechs Grössen a_i, b_i aus (10).

Eine vorgelegte Gleichung einer Curve 4ter Ordnung kann auf 80 wesentlich verschiedene Arten auf eine solche kanonische Form gebracht werden, wobei die drei Formen 12, 12*a*, 12*b* als nicht wesentlich verschie-

dene anzusehen sind, wie wir später bei der Untersuchung über die Systeme der Doppeltangenten zeigen werden (vergl. III, sub **25.**, S. 140).

Für die Gleichung (23) nehmen wir das aus $T_1=0$, $T_2=0$, $T_{12}=0$ gebildete Dreieck als Coordinaten-Dreieck. Dasselbe besteht daher aus zwei Tangenten aus dem Doppelpunkte von Φ und der Berührungssehne derselben.

Es treten in (23) nur die sechs Coëfficienten in H auf, welches eine quadratische Function von T_1, T_2, T_{12} wird. Man kann dann in Φ statt T_{12} auch $c.T_{12}$ einführen und c so wählen, dass ein Coëfficient in H einen beliebigen Werth erhält, so dass in (23) also eigentlich nur fünf wesentliche Constanten auftreten.

Da es sechs Tangenten von d an Φ gibt, sobald in d kein Zweig einen Wendepunkt besitzt, was wir vorraussetzen wollen, so kann die Gleichung von Φ auf $^1/_2.6.5=15$ wesentlich verschiedene Arten auf die Form (23) gebracht werden. **Oder es gibt 15 kanonische Gleichungs-Formen von der Art (23).**

II. Die vierfach berührenden Kegelschnitte der Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte.

10. Wir haben in **4.**, S. 7 gesehen, dass durch acht Berührungspunkte einer Curve C_4 mit Φ ein Büschel von Curven 3ter Ordnung geht, welcher auf Φ Quadrupel ausschneidet, in denen ein die Φ berührender Kegelschnitt möglich ist. Fallen von diesen Quadrupeln stets zwei Punkte in den Doppelpunkt, d. h. hat der Büschel der Curven 3ter Ordnung den Doppelpunkt d zum neunten Punkt, dann ist der Strahlenbüschel durch d das System der vierfach berührenden Kegelschnitte, indem jeder Strahl desselben doppelt gezählt einen solchen Kegelschnitt vorstellt.

Wir wollen nun voraussetzen, dass der Büschel von Curven 3ter Ordnung durch die acht Berührungspunkte von C_4 auf Φ nicht d zum 9ten Punkt besitzt, dass also die Curven C_3 des Büschels die Φ in vier variablen Punkten treffen. Dann ist offenbar jedes Quadrupel von Punkten $[\mathfrak{R}]$ so beschaffen, dass ein Kegelschnitt $\mathfrak{R}$ in demselben die Φ berührt, und je zwei Quadrupel $[\mathfrak{R}]$ und $[\mathfrak{R}']$ liegen auf einem Kegelschnitte K.

Denn wird $[\mathfrak{R}]$ von C_3, $[\mathfrak{R}']$ von C_3' ausgeschnitten, so geht durch 16 Schnittpunkte der Curve 6ter Ordnung $C_3.C_3'$ mit Φ die Curve 4ter Ordnung C_4, also liegen die acht letzten nämlich $[\mathfrak{R}]$ und $[\mathfrak{R}']$ auf einem Kegelschnitte.

Es sei nun φ die Curve 3ter Ordnung des obigen Büschels, die durch den Doppelpunkt d von Φ geht. Sie schneidet Φ noch in zwei Punkten, die nicht auf einer Geraden mit d liegen können. Denn würde dieses eintreten, so ginge durch die acht Schnittpunkte von φ mit Φ und d ein Büschel von Curven 3ter Ordnung, während wir gerade voraussetzten, dass der 9ter Punkt zu den acht angenommenen nicht d sei.

Sind die Schnittpunkte von φ mit Φ, daher t_1 und t_2, so bestimmen $\overline{dt_1}$ und $\overline{dt_2}$ zwei Strahlen T_1, T_2 von d, die Φ in t_1 und t_2 berühren müssen. Jede Gruppe $[\mathfrak{R}]$, die von der Curve C_3 des Büschels auf Φ ausgeschnitten wird, liegt mit d, t_1, t_2 auf einem Kegelschnitte K, welcher φ in d berührt.

Denn C_4 geht durch die Schnittpunkte von $C_3.\varphi$ mit Φ, also besteht die Identität, wenn K und M gewisse quadratische Functionen der Coordinaten sind

$$K.C_4 \equiv \varphi.C_3 - M.\Phi, \tag{1}$$

wobei also $M=0$ derjenige Kegelschnitt ist, welcher die acht Punkte enthält, in denen C_4 von φ und C_3 geschnitten wird. Es ist ferner $K=0$ der Kegelschnitt, welcher durch das Quadrupel $[\mathfrak{R}]$ geht, in dem C_3 die Φ schneidet und überdies durch die Punkte t_1, t_2, in welchen φ die Φ trifft. Es enthält K auch den Doppelpunkt d von Φ, und da C_4 und C_3 nicht durch ihn hindurchgehen, muss K die Curve φ in d berühren, denn $K.C_4=0$ schneidet in d die Curve $\varphi=0$ genau so wie $M.\Phi=0$ d. h da i. A. M nicht durch d geht, so wie $\Phi=0$. Da nun $\Phi=0$ die $\varphi=0$ in d in zwei Punkten trifft, so muss dies auch $K=0$ thun, denn C_4 geht nicht durch d.

C_3 war nun eine willkürliche Curve des Büschels. Lässt man dieselbe mit φ zusammenfallen, so ergibt sich die Identität.

$$K'.C_4 \equiv \varphi^2 - M'\Phi$$

und aus dieser folgt, dass K' in d einen Doppelpunkt haben muss, indem jede Curve des Büschels 6ter Ordnung $\varphi^2 - \lambda M'\Phi = 0$ in d einen Doppelpunkt besitzt. Es muss also $K' \equiv T_1 T_2$ sein d. h. in das Product zweier linearer Factoren zerfallen. Dann folgt aber aus

$$T_1 . T_2 . C_4 \equiv \varphi^2 - M'\Phi, \tag{2}$$

dass sowohl $T_1 = 0$ als $T_2 = 0$ die Curve $\Phi = 0$ in ihren Schnittpunkten mit $\varphi = 0$ berühren, d. h. T_1 und T_2 sind Tangenten von Φ in t_1 und t_2.

11. Multiplicirt man die Identität (1) mit λ und subtrahirt sie von (2) so erhält man die Identität

$$[T_1 . T_2 - \lambda K] C_4 \equiv [\varphi - \lambda C_3][\varphi + \lambda C_3] - [M' - \lambda M]\Phi, \tag{3}$$

aus derselben folgt, dass der Kegelschnittsbüschel

$$T_1 T_2 - \lambda K = 0 \tag{4}$$

aus $\Phi = 0$ dieselben Quadrupel $[\mathfrak{R}]$ ausschneidet, wie der Curvenbüschel 3ter Ordnung

$$\varphi - \lambda C_3 = 0, \tag{5}$$

d. h. der Büschel von Kegelschnitten durch d, t_1, t_2, welcher in d eine feste Tangente $\mathfrak{T}_{12}$ besitzt, die auch die Curve φ berührt, schneidet aus Φ ein System von Quadrupeln $[\mathfrak{R}]$ aus. Wir wollen in der Folge durch $[\mathfrak{R}]$ stets ein solches Quadrupel von Punkten bezeichnen, in welchem ein die Φ berührender Kegelschnitt möglich ist.

Unter den Kegelschnitten (4) befindet sich auch einer, der in die feste Tangente $\mathfrak{T}_{12}$ und die Gerade T_{12} zerfällt, welche die Punkte t_1, t_2 trägt. Die T_{12} schneidet Φ noch in den Punkten a_1, a_2, die $\mathfrak{T}_{12}$ in dem Paare $t\tau$, so dass a_1, a_2, t, τ ein Quadrupel $[\mathfrak{R}]$ bilden, das mit dem in **8.** gefundenen identisch sein muss.

Nun haben wir in **8.** gesehen, dass durch die Punkte a_1, a_2 auf T_{12} zwei Kegelschnitte gehen, welche Φ in a_1, a_2 und in dem Paare t, τ, resp. t', τ' berühren. Es bilden also a_1, a_2, t, τ und a_1, a_2, t', τ' je ein Quadrupel $[\mathfrak{R}]$, resp. $[\mathfrak{R}']$ und es lässt sich zeigen, dass alle Kegelschnitte des Büschels durch t_1, t_2, d, welche entweder $\mathfrak{T}_{12}$ oder $\mathfrak{T}'_{12}$ berühren Φ in Quadrupeln eines Systems schneiden, und dass von den Kegelschnitten, die durch d, t_1, t_2 gehen, es nur diese beiden Büschel thun.

Denn sei K ein Kegelschnitt durch d, t_1, t_2, welcher Φ in einem Quadrupel $[\mathfrak{R}]$ schneidet, in welchem der Kegelschnitt $\mathfrak{R}$ die Φ berührt, so ist in dem Büschel von Curven 4ter Ordnung

$$\varrho\Phi - K^2 = 0$$

die aus $\mathfrak{R}$ und $T_1 T_2$ bestehende Curve enthalten, also muss für ein bestimmtes ϱ eine Identität

$$\varrho\Phi - K^2 \equiv T_1 . T_2 . \mathfrak{R} \tag{6}$$

stattfinden.

Die Form von Φ nehmen wir aus der Gleichung (23) in I, S. 11.

$$\Phi \equiv (T_1^2 + T_2^2) T_{12}^2 + 2H T_1 T_2 = 0, \tag{A}$$

und da K durch die Punkte d, t_1, t_2 geht, so kann

$$K \equiv a T_1 T_2 + b T_1 T_{12} + c T_2 T_{12}$$

gesetzt werden, wobei a, b, c irgend welche Constanten sind. Dann folgt

$$\varrho\Phi - K^2 \equiv (\varrho - b^2) T_1^2 T_{12}^2 + (\varrho - c^2) T_2^2 T_{12} + T_1 T_2 [2\varrho H - a^2 T_1 T_2 - 2ab T_1 T_{12} - 2ac T_2 T_{12} - 2bc T_{12}^2]. \tag{7}$$

Soll also für einen speciellen Werth von ϱ die Identität (6) stattfinden, so muss

$$\varrho = b^2 = c^2$$

werden können, d. h. es ist entweder $b = c$ oder $b = -c$; dann wird aber

$$K \equiv a T_1 T_2 + b(T_1 \pm T_2) T_{12}, \tag{8}$$

d. h. die Kegelschnitte K müssen entweder die Gerade $T_1+T_2=0$ oder $T_1-T_2=0$ im Punkte d berühren. Diese beiden Geraden aber sind $\mathfrak{T}_{12}$, resp. $\mathfrak{T}'_{12}$ welche die Paare $t\tau$, resp. $t'\tau'$ tragen, die mit $a_1 a_2$ je ein Quadrupel bilden.

12. Wir wollen nun auch die Gleichung des Systems vierfach berührender Kegelschnitte der Curve Φ aufstellen, welche den beiden die Quadrupel von Punkten ausschneidenden Büscheln durch t_1, t_2, d, die in d die Gerade $\mathfrak{T}_{12}$, resp. $\mathfrak{T}'_{12}$ berühren, entsprechen.

Da die Geraden $\mathfrak{T}_{12}$ und $\mathfrak{T}'_{12}$ die Gleichungen $T_1+T_2=0$, resp. $T_1-T_2=0$ haben, so ist die Gleichung der beiden Büschel

$$2\mu T_1 T_2+(T_1\pm T_2)T_{12}=0. \tag{9}$$

Nun folgt, dass für ein beliebiges μ

$$\Phi\equiv[2\mu T_1 T_2+(T_1\pm T_2)T_{12}]^2+2T_1 T_2[H\mp T_{12}^2-2\mu(T_1\pm T_2)T_{12}-2\mu^2 T_1 T_2] \tag{10}$$

ist, wie die Reduction rechter Hand ohne weiters ergibt. Hieraus ersieht man, dass der Kegelschnitt

$$K\equiv 2\mu T_1 T_2+(T_1+T_2)T_{12}=0 \tag{11}$$

die Curve Φ in dem Quadrupel $[\mathfrak{K}]$ (ausser in t_1, t_2, d) schneidet, in welchem die Curve Φ von dem Kegelschnitte

$$\mathfrak{K}\equiv H-T_{12}^2-2\mu(T_1+T_2)T_{12}-2\mu^2 T_1 T_2=0 \tag{12}$$

berührt wird. Hingegen schneidet der Kegelschnitt

$$K'\equiv 2\mu T_1 T_2+(T_1-T_2)T_{12}=0 \tag{11 a}$$

die Curve Φ in dem Quadrupel $[\mathfrak{K}]$, in welchem der Kegelschnitt

$$\mathfrak{K}'\equiv H+T_{12}^2-2\mu(T_1-T_2)T_{12}-2\mu^2 T_1 T_2=0 \tag{12 a}$$

die Φ berührt.

Für ein variables μ stellt die Gleichung (12) ein System von vierfach berührenden Kegelschnitten der Curve dar. Diese Kegelschnitte gehören alle dem durch die drei Kegelschnitte

$$H-T_{12}^2=0,\quad (T_1+T_2)T_{12}=0,\quad T_1 T_2=0$$

bestimmten linearen Netz an. Hieraus oder aus den einfachen Identitäten für zwei Kegelschnitte

$$\mathfrak{K}\equiv H-T_{12}^2-2\mu(T_1+T_2)T_{12}-2\mu^2 T_1 T_2$$
$$\mathfrak{K}_1\equiv H-T_{12}^2-2\mu_1(T_1+T_2)T_{12}-2\mu_1^2 T_1 T_2$$

ersieht man, da

$$\mathfrak{K}-\mathfrak{K}_1\equiv 2(\mu_1-\mu)[(T_1+T_2)T_{12}+(\mu_1+\mu)T_1 T_2]$$

ist, dass der Kegelschnitt, welcher durch d und die vier Schnittpunkte zweier Kegelschnitte desselben Systems geht, auch durch die Punkte t_1, t_2 geht und in d dieselbe Tangente $\mathfrak{T}_{12}$ besitzt, welche dem System zugehört.

Aus der Identität

$$(\mu-\mu_1)^2\Phi\equiv[H-T_{12}^2-(\mu+\mu_1)(T_1+T_2)T_{12}-2\mu\mu_1 T_1 T_2]^2-\mathfrak{K}\mathfrak{K}_1,$$

deren Richtigkeit eine einfache Reduction ergibt, folgt, dass je zwei Quadrupel desselben Systems, in welchem die Kegelschnitte $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{K}_1$ vierfach berühren auf einem Kegelschnitte

$$C\equiv H-T_{12}^2-(\mu+\mu_1)(T_1+T_2)T_{12}-2\mu\mu_1 T_1 T_2=0$$

liegen.[1]

[1] Aus der Gleichung (12) ersieht man auch, dass die Kegelschnitte $\mathfrak{K}$ des Systems die Gerade $T_1=0$ in derselben quadratischen Involution schneiden, wie der Kegelschnittsbüschel $H-T^2{}_{12}-2\mu T_2 T_{12}=0$, dass also in dieser Involution der Doppelpunkt d von Φ und t_1 ein Paar entsprechender Punkte sind. Dies folgt übrigens auch daraus, dass die Kegelschnitte

13. Wir wollen die Systeme vierfach berührender Kegelschnitte, welche denselben Tangenten $T_1 T_2$ aus d zugeordnet sind und deren Gleichungen (12) und (12a) angeschrieben wurden, einander conjungirte Systeme nennen.

Beide enthalten als speciellen Kegelschnitt des Systems das Tangentenpaar $T_1 T_2$, welches für $\mu = \infty$ sich ergibt.

Wir haben gesehen, dass die Gleichung der Curve 4ter Ordnung mit Doppelpunkt auf 15 verschiedene Arten auf die Form (A) gebracht werden kann, entsprechend den 15 Combinationen zu Zweien, der durch d gehenden sechs Tangenten von Φ. Hieraus folgt nun, dass wir entsprechend diesen 15 kanonischen Gleichungsformen 30 Systeme vierfach berührender Kegelschnitte für Φ erhalten, von denen je zwei einander conjungirt sind.

In jedem System und dem conjungirten tritt als specieller Kegelschnitt ein Tangentenpaar aus dem Doppelpunkte an Φ auf.

Wir wollen die 30 Systeme von vierfach berührenden Kegelschnitten oder auch die Systeme der Quadrupel von Punkten, in denen die Kegelschnitte berühren, mit $[ik]$ und $[ik]'$ bezeichnen, wobei i, k die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 bedeuten sollen und das System $[ik]$ dem System $[ik]'$ conjungirt ist. Beide enthalten als speciellen Kegelschnitt das Tangentenpaar T_i, T_k.

Die Kegelschnitte K_{ik}, welche die Quadrupel des Systemes $[ik]$ mit d verbinden, gehen dann noch durch t_i, t_k und haben in d die Tangente $\mathfrak{T}_{ik}$; während die Kegelschnitte K'_{ik}, welche durch t_i, t_k gehen und in d die Tangente $\mathfrak{T}'_{ik}$ besitzen, das System der Quadrupel $[ik]'$ ausschneiden, welches dem ersteren conjungirt ist.

14. Ausser den eben gefundenen 30 Systemen von vierfach berührenden Kegelschnitten gibt es keine Kegelschnitte mehr, welche Φ vierfach berühren, ohne durch d zu gehen.

Denn sei $[\mathfrak{K}]$ ein Quadrupel, in welchem ein die Φ vierfach berührender Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ existirt, so muss der Kegelschnitt K, welcher durch $[\mathfrak{K}]$ und den Doppelpunkt d bestimmt ist, die Curve Φ noch in zwei Punkten treffen, deren Tangenten durch d gehen. In dem Büschel von Curven 4ter Ordnung

$$\Phi - \lambda K^2 = 0,$$

welche alle in d einen Doppelpunkt besitzen, muss diejenige, welche mit $\mathfrak{K}$ noch einen Punkt gemeinschaftlich hat, in $\mathfrak{K}$ und einen anderen Kegelschnitt K' zerfallen, also muss K', da $\mathfrak{K}$ nicht durch d geht, in d einen Doppelpunkt besitzen, mithin in zwei Gerade T, T' zerfallen. Aus der Identität

$$\Phi - \lambda' K^2 \equiv T . T' . \mathfrak{K}$$

folgt aber dann, dass sowohl T als T' die Φ in den Schnittpunkten von K berühren.

Geht aber der Kegelschnitt K, welcher das Quadrupel $[\mathfrak{K}]$ mit d verbindet durch zwei der Berührungspunkte der Tangenten aus d, so ist der Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ in einem der 30 erwähnten Systeme enthalten, und alle Kegelschnitte, welche durch die Berührungspunkte gehen und in d den K berühren, schneiden das System aus, zu welchem $[\mathfrak{K}]$ gehört.

Anmerkung. Die Quadrupel $[\mathfrak{K}]$ können, wenn von d an Φ sechs Tangenten gehen, die ausserhalb d berühren, nicht aus zwei Paaren $a\alpha$, $b\beta$ der $g_2^{(1)}$ bestehen. Denn würde ein Quadrupel aus den beiden Paaren $a\alpha$, $b\beta$ auf A und B bestehen, so würde der obige Kegelschnitt $K \equiv AB$ werden, und aus der Identität

$$\Phi - \lambda' A^2 B^2 \equiv T . T' . \mathfrak{K}$$

würde folgen, dass $T = 0$ ebenso wie $T' = 0$ mit $\Phi = 0$ in d vier Punkte gemeinschaftlich hätte, dass also $T = 0$ und $T' = 0$ Wendetangenten im Doppelpunkt von Φ wären. Dann gehen aber an Φ nur mehr vier Tangenten, die ausserhalb berühren. Diesen entsprechen 12 Systeme von Quadrupeln, in denen keine Paare

$\mathfrak{K}$ einem Netze angehören, in dem $T_1 T_2 = 0$ ein Kegelschnitt ist. Vergl. Amesder „Geometrische Untersuchung der ebenen Curven 4. Ordnung, II. Mittheilung. Sitzungsber. d. kais. Akademie, Bd. LXXXVII, p. 40.

$\alpha\alpha$ i. A. auftreten; dasselbe gilt von weiteren 16 besonderen Systemen dieser Curve. Zwei der Systeme bestehen dann aus lauter Paaren $\alpha\alpha$, $b\beta$. Die sie ausschneidenden Geraden bilden zwei quadratische Involutionen in d.[1] (Vergl. II der zweiten Abtheilung, S. 32.)

15. Zwei Quadrupel, welche demselben Systeme angehören, liegen stets auf einem Kegelschnitte.

Zwei Quadrupel $[\mathfrak{K}]$ und $[\mathfrak{K}']$, welche conjungirten Systemen angehören, bilden die Basis eines Büschels von Curven 3ter Ordnung, dessen 9ter Punkt der Doppelpunkt von Φ ist.

Wir beweisen diess, indem wir zeigen, dass sich immer ein System Θ von Kegelschnitten angeben lässt, welches $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ je doppelt berührt und aus Φ die Paare $\alpha\alpha$ auf den Strahlen A durch d ausschneidet. Ist

$$\Phi \equiv (T_1^2+T_2^2)\,T_{12}^2+2H\,T_1\,T_2=0 \tag{13}$$

die Gleichung der Curve 4ter Ordnung, so ergibt sich Φ durch Elimination von λ aus den beiden Gleichungen:

$$T_1-\lambda T=0$$

$$\Theta \equiv (T_1-\lambda T_2)(M-\lambda N)+T_{12}^2(1+\lambda^2)+2H\lambda=0, \tag{14}$$

wobei

$$M=m_1\,T_1+m_2\,T_2+m_3\,T_{12}$$
$$N=n_1\,T_1+n_2\,T_2+n_3\,T_{12}$$

ist. Die Constanten m_i, n_i sollen dann so bestimmt werden, dass die Enveloppe des Systems der Kegelschnitte $\Theta=0$ aus den beiden Kegelschnitten

$$\begin{aligned}\mathfrak{K} &\equiv H-T_{12}^2-2\mu_1(T_1+T_2)\,T_{12}-2\mu_1^2\,T_1\,T_2=0\\ \mathfrak{K}' &\equiv H+T_{12}^2-2\mu_2(T_1-T_2)\,T_{12}-2\mu_2^2\,T_1\,T_2=0\end{aligned} \tag{15}$$

besteht. Denn dann wissen wir aus I. **3.**, dass die acht Berührungspunkte beider Kegelschnitte die Basispunkte eines Büschels von Curven 3ter Ordnung sind, dessen 9ter Punkt der Doppelpunkt von Φ ist.

Nun ist die Envelope $\mathfrak{K}_4$ des Systems der Kegelschnitte $\Theta=0$ aus (14) gegeben durch

$$\mathfrak{K}_4 \equiv [H-{}^1\!/_2\,T_1N-{}^1\!/_2\,T_2M]^2-[T_{12}^2+T_1M][T_{12}^2+T_2N]=0,$$

und soll

$$\mathfrak{K}_4 \equiv \rho\,\mathfrak{K}.\mathfrak{K}'$$

werden, so ersieht man, dass $\rho=1$ ist, da sowohl in $\mathfrak{K}_4$, als in $\mathfrak{K}.\mathfrak{K}'$ der Coëfficient von $H^2-T_{12}^2$ gleich 1 ist. Die Identität muss daher die Form:

$$\begin{aligned}&[H-{}^1\!/_2\,T_1(n_1\,T_1+n_2\,T_2+n_3\,T_{12})-{}^1\!/_2\,T_2(m_1\,T_1+m_2\,T_2+m_3\,T_{12})]^2\\ &\qquad-[T_{12}^2+T_1(m_1\,T_1+m_2\,T_2+m_3\,T_{12})]\,[T_{12}^2+T_2(n_1\,T_1+n_2\,T_2+n_3\,T_{12})]\\ &\qquad\equiv[H-T_{12}^2-2\mu_1(T_1+T_2)\,T_{12}-2\mu_1^2\,T_1\,T_2]\,[H+T_{12}^2-2\mu_2(T_1-T_2)\,T_{12}-2\mu_2^2\,T_1\,T_2]\end{aligned}$$

haben. Da nun rechter Hand ausser in H^2 Glieder mit T_1^4 und T_2^4 nicht auftreten, so muss $n_1=0$ und $m_2=0$ sein. Man erhält daher:

[1] Herr Brill findet aus dem Jakobi'schen Umkehrproblem in seiner Abhandlung: „Über diejenigen Curven, deren Coordinaten sich als hyperelliptische Functionen eines Parameters darstellen lassen", Crelle, Bd. LXV, p. 283, sowie auch in der „Note über Doppeltangenten einer Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte", Mathem. Annalen, Bd. VI, p. 66, für die Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte 31 Systeme vierfach berührender Kegelschnitte. Das einunddreissigste, dort durch die Charakteristik 00001 bestimmte System, ist dasjenige, welches aus den doppelt gezählten Geraden, die durch den Doppelpunkt von Φ gehen, besteht. Dies ist aus der Betrachtung, die in I., 4. angestellt wurde, sofort ersichtlich, da aus derselben hervorgeht, dass diese Geraden immer ein solches System bilden. Die Curve Φ ist eine specielle Curve des dort betrachteten Büschels von Curven 4ter Ordnung, auf denen allen der Büschel von Curven 3ter Ordnung ein System von Quadrupeln ausscheidet, in welchen vierfach berührende Kegelschnitte möglich sind, die nicht aus doppelt gezählten Geraden der Ebene bestehen. Vergl. hierüber Ameseder „Geometrische Untersuchung der ebenen Curven 4. Ordnung, II. Mittheilung. Sitzungsber. der kais. Akademie, Bd. LXXXVII, p. 43, — und Lindemann (Clebsch) „Vorlesungen über Geometrie", p. 879.

$$[H-\tfrac{1}{2}(n_2+m_1)T_1T_2-\tfrac{1}{2}n_3T_1T_{12}-\tfrac{1}{2}m_3T_2T_{12}]^2-[T_{12}^2+m_1T_1^2+m_3T_1T_{12}][T_{12}^2+n_2T_2^2+n_3T_2T_{12}]$$
$$\equiv[H-T_{12}^2-2\mu_1(T_1+T_2)T_{12}-2\mu_1^2T_1T_2][H+T_{12}^2-2\mu_2(T_1-T_2)T_{12}-2\mu_2^2T_1T_2]$$

Durch Vergleichung der Coëfficienten von HT_1T_{12} und HT_2T_{12} oder auch der Coëfficienten von $T_2T_{12}^3$ und $T_1T_{12}^3$ erhält man

$$n_3=2(\mu_1+\mu_2)\qquad m_3=2(\mu_1-\mu_2).$$

Die Coëfficienten von $T_1^2T_{12}^2$ und $T_2^2T_{12}^2$ liefern die Gleichungen

$$\tfrac{1}{4}n_3^2-m_1=4\mu_1\mu_2\qquad \tfrac{1}{4}m_3^2-n_2=-4\mu_1\mu_2,$$

aus denen sich

$$n_2=(\mu_1+\mu_2)^2\qquad m_1=(\mu_1-\mu_2)^2$$

ergibt. Die übrigen sich ergebenden Relationen werden sämmtlich durch diese Werthe von m_1, m_3 und n_2, n_3 erfüllt, und wir haben daher folgendes Resultat, wenn wir in (14) die Werthe für m_i, n_i einsetzen:

Erzeugt man die Curve Φ durch den Strahlenbüschel $T_1-\lambda T_2=0$ und das System der Kegelschnitte

$$\Theta=[T_{12}+(\mu_1-\mu_2)T_1]^2+2[H-(\mu_1^2+\mu_2^2)T_1T_2-(\mu_1+\mu_2)T_1T_{12}-(\mu_1-\mu_2)T_1T_{12}]\lambda + [T_{12}+(\mu_1+\mu_2)T_2]^2\lambda^2=0, \tag{16}$$

so wird die Enveloppe des Systems der Kegelschnitte die Gleichung $\mathfrak{K}_4=0$ haben, wobei

$$\mathfrak{K}_4\equiv[H-(\mu_1^2+\mu_2^2)T_1T_2-(\mu_1+\mu_2)T_1T_{12}-(\mu_1-\mu_2)T_1T_2]^2-[T_{12}+(\mu_1-\mu_2)T_1]^2[T_{12}+(\mu_1+\mu_2)T_2]^2 \tag{17}$$
$$\equiv[H-T_{12}^2-2\mu_1(T_1+T_2)T_{12}-2\mu_1^2T_1T_2][H+T_{12}^2-2\mu_2(T_1-T_2)T_{12}-2\mu_2^2T_1T_2]$$

sich ergibt, also $\mathfrak{K}_4\equiv\mathfrak{K}.\mathfrak{K}'$ ist, d. h. die Enveloppe besteht aus den beiden Kegelschnitten conjugirter Systeme $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{K}'$ (15).

16. Dass der Kegelschnitt $\Theta=0$ Gl. (16) sowohl $\mathfrak{K}$ als $\mathfrak{K}'$ doppelt berührt, ergibt sich nun einfach. Es ist nämlich

$$\Theta-2\lambda\mathfrak{K}\equiv[T_{12}+(\mu_1-\mu_2)T_1+\lambda(T_{12}+(\mu_1+\mu_2)T_2)]^2$$
$$\Theta-2\lambda\mathfrak{K}'\equiv[T_{12}+(\mu_1-\mu_2)T_1-\lambda(T_{12}+(\mu_1+\mu_2)T_2)]^2 \tag{18}$$

woraus folgt, dass der Kegelschnitt $\Theta=0$ von $\mathfrak{K}=0$, resp. $\mathfrak{K}'=0$ doppelt berührt wird in den Schnittpunkten mit den Geraden

$$[T_{12}+(\mu_1-\mu_2)T_1]+\lambda[T_{12}+(\mu_1+\mu_2)T_2]=0$$
$$[T_{12}+(\mu_1-\mu_2)T_1]-\lambda[T_{12}+(\mu_1+\mu_2)T_2]=0. \tag{19}$$

Diese Gleichungen zeigen, dass die Berührungspunkte des variablen Kegelschnittes Θ auf $\mathfrak{K}$, resp. $\mathfrak{K}'$ je eine quadratische Involution bilden, deren Centrum für $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ derselbe Punkt s der Ebene ist. Die Berührungssehnen selbst, welche zu einem und demselben Kegelschnitte Θ gehören, bilden in s eine quadratische Strahleninvolution, deren Doppelstrahlen die doppelt zu zählenden Geraden des Systems der Θ sind, die sich für $\lambda=0$ und $\lambda=\infty$ ergeben. Diese Doppelstrahlen gehen durch die Punkte t_1, resp. t_2.

17. Der Scheitel s der Strahleninvolution ist der vierte Schnittpunkt der Kegelschnitte K und K', welche durch die Quadrupel $[\mathfrak{K}]$, $[\mathfrak{K}']$ und d, sowie t_1, t_2 gehen. Denn aus den Gleichungen (11) und (11a) folgt, wenn man in ersterer μ_1, in letzterer μ_2 an Stelle von μ setzt:

$$K-K'\equiv 2T_2[T_{12}+(\mu_1-\mu_2)T_1]$$
$$K+K'\equiv 2T_1[T_{12}+(\mu_1+\mu_2)T_2]$$

woraus der Beweis der obigen Behauptung sich ergibt. Der Punkt s ist auch eine Ecke des den beiden Kegelschnitten $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ gleichzeitig conjungirten Dreieckes, und die Doppelstrahlen der Involution (19) tragen je zwei Schnittpunkte der Kegelschnitte, wie aus Nachstehendem folgt.

Führen wir der besseren Übersicht halber die folgenden abkürzenden Bezeichnungen ein:

$$T_{12}+(\mu_1 \quad \mu_2)T_1=\tau_1$$
$$T_{12}+(\mu_1+\mu_2)T_2=\tau_2$$
$$H-(\mu_1^2+\mu_2^2)T_1T_2-(\mu_1+\mu_2)T_1T_{12}-(\mu_1-\mu_2)T_2T_{12}=\tau,$$

so wird die Gleichung (16) des Systems der Kegelschnitte die Form haben:

$$\Theta=\tau_1^2+2\tau\lambda+\tau_2^2\lambda^2=0. \tag{22}$$

Dieses System erzeugt mit dem Strahlenbüschel

$$T_1-\lambda T_2=0$$

die Curve

$$\Phi\equiv\tau_1^2T_2^2+2\tau T_1T_2+\tau_2^2T_1^2=0 \tag{23}$$

und es ist aus (17)

$$\mathfrak{K}_4\equiv(\tau^2-\tau_1^2\tau_2^2), \tag{24}$$

so dass

$$\mathfrak{K}\equiv\tau-\tau_1\tau_2$$
$$\mathfrak{K}'\equiv\tau+\tau_1\tau_2 \tag{25}$$

ist, wie man leicht verificirt. Hieraus folgt, dass die Geraden $\tau_1=0$, $\tau_2=0$ durch die vier Schnittpunkte der Kegelschnitte $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ gehen. Diese Punkte werden auf ihnen durch den Kegelschnitt $\tau=0$ ausgeschnitten.

18. Man kann nun auch leicht die Gleichung des Curvenbüschels 3ter Ordnung aufstellen, welcher durch die beiden Quadrupel $[\mathfrak{K}]$ und $[\mathfrak{K}']$ bestimmt ist.

Aus (23) und (24) folgt nämlich

$$T_1^2\mathfrak{K}_4+\tau_1^2\Phi\equiv(T_1\tau+\tau_1^2T_2)^2$$
$$T_2^2\mathfrak{K}_4+\tau_2^2\Phi\equiv(T_2\tau+\tau_2^2T_1)^2, \tag{26}$$

wie bereits in I., 3., Gleichung (5) allgemein gezeigt wurde. Setzt man

$$\varphi_1=T_1\tau+\tau_1^2T_2$$
$$\varphi_2=T_2\tau+\tau_2^2T_1 \tag{27}$$

so ist

$$\varphi_1T_2+\varphi_2T_1\equiv\Phi,$$

d. h. der Büschel Curven 3ter Ordnung

$$\varphi_1+\lambda\varphi_2\equiv\tau(T_1+\lambda T_2)+\tau_1^2T_2+\lambda\tau_2^2T_1=0 \tag{28}$$

erzeugt mit dem Strahlenbüschel $T_1-\lambda T_2=0$ die Curve Φ und ist eben jener Büschel, der die beiden Quadrupel $[\mathfrak{K}]$ und $[\mathfrak{K}']$ zu Basispunkten hat, denn nach (26) geht sowohl $\varphi_1=0$ als $\varphi_2=0$ durch diese Punkte.

Die Curve dieses Büschels, welche dem Parameter λ entspricht, schneidet auch $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ in denselben Punkten, in denen sie von Θ berührt werden, oder durch welche die Berührungssehnen (19) gehen, deren Gleichung durch die eingeführten kürzeren Bezeichnungen

$$\tau_1+\lambda\tau_2=0 \qquad \tau_1-\lambda\tau_2=0$$

werden.

Die Kegelschnitte K und K' werden von den Curven 3ter Ordnung des Büschels (28) nur mehr je in einem Punkte getroffen und es liegen die beiden Punkte a, a', in welchen eine Curve K und K' trifft, mit dem Doppelpunkte d von Φ auf einem Strahle, der durch T_1, T_2 harmonisch getrennt wird von demjenigen, welcher das Paar von Φ trägt, das dieselbe Curve 3ter Ordnung ausschneidet.

Denn die Curve (28) trifft den Strahl $T_1 - \lambda T_2 = 0$ in dem Paare $a\alpha$ auf Φ und für den Strahl $T_1 + \lambda T_2 = 0$ folgt aus (28)

$$\varphi_1 T_2 - \varphi_2 T_1 \equiv [\tau_1 T_2 - \tau_2 T_1]\,[\tau_1 T_2 + \tau_2 T_1] \equiv -K.K',$$

so dass er die Curve $\varphi_1 + \lambda\varphi_2 = 0$ auf $K = 0$ oder $K' = 0$ treffen muss, wobei K und K' aus (11) und 11 a)

$$K = 2\mu_1 T_1 T_2 + (T_1 + T_2) T_{12}$$
$$K' = 2\mu_2 T_1 T_2 + (T_1 - T_2) T_{12}$$

folgen.

19. Fassen wir die Resultate zusammen, so ergeben sich folgende Sätze: Zwei Quadrupel $[\mathfrak{R}]_{ik}$ und $[\mathfrak{R}']_{ik}$ aus den conjugirten Systemen $[ik]$ und $[ik]'$, in denen die Curve Φ von den Kegelschnitten $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$ berührt wird, bilden die Basis eines Curvenbüschels 3ter Ordnung, dessen 9ter Punkt der Doppelpunkt d von Φ ist. Die Curven dieses Büschels schneiden $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$ je in Punktepaaren einer Involution, deren Centrum für $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$ derselbe Punkt s ist. Die Strahlen von s, welche die Punktepaare auf $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$ ausschneiden, durch welche dieselbe Curve des Büschels 3ter Ordnung geht, bilden eine quadratische Strahleninvolution, deren Doppelstrahlen nach den zwei Punkten t_i, t_k von Φ gehen. Diese Punkte t_i, t_k liegen auch auf den beiden Kegelschnitten K, K', welche durch die Quadrupel $[\mathfrak{R}]_{ik}$, resp. $[\mathfrak{R}']_{ik}$ und d gehen. Der Punkt s ist der vierte Schnittpunkt von K und K', sowie eine Ecke des den Kegelschnitten $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$ gleichzeitig conjugirten Dreieckes. Jede Curve 3ter Ordnung φ des obigen Büschels, welche Φ in dem Punktepaare $a\alpha$ auf dem Strahl A schneidet, trifft K und K' noch in den Punkten $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{a}'$, die auch auf einem Strahle A' von d liegen. Die Strahlen A, A' bilden eine quadratische Involution, deren Doppelstrahlen T_i und T_k sind. Die Punktepaare, in denen die Curve φ die Kegelschnitte $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$ trifft, liegen mit $a\alpha$ auf einem Kegelschnitte Θ, der $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$ doppelt berührt.

20. Hat man umgekehrt zwei Quadrupel $[\mathfrak{R}]$ und $[\mathfrak{R}_1]$, in denen die Kegelschnitte $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}_1$ die Φ berühren und geht durch $[\mathfrak{R}]$ und $[\mathfrak{R}_1]$ ein Büschel nicht zerfallender Curven 3ter Ordnung, dessen 9ter Punkt der Doppelpunkt d von Φ ist, so liegen $[\mathfrak{R}]$ und $[\mathfrak{R}_1]$ in conjugirten Systemen.

Vor allem ist klar, dass $[\mathfrak{R}]$ und $[\mathfrak{R}_1]$ nicht in demselben Systeme liegen können, da sie sonst auf einem Kegelschnitte lägen, also der Büschel Curven 3ter Ordnung diesen Kegelschnitt als festen Bestandtheil enthielte.

Es seien K und K_1 die Kegelschnitte, welche durch den Doppelpunkt d und $[\mathfrak{R}]$, resp. $[\mathfrak{R}_1]$ gehen. Schneidet nun K die Curve Φ noch in den Punkten t_i, t_k, so muss auch K_1 durch diese Punkte hindurchgehen. Denn sei φ_i die Curve 3ter Ordnung des vorausgesetzten Büschels, welche durch t_i geht, so berührt sie daselbst Φ, da die Curven φ die g_2^4 ausschneiden und t_i ein zusammenfallendes Paar vorstellt. Die zwölf Schnittpunkte von Φ mit φ_i sind daher $[\mathfrak{R}]$, $[\mathfrak{R}_1]$, d, d, t_i, t_i. Nun geht die Curve 4ter Ordnung $K.K_1$ durch elf dieser Punkte, nämlich K durch $[\mathfrak{R}]$, d, t_i und K_1 durch $[\mathfrak{R}_1]$, d, also muss sie noch den 12. Punkt enthalten, d. h. K_1 muss durch t_i gehen.

Ebenso folgt, dass K_1 durch t_k geht, und hieraus, dass $[\mathfrak{R}]$ und $[\mathfrak{R}_1]$ zu conjugirten Systemen gehören. Hält man $[\mathfrak{R}_1]$ fest, so wird der Büschel Curven 3ter Ordnung, welcher durch $[\mathfrak{R}_1]$ geht, in d irgend eine Curve φ durch $[\mathfrak{R}]$, $[\mathfrak{R}_1]$, die noch in $a\alpha$ schneidet, berührt und nebstbei die Punkte $a\alpha$ enthält, aus Φ das System der $[\mathfrak{R}]$ ausschneiden. Die Tangente von φ, sowie A, auf der $a\alpha$ liegen, bilden ein Paar der projectivischen Strahlenbüschel, welche in d durch die Strahlen A und die Tangenten der Curven φ, welche die Paare $a\alpha$ enthalten, bestimmt werden.

21. Nimmt man daher zwei Quadrupel $[\mathfrak{R}]_{ik}$ und $[\mathfrak{R}]_{hl}$, die verschiedenen nicht conjugirten Systemen angehören, so muss der Büschel von Curven 3ter Ordnung, welcher diese acht

Punkte zu Basispunkten hat, auf Φ ein System von Quadrupeln ausschneiden, indem der 9te Basispunkt d' des Büschels ausserhalb Φ fällt.

Nun wurde in I, 4. gezeigt, dass der Punkt d' Doppelpunkt einer Curve Φ' der 4ten Ordnung ist, welche Φ in den acht Punkten $[\mathfrak{K}]_{ik}$ und $[\mathfrak{K}]_{hl}$ berührt, und dass der Büschel von Curven 3ter Ordnung aus dieser dann die $g_2^{(1)}$ ausschneidet.

Zufolge des vorhergehenden Satzes gehören also für diese Curve Φ' die Kegelschnitte $\mathfrak{K}_{ik}$ und $\mathfrak{K}_{hl}$, welche in $[\mathfrak{K}]_{ik}$ und $[\mathfrak{K}]_{hl}$ die Φ, also auch Φ' berühren, zu conjungirten Systemen und die beiden Kegelschnitte, welche $[\mathfrak{K}]_{ik}$ und $[\mathfrak{K}]_{hl}$ mit d' verbinden, schneiden einander noch in zwei Punkten auf Φ', deren Tangenten durch d' gehen, und überdies in einem Punkte s, welcher eine Ecke des den Kegelschnitten $\mathfrak{K}_{ik}$, $\mathfrak{K}_{hl}$ conjungirten Dreieckes ist. Durch diesen Punkt s gehen die Strahlen, welche die Punktepaare tragen, in denen $\mathfrak{K}_{ik}$ und $\mathfrak{K}_{hl}$ von den Curven des Büschels 3ter Ordnung getroffen werden und die Strahlenpaare, welche die Schnittpunkte derselben Curve 3ter Ordnung mit $\mathfrak{K}_{ik}$ und $\mathfrak{K}_{hl}$ enthalten, bilden eine quadratische Strahleninvolution in s.

Die Curven des Büschels 3ter Ordnung mögen auf Φ die Quadrupel $[\mathfrak{K}]_{mn}$ ausschneiden und $\mathfrak{K}_{mn}$ sei der Φ in einem solchen Quadrupel berührende Kegelschnitt des Systems $[mn]$. Dann schneidet $\mathfrak{K}_{mn}$ die Curve 3ter Ordnung, welche das Quadrupel $[\mathfrak{K}]_{mn}$ ausschneidet, noch in zwei Punkten $a'\,\alpha'$ von Φ', so dass also die Gerade $a'\,\alpha'$ stets durch d' geht.

Sei φ die Curve des Büschels, welche durch d geht, dann wissen wir, dass sie Φ noch in den Punkten $t_m\,t_n$ trifft, und dass die Tangenten $T_m\,T_n$ in diesen Punkten auch einen Kegelschnitt der Schaar vorstellen, die durch den Büschel der Curven 3ter Ordnung bestimmt wird. Schneidet φ die Geraden T_m und T_n ausser in d und t_m, resp. t_n noch in $a'\,\alpha'$, so liegen diese Punkte auf Φ' und die Gerade $a'\,\alpha'$ geht durch d'.

Nach einem bekannten Satze über Curven 3ter Ordnung werden dann alle Kegelschnitte K_{mn}, welche die Curve φ in d berühren und durch t_m und t_n gehen, die Curve φ noch in Punktepaaren schneiden, deren Verbindungsgeraden durch d' gehen. Die Kegelschnitte K_{mn} sind aber gerade diejenigen, welche nach 10) die Schaar der Quadrupel $[\mathfrak{K}]_{mn}$ aus Φ ausschneiden, und wir haben daher folgende Sätze:

Die acht Punkte zweier Quadrupel, die verschiedenen nicht conjungirten Systemen $[ik]$, $[hl]$ angehören, in denen die Kegelschnitte $\mathfrak{K}_{ik}$ und $\mathfrak{K}_{hl}$ die Φ berühren, bilden die Basis eines Curvenbüschels 3ter Ordnung, dessen 9ter Punkt d' nicht auf Φ liegt, und dessen Curven aus Φ ein drittes System $[mn]$ von Quadrupeln ausschneiden. Die Kegelschnitte K_{mn}, welche diese Quadrupel aus dem Doppelpunkte d von Φ projiciren, schneiden die Curve φ des Büschels, welche durch d geht, nur noch in einem beweglichen Punktepaar, dessen Verbindungsgerade durch d' hindurch geht. Die Curven des Büschels 3ter Ordnung durch die acht Punkte schneiden die Kegelschnitte $\mathfrak{K}_{ik}$, sowie $\mathfrak{K}_{hl}$, welche in dem einen und andern Quadrupel die Φ berühren, in je einer quadratischen Involution. Beide Involutionen haben einen gemeinschaftlichen Pol in s, einer Ecke des $\mathfrak{K}_{ik}$ und $\mathfrak{K}_{hl}$ gleichzeitig conjungirten Dreieckes. Die Strahlen, welche die Paare auf $\mathfrak{K}_{ik}$ und $\mathfrak{K}_{hl}$ ausschneiden, die auf derselben Curve 3ter Ordnung liegen, bilden in s eine quadratische Involution, deren Doppelstrahlen die Schnittpunkte der Kegelschnitte $\mathfrak{K}_{ik}$ und $\mathfrak{K}_{hl}$ tragen.

22. Es lassen sich auch leicht aus den Zahlen i, k, h, l, welche für die zwei Systeme $[ik]$ und $[hl]$ charakteristisch sind, die Zahlen für das von den Curven 3ter Ordnung durch die beiden Quadrupel ausgeschnittene dritte System $[mn]$ angeben, und zwar durch folgende Sätze:

a) Sind i, k, h, l vier von einander verschiedene Zahlen aus der Reihe 1, 2, 3, 4, 5, 6, so sind m, n die zwei noch übrigen Zahlen.

Denn man kann zeigen, dass die d enthaltende Curve φ, welche durch die beiden Quadrupel $[\mathfrak{K}]_{ik}$ und $[\mathfrak{K}]_{hl}$ geht, dann Φ nur in den Punkten t_m, t_n schneiden kann, wo m, n von i, k, h, l verschieden sein muss. Gesetzt nämlich, φ ginge durch t_i, dann muss noch ein Punkt t_k oder t_l auf φ liegen. Denn φ wird dann von der Curve 4ter Ordnung Φ geschnitten in $[\mathfrak{K}]_{ik}$, $[\mathfrak{K}]_{hl}$, d, d, t_i, $t_{k'}$. Nun geht die Curve 4ter Ordnung, die aus

den beiden Kegelschnitten K_{ik} und K_{hl} besteht, die durch $[\mathfrak{K}]_{ik}$, resp. $[\mathfrak{K}]_{hl}$ und d gehen, durch die ersten elf Punkte auf φ, also müssen sich Φ und K_{hl} auf φ schneiden, d. h. h' ist entweder h oder l. Es kann h' nicht mit k zusammenfallen, da sonst K_{ik} mit φ sieben Punkte gemeinschaftlich hätte.

Ist nun $h = h'$, so geht φ durch t_i und t_h und es muss die Curve 4ter Ordnung des Büschels

$$\Phi - \lambda K_{ik} K_{hl} = 0,$$

welche durch einen willkürlichen Punkt von φ geht, diese als Theil enthalten. Der übrige Theil ist die Gerade $t_i t_h$, die nicht durch den Doppelpunkt d von Φ geht. Da aber d Doppelpunkt aller Curven des obigen Büschels ist, so müsste φ in d einen Doppelpunkt haben, könnte also Φ ausser in d, $[\mathfrak{K}]_{ik}$ und $[\mathfrak{K}]_{hl}$ nicht mehr schneiden. Dies kann aber, wenn in den Doppelpunkt von Φ kein Wendepunkt von Φ fällt, nicht eintreten. Es muss also φ die Φ in den Punkten t_m, t_n schneiden, wobei m, n von i, k, h, l verschieden ist. Hieraus folgt dann, dass das System der Quadrupel, welche der Büschel von Curven 3ter Ordnung aus φ ausschneidet, das System $[m, n]$ ist.

b) Analog wird gezeigt, dass, wenn $i = h$ ist, dann $[mn] = [kl]$ wird; d. h. legt man durch zwei der Quadrupel $[\mathfrak{K}]_{ik}$ und $[\mathfrak{K}]_{il}$ ein Büschel von Curven 3ter Ordnung, so schneiden die Curven die Quadrupel des Systems $[kl]$ aus.

Nimmt man statt der Quadrupel aus den Systemen $[ik]$ und $[hl]$ Quadrupel aus den conjungirten Systemen $[ik]'$ und $[hl]'$, so ergibt sich wieder das System $[mn]$. Denn nimmt man ein Quadrupel aus $[ik]$ und eines aus $[hl]'$, oder combinirt man zwei Quadrupel aus $[ik]'$ und $[hl]$, so erhält man das System $[mn]'$, welches zu $[mn]$ conjungirt ist, was sich aus Folgendem ergibt.

Der Büschel Curven 3ter Ordnung, welcher durch das Quadrupel $[\mathfrak{K}]_{ik}$, sowie t_m, t_n geht und in d die Curve φ berührt, welche durch $[\mathfrak{K}]_{il}$ und $[\mathfrak{K}]_{hl}$ und d ging, deren Tangente in d nach Früherem die Gerade $\mathfrak{T}_{mn}$ sein muss, schneidet nämlich aus Φ das System $[hl]$ aus, denn man zeigt leicht, dass die Quadrupel, welche dieser Büschel aus Φ ausschneidet, auch von den Kegelschnitten durch $[\mathfrak{K}]_{hl}$ ausgeschnitten werden. Legt man daher die Curve 3ter Ordnung φ' durch $[\mathfrak{K}]_{ik}$ und ein Quadrupel, $[\mathfrak{K}]'_{hl}$, welches in dem zu $[hl]$ conjungirten System $[hl]'$ liegt, sowie durch d, so muss φ' nach Früherem jedenfalls durch t_m, t_n gehen, kann aber in d nicht $\mathfrak{T}_{mn}$ berühren, muss also $\mathfrak{T}'_{mn}$ berühren, da wieder die Curven, welche φ' in d berühren, durch t_m, t_n und $[\mathfrak{K}]_{il}$ gehen, das System ausschneiden, in welchem $[\mathfrak{K}]'_{hl}$ enthalten ist, also das zu dem früheren conjungirte.

Da nun die Curve φ', welche durch $[\mathfrak{K}]_{ik}$ und $[\mathfrak{K}]'_{hl}$ geht, in d die Gerade $\mathfrak{T}'_{mn}$ berührt, so schneiden die Curven des Büschels durch $[\mathfrak{K}]_{il}$ und $[\mathfrak{K}]'_{hl}$ das System $[mn]'$ aus, welches zu $[mn]$, das die Curven durch $[\mathfrak{K}]_{ik}$ und $[\mathfrak{K}]_{hl}$ ausschnitten, conjungirt ist.

III. Die Doppeltangenten der Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte.

23. In dem Systeme [12] der vierfach berührenden Kegelschnitte, dessen Gleichung in II, **12.** aufgestellt wurde

$$\mathfrak{K} \equiv H - T_{12}^2 - 2\mu(T_1 + T_2) T_{12} - 2\mu^2 T_1 T_2 = 0 \qquad (1)$$

kommen sechs in Geradenpaare zerfallende Kegelschnitte vor. Unter diesen zählt aber das Geradenpaar $T_1 . T_2 = 0$, welches sich für $\mu = \infty$ ergibt, doppelt und die vier übrigen Werthe von μ ergeben sich aus der Gleichung, die durch Nullsetzen der Discriminante von 1) entsteht, die sich in μ auch blos vom vierten Grade erweist.

Diese vier Geradenpaare, die zerfallende Kegelschnitte von (1) darstellen, sind offenbar acht Doppeltangenten der Curve 4ter Ordnung Φ.

In dem conjungirten System [12]', dessen Gleichung

$$\mathfrak{K}' \equiv H + T_{12}^2 - 2\mu(T_1 - T_2) T_{12} - 2\mu^2 T_1 T_2 = 0 \qquad (2)$$

ist, treten offenbar auch acht Doppeltangenten als vier in Geradenpaare zerfallende Kegelschnitte des Systems auf und diese acht Doppeltangenten müssen von den ersteren verschieden sein.

Die Curve Φ kann aber sonst keine Doppeltangente besitzen. Denn sei D eine Doppeltangente von Φ, welche in δ, δ_1 berührt, so lege man durch δ, δ_1, t_1, t_2 und d den Kegelschnitt K, welcher Φ noch in δ', δ_1' schneiden möge.

Die Curven des Büschels 4ter Ordnung $\Phi+\lambda K^2=0$ berühren in den Schnittpunkten von Φ mit K die Curve Φ und haben alle in d einen Doppelpunkt. Die Curve, welche daher einen Punkt von T_1 enthält, muss in T_1 und eine Curve 3ter Ordnung zerfallen, die durch d geht, in t_2 die Gerade T_2 berührt und in δ, δ_1 Φ, also auch D berühren muss. Daher zerfällt diese Curve 3ter Ordnung in D und einen Kegelschnitt, der aber wiederum in T_2 und eine Gerade D' zerfallen muss, und D' muss Φ in den zwei letzten Schnittpunkten δ', δ_1' berühren, also eine Doppeltangente von Φ sein. Daher muss DD' als vierfach berührender Kegelschnitt in dem System $[12]$ oder $[12]'$ auftreten.

Da nun in jedem der 30 Systeme vierfach berührender Kegelschnitte stets vier in Geradenpaare zerfallende Kegelschnitte auftreten (die nicht durch den Doppelpunkt gehen), so müssen sich die 16 Doppeltangenten in diese Systeme einordnen. Das umfasst auch $4.30=\frac{1}{2}16.15$ alle Combinationen zu Zweien der 16 Doppeltangenten.

Zufolge des in II sub **12.** bewiesenen Satze liegen die acht Berührungspunkte je zweier Paare von Doppeltangenten, die in einem System auftreten, auf einem Kegelschnitte. Solche vier Doppeltangenten treten dann aber in drei verschiedenen Systemen auf. Da in einem System vier Paare vorhanden sind, so geben diese sechs Kegelschnitte, die durch je acht Berührungspunkte zweier Paare gehen, und es sind daher im Ganzen $^1{}_3.6.30=60$ Kegelschnitte vorhanden, welche durch die Berührungspunkte von vier Doppeltangenten gehen.

24. Es seien $D_iD_{i'}$ ein Paar Doppeltangenten, welche in dem System $[i_1k_1]$ liegen und $D_{i'}D_{i''}$ irgend ein Paar, welches in dem zum ersteren conjungirten System $[i_1k_1]'$ liegen. Dann bilden die acht Berührungspunkte der vier Doppeltangenten die Basis eines Curvenbüschels 3ter Ordnung, dessen 9ter Punkt in d liegt und dessen Curven φ die Φ in Paaren der $g_2^{(4)}$ schneiden.

Es wurde aber in II sub **20.** auch die Umkehr dieses Satzes bewiesen und hieraus folgt für die Doppeltangenten D_iD_k, $D_{i'}D_{k'}$, welche ein Quadrupel bilden sollen, dass wenn $D_iD_{i'}$ und $D_{i'}D_{k'}$ conjungirten Systemen angehören, auch $D_iD_{i'}$ und $D_kD_{k'}$ in conjungirten Systemen auftreten müssen, ebenso wie $D_iD_{i'}$ und $D_{i'}D_{k'}$.

Wir wollen nun zeigen, dass diese drei Systeme stets **nur durch drei** von einander verschiedene Zahlen charakterisirt werden. Dass also, wenn D_iD_k in $[i_1k_1]$ liegt, dann $D_iD_{i'}$ in $[k_1h_1]$ und $D_iD_{k'}$ in $[h_1i_1]$ oder den conjungirten liegen muss.

Wir haben in II sub 15. gezeigt, dass zwei Kegelschnitte $\mathfrak{K}, \mathfrak{K}'$ aus conjungirten Systemen, stets in zwei solchen Quadrupeln Φ berühren, dass der Büschel Curven 3ter Ordnung durch diese acht Punkte, die Kegelschnitte $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ noch je in Punktepaaren trifft, so zwar, dass die Curve φ in zwei Paaren schneidet, in welchen ein $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ doppelt berührender Kegelschnitt existirt, der φ noch in einem Punktepaar auf Φ trifft. Sind nun $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{K}'$ zwei Paare Doppeltangenten, so werden die berührenden Kegelschnitte die Kegelschnitte der Schaar vorstellen, welche die vier Doppeltangenten zu festen Tangenten besitzen.

Der Curvenbüschel 3ter Ordnung schneidet nun jede der Doppeltangenten in einer zu ihm projectivischen Punktreihe, also werden die Kegelschnitte der Schaar auf den Büschel Curven 3ter Ordnung projectivisch bezogen sein.

Der Curvenbüschel 3ter Ordnung ist aber projectivisch zum Strahlenbüschel, welcher aus d die Paare $a\alpha$ projicirt, in denen die Curven φ die Φ schneiden. Da durch dieses Punktepaar auch der Kegelschnitt der Schaar geht, welcher φ zugehört, so ist der Strahlenbüschel in d projectivisch auf die Schaar der Kegelschnitte durch die Paare $a\alpha$ von Φ bezogen.

Wir haben also den in I sub **7.**, S. 8 betrachteten Fall. Um mit den daselbst eingeführten Bezeichnungen in Übereinstimmung zu bleiben, wollen wir voraussetzen, dass das Doppeltangentenpaar $D_1 D_4$ in [12] und $D_2 D_3$ in [12]′ auftritt. Die übrigen Doppeltangenten seien vor der Hand mit $D_5 D_6 \ldots D_{16}$ bezeichnet.

Transformiren wir dann die Gleichung der Curve Φ, die wir bislang in der Form S. 11, Gl. (23) voraussetzten, auf das Diagonaldreiseit des von den Doppeltangenten D_1, D_4, D_2, D_3 gebildeten Vierseites, so werden sich drei einander äquivalente Formen ergeben:

$$\begin{aligned}
\Phi_{12} &\equiv \tau_1^2 T_2^2 + (\tau_1^2 + \tau_2^2 - \tau_3^2)\, T_1 T_2 + \tau_2^2 T_1^2 \\
\Phi_{23} &\equiv \tau_2^2 T_3^2 + (\tau_2^2 + \tau_3^2 - \tau_1^2)\, T_2 T_3 + \tau_3^2 T_2^2 \\
\Phi_{31} &\equiv \tau_3^2 T_1^2 + (\tau_3^2 + \tau_1^2 - \tau_2^2)\, T_3 T_1 + \tau_1^2 T_3^2,
\end{aligned} \tag{3}$$

die gleich N ll gesetzt die Gleichung derselben Curve Φ darstellen, deren vier Doppeltangenten

$$\begin{aligned}
D_1 &= \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 0 \\
D_2 &= \tau_1 - \tau_2 - \tau_3 = 0 \\
D_3 &= \tau_1 - \tau_2 + \tau_3 = 0 \\
D_4 &= \tau_1 + \tau_2 - \tau_3 = 0
\end{aligned} \tag{4}$$

sind. Hiebei muss

$$\begin{aligned}
T_1 &= a_1 \tau_1 + a_2 \tau_2 + a_3 \tau_3 \\
T_2 &= b_1 \tau_1 + b_2 \tau_2 + b_3 \tau_3 \\
T_3 &= c_1 \tau_1 + c_2 \tau_2 + c_3 \tau_3 \\
T_1 + T_2 + T_3 &\equiv 0,
\end{aligned} \tag{5}$$

d. h. $a_i + b_i + c_i = 0$ sein. Der Schnittpunkt der drei Geraden ist der Doppelpunkt d von Φ und T_1, T_2, T_3 sind drei der Tangenten von Φ, die in t_1, t_2, t_3 berühren, welche Punkte auf τ_1, τ_2, τ_3 liegen, wie in I. **7.** gezeigt wurde.

Wir haben ferner in II sub 19., S. 19 gesehen, dass zwei vierfach berührende Kegelschnitte aus conjungirten Systemen einander in vier Punkten schneiden, so dass ein Paar der Schnittsehnen, durch die Berührungspunkte der Tangenten aus d gehen, welche in dem System enthalten sind.

Da nun im obigen Quadrupel sich $D_1 D_2$ und $D_4 D_3$ auf τ_1 und $D_1 D_3$ sowie $D_2 D_4$ auf τ_2 schneiden, so gehört der aus den Doppeltangenten $D_1 D_4$ bestehende Kegelschnitt dem System [12] an, und $D_2 D_3$ dem System [12]′. Das Geradenpaar $D_1 D_3$ und $D_2 D_4$ hat aber als Schnittsehnen die Geraden τ_1, τ_3, also liegen sie in dem System [13] und [13]′, während $D_1 D_2$ und $D_3 D_4$, da ihre Schnittsehnen τ_2, τ_3 sind, in [23] und [23]′ liegen. Welches System man mit einem Strich versieht, ist gleichgiltig. Hiemit ist die obige Behauptung, bezüglich der drei Systeme, in welchen die Doppeltangenten eines Quadrupels liegen, erwiesen.

25. Wir wollen ein solches Quadrupel von Doppeltangenten, dessen acht Berührungspunkte die Basis eines Curvenbüschels 3ter Ordnung bilden, dessen 9ter Punkt der Doppelpunkt von Φ ist, mit

$$\begin{bmatrix} D_i & D_k \\ D_h & D_l \end{bmatrix}_{mnp} \qquad (m, n, p = 1, 2, 3, 4, 5, 6,)$$

bezeichnen, und zwar sollen dann $D_i D_k$ in dem System $[mn]$, $D_l D_h$ in dem System $[np]$ und $D_h D_i$ in dem System $[mp]$ liegen, wobei das andere Paar immer im conjungirten System auftritt.[1]

---

[1] Man kann aus den Gleichungsformen (3) und den in I für K_k' abgeleiteten Kegelschnittsgleichungen (17) auch die Systeme angeben, in welchen die Doppeltangentenpaare auftreten. Man kann auch sehr leicht die Gleichung des Systems der vierfach berührenden Kegelschnitte aufstellen, welchem die einzelnen Doppeltangentenpaare angehören. Aus den Identitäten:

$$\begin{aligned}
\Phi_{12} &\equiv [\nu T_1 T_2 + \tau_1 T_2 - \tau_2 T_1]^2 + T_1 T_2 [(\tau_1 + \tau_2)^2 - \tau_3^2 - 2\nu(\tau_1 T_2 - \tau_2 T_1) - \nu^2 T_1 T_2] \\
&\equiv [\nu T_1 T_2 + \tau_1 T_2 + \tau_2 T_1]^2 + T_1 T_2 [(\tau_1 - \tau_2)^2 - \tau_3^2 - 2\nu(\tau_1 T_2 + \tau_2 T_1) - \nu^2 T_1 T_2]
\end{aligned}$$

Da in jedem System vier in Geradenpaare zerfallende Kegelschnitte auftreten, also vier Paare Doppeltangenten, eben so viele in dem conjungirten Systeme, so liefert ein System und sein conjungirtes 16 Quadrupel. Weil aber jedes Quadrupel in drei verschiedenen Systemen und den dazu conjungirten enthalten ist, so erhält man $^1/_3 . 16 . 15 = 80$ Quadrupel von Doppeltangenten.

Da jedes Quadrupel zu einer canonischen Gleichungsform (3) Anlass gibt, so ersieht man, dass es blos 80 verschiedene canonische Gleichungsformen wie (3) gibt, wobei die drei Formen (3) als nicht wesentlich verschieden von einander betrachtet werden.

Hiemit ist die in I sub **9.** gemachte Bemerkung gerechtfertigt.

Die drei Diagonalen des Vierseits, welches von einem Quadrupel von Doppeltangenten gebildet wird, sind Gerade, welche zwei Schnittpunkte von Doppeltangenten enthalten und durch einen der Punkte t_i gehen. Solcher Geraden gibt es also $3 . 80 = 240$, und durch jeden Punkt t_i gehen mithin 40 derselben.

Durch einen Schnittpunkt zweier Doppeltangenten gehen blos vier dieser Geraden. Die zwei Doppeltangenten sind nämlich als Paar in einem System $[ik]$ enthalten, in welchem auch die Tangenten T_i, T_k auftreten. Die Geraden nun, welche den Schnittpunkt der Doppeltangenten mit den vier übrigen Punkten t_h verbinden, enthalten stets noch einen Schnittpunkt von zwei Doppeltangenten, die im System $[ik]'$ liegen, und die vier Paare dieses Systems bestimmen. Dies gibt, da es $^1/_2 16 . 15 = 120$ Schnittpunkte der Doppeltangenten gibt, wieder oben $^1/_2 . 4 . 120 = 240$ solcher Geraden, die zwei Schnittpunkte von Doppeltangenten enthalten und durch die Punkte t_h gehen.

26. Seien nun D_i, D_k, D_h irgend drei Doppeltangenten von Φ und es mögen $D_i D_k$ in dem System $[i_1 k_1]$ $D_i D_h$ in dem System $[i_2 k_2]$ als Paar auftreten, dann liegen $D_k D_h$ in einem System $[i_3 k_3]$, wobei sich die Zahlen (i_3, k_3) aus den Zahlen (i_1, k_1) und (i_2, k_2) durch folgende Regel bestimmen: **Sind (i_1, k_1) von den Zahlen (i_2, k_2) verschieden, so ist (i_3, k_3) das noch übrige Zahlenpaar der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ist aber eine der Zahlen z. B. $i_2 = i_1$, so sind die Zahlen (i_3, k_3) gleich (k_1, k_2).**

---

folgt, dass die Kegelschnitte

$$\mathfrak{K}_{12} \equiv D_1 D_4 - 2\nu(\tau_1 T_2 - \tau_2 T_1) - \nu^2 T_1 T_2 = 0$$
$$\mathfrak{K}'_{12} \equiv D_2 D_3 - 2\nu(\tau_1 T_2 + \tau_2 T_1) - \nu^2 T_1 T_2 = 0$$

die Curve Φ vierfach berühren, und dass in demselben nebst dem doppelt zählenden, für $\nu = \infty$ sich ergebenden Geradenpaar T_1, T_2 noch die Doppeltangenten $D_1 D_4$ in $[12]$ und $D_2 D_3$ in $[12]'$ für $\nu = 0$ auftreten.

Analog folgt aus

$$\Phi_{23} \equiv [\nu T_2 T_3 + \tau_2 T_3 - \tau_3 T_2]^2 + T_2 T_3 [(\tau_2 + \tau_3)^2 - \tau_1^2 - 2\nu(\tau_2 T_3 - \tau_3 T_2) - \nu^2 T_2 T_3]$$
$$\equiv [\nu T_2 T_3 + \tau_2 T_3 + \tau_3 T_2]^2 + T_2 T_3 [(\tau_2 - \tau_3)^2 - \tau_1^2 - 2\nu(\tau_2 T_3 + \tau_3 T_2) - \nu^2 T_2 T_3],$$

dass die Kegelschnitte

$$\mathfrak{K}_{23} \equiv D_1 D_2 + 2\nu(\tau_2 T_3 - \tau_3 T_2) + \nu^2 T_2 T_3 = 0$$
$$\mathfrak{K}'_{23} \equiv D_2 D_4 + 2\nu(\tau_2 T_3 + \tau_3 T_2) + \nu^2 T_2 T_3 = 0$$

dem System [23] und [23]' angehören, während aus

$$\Phi_{13} \equiv [\nu T_3 T_1 + \tau_3 T_1 + \tau_1 T_3]^2 + T_3 T_1 [(\tau_3 - \tau_1)^2 - \tau_2^2 - 2\nu(\tau_3 T_1 + \tau_1 T_3) - \nu^2 T_3 T_1]$$
$$\equiv [\nu T_3 T_1 + \tau_3 T_1 - \tau_1 T_3]^2 + T_3 T_1 [(\tau_3 + \tau_1)^2 - \tau_2^2 - 2\nu(\tau_3 T_1 - \tau_1 T_3) - \nu^2 T_3 T_1]$$

sich ergibt, dass die Kegelschnitte

$$\mathfrak{K}_{13} \equiv D_2 D_4 + 2\nu(\tau_3 T_1 + \tau_1 T_3) + \nu^2 T_3 T_1$$
$$\mathfrak{K}'_{13} \equiv D_1 D_3 - 2\nu(\tau_3 T_1 - \tau_1 T_3) - \nu^2 T_3 T_1$$

das System [13] und [13]' bilden.

In jedem der Systeme sind noch drei Paar andere Doppeltangenten enthalten. Die Discriminante der Gleichungen wird auch in ν blos vom 3ten Grade.

Die Gleichung für $\mathfrak{K}_{12}$ zeigt auch, dass $D_1 = 0$ von den Kegelschnitten des Systems [12] in einer quadratischen Involution geschnitten wird, die auch den Kegelschnittsbüschel $\nu T_1 T_2 + 2(\tau_1 T_2 - \tau_2 T_1) = 0$ auf ihr ausschneidet. Des Weiteren cfr. Ameseder l. c. S. 41.

Diese Regel folgt aus den in II sub **22.**, S. 20 bewiesenen Sätzen. Wir haben daselbst gezeigt, dass der Büschel Curven 3ter Ordnung, welcher durch die acht Berührungspunkte zweier Kegelschnitte geht, die verschiedenen nicht conjungirten Systemen angehören, ein drittes System von Quadrupeln ausschneidet, dessen charakteristischen Zahlen sich durch die eben angeführte Regel bestimmen. Nehmen wir nun die beiden Kegelschnitte D_i, D_k und D_l, D_h, die verschiedenen nicht conjungirten Systemen angehören müssen, so wird der Büschel von Curven 3ter Ordnung die Gerade D_l offenbar als festen Bestandtheil enthalten, und der Rest ist also ein Kegelschnittsbüschel durch die vier Berührungspunkte von D_i, D_h. Dieser Büschel schneidet aber ein System von Quadrupeln aus, zu dem auch seine Basispunkte gehören.

27. Die in den vorhergehenden Nummern **23.**, **24.**, **25.** und **26.** gegebenen Sätze über die Gruppirung der Doppeltangenten setzen uns in den Stand, sobald wir die Doppeltangenten einmal in Beziehung zu den Punkten t_i gesetzt haben, ihre Anordnung in alle 30 Systeme zu geben.

Wir bemerken hiezu, dass, wenn die Doppeltangenten blos als zerfallende Kegelschnitte eines Systems $[ik]$ und des conjungirten gegeben sind, hiedurch die einzelnen Doppeltangenten eines Paares von einander nicht unterschieden sind. Erst wenn wir aus irgend einem Paare und einem solchen aus dem conjungirten Systeme ein Quadrupel bilden, dem noch ein dritter Punkt t_h zugewiesen wird, werden die Doppeltangenten eines Paares getrennt, und es ist über die Punkte t_i, t_k, t_h verfügt.

Wir können nun folgende Annahmen machen: Es mögen in dem System

$[12]$ die Paare $D_1 D_4$, $D_5 D_8$, $D_9 D_{12}$, $D_{13} D_{16}$

in

$[12]'$ „ „ $D_2 D_3$, $D_6 D_7$, $D_{10} D_{11}$, $D_{14} D_{15}$

auftreten. Aus ihnen bilden wir die Quadrupel:

$$\begin{bmatrix} D_1 D_4 \\ D_2 D_3 \end{bmatrix}_{123} \quad \begin{bmatrix} D_5 D_8 \\ D_6 D_7 \end{bmatrix}_{123} \quad \begin{bmatrix} D_9 D_{12} \\ D_{10} D_{11} \end{bmatrix}_{123} \quad \begin{bmatrix} D_{13} D_{16} \\ D_{14} D_{15} \end{bmatrix}_{123}.$$

Hiedurch sind die 16 Doppeltangenten individualisirt und es ist über die Punkte t_1, t_2, t_3 verfügt worden. Über die Punkte t_4, t_5, t_6 verfügen wir durch die Quadrupel:

$$\begin{bmatrix} D_1 D_4 \\ D_6 D_7 \end{bmatrix}_{124} \quad \begin{bmatrix} D_1 D_4 \\ D_{10} D_{11} \end{bmatrix}_{125} \quad \begin{bmatrix} D_1 D_4 \\ D_{14} D_{15} \end{bmatrix}_{126}$$

und haben damit die willkürlichen Annahmen erschöpft, indem alle Punkte t_i in Verbindung mit den 16 individualisirten Doppeltangenten gebracht sind. In der That gelingt es nun mit Hilfe der in **26.** angegebenen Regel die Einordnung der Paare der Doppeltangenten zu je acht in die 15 Systeme $[ik]$ zu bewirken.

Legt man hiezu eine Tabelle nach Art der folgenden Tabelle I an, indem man in dem Quadrat, in welchem sich die Columne von D_i mit der Zeile von D_k schneidet, die Zahlen h, l einträgt, so dass $D_i D_k$ im System $[hl]$ liegt, so kann man zuerst die Combinationen einschreiben, die sich aus den gemachten Annahmen ergeben. Man erhält hiedurch 30 der Quadrate ausgefüllt und die sehr leicht anwendbare Regel in **26.** gibt die Ausfüllung der übrigen Quadrate.

Hiedurch hat man 15 Gruppen von je acht Paaren von Doppeltangenten und es kommt noch darauf an, in jeder Gruppe die vier Paare des einen Systems und des dazu conjungirten anzugeben. Dazu hat man erstens den Satz anzuwenden, dass die vier Doppeltangenten, deren acht Berührungspunkte auf einem Kegelschnitte liegen, stets zwei Paare eines Systems vorstellen müssen, dann aber auch den Satz, dass, wenn die vier Doppeltangenten D_i, D_k, D_h, D_l ein Quadrupel bilden, die drei Systeme, denen sie als Paare angehören, nur drei verschiedene Zahlen besitzen können. Unter einem Quadrupel von Doppeltangenten ist stets ein solches zu verstehen, wie es in **24.** betrachtet wurde.

In der Tabelle I wurden die Systeme $[ik]$ und $[ik]'$ durch die Zahlen ik und $\overline{ik}$ charakterisirt.

Tabelle I.

D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}	D_{13}	D_{14}	D_{15}	D_{16}	
23	$\overline{13}$	12	$\overline{31}$	24	$\overline{14}$	$\overline{56}$	$\overline{35}$	25	$\overline{15}$	$\overline{46}$	$\overline{36}$	26	$\overline{16}$	$\overline{45}$	D_1
	$\overline{12}$	13	$\overline{24}$	34	$\overline{56}$	$\overline{14}$	$\overline{25}$	35	$\overline{16}$	$\overline{15}$	$\overline{26}$	36	$\overline{45}$	$\overline{16}$	D_2
		$\overline{23}$	14	$\overline{56}$	34	24	15	$\overline{46}$	35	25	16	$\overline{45}$	36	26	D_3
			$\overline{56}$	14	$\overline{24}$	$\overline{34}$	$\overline{46}$	15	$\overline{25}$	$\overline{35}$	$\overline{45}$	16	$\overline{26}$	$\overline{36}$	D_4
				$\overline{23}$	13	12	45	$\overline{16}$	26	36	46	$\overline{15}$	25	35	D_5
					$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{16}$	45	$\overline{36}$	$\overline{26}$	$\overline{15}$	46	$\overline{35}$	$\overline{25}$	D_6
						23	26	$\overline{36}$	45	16	25	$\overline{35}$	46	15	D_7
							36	$\overline{26}$	16	45	35	$\overline{25}$	15	46	D_8
								$\overline{23}$	13	12	56	$\overline{14}$	24	34	D_9
									$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	56	$\overline{34}$	$\overline{24}$	D_{10}
										23	24	$\overline{34}$	56	14	D_{11}
											34	$\overline{24}$	14	56	D_{12}
												$\overline{23}$	13	12	D_{13}
													$\overline{12}$	$\overline{13}$	D_{14}
														23	D_{15}

Zur Erläuterung der oben angegebenen Regel diene folgende Bemerkung:

In der ersten Zeile der Tabelle stehen beispielsweise unter D_8 und D_{16} die Zahlen $\overline{56}$ und $\overline{45}$, also muss $D_8 D_{16}$ dem System [46] angehören, wie auch die Tabelle zeigt. Hingegen steht bei D_4 die Zahl 12, also muss D_8 und D_4 im System [34] liegen, welche Zahl auch in dem Quadrate steht, mit dem D_4 und D_8 in einer Zeile, resp. Columne liegen.

Schreibt man die Paare von Doppeltangenten, die in einem System liegen, nebeneinander, so erhält man aus der Tabelle I folgende Anordnung der Doppeltangenten in die 30 Systeme der vierfach berührenden Kegelschnitte:

Tabelle II.

[12]	$D_1 D_4$	$D_5 D_8$	$D_9 D_{12}$	$D_{13}D_{16}$
[12]′	$D_2 D_3$	$D_6 D_7$	$D_{10}D_{11}$	$D_{14}D_{15}$
[13]	$D_2 D_4$	$D_5 D_7$	$D_9 D_{11}$	$D_{13}D_{15}$
[13]′	$D_1 D_3$	$D_6 D_8$	$D_{10}D_{12}$	$D_{14}D_{16}$
[14]	$D_3 D_5$	$D_4 D_6$	$D_{11}D_{16}$	$D_{12}D_{15}$
[14]′	$D_1 D_7$	$D_2 D_8$	$D_9 D_{14}$	$D_{10}D_{13}$
[15]	$D_3 D_9$	$D_4 D_{10}$	$D_7 D_{16}$	$D_8 D_{15}$
[15]′	$D_1 D_{11}$	$D_2 D_{12}$	$D_5 D_{14}$	$D_6 D_{13}$
[16]	$D_3 D_{13}$	$D_4 D_{14}$	$D_7 D_{12}$	$D_8 D_{11}$
[16]′	$D_1 D_{15}$	$D_2 D_{16}$	$D_5 D_{10}$	$D_6 D_9$
[23]	$D_1 D_2$	$D_7 D_8$	$D_{11}D_{12}$	$D_{15}D_{16}$
[23]′	$D_3 D_4$	$D_5 D_6$	$D_9 D_{10}$	$D_{13}D_{14}$
[24]	$D_1 D_6$	$D_3 D_8$	$D_9 D_{15}$	$D_{11}D_{13}$
[24]′	$D_2 D_5$	$D_4 D_7$	$D_{10}D_{16}$	$D_{12}D_{14}$
[25]	$D_1 D_{10}$	$D_3 D_{12}$	$D_5 D_{15}$	$D_7 D_{13}$
[25]′	$D_2 D_9$	$D_4 D_{11}$	$D_6 D_{16}$	$D_8 D_{14}$
[26]	$D_1 D_{14}$	$D_3 D_{16}$	$D_5 D_{11}$	$D_7 D_9$
[26]′	$D_2 D_{13}$	$D_4 D_{15}$	$D_6 D_{12}$	$D_8 D_{10}$
[34]	$D_2 D_6$	$D_3 D_7$	$D_9 D_{16}$	$D_{12}D_{13}$
[34]′	$D_1 D_5$	$D_4 D_8$	$D_{10}D_{15}$	$D_{11}D_{14}$
[35]	$D_2 D_{10}$	$D_3 D_{11}$	$D_5 D_{16}$	$D_8 D_{13}$
[35]′	$D_1 D_9$	$D_4 D_{12}$	$D_6 D_{15}$	$D_7 D_{14}$
[36]	$D_2 D_{14}$	$D_3 D_{15}$	$D_5 D_{12}$	$D_8 D_9$
[36]′	$D_1 D_{13}$	$D_4 D_{16}$	$D_6 D_{11}$	$D_7 D_{10}$

[45]	$D_5\ D_9$	$D_6\ D_{10}$	$D_7\ D_{11}$	$D_8\ D_{12}$
[45]′	$D_1\ D_{16}$	$D_2\ D_{15}$	$D_3\ D_{14}$	$D_4\ D_{13}$
[46]	$D_5\ D_{13}$	$D_6\ D_{14}$	$D_7\ D_{15}$	$D_8\ D_{16}$
[46]′	$D_1\ D_{12}$	$D_2\ D_{11}$	$D_3\ D_{10}$	$D_4\ D_9$
[56]	$D_9\ D_{13}$	$D_{10}D_{14}$	$D_{11}D_{15}$	$D_{12}D_{16}$
[56]′	$D_1\ D_8$	$D_2\ D_7$	$D_3\ D_6$	$D_4\ D_5$

Aus dieser Tabelle ist es leicht, die 80 Quadrupel von Doppeltangenten anzugeben, ebenso die 60 Gruppen von zwei Paar Doppeltangenten, deren acht Berührungspunkte auf einem Kegelschnitte liegen.

IV. Die adjungirten dreifach berührenden Kegelschnitte der Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte.

28. Ausser den in II. betrachteten vierfach berührenden Kegelschnitten der Curve Φ, die nicht durch den Doppelpunkt gehen, existiren noch Systeme von Kegelschnitten, welche durch den Doppelpunkt d von Φ gehend, diese in drei Punkten berühren.

Ist χ ein solcher Kegelschnitt, der in a_1, a_2, a_3 die Φ berühren möge, und legt man durch die vier Punkte d, a_1, a_2, a_3 irgend einen Kegelschnitt K, so schneidet er Φ noch in drei Punkten b_1, b_2, b_3, in denen ein Kegelschnitt χ' die Φ berührt. Der Büschel von Kegelschnitten durch d, a_1, a_2, a_3 schneidet das ganze System von Tripeln aus, in denen ein Kegelschnitt χ die Φ berührt.

Legt man den Kegelschnitt K des obigen Büschels durch einen der Punkte t_i, so muss offenbar χ' zerfallen in die Tangente T_i des Punktes t_i, die durch d geht, und in eine zweite Gerade, die Doppeltangente von Φ ist.

Es treten mithin in einem System der dreifach berührenden Kegelschnitte stets sechs Doppeltangenten gepaart mit den sechs Tangenten aus dem Doppelpunkte als zerfallende Kegelschnitte auf.

Da umgekehrt jede Tangente aus dem Doppelpunkte in Verbindung mit einer Doppeltangente einen dreifach berührenden adjungirten Kegelschnitt darstellt, also zu einem System solcher Kegelschnitte gehört, in welchem noch die fünf übrigen Tangenten gepaart mit fünf Doppeltangenten auftreten, so ersieht man, dass es blos 16 Systeme adjungirter dreifach berührender Kegelschnitte gibt.

Diese 16 Systeme erhält man am einfachsten, wenn man eine der Tangenten, z. B. T_1 nach einander mit allen 16 Doppeltangenten verbindet.

29. Die Anordnung der 16 Doppeltangenten in diese 16 Systeme mit den ihnen zugehörenden Tangenten T_i erhält man aus den fünf ersten Systempaaren der Tabelle II, indem jedes Paar Doppeltangenten eines dieser Systeme mit dem Paar Tangenten aus d, welche das System charakterisiren, zwei zerfallende Kegelschnitte desselben dreifach berührenden Systems von adjungirten Kegelschnitten gibt. So liegt in dem System, welches durch $T_1\ D_1$ bestimmt ist, auch $T_2\ D_4$, da $D_1\ D_4$ ein Paar aus dem System [12] darstellen, ebenso liegen noch $T_3\ D_3$, $T_4\ D_7$, $T_5\ D_{11}$ und $T_6\ D_{15}$ in demselben System dreifach berührender Kegelschnitte wie $T_1\ D_1$. Man könnte auch irgend fünf Systempaare nehmen, die eine Ziffer gemeinschaftlich haben.

Man erhält hiedurch folgende Tabelle:

Tabelle III.

T_1	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}	D_{13}	D_{14}	D_{15}	D_{16}
T_2	D_4	D_3	D_2	D_1	D_8	D_7	D_6	D_5	D_{12}	D_{11}	D_{10}	D_9	D_{16}	D_{15}	D_{14}	D_{13}
T_3	D_3	D_4	D_1	D_2	D_7	D_8	D_5	D_6	D_{11}	D_{12}	D_9	D_{10}	D_{15}	D_{16}	D_{13}	D_{14}
T_4	D_7	D_8	D_5	D_6	D_3	D_4	D_1	D_2	D_{14}	D_{13}	D_{16}	D_{15}	D_{12}	D_9	D_{12}	D_{11}
T_5	D_{11}	D_{12}	D_9	D_{10}	D_{14}	D_{13}	D_{16}	D_{15}	D_3	D_4	D_1	D_2	D_6	D_5	D_8	D_7
T_6	D_{15}	D_{16}	D_{13}	D_{14}	D_{10}	D_9	D_{12}	D_{11}	D_6	D_5	D_8	D_7	D_3	D_4	D_1	D_2

Die sechs Tangenten T_i sind immer mit den sechs Doppeltangenten einer Columne in einem System von adjungirten dreifach berührenden Kegelschnitten enthalten, und zwar bildet jede Tangente mit der Doppeltangente derselben Zeile ein Paar.

30. Die canonische Gleichungsform der Curve 4ter Ordnung

$$\Phi_{12} \equiv \tau_1^2 T_2^2 + (\tau_1^2 + \tau_2^2 - \tau_3^2) T_1 T_2 + \tau_1^2 T_2^2 = 0$$

erlaubt auch die Gleichung des Systems der dreifach berührenden adjungirten Kegelschnitte in einfacher Weise aufzustellen, welches der Tangente T_1 und der Doppeltangente D_1 entspricht.

Aus der Identität

$$\Phi_{12} \equiv [\tau_1 T_2 - \tau_2 T_1 + \nu D_4 T_2]^2 + D_4 T_2 [D_1 T_1 - 2\nu(\tau_1 T_2 - \tau_2 T_1) - \nu^2 D_4 T_2]$$

wobei

$$D_1 = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$$
$$D_4 = \tau_1 + \tau_2 - \tau_3$$

ist, ersieht man, dass die Kegelschnitte

$$\chi \equiv D_1 T_1 - 2\nu(\tau_1 T_2 - \tau_2 T_1) - \nu^2 D_4 T_2 = 0,$$

welche durch den Doppelpunkt von Φ gehen, für alle Werthe von ν die Curve Φ noch in drei Punkten berühren.

In dem System ist für $\nu = 0$, $\nu = \infty$ auch das Paar $D_1 T_1$, resp. $D_4 T_2$ enthalten.

Dieselbe Form Φ_{12} kann zur Aufstellung des Systems verwendet werden, welches $T_1 D_2$, $T_1 D_3$ und $T_1 D_4$ enthält. Man kann nämlich eine der obigen analoge Identität aufstellen, wobei nur statt $\tau_1 T_2 - \tau_2 T_1 + \nu D_4 T_2$ eine andere Function genommen werden muss, die sich aus den S. 10, Gl. (17) abgeleiteten Gleichungen für die Kegelschnitte K_{ik} ergibt.

Anmerkung: Die Curven 4ter Ordnung ohne Doppelpunkt haben 63 Systeme von vierfach berührenden Kegelschnitten und 28 Doppeltangenten. Ändert man die Constanten einer solchen Curve so ab, dass sie einen Doppelpunkt erhält, so übergeht ein System der Kegelschnitte in die doppelt gezählten Geraden durch den Doppelpunkt, 32 Systeme übergehen in die 16 Systeme adjungirter Kegelschnitte, die noch in drei Punkten berühren, und nur 30 Systeme eigentlich vierfach berührender Kegelschnitte bleiben als solche bestehen, die wir in II betrachtet haben. Von den Doppeltangenten bleiben nur 16 erhalten, die 12 übrigen übergehen in die sechs Tangenten vom Doppelpunkte an die Curve, die also jede zwei zusammengefallene Doppeltangenten vorstellt. Dies stimmt auch damit überein, dass ein solches Tangentenpaar aus dem Doppelpunkte stets in einem der 30 Systeme vierfach berührender Kegelschnitte doppelt als zerfallender Kegelschnitt zählt, wie in III, sub **23.** gezeigt wurde.

Zweite Abtheilung.

Besondere Curven 4ter Ordnung vom Geschlechte Zwei.

1. Wir haben in der ersten Abtheilung sub I gezeigt, dass sich die Gleichung einer allgemeinen Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte auf die Form

$$\Phi \equiv (T_1^2 + T_2^2) T_{12}^2 + 2 T_1 T_2 H \tag{1}$$

bringen lässt, wobei

$$H \equiv a_{11} T_1^2 + a_{22} T_2^2 + a_{33} T_{12}^2 + 2a_{12} T_1 T_2 + 2a_{13} T_1 T_{12} + 2a_{23} T_2 T_{12} \tag{2}$$

ist. Durch Specialisirung der Constanten a_{ik} erhält man besondere Curven.

Wir wollen im Nachstehenden solche Curven betrachten, welche im Doppelpunkte einen oder zwei Wendepunkte besitzen, oder die statt des Doppelpunktes eine Spitze haben.

Wir bemerken hiezu Folgendes: Aus der Gleichung der Curve Φ

$$\Phi \equiv [T_1^2+T_2^2+2a_{33}T_1T_2]T_{12}^2+2T_1T_2[a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2+2a_{12}T_1T_2+2a_{13}T_1T_{12}+2a_{23}T_2T_{12}]=0 \quad (3)$$

folgt, dass die beiden Geraden, deren Gleichung

$$T_1^2+T_2^2+2a_{33}T_1T_2=0$$

ist, die Doppelpunktstangenten von Φ sind. Ist also $a_{33}=\pm 1$, so erhält Φ eine Spitze, deren Tangente $T_1 \pm T_2=0$ ist. Ist aber $a_{33}^2 \neq 1$, so werden die Doppelpunktstangenten nicht zusammenfallen, und jede schneidet Φ in dem Punkte, in welchem sie den Kegelschnitt

$$a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2+2a_{12}T_1T_2+2a_{13}T_1T_{12}+2a_{23}T_2T_{12}=0$$

noch trifft. Soll also eine der Doppelpunktstangenten Wendetangente von Φ werden, so muss der letzte Schnittpunkt auch in den Doppelpunkt d fallen, d. h. die Gerade

$$a_{13}T_1+a_{23}T_2=0$$

muss eine der Geraden

$$T_1^2+T_2^2+2a_{33}T_1T_2=0$$

werden, oder es ist

$$a_{13}^2+a_{23}^2-2a_{33}a_{13}a_{23}=0. \quad (4)$$

Ist nun $a_{13} \neq 0$, $a_{23} \neq 0$, so wird unter der Bedingung (4)

$$a_{13}a_{23}(T_1^2+T_2^2+2a_{33}T_1T_2) \equiv (a_{13}T_1+a_{23}T_2)(a_{23}T_1+a_{13}T_2),$$

und daher

$$a_{13}a_{23}\Phi \equiv$$
$$(a_{13}T_1+a_{23}T_2)(a_{23}T_1+a_{13}T_2)T_{12}^2+2T_1T_2[a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2+2a_{12}T_1T_2+2(a_{13}T_1+a_{23}T_2)T_{12}] \quad (5)$$

woraus ersichtlich, dass die Gerade

$$a_{13}T_1+a_{23}T_2=0 \quad (6)$$

die Curve Φ im Doppelpunkte in vier zusammenfallenden Punkten schneidet, also daselbst Wendetangente ist.

Ist aber $a_{13}=0$, so muss auch $a_{23}=0$ sein, wenn im Doppelpunkt ein Wendepunkt auftreten soll (zu Folge (4)), dann treten aber auf beiden Zweigen Wendepunkte auf. Denn dann wird die Gleichung der Curve

$$\Phi \equiv (T_1^2+T_2^2+2a_{33}T_1T_2)T_{12}^2+2T_1T_2[a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2+2a_{12}T_1T_2]=0, \quad (7)$$

woraus man ersieht, dass jede der beiden Geraden

$$T_1^2+T_2^2+2a_{33}T_1T_2=0$$

die Curve Φ nur in dem Doppelpunkte d trifft, nämlich in den Schnittpunkten von $T_1=0$, $T_2=0$, und im Scheitel des Geradenpaares

$$a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2+2a_{12}T_1T_2=0.$$

Ist schliesslich $a_{33}=-1$, so wird

$$\Phi \equiv (T_1-T_2)^2T_{12}^2+2T_1T_2[a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2+2a_{12}T_1T_2+2a_{13}T_1T_{12}+2a_{23}T_2T_{12}]=0 \quad (8)$$

die Gleichung der Curve, aus welcher ersichtlich, dass die Spitzentangente $T_1-T_2=0$ die Φ nur in dem Punkte trifft, in welchem diese Gerade den Kegelschnitt

$$a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2+2a_{12}T_1T_2+2a_{13}T_1T_{12}+2a_{23}T_2T_{12}=0$$

schneidet. Dieser Kegelschnitt geht durch die Spitze von Φ und berührt Φ noch in drei Punkten. Sollte nebst $a_{33} = -1$ auch noch (4) gelten, was $a_{13} = -a_{23}$ geben würde, so hätte die Curve Φ einen Selbstberührungspunkt im Punkte $T_1 = 0\ T_2 = 0$ mit der Tangente $T_1 - T_2 = 0$ und wäre vom Geschlechte 1.

Wir wollen nun die Systeme vierfach berührender Kegelschnitte und Doppeltangenten dieser besonderen Curven untersuchen.

I. Die Curve 4ter Ordnung, welche im Doppelpunkte einen Wendepunkt hat.

2. Hat die Curve 4ter Ordnung im Doppelpunkte d einen Wendepunkt, so gehen von d blos fünf Tangenten, T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 an dieselbe, welche in t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 die Curve berühren, wobei die Punkte t_i ausserhalb d fallen. Als sechste Tangente tritt die Wendepunktstangente X des einen Zweiges hinzu. Die $\frac{1}{2}.5.4 = 10$ Systeme von vierfach berührenden Kegelschnitten, welche den Combinationen T_i, T_k entsprechen, bleiben offenbar erhalten, denn die Gleichung der Curve

$$\Phi \equiv (T_1^2 + T_2^2)\, T_{12}^2 + 2\, T_1\, T_2 [a_{11}\, T_1^2 + a_{22}\, T_2^2 + a_{33}\, T_3^2 + 2 a_{12}\, T_1\, T_2 + 2 a_{13}\, T_1\, T_{12} + 2 a_{23}\, T_2\, T_{12}] \tag{9}$$

mit der Bedingung

$$a_{13}^2 + a_{23}^2 - 2 a_{33} a_{13} a_{23} = 0$$

kann genau so behandelt werden, wie in II sub **12.**, und man erhält so 20 Systeme vierfach berührender Kegelschnitte, die paarweise conjungirt sind, und die Quadrupel derselben werden aus d durch Kegelschnittsbüschel projicirt, welche in d die Tangenten $\mathfrak{T}_{ik}$, resp. $\mathfrak{T}'_{ik}$ haben und durch t_i, t_k hindurchgehen.

Den fünf Combinationen der T_i mit X entsprechen dann noch fünf Paare besonderer Systeme vierfach berührender Kegelschnitte. **Die Kegelschnitte, welche die Quadrupel aus d projiciren und durch t_i gehen, osculiren einander in d und haben X zur gemeinschaftlichen Tangente.**

Denn setzen wir $\frac{a_{23}}{a_{13}} = \delta$, so übergeht die Identität (5) in

$$\Phi \equiv (T_1 + \delta\, T_2)\left(T_1 + \frac{1}{\delta}\, T_2\right) + \frac{2}{a_{13} a_{23}}\, T_1\, T_2 [a_{11}\, T_1^2 + a_{22}\, T_2^2 + 2 a_{12}\, T_1\, T_2 + 2 a_{13} (T_1 + \delta\, T_2)\, T_{12}] \tag{10}$$

setzt man nun

$$T_1 + \delta\, T_2 = X,$$

woraus

$$T_1 = X - \delta\, T_2$$

wird, und führt statt T_1, T_2 in (10) die Geraden X, T_2 ein, wobei $X = 0$ die Wendepunktstangente ist, so wird nach (10) sich für Φ die Form

$$\Phi \equiv X^2 T_{12}^2 + \alpha\, T_2^4 + X T_2 H' \tag{11}$$

ergeben, wobei $\alpha = \frac{a_{12}^2 - a_{23}^2}{a_{13}\, a_{23}}$ von Null verschieden sein muss und

$$H' \equiv \alpha_{11} X^2 + \alpha_{22}\, T_2^2 + \alpha_{33}\, T_{12}^2 + 2\alpha_{12} X T_2 + 2\alpha_{13} X T_{12} + 2\alpha_{23}\, T_2\, T_{12}$$

ist.

Nun folgt aus der Identität

$$\Phi \equiv [\mu X T_2 + (X T_{12} \pm \sqrt{\alpha}\, T_2^2)]^2 + X T_2 [H' \mp 2\sqrt{\alpha}\, T_2\, T_{12} - 2\mu (X T_{12} \pm \sqrt{\alpha}\, T_2^2) - \mu^2 X T_2], \tag{12}$$

dass der Kegelschnitt

$$K \equiv \mu X T_2 + (X T_{12} + \sqrt{\alpha}\, T_2^2) = 0 \tag{13}$$

die Curve Φ ausser in t_2 und d noch in vier Punkten trifft, in denen der Kegelschnitt

$$\mathfrak{K} \equiv H' - 2\sqrt{\alpha}\, T_2\, T_{12} - 2\mu (X T_{12} + \sqrt{\alpha}\, T_2^2) - \mu^2 X T_2 = 0 \tag{14}$$

die Φ berührt, während der Kegelschnitt

$$K' \equiv \mu X T_2 + (X T_{12} - \sqrt{\alpha}\, T_2^2) = 0 \tag{13a}$$

die Φ in den vier Punkten schneidet, in welchen sie vom Kegelschnitte

$$\mathfrak{K}' \equiv H' + 2\sqrt{\alpha}\, T_2 T_{12} - 2\mu(\chi T_{12} - \sqrt{\alpha} T_2^2) - \mu^2 X T_2 = 0 \tag{14a}$$

berührt wird.

Die Kegelschnitte (14) beschreiben bei variablem μ das System, welches als speciellen Kegelschnitt für $\mu = \infty$ das Geradenpaar X, T_2 aufweist. Die Kegelschnitte (14a) beschreiben das hiezu conjungirte System.

Die Quadrupel des Systems (14) werden, wie (13) zeigt, durch einen Kegelschnittsbüschel aus d projicirt, dessen Elemente durch den Punkt t_2 gehen und sich in d osculiren. Die gemeinschaftliche Tangente ist X. Die Kegelschnitte (13) osculiren den Kegelschnitt

$$X T_{12} + \sqrt{\alpha} T_2^2 = 0,$$

welches ein Kegelschnitt des Büschels von Kegelschnitten ist, die in d und t_2 die Geraden X und T_{12} berühren. Die Kegelschnitte (13a) osculiren den Kegelschnitt

$$X T_{12} - \sqrt{\alpha}\, T_2^2 = 0$$

desselben Büschels.

II. Die Curve 4ter Ordnung, welche im Doppelpunkt zwei Wendepunkte hat.

3. Haben beide Zweige der Curve 4ter Ordnung im Doppelpunkte d Wendetangenten, so gehen von d an Φ nur mehr vier Tangenten T_1, T_2, T_3, T_4, die ausserhalb d in den Punkten t_1, t_2, t_3, t_4 die Φ berühren.

Diesen vier Tangenten entsprechen $\frac{1}{2}.4.3 = 6$ Systempaare von vierfach berührenden Kegelschnitten, wie sie in II der ersten Abtheilung betrachtet wurden, die Kegelschnitte, welche aus d die Quadrupel projiciren, berühren hiebei die Geraden $\mathfrak{T}_{ik}$ oder $\mathfrak{T}'_{ik}$, und gehen durch t_i und t_k.

Hiezu treten noch 2.4 Systempaare von der Art, wie sie eben in I betrachtet wurden, die durch Combination der vier T_i mit einer der Wendepunktstangenten X_1 oder X_2 erhalten werden, und deren Quadrupel aus d durch Kegelschnitte projicirt werden, die durch t_i gehend, einander in d osculiren, indem sie eine der Wendepunktstangenten berühren.

Zu diesen Systemen tritt dann noch ein besonders ausgezeichnetes Systempaar hinzu, das wir näher betrachten wollen, welches der Combination der beiden Doppelpunktstangenten X_1, X_2 entspricht.

Wir haben gesehen, dass in diesem Falle die Gleichung der Curve 4ter Ordnung die Form

$$\Phi \equiv (T_1^2 + T_2^2 + 2a_{33} T_1 T_2) T_{12}^2 + 2 T_1 T_2 [a_{11} T_1^2 + a_{22} T_2^2 + 2a_{12} T_1 T_2] = 0 \tag{15}$$

annimmt.

Wir setzen

$$T_1^2 + T_2^2 + 2a_{33} T_1 T_2 \equiv X_1 X_2,$$

so dass $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ die beiden Wendepunktstangenten sind, und führen statt T_1, T_2 die X_1, X_2 ein.

Wir erhalten dann für Φ die Gleichungsform:

$$\Phi_0 \equiv X_1 X_2 T_{12}^2 + [\alpha_0 X_1^4 + \alpha_1 X_1^3 X_2 + \alpha_2 X_1^2 X_2^2 + \alpha_3 X_1 X_2^3 + \alpha_4 X_2^4] = 0, \tag{16}$$

indem das zweite Polynom in (15) die Grösse T_{12} nicht enthält.

Aus (16) oder auch (15) ersieht man, dass die Punkte t_1, t_2, t_3, t_4 alle auf derselben Geraden T_{12} liegen.

Wir bezeichnen diese Gerade daher besser mit X_3 und erhalten

$$\Phi_0 \equiv X_1 X_2 X_3^2 + \alpha_0 X_1^4 + \alpha_1 X_1^3 X_2 + \alpha_2 X_1^2 X_2^2 + \alpha_3 X_1 X_2^3 + \alpha_4 X_2^4 = 0 \tag{17}$$

als Gleichung der Curve 4ter Ordnung, in deren Doppelpunkt zwei Wendepunkte fallen.

Aus der Identität

$$\begin{aligned}\Phi_0 \equiv [\sqrt{\alpha_0} X_1^2 \pm \sqrt{\alpha_4} X_2^2 + \mu X_1 X_2]^2 + X_1 X_2 [X_3^2 + \alpha_1 X_1^2 + \alpha_2 X_1 X_2 \\ + \alpha_3 X_2^2 \mp 2\sqrt{\alpha_0 \alpha_4} X_1 X_2 - 2\mu(\sqrt{\alpha_0} X_1^2 \pm \sqrt{\alpha_4} X_2^2) - \mu^2 X_1 X_2]\end{aligned} \tag{18}$$

deren Richtigkeit sich durch die Reduction leicht ergibt, folgt, dass das Geradenpaar

$$K \equiv \sqrt{\alpha_0} X_1^2 + \sqrt{\alpha_4} X_2^2 + \mu X_1 X_2 \tag{19}$$

die Curve Φ_0 in zwei Punktepaaren $a\alpha$, $b\beta$ der auf Φ_0 existirenden $g_2^{(1)}$ trifft, in welchen Φ_0 von dem Kegelschnitte

$$\mathfrak{K} \equiv X_3^2 + \alpha_1 X_1^2 + \alpha_3 X_2^2 + \alpha_2 X_1 X_2 - 2\sqrt{\alpha_0 \alpha_4} X_1 X_2 - 2\mu(\sqrt{\alpha_0} X_1^2 + \sqrt{\alpha_4} X_2^2) - \mu^2 X_1 X_2 = 0 \tag{20}$$

berührt wird.

Ebenso schneidet das Geradenpaar

$$K \equiv \sqrt{\alpha_0} X_1^2 - \sqrt{\alpha_4} X_2^2 + \mu X_1 X_2 \tag{19a}$$

die Φ_0 in den zwei Punktepaaren $a'\alpha'$, $b'\beta'$, in welchen der Kegelschnitt

$$\mathfrak{K}' \equiv X_3^2 + \alpha_1 X_1^2 + \alpha_3 X_2^2 + \alpha_2 X_1 X_2 + 2\sqrt{\alpha_0 \alpha_4} X_1 X_2 - 2\mu(\sqrt{\alpha_0} X_1^2 - \sqrt{\alpha_4} X_2^2) - \mu^2 X_1 X_2 = 0 \tag{20a}$$

die Φ_0 berührt. Man erhält auch nicht mehr als zwei solcher Systeme. Das Einführen von $-\sqrt{\alpha_0}$ an Stelle von $\sqrt{\alpha_0}$ wird durch Änderung des Vorzeichens von μ compensirt.

In beiden Systemen vierfach berührender Kegelschnitte $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ tritt für $\mu = \infty$ das Geradenpaar X_1, X_2 auf.

Wir haben daher: Hat die Curve 4ter Ordnung Φ im Doppelpunkte auf jedem Zweige einen Wendepunkt, so treten zwei einander conjungirte ausgezeichnete Systeme von Quadrupeln von Punkten auf, in denen Kegelschnitte die Φ vierfach berühren. Die vier Punkte eines Quadrupels bestehen aus zwei Paaren der $g_2^{(1)}$ von Φ und werden aus d durch je eine quadratische Strahleninvolution projicirt. Ein Paar beider Strahleninvolutionen sind die Wendetangenten X_1, X_2 des Doppelpunktes, die auch einen Kegelschnitt beider Systeme vorstellen.

Dass umgekehrt das Auftreten eines solchen ausgezeichneten Systems von Quadrupeln von Punkten hinreicht, dass Φ in dem Doppelpunkt Wendepunkte besitzt, wurde bereits in der ersten Abtheilung II. sub **14.** S. 131 gezeigt.

4. Die Gleichungen (20) resp. (20a) lassen erkennen, dass die Kegelschnitte dieser ausgezeichneten Systeme die Gerade X_3 zur Polare von d besitzen. Dies folgt übrigens auch daraus, dass die Paare der $g_2^{(1)}$ auf den Strahlen von d harmonisch getrennt sind durch d_1 und X_3. Daher schneiden einander je zwei Kegelschnitte der conjungirten Systeme in vier Punkten, die paarweise auf Strahlen durch d liegen.

In jedem der Systeme liegen vier Paar zerfallende Kegelschnitte, welche acht Doppeltangenten von Φ sind. Der Schnittpunkt jedes Paares muss auf X_3 liegen und beide Doppeltangenten werden durch X und d von einander harmonisch getrennt.

Hieraus folgt, dass jedes Paar Doppeltangenten von den sieben Paar anderen Doppeltangenten in $4.7 = 28$ Punkten getroffen wird, die paarweise auf 14 Strahlen durch d liegen. Dies gibt $\frac{1}{2}.8.14 = 56$ Strahlen durch d, auf denen 112 Schnittpunkte der 16 Doppeltangenten liegen. Die acht noch fehlenden liegen auf X_3.

III. Curven 4ter Ordnung mit einer Spitze.

5. Die Gleichung der Curve 4ter Ordnung Φ_1 mit einer Spitze kann stets auf die Form

$$\Phi_1 \equiv (T_1-T_2)^2 T_{12}^2+2T_1T_2[a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2+2a_{12}T_1T_2+2a_{13}T_1T_{12}+2a_{23}T_2T_{12}] \quad (21)$$

gebracht werden, wobei T_1, T_2 zwei der Tangenten aus der Spitze s an Φ_1 sind, und $T_1-T_2=0$ die Gleichung der Spitzentangente $\mathfrak{T}$ ist.

Von der Spitze s gehen an Φ_1 sechs Tangenten T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, deren Berührungspunkte t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6 auf Φ_1, von einer Curve 3ter Ordnung Γ ausgeschnitten werden, die in s eine Spitze hat, und dieselbe Spitzentangente $\mathfrak{T}$ besitzt, wie Φ_1. Γ ist die erste Polare von s für Φ_1. Man kann daher Φ_1 auf 15 verschiedene Arten auf die Form (21) bringen.

Die Systeme vierfach berührender Kegelschnitte ergeben sich aus der Identität

$$\Phi_1 \equiv [2\mu T_1T_2+(T_1\pm T_2)T_{12}]^2+2T_1T_2[H_1\mp T_{12}^2-2\mu(T_1\pm T_2)T_{12}-2\mu^2T_1T_2] \quad (22)$$

wobei

$$H_1 = a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2-T_{12}^2+2a_{12}T_1T_2+2a_{13}T_1T_{12}+2a_{23}T_2T_{12} \quad (23)$$

ist.

Das System [12] besteht aus den Kegelschnitten

$$\mathfrak{K} \equiv a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2-2T_{12}^2+2a_{12}T_1T_2+2a_{13}T_1T_{12}+2a_{23}T_2T_{12}-2\mu(T_1+T_2)T_{12}-2\mu^2T_1T_2=0, \quad (24)$$

die in den vier Punkten berühren, in welchen die Kegelschnitte des Büschels

$$2\mu T_1T_2+(T_1+T_2)T_{12}=0 \quad (25)$$

die Φ_1 noch schneiden, ausser den allen gemeinschaftlichen Punkten s, t_1, t_2. Die Kegelschnitte dieses Büschels berühren in s die Gerade $\mathfrak{T}_{12}$, welche die Spitzentangente $\mathfrak{T}$ von T_1, T_2 harmonisch trennt. Von den vier Punkten des Quadrupels liegt keiner in s.

Die Kegelschnitte des Systems $[12]'$, welches zu [12] conjungirt ist, haben die Gleichung

$$\mathfrak{K}' \equiv a_{11}T_1^2+a_{22}T_2^2+2a_{12}T_1T_2+2a_{13}T_1T_{12}+2a_{23}T_2T_{22}-2\mu(T_1-T_2)T_{11}-2\mu^2T_1T_2=0, \quad (26)$$

aus welcher ersichtlich, dass sie alle durch s gehen, daher Φ nur noch in drei Punkten berühren.

Der diese Tripel ausschneidende Büschel von Kegelschnitten, dessen Gleichung

$$2\mu T_1T_2+(T_1-T_2)T_{12}=0 \quad (27)$$

ist, hat in s die Spitzentangente $\mathfrak{T}$ zur gemeinschaftlichen Tangente und t_1, t_2 sind seine weiteren Basispunkte. Das System $[12]'$ enthält also nur eigentlich dreifach berührende Kegelschnitte.

Da es nun 15 verschiedene Formen (21) für die Curve 4ter Ordnung mit einer Spitze gibt, so folgt:

Die Curve 4ter Ordnung mit einer Spitze hat nur 15 Systeme eigentlich vierfach berührender Kegelschnitte. In jedem dieser Systeme $[ik]$ tritt das Tangentenpaar T_i, T_k aus der Spitze als ein Kegelschnitt auf. (Wir werden gleich sehen, dass es dreifach zählt.) Die Kegelschnitte, welche die Quadrupel des Systems $[ik]$ aus s projiciren, gehen durch t_i, t_k und berühren in s die Gerade $\mathfrak{T}_{ik}$, welche die Spitzentangente $\mathfrak{T}$ von T_i, T_k harmonisch trennt. Die zu diesen 15 Systemen conjungirten Systeme $[ik]'$ enthalten Kegelschnitte, die durch s gehen und nur in drei weiteren Punkten die Φ_1 berühren. Der Kegelschnittsbüschel, welcher diese Tripel ausschneidet, geht durch t_i, t_k und berührt in s die Spitzentangente. Man zeigt, wie in der ersten Abtheilung in II sub **14.** leicht, dass weiter keine Systeme berührender Kegelschnitte auf Φ_1 auftreten können.

6. In jedem Systeme vierfach oder dreifach berührender Kegelschnitte treten Doppeltangenten auf.

Betrachten wir zuerst das System $[12]'$, dessen Kegelschnitte durch s gehen und dessen Tripel durch den Büschel (27) ausgeschnitten werden, so treten in dem System vier Doppeltangenten gepaart mit den vier

Tangenten T_3, T_4, T_5, T_6 auf. Denn legt man den Kegelschnitt des Büschels (27) durch einen der Punkte t_i ($i = 3, 4, 5, 6$), so muss der zugehörige Kegelschnitt des Systems (26) zerfallen in T_i welche Gerade durch s geht, und eine zweite Gerade, welche Φ_1 in zwei Punkten berührt und nicht durch s geht, also eine Doppeltangente von Φ_1 ist.

In dem System [12], dessen Gleichung (24) ist, treten nur drei in Geradenpaare zerfallende Kegelschnitte auf. Denn die Discriminante des Kegelschnittes (24) liefert die Gleichung

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}-\mu^2 & a_{13}-\mu \\ a_{12}-\mu^2 & a_{22} & a_{23}-\mu \\ a_{13}-\mu & a_{23}-\mu & -2 \end{vmatrix} = 0, \tag{28}$$

welche in μ blos vom 3ten Grade wird, indem der Coëfficient von μ^4 verschwindet.

Die Discriminante eines Kegelschnittes, dessen Coëfficienten von μ im zweiten Grade abhängen, ist i. A. vom 6ten Grade und man sieht also, dass für (28) $\mu = \infty$ eine dreifache Wurzel wird, d. h. das Geradenpaar T_1, T_2 zählt in [12] als drei in Geradenpaare zerfallende Kegelschnitte.

Die drei endlichen Wurzelwerthe von (28) liefern drei Geradenpaare des Systems [12] oder sechs Doppeltangenten von Φ_1, die von den obigen vier verschieden sein müssen.

Die Curve Φ_1 kann aber ausser diesen zehn Doppeltangenten keine mehr besitzen. Denn sei D eine Doppeltangente von Φ_1, welche in δ, δ' die Φ_1 berührt, und K derjenige Kegelschnitt, welcher durch δ, δ', t_1, t_2 und s bestimmt ist. Dann wird K entweder die Spitzentangente $\mathfrak{T}$ berühren oder nicht berühren.

Berührt K die Spitzentangente $\mathfrak{T}$, so wird er Φ_1 nur mehr in einem Punkte schneiden und es wird in dem Büschel Curven 4ter Ordnung

$$\Phi_1 - \lambda K^2 = 0$$

die Curve, welche mit T_1 einen willkürlichen Punkt gemeinschaftlich hat, in die Geraden T_1, T_2 und D zerfallen müssen, überdies in die Tangente des Punktes, in welchem K die Φ_1 noch schneidet. Diese Tangente muss aber durch s gehen, da D nicht durch s geht und $\mathfrak{T}$ von allen Curven des Büschels in s in drei zusammenfallenden Punkten getroffen wird. Dann ist aber D mit der eben erwähnten Tangente aus s gepaart in dem System [12]′ enthalten, also eine der vier oben gefundenen Doppeltangenten.

Berührt aber K die Spitzentangente $\mathfrak{T}$ nicht, so schneidet er Φ_1 noch in den Punkten δ_1, δ_1' und die Curve des Büschels 4ter Ordnung

$$\Phi_1 - \lambda K^2 = 0,$$

welche mit T_1 einen Punkt gemeinschaftlich hat, muss zerfallen in T_1, T_2, D und die Gerade $D' = \overline{\delta_1 \delta_1'}$, welche Φ_1 in $\delta_1 \delta_1'$ berühren muss. Dann ist aber D' mit D zusammen ein Kegelschnitt des Systems [12], also DD' ein Doppeltangentenpaar, das in [12] auftritt.

Die zehn Doppeltangenten der Curve 4ter Ordnung mit einer Spitze ordnen sich daher in die 15 Systeme vierfach berührender Kegelschnitte derart ein, dass in jedem System drei Paare vorkommen. Die vier übrigen Doppeltangenten treten in dem conjungirten System dreifach berührender Kegelschnitte, gepaart mit vier Tangenten aus dem Doppelpunkte auf.

7. Die Anordnung der Doppellangenten in die Systeme $[ik]'$ dreifach berührender Kegelschnitte ergibt sich am einfachsten aus folgendem Satze:

Legt man durch drei der Punkte t_i einen Kegelschnitt, welcher die Spitzentangente berührt, so schneidet er Φ_1 noch in zwei Punkten, die Berührungspunkte einer Doppeltangente sind. Man erhält dieselben Punkte, wenn man den Kegelschnitt durch die drei übrigen Punkte t_h legt, so dass er die Spitzentangente berührt.

Was den ersten Theil des Satzes anbelangt, so folgt er aus der Betrachtung in 6., die uns die vier Doppeltangenten in den Systemen dreifach berührender Kegelschnitte lieferte. Der zweite Theil der obigen Behauptung ergibt sich folgendermassen.

Sei K der Kegelschnitt, welcher durch t_1, t_2, t_3 geht und die Spitzentangente $\mathfrak{T}$ berührt, und K' derjenige, welcher $\mathfrak{T}$ berührt und durch t_4, t_5, t_6 geht, dann muss eine Identität bestehen.

$$\Phi_1 - \lambda KK' \equiv D.\Gamma,$$

wo λ eine Constante ist, und Γ, die schon früher erwähnte erste Polare des Punktes s für Φ_1, die durch $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$ geht und $\mathfrak{T}$ zur Spitzentangente hat. Denn eine Curve des Büschels $\Phi_1 - \lambda KK' = 0$, welche mit Γ noch einen Punkt gemeinschaftlich hat, muss $\Gamma = 0$ als Theil enthalten. Es ist mithin $D = 0$ eine Gerade, welche durch die Schnittpunkte von $K.K' = 0$ mit $\Phi_1 = 0$ geht, die nicht auf Γ liegen. Ist mithin D eine Doppeltangente, so schneiden einander K und K' auf Φ_1 in den Berührungspunkten derselben.

Wir haben nun $^1/_6.6.5.4 = 20$ Combinationen zu dreien der sechs Tangenten T_i, die sich in 10 Paare so theilen, dass die zwei Gruppen eines jeden Paares alle sechs Tangenten T_i aufweisen.

Die zehn Kegelschnittspaare, welche durch die entsprechenden Punkte t_i gehen und die Spitzentangente $\mathfrak{T}$ berühren, schneiden einander noch auf Φ_1 in den Berührungspunkten der zehn Doppeltangenten.

Wir wollen diesen Ternen von t_i die Doppeltangenten in nachfolgender Art zuordnen: Es soll

der Terne	$[t_1\,t_2\,t_3]$	und	$[t_4\,t_5\,t_6]$	die	Doppeltangente	D_1
„	„	$[t_1\,t_2\,t_4]$	„	$[t_3\,t_5\,t_6]$	„	„	D_2
„	„	$[t_1\,t_2\,t_5]$	„	$[t_3\,t_4\,t_6]$	„	„	D_3
„	„	$[t_1\,t_2\,t_6]$	„	$[t_3\,t_4\,t_5]$	„	„	D_4
„	„	$[t_1\,t_3\,t_4]$	„	$[t_2\,t_5\,t_6]$	„	„	D_5
„	„	$[t_1\,t_3\,t_5]$	„	$[t_2\,t_4\,t_6]$	„	„	D_6
„	„	$[t_1\,t_3\,t_6]$	„	$[t_2\,t_4\,t_5]$	„	„	D_7
„	„	$[t_1\,t_4\,t_5]$	„	$[t_2\,t_3\,t_6]$	„	„	D_8
„	„	$[t_1\,t_4\,t_6]$	„	$[t_2\,t_3\,t_5]$	„	„	D_9
„	„	$[t_1\,t_5\,t_6]$	„	$[t_2\,t_3\,t_4]$	„	„	D_{10}

zugeordnet sein.

8. Aus dieser Festsetzung ergibt sich auch in einfacher Weise die Anordnung der Doppeltangenten in die 15 Systeme dreifach berührender Kegelschnitte, sowie auch in die 15 Systeme vierfach berührender Kegelschnitte.

Da die Berührungspunkte von D_1 mit t_1, t_2, t_3 auf einem Kegelschnitte liegen, der $\mathfrak{T}$ in s berührt, so ist D_1 mit T_3 gepaart im System $[12]'$ mit T_2, im System $[13]'$ und mit T_1 im System $[23]'$. Durch diese Eintheilung erhält man folgende

Tabelle IV.

	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{23}$	$\overline{24}$	$\overline{25}$	$\overline{26}$	$\overline{34}$	$\overline{35}$	$\overline{36}$	$\overline{45}$	$\overline{46}$	$\overline{56}$
T_1	.	.	.	.	.	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	D_{10}
T_2	.	D_1	D_2	D_3	D_4	.	.	.	.	D_{10}	D_9	D_8	D_7	D_6	D_5
T_3	D_1	.	D_5	D_6	D_7	.	D_{10}	D_9	D_8	.	.	.	D_4	D_3	D_2
T_4	D_2	D_5	.	D_8	D_9	D_{10}	.	D_7	D_6	.	D_1	D_3	.	.	D_1
T_5	D_3	D_6	D_8	.	D_{10}	D_9	D_7	.	D_5	D_1	.	D_2	.	D_1	.
T_6	D_4	D_7	D_9	D_{10}	.	D_8	D_6	D_5	.	D_3	D_2	.	D_1	.	.

In derselben sind die T_i mit D_k derselben Zeile in dem System enthalten, dessen charakteristische Zahlen über D_k stehen. Also ist z. B. T_4 mit D_6 in $[26]'$ enthalten als ein dreifach berührender Kegelschnitt.

In jeder Columne, die die Bezeichnung $\overline{ik}$ führt, treten vier Doppeltangenten auf, die sechs übrigen bilden drei in $[ik]$ auftretende zerfallende Kegelschnitte, und es handelt sich darum, die Anordnung der sechs Doppeltangenten in die drei Paare anzugeben.

Hiezu benützen wir folgenden leicht zu beweisenden Satz: **Die sechs Punkte, welche zwei Tripel bilden, in denen zwei Kegelschnitte desselben Systems $[ik]'$ die Φ_1 berühren, liegen auf einem Kegelschnitte, der durch s geht.**

Nun liegt z. B. T_1 mit D_5 und T_2 mit D_{10} in dem System $[34]'$, also geht durch die Berührungspunkte von D_5 und D_{10} sowie s, t_1, t_2 ein Kegelschnitt und hieraus folgt, dass D_5, D_{10} einen Kegelschnitt im Systeme [12] bilden.

Man ersieht nun leicht folgende Regel: **Mit T_i und T_k liegen in derselben Zeile der Tabelle IV sechs Doppeltangenten, die untereinander in einer Columne stehen. Die untereinander stehenden bilden stets ein Paar im System $[ik]$.** Die sechs unter einander stehenden Tangenten liefern immer nur dieselben drei Paare, z. B. liefern die Zeilen von T_1 und T_2 die drei Paare $D_5 D_{10}$, $D_6 D_9$, $D_7 D_3$, welche im System [12] auftreten.

Auf diese Art erhält man aus der Tabelle IV die nachstehende

Tabelle V.

[12]	$D_5 D_{10}$	$D_6 D_9$	$D_7 D_8$
[13]	$D_2 D_{10}$	$D_3 D_9$	$D_4 D_8$
[14]	$D_1 D_{10}$	$D_3 D_7$	$D_4 D_6$
[15]	$D_1 D_9$	$D_2 D_7$	$D_4 D_5$
[16]	$D_1 D_8$	$D_2 D_6$	$D_3 D_5$
[23]	$D_2 D_5$	$D_3 D_6$	$D_4 D_7$
[24]	$D_1 D_5$	$D_3 D_8$	$D_4 D_9$
[25]	$D_1 D_6$	$D_2 D_8$	$D_4 D_{10}$
[26]	$D_1 D_7$	$D_2 D_9$	$D_3 D_{10}$
[34]	$D_1 D_2$	$D_6 D_8$	$D_7 D_9$
[35]	$D_1 D_3$	$D_5 D_8$	$D_7 D_{10}$
[36]	$D_1 D_4$	$D_5 D_9$	$D_6 D_{10}$
[45]	$D_2 D_3$	$D_5 D_6$	$D_9 D_{10}$
[46]	$D_2 D_4$	$D_5 D_7$	$D_8 D_{10}$
[56]	$D_3 D_4$	$D_6 D_7$	$D_8 D_9$

In derselben stehen die drei Paare Doppeltangenten in derselben Zeile, wie die charakteristischen Zahlen des Systems vierfach berührender Kegelschnitte, in welchen dieselben drei Kegelschnitte darstellen.

9. Jede Doppeltangente ist mit den neun übrigen in neun Systemen $[ik]$ gepaart enthalten, mit den sechs Tangenten T_i tritt sie dann in den sechs Systemen $[hl]'$ gepaart auf, die zu den sechs übrigen der 15 Systeme vierfach berührender Kegelschnitte conjungirt sind.

Dies folgt entweder aus den Tabellen IV und V oder durch directe Betrachtungen an der Curve Φ_1.

Durch die acht Berührungspunkte je zweier Paare von Doppeltangenten, die in demselben Systeme $[ik]$ liegen, geht ein Kegelschnitt. Man erhält daher für jedes System drei solche Kegelschnitte und da die vier Doppeltangenten dann in drei verschiedenen Systemen als zwei Paare auftreten, so gibt es nur 15 **Kegelschnitte, welche durch acht Berührungspunkte von vier Doppeltangenten gehen.**

Quadrupel von Doppeltangenten, wie sie in der ersten Abtheilung in III sub **24.** betrachtet wurden, kommen bei der Curve 4ter Ordnung mit einer Spitze nicht vor. Es treten drei Doppeltangenten mit einer Tangente T_i aus der Spitze zusammen und bilden dann ein solches Quadrupel. Denn nimmt man zwei Doppeltangenten $D_{i_1} D_{i_2}$, die ein Paar in $[ik]$ bilden, zusammen mit einem Paar aus $[ik]'$, welches aus einer dritten Doppeltangente D_{i_3} und der Tangente T_{i_4} besteht, **so bilden die sechs Berührungspunkte der drei Doppeltangenten der Punkt t_{i_4} und die Spitze s die acht Basispunkte eines Büschels von Curven 3ter Ordnung φ, die in s die Spitzentangente $\mathfrak{T}$ zur gemeinschaftlichen Tangente besitzen. Die Curven φ schneiden jede der vier Geraden D_{i_1}, D_{i_2}, D_{i_3}, T_{i_4} in je einem Punkte,**

dem Berührungspunkte eines Kegelschnittes Θ, der durch die vier Geraden bestimmten Kegelschnittsschaar. Der Kegelschnitt Θ trifft φ noch in zwei Punkten $a\alpha$, der $g_2^{(1)}$, die auf Φ_1 liegen.

Die Richtigkeit dieser Sätze ergibt sich durch die analogen Betrachtungen, wie sie in der ersten Abtheilung in II, sub **15.** angestellt wurden, und die daher hier nicht wiederholt werden sollen.

Man erkennt auch die Richtigkeit des folgenden Satzes: Bezieht man die Kegelschnitte einer Schaar, welche vier feste Tangenten D, D', D'', T berühren, projectivisch auf die Strahlen eines Büschels (s), wobei s auf T liegen möge, so erzeugen dieselben mit dem Strahlenbüschel eine Curve 4ter Ordnung, welche in s eine Spitze hat, für welche D, D', D'' drei Doppeltangenten sind und T eine Tangente aus der Spitze an die Curve darstellt. Die Spitzentangente in s ist derjenige Strahl des Büschels (s), welcher dem Kegelschnitte der Schaar entspricht, der T in s berührt.

Dass man jede Curve 4ter Ordnung mit einer Spitze auf diese Art erzeugen kann, folgt aus den eben gegebenen Sätzen über die Beschaffenheit der Quadrupel, in welche drei Doppeltangenten eingehen. Und zwar kann man jede Curve auf 60 verschiedene Arten in der obigen Weise erzeugen. Denn jedes System $[ik]$ liefert mit $[ik]'$, dem conjungirten, $3.4 = 12$ solcher Quadrupel von Geraden; da jedes der drei Paare von $[ik]$ mit den vier Paaren von $[ik]'$ bildet ein solches Quadrupel. Nun ist aber jedes Quadrupel wieder in drei Systemen und den conjungirten enthalten, so dass wir nur $\frac{1}{3}.12.15 = 60$ Quadrupel von Geraden erhalten, die Schaaren von Kegelschnitten bestimmen, welche aus Φ_1 die $g_2^{(1)}$ ausschneiden.

Dem entsprechend lassen sich auch 60 canonische Gleichungsformen der Φ_1 aufstellen, die analog den Gleichungsformen (12) in der ersten Abtheilung I sub 7. sind, wobei statt T_1 eine der vier Tangenten der Schaar zu nehmen ist.

10. Die Curve Φ_1 besitzt ausser den 15 Systemen $[ik]'$, welche adjungirte dreifach berührende Kegelschnitte sind, keine dreifach berührenden adjungirte Kegelschnitte mehr. Denn in jedem solchen Systeme müsste eine Tangente T_i mit einer Doppeltangente D_h oder Tangente T_k als specieller Kegelschnitt auftreten. Die Tabelle IV zeigt aber, dass die Systeme $[ik]'$ alle diese Möglichkeiten erschöpfen.

Wir haben bei der Curve 4ter Ordnung Φ mit Doppelpunkt 16 Doppeltangenten, 30 Systeme vierfach und 16 Systeme adjungirter dreifach berührender Kegelschnitte gefunden. Übergeht durch Änderung der Constanten (indem, wie wir sahen, blos $a_{33}^2 = 1$ wird) die Curve Φ in die Curve Φ_1 mit einer Spitze, so übergehen sechs Doppeltangenten in die sechs Tangenten T_i von der Spitze an die Curve. Von den 30 Systemen vierfach berührender Kegelschnitte bleiben nur 15 Systeme erhalten. Die 15 übrigen fallen mit 15 von den 16 dreifach berührenden adjungirten Kegelschnitten zusammen und das letzte 16te System adjungirter dreifach berührender Kegelschnitte übergeht in die doppelt gezählten Geraden durch die Spitze.

Fasst man diess mit der Anmerkung am Ende der ersten Abtheilung zusammen, so ersieht man, dass, wenn die allgemeine Curve 4ter Ordnung übergeht in die Curve 4ter Ordnung mit einer Spitze, 18 Doppeltangenten in die sechs Tangenten T_i übergehen, jede also dreifach als Doppeltangente zählt (was mit der in **6.** gemachten Bemerkung übereinstimmt, dass T_i, T_k in jedem der Systeme $[ik]$ dreimal zählend auftritt) und nur zehn Doppeltangenten bleiben als solche erhalten.

Von den 63 Systemen vierfach berührender Kegelschnitte übergehen drei in den Büschel doppeltgezählter Geraden durch die Spitze, 45 übergehen in die 15 Systeme adjungirter dreifach berührender Kegelschnitte und nur 15 Systeme vierfach berührender Kegelschnitte bleiben erhalten.

Inhaltsverzeichniss.

Seite

Einleitung 119

Erste Abtheilung.

I. Erzeugung der Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte 120
II. Die vierfach berührenden Kegelschnitte der Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte 128
III. Die Doppeltangenten der Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte 137
IV. Die adjungirten dreifach berührenden Kegelschnitte der Curve 4ter Ordnung mit einem Doppelpunkte 143

Zweite Abtheilung.

Besondere Curven 4ter Ordnung vom Geschlechte Zwei 144
I. Die Curve 4ter Ordnung, welche im Doppelpunkte einen Wendepunkt hat 146
II. Die Curve 4ter Ordnung, welche im Doppelpunkte zwei Wendepunkte hat 147
III. Curven 4ter Ordnung mit einer Spitze 149

ZUR

THEORIE DER COMBINANTEN

UND ZUR

THEORIE DER JERRARD'SCHEN TRANSFORMATION

VON

Dr. B. IGEL,

DOCENT AN DER K. K. TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN WIEN

(VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 10. FEBRUAR 1887.)

In vorliegender Abhandlung wird keineswegs der Versuch gemacht, die Theorie der Combinanten mit der Theorie der Jerrard'schen Transformation in irgend welche Beziehung zu bringen, vielmehr werden diese beiden Gegenstände gesondert behandelt. Und was den Verfasser veranlasst hat, dieselben in eine Arbeit zusammenzufassen, ist die gemeinsame Methode, mit der er sie behandelt und welche darin besteht, die in der Theorie der ein- und mehrstufigen Involutionen geltenden Sätze als Beweismittel zu verwerthen. Der erste Theil dieser Abhandlung beschäftigt sich mit den Combinanten binärer Formen und lehnt sich an die schöne Arbeit von Herrn Brill:[1] „Über die Combinanten und die Gleichung sechsten Grades" an. Die dort behandelten Combinanten werden hier auf ihre natürlicheren Formen gebracht und die dort gegebenen Sätze aus diesen abgeleitet. Auch ergeben sich auf diesem Wege manche Sätze, die Herr Brill ohne Beweis gegeben hat. Anschliessend daran, wird ein von mir in einer früheren Arbeit gegebener Satz verallgemeinert. Der zweite Theil behandelt einige Punkte aus der Theorie der Jerrard'schen Transformation und wurde durch eine Anmerkung in der Abhandlung des Herrn Raths[2] veranlasst. Schon vor zwei Jahren machte ich die Bemerkung, dass die Theorie der Jerrard'schen Form von Hermite nur für den Fall, dass C nicht verschwindet, giltig sein kann und ich stellte mir damals die Frage, ob im Falle $C=0$ die Jerrard'sche Transformation überhaupt möglich, oder ob, wenn sie möglich ist, die Theorie von Hermite nicht allgemein genug sei. Durch verschiedene Umstände wurde ich damals verhindert diese Frage weiter zu verfolgen. Erst bei der Lectüre der Abhandlung von Herrn Raths wurde ich durch die erwähnte Anmerkung auf diese Frage wiederum geführt. Das Resultat meiner Untersuchung geht nun dahin, dass selbst im Falle $C=0$ die Jerrard'sche Transformation möglich, und dass in Folge dessen die Theorie von Hermite nicht umfassend genug ist. Im Anschlusse daran werden noch andere einschlägige Fragen andeutungsweise behandelt, deren ausführlichere Behandlung ich mir für einen anderen Zeitpunkt vorbehalte.

[1] Mathem. Annalen, Bd. 20.

[2] Mathem. Annalen, Bd. 28.

§. 1.

Die Involution $n$ten Grades und $k$ter Stufe studirt man bekanntlich in folgenden zwei Formen. Die eine Form ist:

$$\Phi_1 = f_0 + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \ldots + \lambda_k f_k = 0,$$

wenn die f Formen $n$ten Grades sind und die λ Parameter bedeuten. Die andere Form ist:

$$\Phi_2 = \begin{vmatrix} f_0(\lambda_1\lambda_2) & f_1(\lambda_1\lambda_2)\ldots f_k(\lambda_1\lambda_2) \\ f_0(\mu_1\mu_2) & f_1(\mu_1\mu_2)\ldots f_k(\mu_1\mu_2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_0(\iota_1\iota_2) & f_1(\iota_1\iota_2)\ldots f_k(\iota_1\iota_2) \end{vmatrix} = 0.$$

Diese letzte Form ist die analytisch wichtigere, seitdem Herr Gordan den Satz aufgestellt und bewiesen, welcher lautet:

„Die In- und Covarianten von Φ_2, sobald man dieselbe als eine Form von $k+1$ Paaren von Variablen betrachtet, sind die Combinanten der $k+1$ Formen."

Man könnte auch aus der Doppeldarstellung der Involution unter Berücksichtigung, dass ihre beiden Formen dieselbe Beziehung des linearen Gebildes zu dem Gebilde $n$ten Grades darstellen, diesen Satz beweisen. Derselbe ist aber in der letzten Zeit so häufig bewiesen worden, dass es überflüssig scheint, einen neuen Beweis zu geben. Was in diesem Paragraphen gezeigt werden soll, ist dies, dass die Combinanten sich auch in doppelter Form darstellen lassen. Sieht man von der Homogenität der Formen ab und schreibt dieselben wie folgt:

$$\begin{aligned} f_1 &= a_{1\,0} + a_{1\,1}x + \ldots + a_{1\,n}x^n \\ f_2 &= a_{2\,0} + a_{2\,1}x + \ldots + a_{2\,n}x^n \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (k+1 = p) \\ f_p &= a_{p\,0} + a_{p\,1}x + \ldots + a_{p\,n}x^n \end{aligned}$$

so ist, wie Herr Brill gezeigt hat,

$$1) \qquad \begin{vmatrix} f_1(x_1)\ldots f_p(x_1) \\ f_1(x_2)\ldots f_p(x_2) \\ \ldots\ldots\ldots \\ f_1(x_p)\ldots f_p(x_p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{1\,0} & \ldots a_{p\,0} & X_p & 0 & 0 & 0 \\ a_{1\,1} & \ldots a_{p\,1} & X_{p-1} & X_p & 0 & \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1\,p} & \ldots a_{p\,p} & X_0 & X_1 & & \\ a_{1\,p+1} & \ldots a_{p\,p+1} & 0 & X_0 & & \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1\,n} & \ldots a_{p\,n} & 0 & 0 & & X_0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & \ldots 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & \ldots x_p & 0 & 0 & 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1^p & \ldots x_p^p & 0 & 0 & 0 \\ x_1^{p+1} & \ldots x_p^{p+1} & 1 & 0 & 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1^n & \ldots x_p^n & & & 1 \end{vmatrix},$$

wo

$$X_p = x_1 x_2 \ldots x_p, \quad X_{p-1} = -\Sigma x_1 x_2 \ldots x_{p-1}, \ldots$$
$$X_1 = (-1)^{p-1}\Sigma x_1, \quad X_0 = (-1)^p$$

ist, und

$$\Sigma x_1 x_2 \ldots x_i$$

die Summe der Producte der p Grössen

$$x_1, x_2 \ldots x_p$$

zu je i bedeutet.

Die zweite Determinante rechts zerfällt in eine $(n-p+1)$-reihige von dem Werthe 1 und eine p-reihige, welche gleich dem Differenzenproducte der x_i ist. Setzt man in 1) die x_i einander gleich x, so erhält man durch einen Grenzübergang

$$2) \qquad \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & \cdots f_p \\ f_1' & f_2' & \cdots f_p' \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ f_1^{p+1} & f_2^{p-1} & \cdots f_p^{p-1} \end{vmatrix} = C \begin{vmatrix} a_{01} & \cdots a_{p0} & x^p & 0 & \cdots \\ a_{11} & \cdots a_{p1} & x^{p-1} & x^p & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1p} & \cdots a_{pp} & x^0 & x & \\ a_{1p+1} & \cdots a_{pp+1} & 0 & x^0 & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & \cdots a_{pn} & \cdots & \cdots & x^0 \end{vmatrix},$$

wo C die bekannte Constante bedeutet, der sich die zweite Determinante rechts nähert, wenn man zur Grenze übergeht. Bezeichnet man die Determinante links in 2) mit

$$D(f_1 f_2 \cdots f_p)$$

und setzt

$$\mathfrak{D}(f_1 f_2 \cdots f_p) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-1} f_1}{\partial x_2^{p-1}}, & \frac{\partial^{p-1} f_1}{\partial x_2^{p-2} \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^{p-1} f_1}{\partial x_1^{p-1}} \\ \frac{\partial^{p-1} f_2}{\partial x_2^{p-1}}, & \frac{\partial^{p-1} f_2}{\partial x_2^{p-2} \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^{p-1} f_2}{\partial x_1^{p-1}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^{p-1} f_p}{\partial x_2^{p-1}}, & \frac{\partial^{p-1} f_p}{\partial x_2^{p-2} \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^{p-1} f_p}{\partial x_1^{p-1}} \end{vmatrix}$$

so ist nach Pasch (Crelle's Journal, Bd. 80)

$$n(n-1)^2(n-2)^3 \ldots (n-p+2)^{p-1} D(f_1 \ldots f_p) = x_2^{\frac{1}{2}p(p-1)} \mathfrak{D}(f_1 \ldots f_p),$$

folglich kann man auch setzen:

$$3) \qquad \mathfrak{D}(f_1 \cdots f_p) = C \begin{vmatrix} a_{01} \cdots a_{p0} & x_2^p & 0 \\ a_{11} \cdots a_{p1} & x_2^{p-1} x_1 & x_2^p \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1p} \cdots a_{pp} & x_1^p & x_2 x_1^{p-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} \cdots a_{pn} & \cdots & \cdots \end{vmatrix}.$$

Diese Darstellbarkeit der Combinante kann man auch auf folgende Weise erschliessen. Wenn man die Form:

$$Com. = \begin{vmatrix} a_1^{p-1} & a_1^{p-2} a_2 \cdots a_2^{p-1} \\ b_1^{p-1} & b_1^{p-2} b_2 \cdots b_2^{p-1} \\ \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \\ t_1^{p-1} & t_1^{p-2} t_2 \cdots t_2^{p-1} \end{vmatrix}$$

betrachtet, so sieht man, dass dieselbe nur dann eine reale Form darstellt, wenn die p Formen vom Grade $p-1$ sind. Sind dieselben aber vom Grade p, so stellt sie nur dann eine reale Form dar, wenn man sie mit dem symbolischen Factor

$$a_x b_x \ldots t_x$$

multiplicirt, so dass sie die Gestalt hat:

$$Com = (ab)(ac) \ldots (hi)\, a_x b_x \ldots t_x$$

Nun ist bekannt, dass diese sich in folgende Determinantenform bringen lässt:

$$=(ab)(ac)\ldots(ht)a_x b_x\ldots t_x \begin{vmatrix} x_2^p & -x_2^{p-1}x_1 & \ldots & (-1)^p x_1^p \\ a_1^p & a_1^{p-1}a_2 & \ldots & a_2^p \\ b_1^p & b_1^{p-1}b_2 & \ldots & b_2^p \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_1^p & t_1^{p-1}t_2 & \ldots & t_2^p \end{vmatrix}.$$

Daraus lernen wir, dass die Multiplication der Combinante von p Formen mit dem Symbole

$$a_x b_x \ldots t_x$$

das bewirkt, dass man in der Determinante die Symbole der Coëfficienten um einen Grad erhöht, so dass $p+1$ Colonnen entstehen, und die $(p+1)$te Zeile durch die entsprechenden Potenzen von x_2, x_1 füllt. Bildet man die Form

$$(ab)(ac)\ldots(ht)a_t^2 b_t^2 \ldots t_t^2 = \begin{vmatrix} x_2^p & -x_2^{p-1}x_1 & \ldots & (-1)^p x_1^p \\ a_1^p & a_1^{p-1}a_2 & \ldots & a_2^p \\ b_1^p & b_1^{p-1}b_2 & \ldots & b_2^p \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_1^p & t_1^{p-1}t_2 & \ldots & t_2^p \end{vmatrix} a_x b_x \ldots t_x,$$

so bewirkt sonach der Factor $a_x, b_x \ldots t_x$, dass man die Determinante um eine Zeile und eine Colonne erweitert, indem man die Coëfficienten der Formen um einen Grad erhöht, und in einer Zeile die Potenzen der Variabeln setzt, so dass man schreiben kann:

4) $$(ab)(ac)\ldots(ht)a_t^2 b_t^2 \ldots t_t^2 = \begin{vmatrix} x_2^{p+1} & -x_2^p x_1 & \ldots & -1)^p x_1^p & 0 \\ & x_2^p & -x_2^{p-1}x_1 & \ldots & (-1)^p x_1^p \\ a_1^{p+1} & a_1^p a_2 & \ldots & & a_2^{p+1} \\ b_1^{p+1} & b_1^p b_2 & \ldots & & b_2^{p+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_1^{p+1} & t_1^p t_2 & \ldots & & t_2^{p+1} \end{vmatrix}.$$

Fährt man so fort, so kommt man zu der Form

5) $$(ab)(ac)\ldots(ht)a_x^{n-p+1}b_x^{n-p+1}\ldots t_x^{n-p+1} = \begin{vmatrix} x_2^p & -x_2^{p-1}x_1 & \ldots & (-1)^p x_1^p & \\ & x_2^p & -x_2^{p-1}x_1 & \ldots & (-1)^p x_1^p \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ & & x_2^p & x_2^{p-1}x_1 & \ldots (-1)^p x_1^p \\ a_1^n & a_1^{n-1}a_2 & \ldots & & a_2^n \\ b_1^n & b_1^{n-1}b_2 & \ldots & & b_2^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_1^n & t_1^{n-1}t_2 & \ldots & & t_2^n \end{vmatrix}$$

was mit der Form 3) übereinstimmt. Wir wollen dies an einem einfachen Beispiele bestätigen. Für $p=3$, $n=4$ sind die simultanen Formen:

$$f_1 = a_0 x_1^4 + 4a_1 x_1^3 x_2 + 6a_2 x_1^2 x_2^2 + 4a_3 x_1 x_2^3 + a_4 x_2^4$$
$$f_2 = b_0 x_1^4 + 4b_1 x_1^3 x_2 + 6b_2 x_1^2 x_2^2 + 4b_3 x_1 x_2^3 + b_4 x_2^4$$
$$f_3 = c_0 x_1^4 + 4c_1 x_1^3 x_2 + 6c_2 x_1^2 x_2^2 + 4c_3 x_1 x_2^3 + c_4 x_2^4.$$

Bilden wir nun die Form

$$6) \qquad \begin{vmatrix} x_2^3, & -3x_2^2x_1 & 3x_2x_1^2, & -x_1^3 & \\ & x_2^3, & -3x_2^2x_1, & 3x_2x_1^2, & -x_1^3 \\ a_0 & 4a_1 & 6a_2 & 4a_3 & a_4 \\ b_0 & 4b_1 & 6b_2 & 4b_3 & b_4 \\ c_0 & 4c_1 & 6c_2 & 4c_3 & c_4 \end{vmatrix},$$

so kann man, wie leicht ersichtlich ist, dieselbe folgendermassen schreiben:

$$7) \qquad A \cdot \begin{vmatrix} 4x_2^3, & -3x_2^2x_1 & 2x_2x_1^2 & -x_1^3 & \\ & x_2^3 & -2x_2^2x_1 & 3x_2x_1^2 & -4x_1^3 \\ a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{vmatrix}.$$

Multiplicirt man diese Determinante mit folgender, welche gleich x_2^6 ist

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_1^2 & 2x_1x_2 & x_2^2 & 0 & 0 \\ & x_1^2 & 2x_1x_2 & x_2^2 & 0 \\ & & x_1^2 & 2x_1x_2 & x_2^2 \end{vmatrix},$$

so erhält man, wenn man auf beiden Seiten mit x_2^6 dividirt:

$$8) \qquad \begin{vmatrix} x_2^3 & -3x_2^2x_1 & 3x_2x_1^2 & -x_1^3 & \\ & x_2^3 & -3x_2^2x_1 & 3x_2x_1^2 & -x_1^3 \\ a_0 & 4a_1 & 6a_2 & 4a_3 & a_4 \\ b_0 & 4b_1 & 6b_2 & 4b_3 & b_4 \\ c_0 & 4c_1 & 6c_2 & 4c_3 & c_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_2^2} \\ \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_2^2} \\ \frac{\partial^2 f_3}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_3}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f_3}{\partial x_2^2} \end{vmatrix}.$$

§. 2.

Mit Hilfe der früheren Auseinandersetzungen gehen wir nun daran, den folgenden Satz zu beweisen, der allerdings in einem viel allgemeineren Satze des Herrn Frobenius enthalten ist, dessen hier zu gebende Beweis dennoch von Interesse ist, einerseits der Methode an sich wegen, und andererseits, weil sich im Verfolge derselben einige interessante Folgerungen ergeben.

Satz.

Bildet man alle Combinanten aus je $p-1$ der p gegebenen Formen

$$f_1(x_1x_2),\ f_2(x_1x_2)\ldots f_p(x_1x_2)$$

und seien diese

9)
$$C_1 = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-2} f_2}{\partial x_1^{p-2}} & \frac{\partial^{p-2} f_2}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_2}{\partial x_2^{p-2}} \\ \frac{\partial^{p-2} f_3}{\partial x_1^{p-2}} & \frac{\partial^{p-2} f_3}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_3}{\partial x_2^{p-2}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_1^{p-2}} & \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_2^{p-2}} \end{vmatrix}, \quad C_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-2} f_1}{\partial x_1^{p-2}} & \frac{\partial^{p-2} f_1}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_1}{\partial x_2^{p-2}} \\ \frac{\partial^{p-2} f_3}{\partial x_1^{p-2}} & \frac{\partial^{p-2} f_3}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_3}{\partial x_2^{p-2}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_1^{p-2}} & \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_2^{p-2}} \end{vmatrix}$$

. . . . . .

$$\cdots C_{p-1} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-2} f_1}{\partial x_1^{p-2}} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_1}{\partial x_2^{p-2}} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^{p-2} f_{p-2}}{\partial x_1^{p-2}} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_{p-2}}{\partial x_2^{p-2}} \\ \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_1^{p-2}} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_2^{p-2}} \end{vmatrix}, \quad C_p = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-2} f_1}{\partial x_1^{p-2}} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_1}{\partial x_2^{p-2}} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^{p-2} f_{p-1}}{\partial x_1^{p-2}} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_{p-1}}{\partial x_2^{p-2}} \\ \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_1^{p-2}} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_2^{p-2}} \end{vmatrix}$$

bildet ferner die Jacobi'schen Determinanten aus je zwei derselben, so zerfallen dieselben in zwei Factoren.

Von diesen Factoren ist einer allen gemeinschaftlich, nämlich die aus allen p Formen gebildete Combinante

10)
$$M = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-1} f_1}{\partial x_1^{p-1}} & \frac{\partial^{p-1} f_2}{\partial x_1^{p-1}} & \cdots & \frac{\partial^{p-1} f_p}{\partial x_1^{p-1}} \\ \frac{\partial^{p-1} f_1}{\partial x_1^{p-2}\partial x_2} & \frac{\partial^{p-1} f_2}{\partial x_1^{p-2}\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^{p-1} f_p}{\partial x_1^{p-2}\partial x_2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^{p-1} f_1}{\partial x_2^{p-1}} & \frac{\partial^{p-1} f_2}{\partial x_2^{p-1}} & \cdots & \frac{\partial^{p-1} f_p}{\partial x_2^{p-1}} \end{vmatrix}$$

und die anderen Factoren sind die aus je $p-2$ Formen gebildeten Combinanten. Es ist also z. B.

11)
$$J(C_1 C_2) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-1} f_1}{\partial x_1^{p-1}} & \cdots & \frac{\partial^{p-1} f_p}{\partial x_1^{p-1}} \\ \frac{\partial^{p-1} f_1}{\partial x_1^{p-2}\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^{p-1} f_p}{\partial x_1^{p-2}\partial x_2} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^{p-1} f_1}{\partial x_2^{p-1}} & \cdots & \frac{\partial^{p-1} f_p}{\partial x_2^{p-1}} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-3} f_3}{\partial x_1^{p-3}} & \cdots & \frac{\partial^{p-3} f_p}{\partial x_1^{p-3}} \\ \frac{\partial^{p-3} f_3}{\partial x_1^{p-4}\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^{p-3} f_p}{\partial x_1^{p-4}\partial x_2} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^{p-3} f_3}{\partial x_2^{p-3}} & \cdots & \frac{\partial^{p-3} f_p}{\partial x_2^{p-3}} \end{vmatrix}.$$

Beweis.

Bildet man die Involution $n$ten Grades und $(p-1)$ten Stufe

$$f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3 + \ldots + \lambda_p f_p = 0$$

und setzt

$$f_1 + \lambda_2 f_2 = \varphi,$$

so gibt die Gleichung

$$12) \qquad C' = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-2}\varphi}{\partial x_1^{p-2}} & \frac{\partial^{p-2} f_3}{\partial x_1^{p-2}} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_1^{p-2}} \\ \frac{\partial^{p-2}\varphi}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} & \frac{\partial^{p-2} f_3}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^{p-2}\varphi}{\partial x_2^{p-2}} & \frac{\partial^{p-2} f_3}{\partial x_2^{p-2}} & \cdots & \frac{\partial^{p-2} f_p}{\partial x_2^{p-2}} \end{vmatrix} = 0$$

die Verschwindungselemente an, für welche die Involution einen $(p-1)$fachen Factor enthält. Setzt man die Discriminante von C' gleich Null, so liefert dieselbe die Werthe für λ_2, nach deren Adjunction die Gleichung $C'=0$ Doppelfactoren enthält. Diese Doppelelemente sind, da $C'=0$ eine Involution erster Stufe ist, nach einem bekannten Satze die Verschwindungselemente der Jacobi'schen Form

$$J(C_1 C_2).$$

Es muss aber auch für denjenigen Werth von λ_2, der sich unter den Parameterwerthen der Involution befindet, welche es bewirken, dass diese einen p-fachen Factor enthält, $C'=0$ einen Doppelfactor enthalten, wie leicht einzusehen ist, es muss daher $J(C_1 C_2)$ den Factor M enthalten, da dieser es ist, dessen Verschwindungselemente die p-fachen Factoren der Involution $n$ten Grades und $(p-1)$-Stufe sind. — Damit ist also der erste Theil des Satzes bewiesen.

Da M nur vom Grade $p\,(n-p+1)$ und die Discriminante von C' offenbar in λ von dem Grade ist, von welchem $J(C_1 C_2)$ in $(x_1 x_2)$ ist, so folgt daraus der Satz des Herrn Brill:

Die Combinanten haben die Eigenschaft, dass ihre Discriminanten in zwei Factoren zerfallen.

Was nun den zweiten Theil des Satzes betrifft, so kann man denselben beweisen, indem man von den zwei Factoren der Discriminante von M ausgeht. Herr Brill zeigt nämlich, dass der erste Factor U diejenige rationale ganze Function ist, deren Verschwinden aussagt, dass die sämmtlichen n-reihigen Determinanten der folgenden Matrix aus n Vertical- und $(n+1)$ Horizontalreihen für denselben Werth der $x_1 x_2$ verschwinden:

$$13) \qquad \begin{vmatrix} a_{10} & \cdots & a_{p0} & X_{p+1} & 0 & 0 \\ a_{11} & \cdots & a_{p1} & X_p & X_{p+1} & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1\,p+1} & \cdots & a_{p\,p+1} & X_0 & X_1 & \\ a_{1\,p+2} & \cdots & a_{p\,p+2} & 0 & X_0 & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & \cdots & a_{pn} & 0 & 0 & X_0 \end{vmatrix},$$

wo zur Abkürzung

$$x_1^{p+1} = X_{p+1}, \quad -\binom{p+1}{1} x_1^p x_2 = X_p, \ldots (-1)^p \binom{p+1}{1} x_1 x_2^p = X_1$$
$$(-1)^{p+1} x_2^{p+1} = X_0$$

gesetzt wird, und dass der zweite Factor C in ähnlicher Weise den gemeinsamen Verschwindungswerth der Determinanten der folgenden Matrix von $(n+1)$ Horizontal- und $(n+2)$ Verticalreihen liefert

$$14) \qquad \begin{vmatrix} a_{10} \ldots a_{p0} & X_{p-1} & 0 & \ldots & 0 \\ a_{11} \ldots a_{p1} & X_{p-2} & X_{p-1} & \ldots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} \ldots a_{pn} & 0 & 0 & \ldots & X_0 \end{vmatrix},$$

wo

$$X_{p-1} = x_1^{p-1}, \; X_2 = -\binom{p-1}{1} x_1^{p-2} x_2, \ldots X_0 = (-1)^{p-1} x_2^p$$

ist. Für die Combinante C' lautet die zweite Matrix, wenn man die Coëfficienten von φ mit α bezeichnet:

$$\begin{vmatrix} \alpha_{20}\ldots a_{p0}X_{p-2} & 0 & \ldots & 0 \\ \alpha_{21}\ldots a_{p1}X_{p-3}X_{p-2}\ldots & 0 & & \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & & \\ \alpha_{2n}\ldots a_{pn} & 0 & 0 \ldots & X_0 \end{vmatrix}.$$

Für die Werthe von λ_2, für welche die Discriminante von C' verschwindet, haben alle Determinanten der Matrix denselben Factor, der zugleich Doppelfactor von C' ist. Bedenkt man, dass dem §. 1 zufolge:

15)
$$\begin{vmatrix} a_{30}\ldots a_{p0}X_{p-2} & 0 & \ldots & 0 \\ a_{31}\ldots a_{p1}X_{p-3} & X_{p-2}\ldots & & 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & & \\ a_{3n}\ldots a_{pn} & 0 & 0 \ldots & X_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-3}f_3}{\partial x_1^{p-3}} & \ldots & \frac{\partial^{p-3}f_p}{\partial x_1^{p-3}} \\ \frac{\partial^{p-3}f_3}{\partial x_1^{p-4}\partial x_2} & \ldots & \frac{\partial^{p-3}f_p}{\partial x_1^{p-4}\partial x_2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ \frac{\partial^{p-3}f_3}{\partial x_1^{p-3}} & \ldots & \frac{\partial^{p-3}f_p}{\partial x_1^{p-3}} \end{vmatrix}$$

ist, so heisst dies, dass denjenigen Werthen von λ_2, für welchen der zweite Factor der Discriminante verschwindet, diejenigen Werthe von x entsprechen, für welche die Determinante rechts verschwindet. Und da diese Werthe auch die Verschwindungselemente von $J(C_1'C_2')$ sind, so folgt somit auch der zweite Theil des Satzes. — Man kann aber diesen Theil des Satzes ohne Voraussetzung des Brill'schen Satzes beweisen, was insofern von Vortheil ist als sich umgekehrt auf diese Weise der zweite Factor der Discriminante von M, der mit demjenigen des Herrn Brill genau übereinstimmt, ergibt, und als auf diese Weise möglich wird, die Grade in den Coëfficienten der beiden Factoren nachzuweisen, die Herr Brill ohne Beweis gegeben. Es seien zwei Involutionen gegeben:

$$f_1+\lambda_2 f_2+\ldots+\lambda_{p-1}f_{p-1}=0$$
$$\mu_2 f_2+\ldots+\mu_{p-1}f_{p-1}=0.$$

Sollen die $(p-2)$-fachen Elemente der zweiten Involution die $(p-1)$-fachen der ersten sein, so müssen offenbar alle Hauptcombinanten von je $(p-2)$ Formen für dieselben Werthe verschwinden. Denn aus

$$f_1+\lambda_2 f_2+\ldots+\lambda_{p-1}f_{p-1}=(x\alpha)^{p-1}\varphi$$
$$\mu_2 f_2+\ldots+\mu_{p-1}f_{p-1}=(x\alpha)^{p-2}\psi$$

folgt durch Subtraction

$$\mu_{p-1}f_1+(\lambda_2\mu_{p-1}-\mu_2\lambda_{p-1})f_2+\ldots+(\lambda_{p-2}\mu_{p-1}-\lambda_{p-1}\mu_{p-2})f_{p-2}=(x\alpha)^{p-2}X,$$

d. h.

16)
$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-3}f_2}{\partial x_1^{p-3}} & \ldots & \frac{\partial^{p-3}f_{p-1}}{\partial x_1^{p-3}} \\ \frac{\partial^{p-3}f_2}{\partial x_1^{p-4}\partial x_2} & \ldots & \frac{\partial^{p-3}f_{p-1}}{\partial x_1^{p-4}\partial x_2} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \\ \frac{\partial^{p-3}f_2}{\partial x_2^{p-3}} & \ldots & \frac{\partial^{p-3}f_{p-1}}{\partial x_2^{p-3}} \end{vmatrix} = C \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-3}f_1}{\partial x_1^{p-3}} & \ldots & \frac{\partial^{p-3}f_{p-2}}{\partial x_1^{p-3}} \\ \frac{\partial^{p-3}f_1}{\partial x_1^{p-4}\partial x_2} & \ldots & \frac{\partial^{p-3}f_{p-2}}{\partial x_1^{p-4}\partial x_2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ \frac{\partial^{p-3}f_1}{\partial x_2^{p-3}} & \ldots & \frac{\partial^{p-3}f_{p-2}}{\partial x_2^{p-3}} \end{vmatrix}.$$

Dies vorausgeschickt, erinnern wir daran, dass $C'=0$ als diejenige Involution erster Stufe aufgefasst werden kann, welche alle $(p-1)$-fachen Elemente der Involution $n$ten Grades und $(p-2)$ter Stufe darstellt. Setzen wir in $C'=0$ für x_1, x_2 successive die Verschwindungselemente von

17)
$$C''' = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-3} f_3}{\partial x_1''^{\,3}} & \cdots & \frac{\partial^{p-3} f_p}{\partial x_1''^{\,3}} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^{p-3} f_3}{\partial x_2''^{\,3}} & \cdots & \frac{\partial^{p-3} f_p}{\partial x_2''^{\,3}} \end{vmatrix} = 0$$

und bestimmen darnach λ_2, was soviel bedeutet, als die Elimination von x_1, x_2 aus $C' = 0$ und $C'' = 0$ so bestimmen wir dadurch die $(p-1)$-fachen Elemente, welche in der Involution $(p-3)$ter Stufe die $(p-2)$-fachen Elemente sind. Aus dem Vorausgeschickten folgt also, dass alle Combinanten, welche aus je $(p-2)$ Formen

$$f_2, f_3, \cdots f_p$$

gebildet sind, für dieselben Werthe verschwinden. Und da dieselben die Unterdeterminanten von C' sind, wie man sich leicht überzeugt, wenn man sie sowohl als auch C' in der Form schreibt, in die sie nach der Formel 2) gebracht werden können, so folgt, dass der Differentialquotient von C' für dieselben Werthe verschwindet, d. h. dass C' die Factoren von C''' doppelt enthält. Damit ist also bewiesen, dass den Werthen von λ_2, für welche C' einen Doppelfactor hat, die Verschwindungselemente von C'' entsprechen und dass da ihnen auch die Verschwindungselemente von $J(C_1 C_2)$ entsprechen, $J(C_1 C_2)$ C'' als Factor enthält. — Zugleich ist auch der zweite Factor der Discriminante von C' ermittelt, welcher genau mit demjenigen des Herrn Brill stimmt. Den Grad in den Coëfficienten der Factoren der Discriminante von C' ermittelt man folgendermassen.

Der Grad der Discriminante in λ muss offenbar demjenigen der x_1, x_2 in $J(C_1 C_2)$ gleich sein, und zwar:

$$= 2\{(p-1)(n-p+2)-1\}.$$

Der Grad in λ desjenigen Factors, dessen Wurzeln den Wurzeln von C'' entsprechen, ist aber gleich dem Grade von C'' in x_1, x_2, nämlich

$$= (p-2)(n-p+3),$$

folglich muss der Grad des andern Factors

$$= p(n-p+1)$$

sein, da

$$2\{(p-1)(n-p+2)-1\} = p(n-p+1)+(p-2)(n-p+3)$$

ist.

Um nun zu den eigentlichen Formeln des Herrn Brill, d. h. zur Bestimmung der Grade der zwei Factoren der Discriminante der Combinante M zu gelangen, hat man in obigen Formeln

$$p+1 \quad \text{an Stelle von} \quad p$$

zu setzen, und erhält den Grad von U, resp. C

18)
$$G_U = (p+1)(n-p)$$
$$G_C = (p-1)(n-p+2).$$

§. 3.

Im vorigen Paragraph hat sich im ersten Theil des Beweises der allgemeine Satz ergeben, dass die Discriminante der Combinante von p Formen $n$ten Grades in zwei Factoren zerfällt. Im zweiten Beweise des zweiten Theiles des Satzes sind wir auf den zweiten Factor geführt worden und auf die Bestimmung der Grade beider Factoren. Und nun wollen wir beide Factoren der Discriminante direct ableiten. Es ist nach dem Vorhergehenden

$$W(x_1x_2)=\begin{vmatrix} a_{10} & \dots & a_{p0} & X_p & 0 & \dots & 0 \\ a_{11} & \dots & a_{p1} & X_{p-1} & X_p & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1p} & \dots & a_{pp} & X_0 & X_1 & \dots & \cdot \\ a_{1p+1} & \dots & a_{pp+1} & 0 & X_0 & \dots & \cdot \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & \dots & a_{pn} & 0 & 0 & \dots & X_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-1}f_1}{\partial x_1^{p-1}} & \dots & \frac{\partial^{p-1}f_1}{\partial x_2^{p-1}} \\ \frac{\partial^{p-1}f_2}{\partial x_1^{p-1}} & \dots & \frac{\partial^{p-1}f_2}{\partial x_2^{p-1}} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^{p-1}f_p}{\partial x_1^{p-1}} & \dots & \frac{\partial^{p-1}f_p}{\partial x_2^{p-1}} \end{vmatrix}$$

Ist eine der $p(n-p+1)$ Wurzeln von $W(x_1x_2)$ ξ_1, ξ_2, so ist dann die Gruppe der Formen:

$$f_1+\lambda_2 f_2+\dots+\lambda_p f_p=\varphi(x_1x_2)(x_1\xi_2-x_2\xi_1)^p.$$

Hat aber die Gruppe einen $(p+1)$-fachen Factor, so müssen alle Gleichungen denselben enthalten, die aus folgendem Rechtecke entstehen

19)
$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^p f_1}{\partial x_1^p} & \frac{\partial^p f_1}{\partial x_1^{p-1}\partial x_2} & \dots & \frac{\partial^p f_1}{\partial x_2^p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^p f_p}{\partial x_1^p} & \frac{\partial^p f_p}{\partial x_1^{p-1}\partial x_2} & \dots & \frac{\partial^p f_p}{\partial x_2^p} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{10}\dots a_{p0} & X_{p+1} & 0 \\ a_{11}\dots a_{p1} & X_pX_{p+1} & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{1p}\dots a_{pp} & X_1 & \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{1n}\dots a_{pn} & 0 & X_0 \end{vmatrix}.$$

Dieser Factor muss aber offenbar in $W(x_1x_2)$ doppelt vorkommen, daraus folgt, dass diejenige rationale Function, welche aussagt, dass alle n-reihigen Determinanten der obigen Matrix für denselben Werth verschwinden, ein Factor der Discriminante von $W(x_1x_2)$ ist. Es ist ferner

20)
$$\begin{vmatrix} a_{01}\dots a_{p0} & X_{p-1} & \dots 0 \\ a_{11}\dots a_{p1} & X_{p-2}X_{p-1} & \dots 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{1n}\dots a_{pn} & 0 & \dots X_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^{p-2}f_1}{\partial x_1^p} & \frac{\partial^{p-2}f_2}{\partial x_1^{p-2}} & \dots & \frac{\partial^{p-2}f_p}{\partial x_1^p} \\ \frac{\partial^{p-2}f_1}{\partial x_1^{p-1}\partial x_2} & \frac{\partial^{p-2}f_2}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} & \dots & \frac{\partial^{p-2}f_p}{\partial x_1^{p-3}\partial x_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^{p-2}f_1}{\partial x_2^p} & \frac{\partial^{p-2}f_2}{\partial x_2^{p-2}} & \dots & \frac{\partial^{p-2}f_p}{\partial x_2^{p-2}} \end{vmatrix}.$$

Verschwinden alle Determinanten, die aus diesem Rechtecke genommen werden, für denselben Werth, so muss, da dieselben die Unterdeterminanten von $W(x_1x_2)$ sind und da in Folge dessen der Differentialquotient von $W(x_1x_2)$, wie oben schon erwähnt wurde, für diesen Werth verschwinden muss, $W(x_1x_2)$ diese Wurzel doppelt enthalten, d. h. die Resultante jener Gleichungen muss ein Factor der Discriminante von $W(x_1x_2)$ sein. Damit ist der Satz des Herrn Brill direct bewiesen.

§. 4.

Wir gehen nun zu dem speciellen Fall von vier Formen vierten Grades, mit dem sich besonders Herr Brill beschäftigt, über. Sind dieselben

$$f_1=a_1x_1^4+b_1x_1^3x_2+c_1x_1^2x_2^2+d_1x_1x_2^3+e_1x_2^4$$
$$f_2=a_2x_1^4+b_2x_1^3x_2+c_2x_1^2x_2^2+d_2x_1x_2^3+e_2x_2^4$$
$$f_3=a_3x_1^4+b_3x_1^3x_2+c_3x_1^2x_2^2+d_3x_1x_2^3+e_3x_2^4$$
$$f_4=a_4x_1^4+b_4x_1^3x_2+c_4x_1^2x_2^2+d_4x_1x_2^3+e_4x^4$$

und bildet man die zwei Combinanten:

21)
$$W_1(x_1x_2)=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & x_1^3 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & -3x_1^2x_2 & x_1^3 \\ c_1 & c_2 & c_3 & 3x_1x_2^2 & -3x_1^2x_2 \\ d_1 & d_2 & d_3 & -x_2^3 & 3x_1x_2^2 \\ e_1 & e_2 & e_3 & 0 & -x_2^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_2^2} \\ \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_2^2} \\ \frac{\partial^2 f_3}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_3}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 f_3}{\partial x_2^2} \end{vmatrix}$$

$$= \alpha_0x_1^6+3\alpha_1x_1^5x_2+(3\alpha_2+6\beta_2)x_1^4x_2^2+(\alpha_3+8\beta_3)x_1^3x_2^3+(3\alpha_4+6\beta_4)x_1^2x_2^4+3\alpha_5x_1x_2^5+\alpha_6x_2^6$$

22)
$$W_2(x_1x_2)=\alpha_0'x_1^6+3\alpha_1'x_1^5x_2+(3\alpha_2'+6\beta_2')x_1^4x_2^2+(\alpha_3'+8\beta_3')x_1^3x_2^3+(3\alpha_4'+6\beta_4')x_1^2x_2^4+3\alpha_5'x_1x_2^5+\alpha_6'x_2^6.$$

$$=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_4 & x_1^3 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_4 & -3x_1^2x_2 & x_1^3 \\ c_1 & c_2 & c_4 & 3x_1x_2^2 & -3x_1^2x_2 \\ d_1 & d_2 & d_4 & -x_2^3 & 3x_1x_2^2 \\ e_1 & e_2 & e_4 & 0 & -x_2^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_2^2} \\ \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 f_2}{\partial x_2^2} \\ \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_1\partial x_2} & \frac{\partial^2 f_4}{\partial x_2^2} \end{vmatrix}$$

wo zur Abkürzung

$$\begin{aligned} \alpha_0&=(cde) & \alpha_3&=(bcd) & \beta_2&=(ade) \\ \alpha_1&=(bde) & \alpha_4&=(acd) & \beta_3&=(ace) \\ \alpha_2&=(bce) & \alpha_5&=(abd) & \beta_4&=(abe) \\ \alpha_6&=(abc) \end{aligned}$$

gesetzt, und z. B.

$$(cde)=\Sigma\pm c_1d_2e_3$$

ist. Setzt man

$$f_3+\lambda f_4=\varphi_3=A_3x_1^4+B_3x_1^3x_2+\ldots+E_3x_2^4,$$

so ist

23)
$$w(x_1x_2)=\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & A_3 & x_1^3 & 0 \\ b_1 & b_2 & B_3 & -3x_1^2x_2 & x_1^3 \\ c_1 & c_2 & C_3 & 3x_1x_2^2 & -3x_1^2x_2 \\ d_1 & d_2 & D_3 & -x_2^3 & 3x_1x_2^2 \\ e_1 & e_2 & E_3 & 0 & -x_2^3 \end{vmatrix} = W_1(x_1x_2)+\lambda W_2(x_1x_2),$$

d. h. $w(x_1x_2)=0$ ist eine Involution vierten Grades und erster Stufe. Der Factor U der Discriminante von $w(x_1x_2)$ ist in diesem Falle die Resultante der aus der Matrix

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & A_3 & x_1^4 \\ b_1 & b_2 & B_3 & -4x_1^3x_2 \\ c_1 & c_2 & C_3 & 6x_1^2x_2^2 \\ d_1 & d_2 & D_3 & -4x_1x_2^3 \\ e_1 & e_2 & E_3 & x_2^4 \end{vmatrix}$$

zu entnehmenden Gleichungen, und hat nach Herrn Brill die Form

24)
$$U=\begin{vmatrix} 4\alpha_0 & 6\bar\alpha_1 & 4\bar\alpha_2 & \bar\alpha_3 \\ 6\bar\alpha_1 & 4\bar\alpha_2+24\bar\beta_2 & \bar\alpha_3+16\bar\beta_3, & 4\bar\alpha_4 \\ 4\bar\alpha_2 & 16\bar\beta_1+\bar\alpha_3, & 4\bar\alpha_4+24\bar\beta_4, & 6\alpha_5 \\ \bar\alpha_3 & 4\bar\alpha_4 & 6\bar\alpha_5 & 4\bar\alpha_6 \end{vmatrix},$$

wo z. B. $\bar{\alpha} = \alpha + \lambda\alpha'$ ist. $U=0$ liefert die Werthe von λ, für welche $w(x_1 x_2)$ eine Doppelwurzel besitzt. Diesen Werthen von λ entsprechen nun die Verschwindungselemente der aus der obigen Matrix entnommenen Gleichungen. Wir gehen nun nach diesen Vorbereitungen zur folgenden Frage über, Herr Brill zeigt nämlich, dass man durch Adjunction je einer Wurzel der folgenden Gleichung

$$8(3\alpha_3^2 A_2 + 6\alpha_3 A_0 A_5 - 2\alpha_3 A_1 A_4 - 4A_1^2 A_6)(3\alpha_3^2 A_4 + 6\alpha_3 A_6 A_1 - 2\alpha_3 A_5 A_2 - 4A_5 A_0) - \\ -(9\alpha_3^2 - 4A_1 A_5)^2 (A_3\alpha_3 - \alpha_3^2 + 8A_0 A_6) = 0$$

die allgemeine Form

$$F_1 = A_0 x_1^6 + A_1 x_1^5 x_2 + \ldots + A_7 x_2^6$$

auf die Form

$$W_1(x_1 x_2)$$

bringen kann. Es fragt sich nun, wie müssen zwei Formen

$$F_1 \quad \text{und} \quad F_2$$

beschaffen sein, damit man sie durch Adjungirung der Wurzeln der obigen Gleichung und der entsprechenden in den α' auf die Formen

$$W_1(x_1 x_2), \quad W(x_1 x_2)$$

bringen könne. Hat man F_1 und F_2 auf diese Formen gebracht, so ist auch

$$F_1 + \lambda F_2 = W_1(x_1 x_2) + \lambda W_2(x_1 x_2) = w(x_1 x_2).$$

Bezeichnet man die Coëfficienten von F_1 F_2 und $F_1 + \lambda F_2$, resp. durch

$$A_\iota, \quad B_\iota, \quad A_\iota$$

und die linken Seiten der Gleichungen, deren Wurzeln zu adjungiren sind, um die Formen F_1 und F_2 auf die Formen $W_1(x_1 x_2)$ und $W_2(x_1 x_2)$ zu bringen, mit $\mathfrak{G}_1$ und $\mathfrak{G}_2$ und entwickelt die Gleichung

25) $$8(3\bar{\alpha}_3 A_2 + 6\bar{\alpha}_3 A_0 A_5 - 2\bar{\alpha}_3 A_1 A_4 - 4A_1^2 A_6)(3A_4\bar{\alpha}_3^2 + 6\bar{\alpha}_3 A_6 A_1 - 2\bar{\alpha}_3 A_5 A_2 - 4A_5^2 A_0) \\ -(9\bar{\alpha}_3^2 - 4A_1 A_5)^2 (A_3\bar{\alpha}_3 - \bar{\alpha}_3^2 + 8A_0 A_6) = 0,$$

deren Wurzeln adjungirt werden müssen, um $F_1 + \lambda F_2$ in die Form $w(x_1 x_2)$ überzuführen, nach λ, so erhält man, wie die Rechnung zeigt,

26) $$0 = \mathfrak{G}_1(\alpha) + \{\mathfrak{G}_1'(\alpha)\alpha' + \Delta(\mathfrak{G}_1)\}\lambda + \{\mathfrak{G}_1''(\alpha)\alpha'^2 + 2\Delta(\mathfrak{G}_1')\alpha' + \Delta^2(\mathfrak{G}_1)\}\lambda^2 + \\ + \{\mathfrak{G}_2'(\alpha')\alpha + \Delta(\mathfrak{G}_2)\}\lambda^3 + \{\mathfrak{G}_2''(\alpha')\alpha^2 + 2\Delta(\mathfrak{G}_2')\alpha + \Delta^2(\mathfrak{G}_2)\}\lambda^4 + \mathfrak{G}_2(\alpha')\lambda^5,$$

wo $\Delta(T)$ den bekannten Process bedeutet,

$$\Delta T = \frac{\partial T}{\partial A_1} B_1 + \frac{\partial T}{\partial A_2} B_2 + \ldots.$$

Sollen also die Formen F_1 und F_2 in $W_1(x_1 x_2)$ und $W_2(x_1 x_2)$ überführbar sein, so müssen folgende Gleichungen stattfinden:

27) $$\mathfrak{G}_1'(\alpha)\alpha' + \Delta(\mathfrak{G}_1) = 0$$
$$\mathfrak{G}_1''(\alpha)\alpha'^2 + 2\Delta(\mathfrak{G}_1')\alpha' + \Delta^2(\mathfrak{G}_1) = 0$$
$$\mathfrak{G}_2'(\alpha')\alpha + \Delta(\mathfrak{G}_2) = 0$$
$$\mathfrak{G}_2''(\alpha')\alpha^2 + 2\Delta(\mathfrak{G}_2')\alpha + \Delta^2(\mathfrak{G}_2) = 0$$

Es müssen aber nicht alle Gleichungen bestehen, sondern es genügen schon die ersten zwei, weil aus diesen schon die übrigen zwei folgen. Aus der ersten Gleichung folgt nämlich

$$\alpha' = -\frac{\Delta(\mathfrak{G}_1)}{\mathfrak{G}_1'(\alpha)},$$

d. h., dass die Wurzeln von $\mathfrak{G}_2 = 0$ rationale Functionen der Wurzeln von $\mathfrak{G}_1 = 0$ sind. Man kann daher $\mathfrak{G}_2$ in folgender Form schreiben:

28) $$\mathfrak{G}_2 = R\{\mathfrak{G}_1,\ \Delta(\mathfrak{G}_1) + \lambda\mathfrak{G}_1'\},$$

wo das Symbol rechts die Resultante von

$$\mathfrak{G}_1 \quad \text{und} \quad \Delta(\mathfrak{G}_1) + \lambda\mathfrak{G}_1'$$

ist. Aus dieser Gleichung folgt bekanntlich die Relation

29) $$\mathfrak{G}_2\left(-\frac{\Delta(\mathfrak{G}_1)}{\mathfrak{G}_1'}\right) = \mathfrak{G}_1 \cdot \psi,$$

welche in

$$\mathfrak{G}_1\left(-\frac{\Delta(\mathfrak{G}_2)}{\mathfrak{G}_2'}\right) = \mathfrak{G}_2 \cdot \psi'$$

übergeht, wenn man die A mit den B vertauscht. Diese Gleichung sagt nichts Anderes aus, als dass auch die Wurzeln von $\mathfrak{G}_1 = 0$ rationale Functionen der Wurzeln von $\mathfrak{G}_2 = 0$ sind. Die Form der Functionen ist

$$\alpha = -\frac{\Delta(\mathfrak{G}_2)}{\mathfrak{G}_2'(\alpha')},$$

was die dritte Gleichung verlangt. Eben so leicht leitet man die vierte Gleichung aus der ersten und zweiten ab. Wir können jetzt folgenden Satz aussprechen:

Satz.

Sind zwei Formen sechsten Grades gegeben

$$F_1 = A_0x_1^6 + A_1x_1^5x_2 + A_2x_1^4x_2^2 + \ldots + A_6x_2^6$$
$$F_2 = B_0x_1^6 + B_1x_1^5x_2 + B_2x_1^4x_2^2 + \ldots + B_6x_2^6$$

und bildet man ihre Brill'schen Gleichungen

$$\mathfrak{G}_1 = 0,\ \mathfrak{G}_2 = 0,$$

so ist die nothwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass die Formen sich nach Adjungirung der Wurzeln dieser Gleichungen in die Formen

$$W_1(x_1x_2),\quad W_2(x_1x_2)$$

überführen lassen, das Bestehen folgender Gleichungen

30)
$$\mathfrak{G}_1'(\alpha)\alpha' + \Delta(\mathfrak{G}_1) = 0$$
$$\mathfrak{G}_1''(\alpha)\alpha'^2 + 2\Delta(\mathfrak{G}_1')\alpha' + \Delta^2(\mathfrak{G}_1) = 0$$

Das Charakteristische der Formen

$$W_1(x_1x_2),\quad W_2(x_1x_2)$$

ist nach dem Obigen, dass ihre Functionaldeterminante sich in zwei Factoren von resp. vierten und sechsten Grade zerlegen lässt; wir können desshalb den Satz aussprechen:

Satz.

Sind die Formen F_1 und F_2 von der Beschaffenheit, dass zwischen den Wurzeln ihrer Brill'schen Gleichungen die Relationen 30) stattfinden, so lässt sich durch Adjungirung dieser Wurzeln die Functionaldeterminante der Formen in zwei Factoren zerlegen, von denen der eine vom vierten und der andere vom sechsten Grade ist.

§. 5.

Die Hauptcombinante von n binären Formen $n$ter Ordnung, wobei n ungerade ist, lässt sich, wie ich an anderer Stelle nachgewiesen habe, in der Gestalt darstellen:

I) $$M = P_1 f_1 + P_2 f_2 + \ldots + P_n f_n,$$

wo allgemein P_i eine Invariante der $n-1$ Formen

$$f_1 f_2 \ldots f_{i-1} f_{i+1} \ldots f_n$$

bedeutet. Mit Hilfe dieser Identität kann man mit Leichtigkeit eine andere Darstellung von M ableiten, welche aus je $n-1$ Formen und aus Theilen von M zusammengesetzt ist, wobei ich unter Theilen von M folgende Functionen verstehe:

$$\begin{aligned}
&A_0 x^{n-1} + A_1 x^{n-2} + \ldots + A_{n-1}\\
&A_0 x^{n-2} + A_1 x^{n-3} + \ldots + A_{n-2}\\
&A_0 x^{n-3} + A_1 x^{n-4} + \ldots + A_{n-3}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&A_0 x + A_1\\
&A_0
\end{aligned}$$

wenn M in der Form geschrieben ist

$$M = A_0 x^n + A_1 x^{n-1} + \ldots + A_n.$$

Solche Darstellungen gibt es n, entsprechend den Combinationen von je $n-1$ aus den n Formen und man könnte glauben, aus diesen n Darstellungen durch Auflösung nach f_i eine neue Darstellung für diese zu bekommen, dass dies nicht der Fall ist, soll nachher bewiesen werden. Stellen wir die Formen als Summen von Potenzen linearer Functionen dar:

31) $$\begin{aligned}
f_1 &= A_1 (x_1 + m_1 x_2)^n + B_1 (x_1 + m_2 x_2)^n + \ldots + N_1 (x_1 + m_n x_2)^n\\
f_2 &= A_2 (x_1 + m_1 x_2)^n + B_2 (x_1 + m_2 x_2)^n + \ldots + N_2 (x_1 + m_n x_2)^n\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
f_n &= A_n (x_1 + m_1 x_2)^n + B_n (x_1 + m_2 x_2)^n + \ldots + N_n (x_1 + m_n x_2)^n
\end{aligned}$$

und combiniren mit je $n-1$ derselben die Identität *i*), welche in Folge von 31) sich folgendermassen schreiben lässt

32) $$M = (\Sigma A_i P_i)(x_1 + m_1 x_2)^n + (\Sigma B_i P_i)(x_1 + m_2 x_2)^n + \ldots + (\Sigma N_i P_i)(x_1 + m_n x_2)^n,$$

so ergibt sich, wenn man z. B. die $n-1$ ersten Formen nimmt und aus ihnen und 32) die $n$ten Potenzen bestimmt:

$$D(x_1+m_1x_2)^n = \begin{vmatrix} M & \Sigma B_\iota P_\iota \dots & \Sigma N_\iota P_\iota \\ f_1 & B_1 & \dots & N_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n-1} & B_{n-1} & \dots & N_{n-1} \end{vmatrix}$$

33) $\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$$D(x_1+m_nx_2)^n = \begin{vmatrix} \Sigma A_\iota P_\iota & \Sigma B_\iota P_\iota \dots & M \\ A_1 & B_1 & \dots & f_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n-1} & B_{n-1} & \dots & f_{n-1} \end{vmatrix}$$

wo

$$D = \begin{vmatrix} \Sigma A_\iota P_\iota & \Sigma B_\iota P_\iota \dots \\ A_1 & B_1 & \dots \\ A_2 & B_2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{n-1} & B_{n-1} & \dots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_n & B_n & \dots \\ A_1 & B_1 & \dots \\ A_2 & B_2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{n-1} & B_{n-1} & \dots \end{vmatrix} P_n.$$

Schreiben wir 33) in der Form

$$\begin{aligned} D(x_1+m_1x_2)^n &= D_{11}M+D_{21}f_1+\dots+D_{n-1,1}f_{n-1} \\ D(x_1+m_2x_2)^n &= D_{12}M+D_{22}f_1+\dots+D_{n-1,2}f_{n-1} \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ D(x_1+m_nx_2)^n &= D_{1n}M+D_{2n}f_1+\dots+D_{n-1,n}f_{n-1} \end{aligned} \quad 34)$$

so müssen offenbar die Gleichungen

$$\begin{aligned} D_{21}f_1+D_{31}f_2+\dots+D_{n-1,1}f_{n-1} &= 0 \\ D_{22}f_1+D_{32}f_2+\dots+D_{n-1,2}f_{n-1} &= 0 \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ D_{2n}f_1+D_{3n}f_2+\dots+D_{n-1,n}f_{n-1} &= 0 \end{aligned} \quad 35)$$

je eine Wurzel mit $M=0$ gemeinschaftlich haben. Ferner sind die linken Seiten dieser Gleichungen, da sie sich zerlegen lassen in Binome von etwa folgender Gestalt:

$$\alpha M+\beta(x_1+m_\iota x_2)^n,$$

wie leicht ersichtlich ist, symmetrisch in je $n-1$ Wurzeln. Die Gleichungen in 35) können demnach wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} 0 &= F_1(P_\iota, \Sigma m_{21}, \Sigma m_2m_3\dots)f_1+F_2(P_\iota, \Sigma m_2\dots)f_2+\dots+F_{n-1}(P_\iota, \Sigma m_2\dots)f_{n-1} \\ 0 &= F_1(P_\iota, \Sigma m_{11}, \Sigma m_1m_3\dots)f_1+F_2(P_\iota, \Sigma m_1\dots)f_2+\dots+F_{n-1}(P_\iota, \Sigma m_1\dots)f_{n-1} \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ 0 &= F_1(P_\iota, \Sigma m_n\dots)f_1+F_2(P_\iota, \Sigma m_n\dots)f_2+\dots+F_{n-1}(P_\iota, \Sigma m_n\dots)f_{n-1}. \end{aligned} \quad 36)$$

Berücksichtigt man die Identitäten:

$$\begin{aligned}
\Sigma m_2 &= -m_1 + \frac{A_1}{A_0} &&= \varphi_{1\,m_1}\\
\Sigma m_2 m_3 &= m_1^2 - \frac{A_1}{A_0} m_1 + \frac{A_2}{A_0} &&= \varphi_{2\,m_1}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\Sigma m_2 m_3 \ldots m_{n-1} &= m_1^{n-2} + \frac{A_1}{A_0} m_1^{n-3} - \frac{A_2}{A_0} m_1^{n-4} + \ldots + \frac{A_{n-2}}{A_0} &&= \varphi_{n-2\,m_1}\\
m_2 \ldots\ldots m_n &= m_1^{n-1} - \frac{A_1}{A_0} m_1^{n-2} + \frac{A_2}{A_0} m_1^{n-3} + \ldots + \frac{A_{n-1}}{A_0} &&= \varphi_{n-1\,m_1},
\end{aligned}$$

so schreiben sich die Gleichungen 36) in folgender Form:

$$\begin{aligned}
&F_1(P_i, \varphi_{1\,m_1}\varphi_{2\,m_1}\ldots)f_1 + F_2(P_i, \varphi_{1\,m_1}, \varphi_{2\,m_1}\ldots)f_2 + \ldots + F_{n-1}(P_i, \varphi_{1\,m_1}\varphi_{2\,m_1}\ldots)f_{n-1} = 0\\
&F_1(P_i, \varphi_{1\,m_2}\varphi_{2\,m_2}\ldots)f_1 + F_2(P_i, \varphi_{1\,m_2}, \varphi_{2\,m_2}\ldots)f_2 + \ldots + F_{n-1}(P_i, \varphi_{1\,m_2}\varphi_{2\,m_2}\ldots)f_{n-1} = 0\\
37)\quad &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&F_1(P_i, \varphi_{1\,m_n}\varphi_{2\,m_n}\ldots)f_1 + F_2(P_i, \varphi_{1\,m_n}, \varphi_{1\,m_n}\ldots)f_2 + \ldots + F_{n-1}(P_i, \varphi_{1\,m_n}\varphi_{2\,m_n}\ldots)f_{n-1} = 0.
\end{aligned}$$

Bedenkt man, dass die Gleichungen auseinander hervorgehen, indem man irgend zwei der Wurzeln m_i mit einander vertauscht, so folgt leicht, dass folgende Gleichung alle Wurzeln mit $M=0$ gemein hat:

$$0 = F_1(P_i, \psi_0 \ldots \psi_{n-1})f_1 + F_2(P_i, \psi_0 \ldots)f_2 + \ldots + F_{n-1}(P_i, \psi_0 \ldots \psi_{n-1})f_{n-1},$$

wenn man unter ψ_i folgende Function versteht:

$$\begin{aligned}
\psi_1 &= x + \frac{A_1}{A_0}\\
\psi_2 &= x^2 + \frac{A_1}{A_0} x + \frac{A_2}{A_0}\\
\psi_3 &= x^3 + \frac{A_1}{A_0} x^2 + \frac{A_2}{A_0} x + \frac{A_3}{A_0}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\psi_{n+1} &= x^{n-1} + \frac{A_1}{A_0} x^{n-2} + \frac{A_2}{A_0} x^{n-3} + \ldots + \frac{A_{n-1}}{A_0}.
\end{aligned}$$

Es folgt daher die Identität

38) $$F_1(P_i, \psi_0 \ldots \psi_{n-1})f_1 + F_2(P_i\, \psi_0 \ldots \psi_{n-1})f_2 + \ldots + F_{n-1}(P_i, \psi_0 \ldots)f_{n-1} = M.N_1.$$

Ähnliche Identitäten folgen selbstverständlich, wenn man andere $n-1$ der Gleichungen 31) mit 32) combinirt. Fassen wir alle zusammen, indem wir die F_i wenn nöthig, mit Strichen versehen, so erhalten wir

$$\begin{aligned}
&F_1\ (P_i, \psi_0 \ldots \psi_{n-1})f_1 + \ F_2\ (P_i \psi_0 \ldots \psi_{n-1})f_2 + \ldots + F_{n-1}\ (P_i, \psi_0 \ldots)f_{n-1} = M.N_1\\
&F_1'\ (P_i, \psi_0 \ldots \psi_{n-1})f_1 + \ F_3'\ (P_i \psi_0 \ldots \psi_{n-1})f_3 + \ldots + F_n'\ \ (P_i, \psi_0 \ldots)f_{n-1} = M.N_2\\
39)\quad &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&F_2^{(n-1)}(P_i, \psi_0 \ldots \psi_{n-1})f_2 + F_3^{(n-1)}(P_i \psi_0 \ldots \psi_{n-1})f_3 + \ldots + F_n^{(n-1)}(P_i, \psi_0 \ldots)f_{n-1} = M.N_n
\end{aligned}$$

Dies sind die zu 31) analogen und aus derselben folgenden Formeln, von denen oben die Sprache war. Es kommt nun darauf an, zu zeigen, dass sie sich nicht auflösen lassen, d. h. dass ihre Determinante identisch verschwindet. Zu diesem Behufe greifen wir zum Principe der Apolarität zurück. Nach demselben folgt die Darstellbarkeit der n Formen und ihrer Combinante durch die $n$ten Potenzen derselben linearen Formen aus

derselben Quelle und die Identität 32) ist nur eine Consequenz von 31). Die Systeme von Gleichungen, die wir erhalten, wenn wir je n—1 der Gleichungen 31) mit 32) combiniren, sind nicht von einander unabhängig und in Folge dessen muss die Determinante

40)
$$\begin{vmatrix} F_1, & F_2 & \dots & F_{n-1} \\ F_1' & 0\,F_3' & \dots & F_{n-2}' & F_{n-1}' \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & F_2^{(n-1)} & \dots & F_{n-2}^{(n-1)} & F_{n-1}^{(n-1)} \end{vmatrix} = 0$$

§. 6.

Als Beispiel behandle ich drei Formen 3. Ordnung, welche die Ableitungen einer Form 5. Ordnung sind. Bekanntlich lässt sich diese als Summe von drei Potenzen der drei linearen Factoren der Combinante der drei zweiten Ableitungen darstellen. Ist also

$$f = A_1(x_1+m_1x_2)^5+A_2(x_1+m_2x_2)^5+A_3(x_1+m_3x_2)^5$$

so ist

41)
$$\begin{aligned} \frac{1}{4.5}\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} &= A_1\,.\,(x_1+m_1x_2)^3+A_2(x_1+m_2x_2)^3 \quad +A_3 \quad (x_1+m_3x_2)^3 \\ \frac{1}{4.5}\frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_2} &= A_1m_1(x_1+m_1x_2)^3+A_2(x_1+m_2x_2)^3m_2+A_3m_3(x_1+m_3x_2)^3 \\ \frac{1}{4.5}\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} &= A_1m_1^2(x_1+m_1x_2)^3+A_2(x_1+m_2x_2)^3m_2^2+A_3m_3^2(x_1+m_3x_2)^3. \end{aligned}$$

Die Combinante M dieser Formen stellt sich also folgendermassen dar:

42)
$$\begin{aligned} M &= P_1\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}+P_2\frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_2}+P_3\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} \\ &= A_1(\Sigma P_\iota m_1^{\iota-1})(x_1+m_1x^2)^3+A_2(\Sigma P_\iota m_2^{\iota-1})(x_1+m_2x_2)^3+A_3(\Sigma P_\iota m_3^{\iota-1})(x_1+m_3x_2)^3 \end{aligned}$$

Combinirt man diese Gleichung mit den ersten zwei Gleichungen in 41), so erhält man:

$$D(x_1+m_1x_2)^3 = \begin{vmatrix} M & A_2\Sigma P_\iota m_2^{\iota-1} & A_3\Sigma P_\iota m_3^{\iota-1} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & A_2 & A_3 \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_2} & A_2m_2 & A_3m_3 \end{vmatrix}$$

43)
$$D(x_1+m_2x_2)^3 = \begin{vmatrix} A_1\Sigma P_\iota m_1^{\iota-1} & M & A_3\Sigma P_\iota m_3^{\iota-1} \\ A_1 & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & A_3 \\ A_1m_1 & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_2} & A_3m_3 \end{vmatrix}$$

$$D(x_1+m_3x_2)^3 = \begin{vmatrix} A_1\Sigma P_\iota m_1^{\iota-1} & A_2\Sigma P_\iota m_2^{\iota-1} & M \\ A_1 & A_2 & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} \\ A_1m_1 & A_2m_2 & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_2} \end{vmatrix}$$

wo

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m_1 & m_2 & m_3 \\ m_1^2 & m_2^2 & m_3^2 \end{vmatrix} \cdot P_3 A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \text{ ist.}$$

Aus diesen Gleichungen folgen nun die folgenden:

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_1} \cdot \{P_1 - P_3 m_2 m_3\} + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_1} \cdot \{P_2 + P_3(m_2 + m_3)\} = 0$$

44) $$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_2} \cdot \{P_1 - P_3 m_1 m_3\} + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_2} \cdot \{P_2 + P_3(m_1 + m_3)\} = 0$$

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_3} \cdot \{P_1 - P_3 m_1 m_2\} + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_3} \cdot \{P_2 + P_3(m_1 + m_2)\} = 0.$$

Dass diese Gleichungen bestehen, überzeugt man sich hier leicht auf folgende Weise. Schreibt man z. B. die linke Seite der ersten in folgender Form:

45) $$P_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + P_2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} + P_3 \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + P_3 \left\{ - \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} m_2 m_3 + \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}(m_1 + m_3) - \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} \right\}$$

und berücksichtigt, dass der Ausdruck in der Klammer die dritte Potenz von $(x_1 + m_1 x_2)$ ist, wie durch die Auflösung der Gleichungen 41) folgt, so sieht man leicht, dass sie die Form

$$\alpha M + \beta(x_1 + m_1 x_2)^3$$

annimmt. Drückt man die symmetrischen Functionen zweier Elemente durch das dritte aus, schreibt also die Gleichungen 44) in folgender Art:

$$0 = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_1} \cdot \{P_1 - P_3(m_1^2 - A_1 m_1 + A_2)\} + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_1} \cdot \{P_2 + P_3(-m_1 + A_1)\}$$

46) $$0 = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_2} \cdot \{P_1 - P_3(m_2^2 - A_1 m_2 + A_2)\} + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_2} \{P_2 + P_3(-m_2 + A_1)\}$$

$$0 = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_3} \cdot \{P_1 - P_3(m_3^2 - A_1 m_3 + A_2)\} + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_3} \cdot \{P_2 + P_3(-m_3 + A_1)\}$$

so folgt sofort, dass folgende Relation besteht:

47) $$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\{P_1 - P_3(x^2 + A_1 x + A_2)\} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\{P_2 + P_3(x + A_1)\} = M.N_1.$$

Durch Combination von 42) mit der ersten und dritten in 41) erhält man

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_1} \cdot \{P_1(m_2 + m_3) + P_2 m_2 m_3\} + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_1} \cdot \{P_2 + P_3(m_2 + m_3)\} = 0$$

48) $$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_2} \{P_1(m_1 + m_3) + P_2 m_1 m_3\} + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_2} \cdot \{P_2 + P_3(m_1 + m_3)\} = 0$$

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_3} \cdot \{P_1(m_1 + m_2) + P_2 m_1 m_2\} + \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\right]_{x_1 : x_2 = -m_3} \cdot \{P_2 + P_3(m_1 + m_2)\} = 0.$$

Aus diesen Gleichungen folgt die Gleichung:

$$49)\qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\{P_1(x+A_1)+P_2(x^2+A_1x+A_2)\}+\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\{P_2+P_3(x+A_1)\}=M.N_2.$$

Eine Combination endlich der zweiten und dritten Gleichung in 41) mit 42) ergibt die Gleichungen:

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1\,\partial x_2}\right]_{x_1:\,x_2=\ \ m_1}\{P_1(m_2+m_3)+P_2 m_2 m_3\}+\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\right]_{x_1:\,x_2=\ \ m_1}\{-P_1+P_3 m_2 m_3\}=0$$

$$50)\qquad \left[\frac{\partial_2 f}{\partial x_1\,\partial x_2}\right]_{x_1:\,x_2=\ \ m_2}\{P_1(m_1+m_3)+P_2 m_1 m_3\}+\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\right]_{x_1:\,x_2=\ \ m_2}\{-P_1+P_3 m_1 m_3\}=0$$

$$\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1\,\partial x_2}\right]_{x_1:\,x_2=\ \ m_3}\{P_1(m_1+m_2)+P_2 m_1 m_2\}+\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\right]_{x_1:\,x_2=\ \ m_3}\{-P_1+P_3 m_1 m_2\}=0$$

und in Folge dessen die Gleichung

$$51)\qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_1\,\partial x_2}\{P_1(x_1+A_1)+P_2(x^2+A_1x+A_2)\}+\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\{-P_1+P_3(x^2+A_1x+A_2)\}=M.N_3.$$

Aus 47) 49) 51) ergibt sich leicht, dass die Functionen

$$N_1,\quad N_2,\quad N_3$$

die folgenden sind:

$$N_1=1$$
$$N_2=x+A_1$$
$$N_3=x^2+A_1x+A_2.$$

Was die Determinante

$$52)\qquad D=\begin{vmatrix} 0 & P_1(x+A_1)+P_2(x^2+A_1x+A_2), & -P_1+P_3(x^2+A_1x+A_2)\\ P_1(x+A_1)+P_2(x^2+A_1x+A_2), & 0 & P_2+P_3(x+A_1)\\ P_1-P_3(x^2+A_1x+A_2), & P_2+P_3(x+A_1) & 0\end{vmatrix}$$

betrifft, so lässt sie sich folgendermassen schreiben:

$$D=\begin{vmatrix} 0 & P_1(x+A_1)+P_2(x^2+A_1x+A_2), & M.N_3\\ P_1(x+A_1)+P_2(x^2+A_1x+A_2) & 0 & M.N_2\\ P_1-P_3(x^2+A_1x+A_2) & P_2+P_3(x+A_1) & M.N_1\end{vmatrix}$$

$$=M.\begin{vmatrix} 0 & P_1(x+A_1)+P_2(x^2+A_1x+A_2) & x^2+A_1x+A_2\\ P_1(x+A_1)+P_2(x^2+A_1x+A_2) & 0 & x+A_1\\ P_1-P_3(x^2+A_1x+A_2) & P_2+P_3(x+A_1) & 1\end{vmatrix}\qquad 53)$$

$$=M.\begin{vmatrix} -P_1(x^2+A_1x+A_2) & P_1(x+A_1) & x^2+A_1x+A_2\\ P_2(x^2+A_1x+A_2) & -P_2(x+A_1) & x+A_1\\ -P_3(x^2+A_1x+A_2) & P_3(x+A_1) & 1\end{vmatrix}$$

$$=M(x^2+A_1x+A_2)(x+A_1)\begin{vmatrix} P_1 & P_1 & x^2+A_1x+A_2\\ P_2 & -P_2 & x+A_1\\ -P_3 & P_3 & 1\end{vmatrix}=0.$$

§. 7.

Es ist bekannt, dass man eine Gleichung fünften Grades nur durch eine nicht lineare Substitution auf die Form

54) $$x^5+ax+b=0$$

bringen kann. Eine solche Überführung der Form nennt man gewöhnlich die Jerrard'sche Transformation. Nur wenn die Invariante zwölften Grades C verschwindet, lässt sich die Form durch eine lineare Substitution in die Form 54) transformiren, wo sie dann die Gestalt annimmt

55) $$x^5-x-\frac{1}{5}\sqrt[4]{\frac{4A^2}{5B}}=0,$$

wenn unter A und B die Invarianten vierten, resp. achten Grades verstanden werden. Es fragt sich nun, ob im Falle $C=0$ die Jerard'sche Transformation möglich ist. Diese Frage scheint mir um so mehr berechtigt, als aus der Hermite'schen Theorie der Jerrard'schen Form hervorzugehen scheint, dass im Falle $C=0$ nur eine lineare Substitution die Form in die canonische überführen kann, denn die Überführung der allgemeinen Form fünften Grades auf die Hermite'sche ist nur dann möglich, wenn C nicht verschwindet. Dass die Jerrard'sche Transformation selbst im Falle $C=0$ möglich ist, und dass demnach die Theorie von Hermite nicht allgemein genug ist, zeigt man folgendermassen. Es sei

56) $$f_1+\lambda f_2=0$$

eine Involution fünfter Ordnung und erster Stufe, so lässt sich dieselbe durch die Jerrard'sche Transformation auf die Form

57) $$z^5+Az+B=0$$

bringen. Jeder Form in 56) entspricht eine Form in 57) d. h. 57) stellt die transformirte Involution dar. Nun liefert die Invariante $C_{f_1+\lambda f_2}=0$ zwölf Werthe von λ, d. h. es gibt zwölf Gruppen in 56), die sich in der Form

58) $$z^5-z-\frac{1}{5}\sqrt[4]{\frac{4A_{f_1+\lambda f_2}^2}{5B_{f_1+\lambda f_2}}}=0$$

darstellen lassen. Diese zwölf Gruppen finden sich aber auch in 57, daraus folgt, dass auch solche Formen, deren Invariante C gleich Null ist, durch eine Jerrard'sche Transformation auf die canonische Form überführbar sind. Auf dieselbe Weise erledigt sich auch die Frage, ob eine Form, die schon die Gestalt

59) $$\alpha x^5+\beta x+\gamma$$

und also die Eigenschaft der canonischen Form besitzt, durch eine Jerrard'sche Transformation, resp. eine lineare Substitution auf die Form 54), resp. 55) sich bringen lässt. Nehmen wir nämlich f_1 und f_2 in folgender Gestalt an:

60) $$\begin{aligned} f_1 &= a_0x^5+5a_1x^4+10\varrho a_1x^3+10\rho_1a_1x^2+a_4x+a_5\\ f_2 &= b_0x^5+5b_1x^4+10\varrho b_1x^3+10\rho_1b_1x^2+b_4x+b_5, \end{aligned}$$

so verschwindet in der Involution 56) das zweite, dritte und vierte Glied für $\lambda=-a_1:b_1$, d. h. $C_{f_1+\lambda f_2}=0$ hat die Wurzel $-a_1:b_1$. Für dieses λ finden sich transformirte Formen in 57) und 58), daraus folgt, dass auch die Form 59) sich in 54) und 55) transformiren lässt.

Eine allgemeine Form fünften Grades lässt sich offenbar durch eine lineare Substitution so transformiren, dass zwischen den zweiten, dritten und vierten Coëfficienten, welche mit A_1, A_2, A bezeichnet werden mögen die Beziehung

61)
$$A_2 = \varrho A_1$$
$$A_3 = \varrho_1 A_1$$

stattfindet, wenn ϱ, ϱ_1 beliebig gegebene Grössen bedeuten. Nach dem bekannten Principe, nach welchem man die Substitutionsgrössen so bestimmen kann, dass vier Coëfficienten der transformirten Form beliebige Werthe annehmen können, wofern keine specielle Eigenschaft der Invarianten dadurch herbeigeführt wird, müsste es möglich scheinen, zwei Formen

$$f_1 = a_x^5 \qquad f_2 = b_x^5$$

gleichzeitig so transformiren zu können, dass die Beziehungen

62)
$$A_2 = \varrho A_1\,, \quad A_3 = \varrho_1 A_1$$
$$B_2 = \varrho B_1\,, \quad B_3 = \varrho_1 B_1$$

bestehen. Denn diese Beziehungen liefern vier Gleichungen zwischen den vier Substitutionscoëfficienten, aus denen diese wie folgt bestimmt werden. Man eliminirt drei derselben, so dass für die vierte eine Gleichung höheren Grades entsteht, durch deren Lösungen sich bekanntlich die übrigen drei rational ausdrücken. Dass dies nicht der Fall ist, dass also zwei allgemeine Formen 5. Ordnung nicht gleichzeitig derartig transformirt werden können, beweist man folgendermassen. Bildet man die Involution

$$F = f_1 + \lambda f_2$$

so wird die transformirte derselben die Form haben:

63)
$$F' = A_0' x_1^5 + 5A_1' x_1^4 x_2 + 10 A_2' x_1^3 x_2^2 + 10 A_3' x_1^2 x_2^3 + 5 A_4' x_1 x_2^4 + A_5' x_2^5$$

wo $A_i' = A_i + \lambda B_i$ ist. Indem man λ aus $A_1' = 0$ bestimmt, d. h. $\lambda = -A_1 : B_1$ setzt, geht F' in die Form über:

64)
$$F'' = A_0' x_1^5 + 5A_4' x_1 x_2^4 + A_5' x_2^5.$$

Bezeichnet man die Invariante zwölften Grades von $f_1 + \lambda f_2$ mit $C_{f_1+\lambda f_2}$ und dem entsprechend diejenige von 63) mit $C'_{F_1+\lambda F_2}$, so muss diese für diesen Werth von λ verschwinden.

Aus der Relation

$$C_{F_1+\lambda F_2} = \Delta^2 C_{f_1+\lambda f_2}$$

würde nun folgen, dass auch $C_{f_1+\lambda f_2} = 0$ eine Wurzel

$$\lambda = -A_1 : B_1$$

hat. Nun hängen die Substitutionscoëfficienten, die man aus den Gleichungen 62) bestimmt, von den Grössen ϱ, ϱ_1 ab, während die linearen Factoren, in die sich $C_{f_1+\lambda f_2}$ zerlegt, von ihnen unabhängig sind, daraus folgt die Unmöglichkeit der gleichzeitigen Transformation beider Formen von der Art, dass die Beziehungen 62) stattfinden.

§. 8.

Verfolgen wir weiter die in 60) erwähnten speciellen Formen, deren Involution

$$F = (a_0 + \lambda b_0) x^5 + 5(a_1 + \lambda b_1) x^4 y + 10\varrho(a_1 + \lambda b_1) x^3 y^2 + 10\varrho_1(a_1 + \lambda b_1) x^2 y^3 + 5(a_4 + \lambda b_4) x y^4 + (a_5 + \lambda b_5) y^5$$

für $\lambda = -\frac{a_1}{b_1}$ in

65)
$$F_1' = (a_0 b_1 - a_1 b_0) x^5 + 5(a_4 b_1 - a_1 b_4) x y^4 + (a_5 b_1 - a_1 b_5) y^5$$

übergeht, d. h. in die canonische Form. Die Discriminante von F' ist wie man leicht sieht,

66) $$D = (a_0 b_1 - a_1 b_0)(a_5 b_1 - a_1 b_5)^4 + 4^4 (a_4 b_1 - a_1 b_4)^5,$$

deren Verschwinden aussagt, dass die Involution $F=0$ für $\lambda = -a_1 : b_1$ eine Doppelwurzel hat. Denken wir jetzt die allgemeine Gleichung

67) $$(a_0\lambda_2 - b_0\lambda_1)(a_5\lambda_2 - b_5\lambda_1)^4 + 4^4(a_4\lambda_2 - b_4\lambda_1)^5 = 0$$

aufgelöst und seien die fünf Wurzeln derselben

$$+\alpha_2^i : \alpha_1^i \qquad (i = 1, 2, \ldots 5)$$

und bilden wir die fünf Involutionen:

$$F_i = (a_0 - \lambda b_0)x^5 + 5(\alpha_2^i - \lambda\alpha_1^i)x^4 y + 10\varrho_i(\alpha_2^i - \lambda\alpha_1^i)x^3 y^2 + 10\varrho_1(\alpha_2^i - \lambda\alpha_1^i)x^2 y^3 + 5(a_4 - \lambda b_4)xy^4 + (a_5 - \lambda b_5)y^5,$$

so hat jede derselben ein Doppelelement für

$$\lambda = \alpha_2^i : \alpha_1^i.$$

Diese Doppelelemente sind die Wurzeln der Jacobi'schen Determinanten und entsprechen sich diese und die Werthe von λ für die die Involution ein Doppelelement hat eindeutig, daraus folgt, dass die Jacobi'schen Determinanten vom Typus:

68) $$J = \begin{vmatrix} a_0 x^4 + 4\alpha_1^i x^3 y + 6\varrho_i \alpha_1^i x^2 y^2 + 4\varrho_1 \alpha_1^i x y^3 + a_4 y^4, & a_1 x^4 + 4\varrho\alpha_1^i x^3 y + 6\varrho_1 \alpha_1^i x^2 y^2 + 4a_4 x y^3 + a_5 y^5 \\ b_0 x^4 + 4\alpha_2^i x^3 y + 6\varrho\alpha_2^i x^2 y^2 + 4\varrho_1 \alpha_2^i x y^3 + b_4 y^4, & b_1 x^4 + 4\varrho\alpha_2^i x^3 y + 6\varrho_1 \alpha_2^i x^2 y^2 + 4b_4 x y^3 + b_5 y^5 \end{vmatrix}$$

$$= (01)x^5 + 4\varrho(01)x^4 y + 6\varrho_1(01)x^3 y^2 + 4(04)x^2 y^3 + (05)x^4 y^4 + 4^2(14)x^3 y^4$$
$$+ 4(15)x^3 y^5 + 4.6\varrho(14)x^3 y^5 + 6\varrho(15)x^2 y^6 + 4^2\varrho_1(14)x^2 y^6 + 4\varrho_1(15)xy^7$$
$$+ (41)x^4 y^4 + 4\varrho(41)x^3 y^5 + 6\varrho_1(41)x^2 y^6 + (45)y^8$$

mit Hilfe einer Gleichung fünften Grades auflösbar sind. Indem man nämlich die Gleichung 67) auflöst, ergibt sich $x : y$ aus der Gleichung

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 4(a_4\lambda_2 - b_4\lambda_1)x + (a_5\lambda_2 - b_5\lambda_1)y = 0.$$

Um aber die Gleichung fünften Grades, mit der jede der Jacobi'schen Determinanten in 68) eine Wurzel gemein hat, direct zu ermitteln, bemerke man Folgendes. Wenn man zwei Formen in der canonischen Form hat

$$f_1 = a_0 x^5 + 5a_4 x y^4 + a_5 y^5$$
$$f_2 = b_0 x^5 + 5b_4 x y^4 + b_5 y^5$$

und die Involution

$$F = (a_0\lambda_2 - b_0\lambda_1)x^5 + 5(a_4\lambda_2 - b_4\lambda_1)xy^4 + (a_5\lambda_2 - b_5\lambda_1)y^5$$

bildet, so ist die Discriminante derselben

$$D = (a_0\lambda_2 - b_0\lambda_1)(a_5\lambda_2 - b_5\lambda_1)^4 + 4^4(a_4\lambda_2 - b_4\lambda_1)^5,$$

es entsprechen also den Werthen dieser Gleichung die fünf Werthe der Jacobi'schen Determinante

69) $$J = \begin{vmatrix} a_0 x^4 + a_4 y^4 & 4a_4 x y^3 + a_5 y^4 \\ b_0 x^4 + b_4 y^4 & 4b_4 x y^3 + b_5 y^4 \end{vmatrix}$$
$$= \{4(04)x^5 + (05)x^4 y + (45)y^5\} y^3 = 0.$$

Von den obigen fünf Gleichungen in 68) hat je eine eine Wurzel dieser Gleichung. Dies lässt sich leicht verificiren. Fasst man nämlich die Determinante in 68) wie folgt zusammen:

$$
\begin{aligned}
&\{4(04)x^3+(05)x^2y+(45)y^3\}y^3\\
&+\{\ (01)x^3+4^2(14)xy^2+(41)xy^3+4(15)y^3\}x^3\\
&+\{4(01)x^3+4.6(14)xy^2+4(41)xy^3+6(15)y^3\}\varrho_2x^2y\\
&+\{6(01)x^3+4^2\ \ (14)xy^2+6(41)xy^3+4(15)y^3\}\varrho_1xy^2,
\end{aligned}
\tag{70}
$$

so sieht man leicht, dass, wenn die erste Zeile dieses Ausdruckes, nämlich die Covariante 69), verschwindet, die übrigen Zeilen, jede für sich, vermöge der Gleichungen:

$$\frac{\partial F}{\partial x}= \ (01)x^4+(41)y^4=0$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}=4(41)x\ +(51)y\ =0$$

verschwinden.

§. 9.

Eine Gleichung von der Form

$$(a_0\lambda_2-b_0\lambda_1)(a_5\lambda_2-b_5\lambda_1)^4+\nu(a_4\lambda_2-b_4\lambda_1)^5=0 \tag{71}$$

lässt sich leicht auf die canonische Form bringen. Setzt man nämlich

$$a_0\lambda_2-b_0\lambda_1=\varrho_1$$
$$a_5\lambda_2-b_5\lambda_1=\varrho_2,$$

so folgt

$$\lambda_2=\frac{b_5\varrho_1-b_0\varrho_2}{a_0b_5-a_5b_0}\quad,\quad \lambda_1=\frac{a_5\varrho_1-a_0\varrho_2}{a_0b_5-a_5b_0}.$$

Diese Ausdrücke in 71) eingesetzt, gibt

$$
\begin{aligned}
\varrho_1\varrho_2^4+\frac{\nu}{(05)}\{a_4(b_5\varrho_1-b_0\varrho_2)-b_4(a_5\varrho_1-a_0\varrho_2)\}^5&=\varrho_1\varrho_2^4+\frac{\nu}{(05)}\{a_4(b_5\varrho_1-b_0\varrho_2)-b_4(a_5\varrho_1-a_0\varrho_2)\}^5\\
&=\varrho_1\varrho_2^4+\frac{\nu}{(05)}\{(45)\varrho_1-(40)\varrho_2\}^5.
\end{aligned}
\tag{72}
$$

Führt man zur Abkürzung für $\varrho_1:\varrho_2$ die Grösse z ein und setzt

$$z=\frac{\eta}{(45)}+\frac{(40)}{(45)},$$

so geht der letzte Ausdruck in 72) in folgenden über:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\nu}{(05)^5}\eta^5+\frac{\eta}{(45)}+\frac{(40)}{45}\\
&=\eta^5+\frac{(05)^5}{\nu(45)}\eta+\frac{(40)(05)^5}{(45)}=0,
\end{aligned}
\tag{73}
$$

welcher die canonische Form ist. Daraus folgt, dass die Invariante C der linken Seite in 71) verschwindet.

§. 10.

Bildet man aus zwei Formen fünften Grades in der canonischen Form und ihrer Jacobi'schen Covariante die Resultante

$$R\{J, f_1+\lambda f_2\},$$

so geht dieselbe offenbar über in

74) $$R\{J, f_1+\lambda f_2\} = M.\{(01)(51)^4+4^4(41)^5\}.$$

Es könnte nun scheinen, dass, wenn man für $\lambda_1 : \lambda_2$ $-f_1 : f_2$ setzt, die Resultante in eine Form von $x : y$ übergeht, welche das Quadrat der Jacobi'schen Determinante enthält, da

$$R\{J,\ f_1+\lambda f_2\}_{\lambda = \quad} = 0,$$

das Product folgender Gruppen ist

$$f_1+\lambda_i f_2 \qquad (i = 1, 2, \ldots 5),$$

wo λ_i die Wurzeln der Discriminante der Involution sind. Dass dies nicht der Fall ist, soll jetzt gezeigt werden. Setzt man zunächst in die Discriminante

$$D = (01)(51)^4+4^4(41)^5$$

für $\lambda_1 : \lambda_2$ den Werth der aus der Gleichung

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial (f_1-\lambda f_2)}{\partial y} = 0$$

folgt nämlich

$$\lambda_1 : \lambda_2 = +\frac{4a_4x+a_5y}{4b_4x+b_5y},$$

so folgt da

$$\begin{aligned}
a_0\{4b_4x+b_5y\}-b_0\{4a_4x+a_5y\} &= 4(0,4)x+(05)y\\
a_5\{4b_4x+b_5y\}-b_5\{4a_4x+a_5y\} &= 4(5,4)x\\
a_4\{4b_4x+b_5y\}-b_4\{4a_4x+a_5y\} &= \quad(4,5)y
\end{aligned}$$

75) $$\begin{aligned}
D &= \{4(04)x+(05)y\}4^4(54)^4x^4+4^4(45)^5y^5\\
&= 4^4(45)^4\{4(04)x^5+(05)x^4y+(45)y^5\} = 4^4(45)^4.J.
\end{aligned}$$

Setzt man für $\lambda_1 : \lambda_2$ den Werth, der aus der Gleichung

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial (f_1-\lambda f_2)}{\partial x} = 0$$

folgt, nämlich

$$\lambda_1 : \lambda_2 = +\frac{a_0x^4+a_4y^4}{b_0x^4+b_4y^4},$$

so geht die Discriminante, weil

$$\begin{aligned}
a_0\{b_0x^4+b_4y^4\} \quad b_0\{a_0x^4+a_4y^4\} &= (04)y^4\\
a_5\{b_0x^4+b_4y^4\}-b_5\{a_0x^4+a_4y^4\} &= (50)x^4+(54)y^4\\
a_4\{b_0x^4+b_4y^4\}-b_4\{a_0x^4+a_4y^4\} &= (40)x^4
\end{aligned}$$

ist, über in

$$
\begin{aligned}
D &= (04)\,[\,(50)x^4y+(54)y^5\,]^4-4^4(04)^4(x^5)^5\\
&= (04)\,[\,(50)x^4y+(54)y^5-4\,(04)x^5\,]\,[\,(50)x^4y+(54)y^5+4\,(04)x^5\,]\\
&\quad\times[\,(50)x^4y+(54)y^5-4i(04)x^5\,]\,[\,(50)x^4y+(54)y^5+4i(04)x^5\,].
\end{aligned}
\tag{76}
$$

Der erste Factor ist $-J$, der zweite entsteht aus J, wenn $x=x$, $y=-y$ gesetzt wird, d. h. er hat die gleichen und entgegengesetzten Wurzeln von J, der dritte Factor geht aus J hervor, wenn man

$$x = ix \quad , y = -y$$

setzt, d. h. er hat die mit i multiplicirten entgegengesetzten Wurzeln von J und endlich hat der vierte Factor die mit i multiplicirten Wurzeln von J. Dass die vier Factoren so beschaffen sein müssen, sieht man a priori ein, denn es ist

$$\frac{1}{5}\frac{\partial F}{\partial x} = \lambda_2(a_0x^4+a_4y^4)-\lambda_1(b_0x^4+b_4y^4) =$$

$$[\sqrt[4]{(a_0\lambda_2-b_0\lambda_1)}.x+\sqrt[4]{(b_4\lambda_1-a_4\lambda_2)}.y]\,[\sqrt[4]{(a_0\lambda_2-b_0\lambda_1)}.x-\sqrt[4]{(b_4\lambda_1-a_4\lambda_2)}.y]$$
$$[\sqrt[4]{(a_0\lambda_2-b_0\lambda_1)}.x+i\sqrt[4]{(b_4\lambda_1-a_4\lambda_2)}.y]\,[\sqrt[4]{(a_0\lambda_2-b_0\lambda_1)}.x-i\sqrt[4]{(b_4\lambda_1-a_4\lambda_2)}.y]$$

und da diese Involution, wenn $\lambda_1:\lambda_2$ eine Wurzel der Discriminante ist, eine Wurzel einer dieser Factoren hat, so ist das Verhältniss derselben von vornherein einzusehen. Anders verhält es sich, wenn man für $\lambda_1:\lambda_2$ den Werth, welcher aus der ursprünglichen Involution folgt, in die Discriminante einsetzt. Denn hier kommt nicht nur die Jacobi'sche Covariante als einfacher Factor vor, was man, wie schon oben erwähnt, nicht erwarten würde, sondern es erscheinen auch die anderen Factoren in einer Form, die man a priori nicht erwartet. Die Discriminante geht nämlich für

$$\lambda_1:\lambda_2 = \frac{a_0x^5+5a_4xy^4+a_5y^5}{b_0x^5+5b_4xy^4+b_5y^5},$$

da

$$
\begin{aligned}
a_0(b_0x^5+5b_4xy^4+b_5y^5)-b_0(a_0x^5+5a_4xy^4+a_5y^5) &= 5(04)xy^4+(05)y^5\\
a_5(b_0x^5+5b_4xy^4+b_5y^5)-b_5(a_0x^5+5a_4xy^4+a_5y^5) &= (50)x^5+5(54)xy^4\\
a_4(b_0x^5+5b_4xy^4+b_5y^5)-b_4(a_0x^5+5a_4xy^4+a_5y^5) &= (40)x^5+(45)y^5
\end{aligned}
$$

über in folgende

$$
\begin{aligned}
D &= [5(04)xy^4+(05)y^5]\,[(50)x^5+5(54)xy^4]^4+4^4\,(40)x^5+(45)y^5]^5\\
&= [5(04)xy^4+(05)y^5]\,[(50)x^5+5(54)xy^4]^4-4^4[5(04)x^5+(05)x^4y]^5\\
&= x^4[5(04)x+(05)y]\,[\,[(50)x^4y+5(54)y^5]^4-[4.5(04)x^5+4(05)x^4y]^4\,]\\
&= x^4[5(04)x+(05)y]\,[\,[(50)x^4y+5(54)y^5]^2+[4.5(04)x^5+4(05)x^4y]^2\,]\times\\
&\qquad[\,(50)x^4y+5(54)y^5]-[4.5(04)x^5+4(05)x^4y]\,]\times\\
&\qquad[\,(50)x^4y+5(54)y^5]+i[4.5(04)x^5+4(05)x^4y]\,]\times\\
&\qquad[\,(50)x^4y+5(54)y^5]-i[4.5(04)x^5+4(05)x^4y]\,].
\end{aligned}
\tag{77}
$$

Nun ist

$$\frac{\partial J}{\partial x} = 5.4(04)x^4+4(05)x^3y$$

$$\frac{\partial J}{\partial y} = \quad (05)x^4+5(45)y^4,$$

es zerfällt also die Discriminante D in folgende Factoren:

78)
$$D = x^4\{5(04)x+(05)y\}\left[\frac{\partial J}{\partial x}x-\frac{\partial J}{\partial y}y\right]\cdot\left[\frac{\partial J}{\partial x}x+\frac{\partial J}{\partial y}y\right]\cdot\left[i\frac{\partial J}{\partial x}x-\frac{\partial J}{\partial y}y\right]\cdot\left[i\frac{\partial J}{\partial x}x+\frac{\partial J}{\partial y}y\right]\cdot$$
$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\partial J}{\partial x}x-\frac{\partial J}{\partial y}y\right]^2\left[\frac{\partial J}{\partial x}x+\frac{\partial J}{\partial y}y\right]\left[i\frac{\partial J}{\partial x}x-\frac{\partial J}{\partial y}y\right]\left[i\frac{\partial J}{\partial x}x+\frac{\partial J}{\partial y}y\right]$$

Es erscheint also der Factor J nur linear und setzen sich die übrigen Factoren aus den Differentialquotienten von J zusammen. Auf die Frage, wie sich die einschlägigen Verhältnisse bei allgemeinen Formen gestalten, werde ich in einer anderen Arbeit zurückkommen.

§. 11.

Wir betrachten jetzt die einfache Involution vierten Grades und zweiter Stufe:

79)
$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x^4 & x^3 & x^2 & x & 1 \\ \alpha^4 & \alpha^3 & \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \beta^4 & \beta^3 & \beta^2 & \beta & 1 \end{vmatrix}.$$

Bezeichnet man die Determinanten des ersten Rechteckes durch Einschliessen der Indices in Klammer und die des zweiten Rechteckes durch Summenzeichen vor der Diagonalreihe, so ist die Entwicklung des Productes

$$= (012)\Sigma\pm x^4\alpha^3\beta^2+(013)\Sigma\pm x^4\alpha^3\beta+(014)\Sigma\pm x^4\alpha^3 1+(023)\Sigma\pm x^4\alpha^2\beta$$
$$+ (024)\Sigma\pm x^4\alpha^2 1 +(123)\Sigma\pm x^3\alpha^2\beta+(124)\Sigma\pm x^3\alpha^2 1+(034)\Sigma\pm x^4\alpha 1$$
$$+ (134)\Sigma\pm x^3\alpha 1 +(234)\Sigma\pm x^2\alpha 1$$
$$= \Delta(x\alpha\beta)\{(012)x^2\alpha^2\beta^2+(013)[\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2-(x+\alpha+\beta)(\alpha+\beta)]x\alpha\beta$$
$$+(014)[(x+\alpha+\beta)(\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3)-(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)\}x^2+\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta+x(\alpha+\beta)\{]-$$
$$-(023)[(x+\alpha+\beta)x\alpha\beta]+(024)[(\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3)-(\alpha+\beta)\}x^2+\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta+x(\alpha+\beta)\}]$$
$$+(123)x\alpha\beta+(124)[(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)-(x+\alpha+\beta)(\alpha+\beta)]-(034)[x^2+\alpha^2+\beta^2+x(\alpha+\beta)]$$
$$-(134)(x+\alpha+\beta)+(234)\{$$
$$= \Delta(x\alpha\beta)\{[(012)\alpha^2\beta^2-(014)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)-(024)(\alpha+\beta)-(034)-(013)\alpha\beta(\alpha+\beta)-(023)\alpha\beta]x^2$$
$$+[(013)\{\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2-(\alpha+\beta)^2\}\alpha\beta+(014)\{\alpha^3+\alpha^2\beta+\beta^2\alpha+\beta^3-(\alpha+\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)\}$$
$$-(023)\{(\alpha+\beta)\alpha\beta-(024)(\alpha+\beta)^2+(123)\alpha\beta-(124)(\alpha+\beta)-(034)(\alpha+\beta)-(134)\}]x$$
$$+(014)\{(\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3)(\alpha+\beta)-(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)^2\}$$
$$+(024)\{(\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3)-(\alpha+\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)\}$$
$$+(124)\{(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)-(\alpha+\beta)^2\}-(034)(\alpha^2+\beta^2)-(134)(\alpha+\beta)+(234)\}$$
$$= \Delta(x\alpha\beta)\{[(012)a_2^2-(014)(a_1^2-a_2)+(024)a_1+(013)a_1a_2-(023)a_2-(034)]x^2$$
80)
$$+[-(013)a_2+(014)a_1a_2+(023)a_1a_2-(024)a_1^2+(123)a_2+\{(124)+(034)\}a_1-(134)]x$$
$$+[-(014)a_2^2+(024)a_1a_2-(124)a_2-(034)(a_1^2-2a_2)+(134)a_1+(234)]\},$$

wo

$$\Delta(x\alpha\beta) = \begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \beta^2 & \beta & 1 \end{vmatrix}$$

ist und α, β die Wurzeln der Gleichung

81) $$x^2 + a_1 x + a_2 = 0$$

sind.

Setzt man in 80) den Ausdruck in der eckigen Klammer gleich Null und sind die Wurzeln der so entstehenden Gleichung x_1, x_2 so kann man, da bei einer Involution vollkommene Vertauschbarkeit herrscht, dieselben zu Grunde legen und die Elemente von 81) bestimmen. Die Gleichung lautet dann;

82) $$\begin{aligned}&\{(012)x_1^2x_2^2-(014)(x_1+x_2)^2+[(014)-(023)]x_1x_2+(024)(x_1+x_2)+(013)(x_1+x_2)x_1x_2-(034)\}x^2\\&+\{-(013)x_1^2x_2^2+(014)(x_1+x_2)x_1x_2+(023)(x_1+x_2)x_1x_2-(024)(x_1+x_2)^2+(123)x_1x_2+(124)(x_1+x_2)+\\&+(034)(x_1+x_2)-(134)\}x\\&+\{-(014)x_1x_2+(024)(x_1+x_2)x_1x_2-(124)x_1x_2-(034)[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2]+(134)(x_1+x_2)+(234)\}=0\end{aligned}$$

Ist nun

$$X_1 = x_1 + x_2$$
$$X_2 = x_1 x_2,$$

so erhält man

83) $$\begin{aligned}X_1 &= \varphi_1(a_1 a_2) &&= \psi_1 : \psi_0\\X_2 &= \varphi_2(a_1 a_2) &&= \psi_2 : \psi_0\end{aligned}$$

84) $$\begin{aligned}a_1 &= \gamma_1(X_1 X_2)\\a_2 &= \gamma_2(X_1 X_2).\end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen folgt

85) $$\begin{aligned}\gamma_1(\varphi_1(a_1 a_2), \varphi_2(a_1 a_2)) &= a_1\\\gamma_2(\varphi_1(a_1 a_2), \varphi_2(a_1 a_2)) &= a_2.\end{aligned}$$

Da nun über die a_i nichts vorausgesetzt wurde, als dass sie symmetrisch aus zwei Grössen zusammengesetzt sind, so haben wir hier zwei rationale umkehrbare Substitutionen vor uns. Mit Hilfe der Identitäten 85) lässt sich beweisen, dass die Gleichung, deren Wurzeln x_1, x_2 sind, für beliebige a_i nicht reducibel sein kann. Angenommen nämlich, dass die Gleichung reducibel wäre für alle a, so müsste

$$4\varphi_2(a_1 a_2) - \varphi_1(a_1 a_2)^2 = X^2$$

für alle Grössen, die man für a setzen mag. Setzt man aber

$$a_1 = \varphi_1(a_1 a_2)$$
$$a_2 = \varphi_2(a_1 a_2)$$

so bekommt man $4a_2 - a_1^2 = X^2$, was nicht möglich ist.

Betrachten wir jetzt eine Involution zehnten Grades und fünfter Stufe

86) $$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 \dots a_9 & a_{10} & \alpha^{10} & \alpha^9 \dots \alpha & 1\\ b_0 & b_1 \dots b_9 & b_{10} & \beta^{10} & \beta^9 \dots \beta & 1\\ c_0 & c_1 \dots c_9 & c_{10} & \gamma^{10} & \gamma^9 \dots \gamma & 1\\ d_0 & d_1 \dots d_9 & d_{10} & \delta^{10} & \delta^9 \dots \delta & 1\\ e_0 & e_1 \dots e_9 & e_{10} & \varepsilon^{10} & \varepsilon^9 \dots \varepsilon & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Sind $\alpha, \beta, \ldots$ die Wurzeln einer algebraischen Gleichung

$$f = x^5 + a_1 x^4 + a_2 x^3 + a_3 x^2 + a_4 x + a_5 = 0,$$

so zerfällt die Involution in zwei Factoren, von denen der eine f ist und der andere die Form hat:

$$\Phi = \gamma_0(a_1 a_2 \ldots a_5) x^5 + \gamma_1(a_1 \ldots a_5) x^4 + \ldots + \gamma_5(a_1 \ldots a_5).$$

Sind die Wurzeln von $\Phi = 0$

$$x_1, x_2, \ldots x_5$$

und bestimmt man eine Gruppe der Involution durch diese Werthe, so zerfällt natürlich die Involution wiederum in

$$f \cdot \Phi,$$

aber f erscheint jetzt in der Form:

$$f = \gamma_0(X_1 \ldots X_5) x^5 + \gamma_1(X_1 \ldots X_5) x^4 + \ldots + \gamma_5(X_1 \ldots X_5),$$

wenn unter

$$X_1, X_2, \ldots X_5$$

die elementaren symmetrischen Functionen der x_i verstanden werden. Es folgt also unmittelbar

87)
$$\begin{aligned} X_1 &= \psi_1(a_1 \ldots a_5) \\ X_2 &= \psi_2(a_1 \ldots a_5) \\ &\ldots\ldots\ldots \\ X_5 &= \psi_5(a_1 \ldots a_5) \end{aligned}$$

88)
$$\begin{aligned} a_1 &= \varphi_1(X_1 \ldots X_5) \\ a_2 &= \varphi_2(X_1 \ldots X_5) \\ &\ldots\ldots\ldots \\ a_5 &= \varphi_5(X_1 \ldots X_5), \end{aligned}$$

wenn man

$$\gamma_1 : \gamma_0 = \psi_1, \gamma_2 : \gamma_0 = \psi_2, \ldots, \gamma_5 : \gamma_0 = \psi_5$$

setzt. Aus 87) und 88) folgen die Identitäten:

89)
$$\begin{aligned} a_1 &= \varphi_1(\psi_1(a_1 \ldots) \ldots \psi_5(a_1 \ldots a_5)) \\ a_2 &= \varphi_2(\psi_1(a_1 \ldots) \ldots \psi_5(a_1 \ldots \quad)) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_5 &= \varphi_5(\psi_1(a_1 \ldots) \ldots \psi_5(a_1 \ldots \quad)). \end{aligned}$$

Sieht man von der Involution ab und betrachtet 87) und 88) für sich, so kann man die

$$X_i \text{ und } a_i$$

als zwei fünffache Mannigfaltigkeiten auffassen, die sich gegenseitig entsprechen. Transformirt man nun beide gleichzeitig auf irgend eine Weise, so dass dieselben in

90)
$$\begin{aligned} X_1' &= \psi_1'(a_1' a_2' \ldots) \\ X_2' &= \psi_2'(a_1' a_2' \ldots) \\ &\ldots\ldots\ldots \\ X_5' &= \psi_5'(a_1' \ldots a_5') \end{aligned}$$

91)
$$\begin{aligned} a_1' &= \varphi_1'(X_1' \; X_2' \ldots) \\ a_2' &= \varphi_2'(X_1' \; X_2' \ldots) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_5' &= \varphi_5'(X_1' \; X_2' \ldots) \end{aligned}$$

übergehen, so müssen offenbar, wenn mittelst dieser Transformation bewirkt wird, dass

$$X_1' = X_2' = X_3' = 0$$

wird, auch

$$\mathfrak{a}_1',\ \mathfrak{a}_2',\ \mathfrak{a}_3'$$

gleich Null sein, denn aus 91), welche jetzt lauten

$$\begin{aligned}
\mathfrak{a}_1' &= \psi_1'(X_4'\ X_5')\\
\mathfrak{a}_2' &= \psi_2'(X_4'\ X_5')\\
&\cdots\cdots\\
\mathfrak{a}_5' &= \psi_5'(X_4'\ X_5')
\end{aligned}$$

folgen 90), indem man die $\mathfrak{a}_i'$ mit den X_i' vertauscht, welche in Folge dessen die Gestalt haben

$$\begin{aligned}
0 &= \psi_1'(\mathfrak{a}_4'\ \mathfrak{a}_5')\\
0 &= \psi_2'(\mathfrak{a}_4'\ \mathfrak{a}_5')\\
X_4' &= \psi_4'(\mathfrak{a}_4'\ \mathfrak{a}_5')\\
&\cdots\cdots\\
X_5' &= \psi_5'(\mathfrak{a}_4'\ \mathfrak{a}_5').
\end{aligned}$$

Bildet man jetzt die Invariante C von

$$\Phi = \varphi_0(\mathfrak{a}_1 \ldots \mathfrak{a}_5)x_1^5 + \varphi_1(\mathfrak{a}_1\mathfrak{a}_2\ldots)x_1^4x_2 + \ldots + \varphi_5(\mathfrak{a}_1\ldots\mathfrak{a}_5)x_2^5,$$

so kann man dieselbe zum Verschwinden bringen, weil man offenbar die Determinanten aus dem Rechtecke

$$\begin{matrix}
a_0\ a_1 \ldots a_{10}\\
b_0\ b_1 \ldots b_{10}\\
\cdots\cdots\\
t_0\ t_1 \ldots t_{10}
\end{matrix}$$

immer so bestimmen kann, dass sie der Gleichung

$$C = 0$$

genügen. Ist dies geschehen, so kann man durch eine lineare Substitution die Form Φ auf die Gestalt

$$\Phi' = \frac{2}{3}A^2\xi^5 - \frac{5}{6}B\xi\eta^4 - \frac{B}{6}\eta^5$$

bringen.

Nach dem oben Gesagten müssen aber auch durch diese Transformation die Coëfficienten von

$$x_1^4x_2,\ x_1^3x_2^2,\ x_1^2x_2^3$$

in

$$f' = \varphi_0'(X_1'X_2'\ldots)x_1^5 + \varphi_1(X_1'X_2'\ldots)x_1^4x_2 + \ldots + \varphi_5(X_1'X_2'\ldots)x_2^5$$

verschwinden. Es wird daher auf diese Weise f auf die canonische Form

$$f = \frac{2}{3} A' \zeta^5 - \frac{5}{6} B' \zeta \eta^4 - \frac{B'}{6} \eta^5$$

gebracht werden.

A' und B' gehen aus A und B hervor, indem man statt

$$a_1 , \; a_2 \ldots a_5$$

$$\varphi_1(a_1 \ldots a_5) : \varphi_0(a_1 \ldots a_5) , \; \varphi_2(a_1 \ldots a_5) : \varphi_0(a_1 \ldots a_5) .—$$

setzt.

Meine Untersuchungen in dieser Richtung sind zwar bis jetzt nicht weiter gediehen, allein ich glaube, dass man auf diesem Wege zur Durchführung der Jerrard'schen Transformation gelangen wird.

MONOGRAPHIE

DER

GATTUNG HEDRAEANTHUS.

VON

DR. RICHARD VON WETTSTEIN.
PRIVATDOCENT AN DER K. K. UNIVERSITÄT IN WIEN.

(Mit 1 Tafel und 1 Karte.)

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 31. MÄRZ 1887.

Hedraeanthus.

Syn.: *Campanula* Linné pr. p.; aut. pl. — *Wahlenbergiae* Sect. I. *Edrajantha* De Cand. Monograph. d. Campan. p. 129. (1830); Benth. et Hook. Gen. plant. T. II. P. 2. p. 556. (1876). — *Edrajanthus* De Cand. Prod. syst. nat. Tom. VII. P. 2. p. 448. (1839); Endlich. Gen. plant. p. 516. (1836—40). — *Hedraeanthus* Grieseb. Spicil. flor. Rumel. p. 292. (1845).

Diagnosis. Calyx quinquefidus. Corolla semi- vel ad tertiam partem quinquefida, saepius cylindracea, rarius subcampanulata infundibuliformisve. Stamina quinque, libera, filamentis basi expansis. Stylus a basi cylindricus, inclusus. Stigma bi-, rarius tripartitum, lobis linearibus demum patentibus. Capsula bi- vel trilocularis, omnino infera, hemisphaerica vel ovoidea, superne intra calycem plana ibique fragmentis seu valvis irregularibus caducis dehiscens, diu postea persistens, crateriformis, vacua. Semina multa, ovata, compressa, pro ordine maiuscula. — Herbae caespitosae, humiles, perennes, ex parte austro-orientali Europae. Folia alterna, basi conferta, saepius linearia, angusta, plerumque cum bracteis calycibusque ciliata, pilis albis rigidis simplibus. Flores sessiles saepius capitati, magnitudine Campanularum, carolla caerulea. Capsula superne rupta anno sequente persistens. (De Cand. Prodrom.)

Morphologische Verhältnisse[1]: Die Arten der Gattung *Hedraeanthus* sind ausdauernde Kräuter mit schief aufsteigenden oder vertical gestellten Rhizomen, die in ihrem unteren Theile allmälig in die spindelige, starke, mit zahlreichen Nebenwurzeln besetzte Wurzel übergehen, nach oben mit den schuppigen Resten abgestorbener Laubblätter dicht bedeckt erscheinen. Die primäre Axe schliesst im ersten Jahre der Entwicklung mit einer Blattrosette, während aus den Achseln basaler Blattpaare 1—2 Paare opponirter Seitenaxen entspringen. In

[1] In der hier folgenden morphologischen, sowie anatomischen Schilderung bin ich genöthigt, mich möglichst kurz zu fassen. Ich verweise daher schon hier mit Bezug auf allen Campanulaceen gemeinsame Verhältnisse auf Werke allgemeineren Inhaltes, so vor Allem auf De Cand., Monogr. d. Campanul. (1830) und Eichler, Blüthendiagramme I. S. 293. (1875).

den folgenden Jahren verhalten sich diese secundären Axen gleich den primären. Die relative oder wirkliche Hauptaxe endet stets in eine unbegrenzte Blattrosette, während die Seitenaxen durch Inflorescenzen abgeschlossen werden. Nach der Fruchtreife gehen diese seitlichen Axen zu Grunde, indess neue in den Achseln höherer Blattpaare für die kommende Vegetationsperiode angelegt werden.[1] Eine Störung dieser normalen Verzweigungsart tritt häufig als die Folge äusserer Verhältnisse ein. An der dem Lichte zugewendeten Seite angelegte Seitenaxen erscheinen nämlich gefördert und entwickeln Inflorescenzen, während die opponirten nur sterile Blattbüschel ausbilden, die jedoch die nächste Vegetationsperiode überdauern und zu neuen relativen Hauptaxen werden. — Während, wie erwähnt, diese unregelmässige Innovation bei der Mehrzahl der Hedraeanthus-Arten als eine Folge äusserer Einflüsse erscheint, ist sie normal bei *H. serpyllifolius* Vis. Eine Folge der fortgesetzten Bildung neuer relativer Hauptaxen und der geringen Längsstreckung derselben ist das dichtrasige buschige Wachsthum, welches an allen hieher gehörigen Arten als so charakteristisch erscheint.

Die Blätter sind immer ungetheilt, meist ganzrandig und gewimpert. Die Blattstellung der sterilen Blattrosetten ist $^{4}/_{5}$ bis $^{5}/_{8}$ (bei *H. Dinaricus* A. Kern. auch $^{8}/_{13}$), die der blühenden Seitentriebe an der Basis häufig decussirt (*H. Serbicus* A. Kern, *H. Dalmaticus* D.C.) oder in der ganzen Länge $^{2}/_{3}$ bis $^{5}/_{8}$.

Die Blüthen stehen einzeln oder in botrytischen Inflorescenzen; letztere stellen mit Hüllen versehene Köpfchen dar. Die Gipfelblüthe ist immer leicht erkennbar; sie allein ist in den einblüthigen Inflorescenzen vorhanden, die jedoch auf den botrytischen Typus zurückzuführen sind, da Seitenblüten hie und da angelegt, aber nicht entwickelt werden (*H. Dinaricus* A. Kern.). Im Innern der Köpfchen schwinden die Deckblätter, seltener bleiben sie rudimentär erhalten (*H. Kitaibelii* D C.). Blüthenstiele fehlen. Die Blüthen sind allgemein actinomorph 5zählig.[2] Der Kelch 5theilig, mit in der Knospenlage klappig anliegenden Zipfeln, mitunter mit lappigen Commissuralgebilden (*H. Kitaibelii* D C., *H. Oweriniauus* Rupr.). Die Krone ist 5lappig, die Abschnitte mit den Kelchzipfeln alternirend, vor dem Aufblühen klappig, nach aussen schwach gekielt und convex, stets an der Spitze frei. Staubgefässe 5, alle fertil und gleich lang, mit den Corollabschnitten alternirend, mit introrsen langen freien Antheren, kurzen, an der Basis schuppenartig verbreiterten und gewimperten Filamenten, die mit ihren Basalverbreiterungen den Fruchtknoten überdecken. Pollen cohaerent, kuglig, gleichmässig mit kurzen stacheligen Wandverdickungen besetzt. Discus epigyn, flach. Carpiden 2 (*H. caricinus* Schott, *Kitaibelii* D.C., *graminifolius* L. u. a.) oder 3 (*H. serpyllifolius* Vis., *Pumilio* Port. u. a.), verwachsen, mit centraler Placentation. Bei Anwesenheit zweier Carpiden stehen dieselben median, bei dreien steht das unpaarige nach rückwärts. Griffel einfach, im obersten Theile in 2—3 Narbenlappen getheilt, aussen mit verschieden langen, meist bis unter die Mitte herabreichenden Sammelhaaren besetzt. Der Kelch ist persistent, vertrocknend; die Kapsel steht aufrecht, oft auf kurzem, nachträglich sich entwickelndem Stiele (*H. Kitaibelii* D C.). Das Öffnen der Kapsel erfolgt nie seitlich, sondern am Discus, der lange als membranöser, trockenhäutiger Verschluss erhalten bleibt und schliesslich unregelmässig zerreisst. Vielfach, aber durchaus nicht regelmässig, findet sich am Discus der reifenden Kapsel eine Klappenbildung angedeutet. Die Samen sind zahlreich, relativ sehr gross, eiförmig-flach, mit ziemlich dicker, glatter oder schwach höckeriger, immer braungelber Testa und geradem Embryo.

Anatomischer Bau: Im anatomischen Baue schliesst sich *Hedraeanthus* eng an die übrigen Campanulaceen-Gattungen an, daher sollen im Folgenden bloss unterscheidende oder mindestens bemerkenswerthe Eigenthümlichkeiten hervorgehoben werden. — Die Epidermis des Stammes bleibt lange (normal bis zum dritten Jahre) erhalten, weist jedoch blos an den jüngsten Internodien zerstreute Spaltöffnungen auf (*H. Dinaricus* A. Kern., *Pumilio* Port.).[3] Periderm wird bereits im ersten Jahre angelegt, erlangt aber erst im zweiten bis dritten Jahre vollkommene Ausbildung; Lenticellen konnte ich niemals beobachten. An alten Stengeln wird das Periderm in

[1] Gleiche Innovationsverhältnisse beobachtete Wydler bei einigen *Campanula*-Arten (*C. rotundifolia* L., *C. pusilla* Hnk. u. a.). Conf. „Flora" 1851. p. 387.

[2] Bei *H. tenuifolius* W. K. fand ich wiederholt 6zählige Gipfelblüthen ($K_6\ C_{(6)}\ A_6\ G_{(\overline{3})}$). Gleiches berichtet Wydler in „Flora" 1860 p. 595. von *Phyteuma*. Bei *H. graminifolius* beobachtete ich einmal eine 10zählige Blüthe ($K_{10}\ C_{10}\ A_{10}\ G_{(\overline{5})}$).

[3] Nach De Bary Vergl. Anat. d. Veg. Org. p. 51. (1877) sind die Stengel mehrerer *Campanula*-Arten reich an Spaltöffnungen.

bandförmigen Längsstreifen abgeworfen. Das Zusammenfliessen der primär angelegten Blattspurstränge, die in der Zahl von 3—8 auftreten, zum Holzringe erfolgt durch Ausbildung von Gefässbündelelementen in dem ganzen Gewebe, das je zwei Blattspurstränge trennt und wird unterstützt durch das Auftreten radialer Holzfaserplatten, welche die primären Bündel vergrössern. Im geschlossenen Holzringe finden sich die Gefässe vereinzelt oder in kleinen, manchmal radialen Gruppen, ohne Umgebung von Parenchymbegleitung in das Faserzellengewebe eingebettet.[1]

Wie für die Mehrzahl der Campanulaceen ist auch für Hedraeanthus das Vorhandensein gegliederter Milchröhren charakteristisch. Dieselben finden sich zumeist sowohl im primären als secundären Baste und sind durch wenig zahlreiche am Stamme quer verlaufende Verbindungsröhren netzförmig verbunden. Bei einigen Arten (*H. Pumilio* Port., *H. Dinaricus* A. Kern.) finden sich auch gegliederte Milchsaftröhren im Markparenchyme der 1—2jährigen Stengel, die sich von den im Phloem eingeschalteten vor Allem durch den grossen Querdurchmesser unterscheiden, überdies sind die Seitenwände derselben stellenweise von kleinen Poren durchsetzt, die ich an jenen nicht beobachtet habe. Mit dem Auftreten von Milchsaftröhren im Marke ist niemals die Anlage innerer Weichbasttheile verbunden, wie dies Petersen[2] bei manchen Campanulaceen fand, und es stimmen in dieser Hinsicht die Stengel der genannten Hedraeanthus-Arten vollkommen mit den Stammtheilen der Lobeliaceen überein.

Der Blattbau zeigt wenig Vielgestaltigkeit. Das gegenseitige Verhalten der einzelnen Gewebe in Hinblick auf die Mächtigkeit ihrer Ausbildung ist nur der Ausdruck äusserlich morphologischer Eigenschaften, beruht jedoch auf keiner im Wesentlichen differenten Ausbildung. Das Pallisadengewebe ist meist mächtig entwickelt und besteht aus langgestreckten, auf die Blattfläche senkrecht gestellten Elementen; das Schwammparenchym ist oft reducirt (so bei der Gruppe des *H. Pumilio* Port.), und besitzt relativ kleine Intercellularräume. Die Epidermis des Blattes weist starke excentrische Verdickung, selten auch Cuticularsculpturen auf (*H. Pumilio* Port.); bei vielen Arten finden sich regelmässig Trichome auf der Blattfläche, bei anderen mindestens papillöse Anlagen solcher (vergl. p. 18.); stets jedoch ist die Epidermis des Blattrandes reich an Trichomen. Dieselben sind immer einfach, einzellig, ihre Membran ist mehr oder minder verkieselt, ähnlich, wie es De Bary für *Campanula Cervicaria*,[3] Heinricher für *Campanula persicifolia*[4] nachwies. Die Verkieselung der Wimperhaare am Blattrande ist gering, es erscheint meist nur ein kappenförmiger Theil der Haarspitze verkieselt, dagegen sind die Haare der Blattfläche bei *H. Pumilio* und *H. Dinaricus* der ganzen Länge nach verkieselt und dienen auch als Ausgangspunkte der Verkieselung für die Membranen der benachbarten Epidermiszellen.

Die Spaltöffnungen sind über die ganze Blattfläche gleichmässig vertheilt, bei einzelnen Arten auf die Oberseite beschränkt (*H. Pumilio* Port.), bei anderen auf beiden Blattflächen, doch häufiger auf der oberen (*H. Dinaricus* A. Kern.), bei wieder anderen auf beiden Blattflächen in gleicher Zahl (*H. graminifolius* L., *H. Dalmaticus* DC.). Die Zahl der Spaltöffnungen ist durchschnittlich keine grosse, als Maximum fand ich auf der Blattoberfläche bei *H. Pumilio* Port. 65 per 1□^{mm}. Es erscheint mir hervorhebenswerth, dass nach meinen Beobachtungen bei der genannten Art die durchschnittliche Zahl der Spaltöffnungen an gleichen Organen bei verschiedenen Individuen variirt, so fand ich bei vier ziemlich gleich alten Blättern auf der Blattoberfläche per □^{mm} 65, 58, 52 und 38. Ähnliches hat übrigens schon früher Karel tschikoff bei *Viola tricolor* L. u. a. gefunden.[5]

Auch für die Blätter der *Hedraeanthus*-Arten sind gegliederte Milchsaftröhren charakteristisch. Sie finden sich, allerdings weniger zahlreich als im Stengel, in der Parenchymscheide der Blattnerven, u. zw. stets der Hauptnerven, nur bei einigen Arten (*H. caricinus* Schott, *Kitaibelii* DC.) auch der Seitennerven. Als auffallend wäre schliesslich noch das seltene Vorkommen von Krystallen in den Geweben der Hedraeanthus-Arten hervorzuheben; ich beobachtete bisher blos Krystalldrusen aus oxalsaurem Kalke in den Stengeln von *H. Serbicus* A. Kern. und Raphiden in den Antheren von *H. Pumilio* Port.

[1] Vergl. hierüber auch De Bary l. c. p. 514. bezüglich *Campanula Vidalii*.

[2] Petersen in Engl. Bot. Jahrb. f. Systemat. III. S. 391. (1882).

[3] De Bary l. c. p. 109.

[4] Heinricher in Bericht. deutsch. bot. Ges. III. S. 4. (1885).

[5] Karel tschikoff Über die Vertheilung der Spaltöffnungen auf den Blättern, in Bull. soc. hist. nat. Mosc. 1866. p. 266.

Aus der vorhergehenden kurzen Schilderung des anatomischen Baues der *Hedraeanthus*-Arten geht hervor, dass wir in dieser Gattung keineswegs eine durch irgend ein anatomisches Attribut besonders ausgezeichnete vor uns haben. Es finden sich zahlreiche Anklänge an den Bau der nächstverwandten Gattungen und manche Abweichung dürfte vielleicht deshalb bedeutender erscheinen, da wir bis heute über manche anatomische Verhältnisse der Campanulaceen noch geringe Kenntnisse haben. Anderseits lässt sich constatiren, dass die Arten der Gattung unter sich zwar geringe, aber immerhin constante Unterschiede darbieten. Einige solcher Verschiedenheiten habe ich gelegentlich bereits hervorgehoben, ich gedenke sie auch bei Behandlung der einzelnen Arten zu betonen. Die Mehrzahl der Unterschiede liegt in Zahlenverhältnissen und Grössenverhältnissen gewisser anatomischer Typen, so in der Zahl der Spaltöffnungen, der Pallisaden-Schichten, der Milchröhren u. s. f. So werthvoll diese Verhältnisse auch sind, so bin ich doch nicht in der Lage, allgemeine Gesichtspunkte daraus abzuleiten, die auf die Gruppirung der Arten einen Einfluss ausüben könnten. Die auf Grund äusserlich morphologischer Eigenschaften vorgenommene systematische Gruppirung erhält hingegen bei Berücksichtigung des anatomischen Baues erhöhte Berechtigung, da zunächstgestellte Arten thatsächlich analogen anatomischen Bau aufweisen.

Die geographische Verbreitung der Gattung Hedraeanthus. Die Mehrzahl der Arten finden sich in einem geschlossenen Verbreitungsgebiete, dessen Centrum in Dalmatien und den benachbarten Theilen Bosniens und Croatiens gelegen ist und das sich von dort über den südöstlichen Theil Krains, über Istrien, Croatien, Serbien, das südwestliche Siebenbürgen, den Banat, Montenegro, Macedonien, Griechenland, Sicilien, Süd- und Mittel-Italien erstreckt. Den Zusammenhang dieses Verbreitungsgebietes mit jenen nächstverwandter Gattungen, sowie die Art und Weise, wie dasselbe in die Areale der einzelnen Arten zerfällt, gedenke ich am Schlusse dieser Arbeit eingehend zu erörtern.

Ausserhalb des bezeichneten geschlossenen Gebietes liegt eine Art, *H. Owerinianus* Rupr., die der alpinen Region des Kaukasus eigen ist.

Mit wenigen Ausnahmen sind die Hedraeanthus-Arten Gebirgspflanzen, die felsige Stellen der subalpinen und alpinen Region bewohnen. Zu den erwähnten Ausnahmen gehört *H. tenuifolius* W. K., sowie *H. Dalmaticus* DC., die an sonnig-steinigen Orten der Hügel- und Bergregion sich finden.

Systematische Stellung. Wie schon aus dem Synonymen-Verzeichnisse entnommen werden kann, wurde der Gattung *Hedraeanthus* eine sehr verschiedene systematische Stellung zuerkannt. Anfangs mit *Campanula* vereinigt, wurden die hieher gehörigen Arten von De Candolle zu *Wahlenbergia* gestellt, jedoch von demselben Autor später als eine eigene Gattung abgetrennt, endlich in neuester Zeit abermals von Bentham und Hooker mit *Wahlenbergia* vereinigt. Schon die vorhergehenden Schilderungen des morphologischen und anatomischen Baues ergaben die Nothwendigkeit einer Trennung von den übrigen Campanulaceen-Gattungen und die Unterschiede, die diese Trennung veranlassen, sollen in Kürze festgestellt werden: Von *Campanula* und den in dieselbe Gruppe gehörigen Gattungen *(Specularia, Trachelium, Adenophora, Phyteuma)* ist *Hedraeanthus* schon durch die an der Spitze sich öffnende, schliesslich ganz offene Kapsel verschieden; hervorgehoben zu werden verdient, dass nur mit *Phyteuma* eine gewisse Ähnlichkeit in mehrfacher Hinsicht besteht, so in der Blattstellung, in der Zahl der Carpiden, im Blüthenstande, Baue des Holzkörpers u. s. w., während gerade in diesen Merkmalen die anderen der genannten Campanulaceen-Gattungen von *Hedraeanthus* sehr abweichen. Die nächsten Verwandten finden wir zweifellos in der zweiten Gruppe der Campanulaceen-Gattungen, als deren Mittelpunkt *Wahlenbergia* erscheint. Während aus dieser Gruppe *Prismatocarpus* und *Roella* sich durch die ganz abweichend gebauten, verlängerten Früchte als verschieden darstellen, unterscheiden sich *Wahlenbergia, Microcodon, Platycodon, Canarina* u. s. w. durch die 3—6fächerige, schliesslich an der Spitze mit regelmässig ausgebildeten, den Fächern entsprechenden Klappen aufspringende Kapsel. Was speciell die Unterscheidung der Gattung *Hedraeanthus* von *Wahlenbergia* anbelangt, so stützt sich dieselbe nicht blos auf diesen differenten Fruchtbau, sondern auch auf den charakteristischen kopfigen Blüthenstand, die Blattstructur und -Stellung, sowie die Innovationsverhältnisse. Wenn auch diese Unterschiede an und für sich gering sind, so charakterisiren

sie dennoch diese Gattung vollkommen, umsomehr, als sie sich constant an einer Pflanzengruppe finden, die auch in ihrer geographischen Verbreitung heute mit *Wahlenbergia* in keinem directen Zusammenhange steht. Schon De Candolle hebt gelegentlich der Aufstellung der Gattung *Edraianthus* hervor:[1] „Characteres pauci a Wahlenbergia discrepantes, sed habitus diversissimus, dehiscentia capsulae et inflorescentia potius Jasiones, sed flores maiores et antherae liberae." Was aber De Candolle auf den diversen Habitus schiebt, das liegt in den oben angedeuteten morphologischen Eigenthümlichkeiten, die für die Trennung und Unterscheidung der Gattungen zum mindesten gleiche Bedeutung wie Verschiedenheiten im Fruchtbaue habe.[2]

Benennung: Der Name *Edrajanthus* (resp. *Edrajantha*) wurde von De Candolle nach seiner eigenen Angabe von ἑδραῖος (sitzend) und ἄνθος (Blüthe) abgeleitet. Griesebach hat den Namen in *Hedraeanthus* geändert.[3] Nach der Etymologie des Wortes erscheint diese Änderung auch vollkommen berechtigt, weshalb ich die Schreibweise Griesebach's acceptirte. Da es sich hier nur um eine rectificirte Schreibweise, nicht aber um einen neuen Namen handelt, hat diese Änderung auf die Autorbezeichnung selbstverständlich gar keinen Einfluss.

Übersicht der Arten.

I. Section: UNIFLORI.

Blüthen terminal auf den Seitenaxen, einzeln. Fruchtknoten 3fächerig, nur ausnahmsweise 2fächerig.

a) Kelchbuchten mit herabgeschlagenen Anhängseln versehen . . . . . *H. Owerinianus* Rupr.

b) Kelchbuchten ohne Anhängsel. Blüthen sitzend . . . . . *H. Pumilio* (Port.).

c) Kelchbuchten ohne Anhängsel. Blüthen gestielt (d. h. auf verlängerten und beblätterten Seitenaxen). Blätter schmallineal, oberseits behaart . . . . . *H. Dinaricus* (A. Kern.).

d) Kelchbuchten ohne Anhängsel. Blüthen gestielt. Blätter spatelförmig, kahl, blos am Rande gewimpert . . . . . *H. serpyllifolius* (Vis.).

II. Section: CAPITATI.

Blüthen an den Enden der Seitenaxen in botrytischen, behüllten Köpfchen. Fruchtknoten stets 2fächerig.

a) Kelchbuchten mit herabgeschlagenen Anhängseln . . . . . *H. Kitaibelii* (DC.).

b) Kelchbuchten ohne Anhängsel. Kelchzipfel dreieckig, so lang als breit. Bracteen immer kürzer als die Blüthen . . . . . *H. Serbicus* (A. Kern.).

c) Kelchbuchten ohne Anhängsel. Kelchzipfel wie bei *b*. Die äusseren Bracteen immer länger als die Blüthen . . . . . *H. Dalmaticus* DC.

d) Kelchbuchten ohne Anhängsel. Kelchzipfel viel länger als breit. Blätter bis zur Spitze bewimpert, sonst kahl. Bracteen aus breit-herzförmiger Basis plötzlich in einen blattartigen Theil verschmälert, kahl . . . . . *H. tenuifolius* (W. K.).

e) Kelchbuchten ohne Anhängsel. Zipfel viel länger als breit. Blätter nur im unteren Theile abstehend bewimpert, sonst behaart. Die äusseren Bracteen allmälig verschmälert, aussen dichthaarig. Blüthenköpfe schmal . . . . . *H. caricinus* Schott.

f) Kelchbuchten ohne Anhängsel. Kelchzipfel viel länger als breit. Blätter nur gegen die Basis bewimpert, sonst kahl oder beharrt. Bracteen allmälig verschmälert, aussen kahl oder behaart. Blüthenköpfe breit. Corolle schwach behaart . . . . . *H. graminifolius* (L.).

g) Kelchbuchten ohne Anhängsel. Kelchzipfel viel länger als breit. Blätter nur gegen die Basis bewimpert, sonst kahl oder schwach behaart. Bracteen allmälig verschmälert, an der Basis callös verdickt, aussen kahl. Blüthenköpfe breit. Corolle kahl . . . . *H. Croaticus* A. Kern.

---

[1] De Cand. Prod. syst. nat. Tom. VII. P. 2. p. 448. (1839).

[2] Vergl. Drude Die syst. u. geogr. Anordnung d. Phanerog. S. 268. (1887).

[3] Spicileg. flor. Rumel. p. 292.

Sectio I. UNIFLORI.

1. ***Hedraeanthus Owerinianus*** Ruprecht.

Synonymia:

Hedranthus Owerinianus Rupr. Revis. Camp. Cauc. in Bull. de l'acad. imp. d. scienc. Petersb. XI. p. 203. (1867).
Edrajanthus Owerinianus Boiss. Fl. Orient. III. p. 886. (1875).

Descriptio: Rhizoma lignosum, inferne 6^{mm} crassum, superne ramosissimum in cauliculos breves abiens, residuis foliorum annorum praecedentium squamatos et rosula minuta foliorum vigentium terminatos. Folia dense imbricata, rigida, patula, divaricata vel revoluta; suprema rosuluta, breve linearia, obtusa, 2—4^{mm} longa, vix 1—1·5^{mm} lata, margine revoluta et deorsum ciliolata, utraque pagina glaberrima, celluloso-punctata, glaucescentia, nitida, oculo armato parenchymatosa. Flores solitarii in apicibus rosularum, sessiles. Corolla tubulosa 1·5^{cm} longa, post anthesin corrugata et diu persistens, laciniis calycis 2$^1/_2$plo longior. Antherae quinque liberae, 2·5^{mm} longae, filamentis brevissimis. Calyx fructifer (capsula) prismatico-trigonus 4—5^{mm} longus, superne 2—3^{mm} latus; laciniae 5 foliiformes, acutae, 4—5^{mm} longae, erectae, divaricatae vel etiam reflexae et capsulae adpressae; sinus inter lacinias auriculis minutis appendiculati; discus in apice capulae planus, 2·5^{mm} in diametro, umbilicatus, tricostatus, costae dissepimentis tribus loculorum respondentes. Semina in capsula matura clausa, numerosa, ad 30, elliptica, 1·5^{mm} longa, turgida, nitida, flavobrunnea, apice utrinque nigricantia.

Specimina non vidi; descriptionem Ruprechti paucis cum mutationibus retuli.

Distributio geographica: Area geographica huius speciei parva est. Crescit in fissuris rupium calcareorum, adhuc solum in Dagestania boreali, in provincia Koissubu infra montes Erpeli Caukasi inventa, ubi anno 1871 D. Owerin fine Julii corolla emarcida et seminibus maturis detexit.

Floret: Junio—Julio. ♃.

Observatio: *H. Owerinianus* steht dem *H. Pumilio* Port. am nächsten und stimmt mit ihm im Habitus, in der Stellung der Blüthen überein, unterscheidet sich jedoch von ihm durch die viel kürzeren und schmäleren Blätter, die kleineren Corollen, durch das Vorhandensein herabgeschlagener Anhängsel in den Kelchbuchten, durch das Fehlen der Behaarung auf der Blattoberseite u. s. w.

2. ***Hedraeanthus Pumilio*** (Portenschlag).

Synonymia:

Campanula Pumilio Portenschl. in Roem. et Schult. System. veg. Vol. V. p. 136. (1819). — Portenschl. Enum. plant. in Dalm. lect. p. 13. (1824). — Visian. Stirp. Dalm. specim. p. 29. (1826). — Visian. Plant. rar. in Dalm. rec. det. in „Flora" 1829. Bd. I. Ergänzungsbl. p. 5. — Reichenb. Flora Germ. excurs. p. 300. (1830—32). — Petter Botan. Wegw. in d. Geg. v. Spalato p. 25. (1832). — Hampe in „Flora" 1832. p. 861. — Visian. Flora Dalm. II. p. 137. (1847). — Maly Enum. plant. phan. Austr. p. 157. (1848). — Visian. Flor. Dalm. Suppl. p. 74. (1872). pro p.
Campanula silenifolia Host Flora Austr. I. p. 268. (1827).
Campanula silenaefolia Hampe in „Flora" 1832. p. 761.
Campanula graminifolia γ. Morett. in Addit. ad Schouw Prosp. in Giorn. di fisic. et di Conf. e Brugn. dec. 2. tom. 7. p. 35. pr. p. (sec. Bertol.)
Wahlenbergia Pumilio De Cand. Monogr. d. Campanul. p. 134. (1830).
Edrajanthus Pumilio De Cand. Prod. syst. nat. VII. P. 2. p. 449. (1839). — Nym. Syll. flor. Europ. p. 76. (1855). — Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. XIX. p. 109. (1860). — Nym. Conspect. flor. Europ. p. 486. (1882).

Descriptio: Suffruticosus, caespitosus. Rhizoma crassum lignosum, fuscum, ramosum, superne reliquiis foliorum anni praecedentis albis micantibus dense obtectum, caespites numerosas floriferas vel steriles gerens. Caules brevissimi foliis densissime dispositis absconditi. Folia rosularum sterilium et caudicum florigerum lineari lanceolata, basin versus modice dilatata margine subinvoluto (in siccatis magis involuto), breviter albociliata, in pagina superiore pilis albis strictis adpressis densissime obtecta itaquē albo-micacea, in pagina

inferiore glabra nitida, stomatibus solum in pagina superiore, obtusiuscula, apice albo-penicillata, trinervia, nervis duobus secundariis nervo ternario tenuissimo uno alterove cum primario communicantibus, 12—18^{mm} longa, 1—2^{mm} lata. Bracteae foliis caulinis similes ovato-oblongae, in apicem brevem attenuatae, obtusiusculae, margine ciliis longis albis obsitae, apice albo-penicillatae, in pagina superiore sparsim albo-hirsutae, in pagina inferiore glabrae, nitidae, 6—8^{mm} longae, basi 2—2·5^{mm} latae. Flores semper sessiles terminales, erecti, bracteati. Calyx campanulatus, tubo obtusato-obconico, glabro, 3—5^{mm} longo, 2·5^{mm} lato, lobis quinque oblongo-triangularibus, acutiusculis, ca. 5^{mm} longis, basi 2^{mm} latis, extus et intus pilis albis strictis obsitis. Corolla campanulato-tubulosa, violaceo-coerulea, in lobos quinque tertiam ad partem corollae partita, glabra, solum in striis ex apice loborum ad basin corollae decurrentibus pilis albis crispis obsita, 14—16^{mm} longa, lobis triangularibus, erecto-patentibus, subacutis, apice albo-penicillatis. Stamina quina, antheris linearibus obtusis, filamentis antherae vix dimidium aequantibus, basi late ovata fere orbiculari margine breviter piloso, inter se conniventibus et germen tegentibus. Stylus filiformis, sursum incrassatus ibidem papillosus, stigmate bi- vel trifido, longitudine corollam aequans vel paulo superans. Capsula erecta, calyce persistente siccato obconico-campanulato, membranaceo, reticulatim nervoso, ca. 5^{mm} longa, 3—4^{mm} lata, lobis calycinis induratis, reflexis, glabrescentibus, ciliatis, irregulariter 3 locularis, septis tenuibus mox dehiscentibus, apice initio membrana tenui clausa, mox irregulariter dilacerata. Semina elliptica, compressa, fusca, glabra, siccata tenuiter scrobiculata, hylo basilari obliquo, 1·5^{mm} longa, 1^{mm} lata, 0·75^{mm} crassa.

Icones: Portenschlag Enum. plant. in Dalm. lect. tab. 2. *a* et *b*. (fig. a caulibus subelongatis). — Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. XIX. tab. 229. (MDXC.) I. fig. 1—8. — Icon. nostr. tab. I. fig. 7—10.

Exsiccatae: Petter Plant. Dalm. exs. no. 71. — Pichl. Exs. it. Dalm. ann. 1870, 1872.

Distributio geographica: Planta rarissima adhuc solum in montibus summis Dalmatiae australis inventa. Crescit in locis saxosis apricis summi montis Biokovo in jugo Troglav ca. 2000$^{mt.}$ s. m. (Portenschlag 1818!, Petter!, Visiani!, Clementi!, Maly!, Pichler!, Gegenbauer!, Welden), in monte Mossor (Maly 1869!). In herbario archiep. Haynald vidi specimen secundum schedam lectum in insula Lesina, quod certe errore indicatum, nam hac in insula *Hedr. Pumilio* non provenit.

Floret: Junio—Julio ♃.

Observatio: Die erste Beschreibung des *Hedraeanthus Pumilio* gaben Roemer und Schultes (l. c.) nach den getrockneten Exemplaren in Portenschlag's Herbar. Diese Beschreibung enthält zahlreiche Fehler. Die Blätter sind nämlich nicht zurückgekrümmt, sondern aufrecht abstehend, am Rande nicht zurückgerollt, sondern eingerollt, ebenso nicht auf der Oberseite glänzend und kahl, sondern auf der Unterseite, dagegen oberseits dicht anliegend behaart u. s. w. Dieselben Fehler finden sich in den Diagnosen jener späteren Autoren, die dieselben der obengenannten Quelle entnahmen.

Dagegen hatte Portenschlag auf der Etikette seines Herbarexemplares, das ich einzusehen Gelegenheit hatte, die Pflanze ganz richtig diagnosticirt und die kurze dort gegebene Beschreibung wurde von Trattinick in Portensch. Enum. plant. in Dalm. lect. p. 13 publicirt, ebenso eine von Portenschlag entworfene Abbildung. Die Fehler der von Roemer und Schultes veröffentlichten Diagnose wurden bereits von Visiani (Plant. rar.) hervorgehoben; die erste ausführliche Beschreibung stammt von De Candolle (Monogr. Camp.).

Hedraeanthus Pumilio variirt nur wenig; an schattig feuchten Stellen erscheinen die Internodien des Stengels etwas verlängert, dabei die Blätter verschmälert. Ein solches Exemplar hat Portenschlag in Fig. *a* seiner Abbildung dargestellt und Visiani in Suppl. ad Flor. Dalm. bezeichnete solche Exemplare, die Maly 1869 am Mossor zusammen mit *H. Dinaricus* A. Kern. sammelte, als var. *maior*. — Cultivirt erhalten sich die Merkmale constant, wie ich an Exemplaren des Wiener botanischen Universätsgartens, sowie an solchen, die Schott cultivirte und sich heute im Herbare des Cardinals Haynald befinden, sah. Die einzige Veränderung besteht in einer geringen Verlängerung der Stengelinternodien, ähnlich wie bei der soeben erwähnten Standortsform und in der Vergrösserung aller Blütentheile. (Kelch — 9^{mm} lg., Corolle — 29^{mm} lg.).

Anatomischer Bau:[1] *a)* Blatt. Epidermis mit sehr stark excentrisch verdickten Menbranen und körnigen Cuticularverdickungen. Trichome der Blattoberseite zahlreich, stark verkieselt. Spaltöffnungen nur oberseits, ca. 58 p. □^{mm}. (Vergl. S. 3). Athemhöhlen sehr klein. Pallisadengewebe mächtig, 4—7schichtig, Schwammparenchym aus abgerundeten Zellen mit kleinen Intercellularen bestehend. Centralnerv nur im Schwammparenchym oder mit begleitenden Elementen die ganzen Blattdicke ausfüllend. Milchröhren nur im Centralnerv.

b) Stamm.[2] Epidermis bleibt bis zum dritten Jahre erhalten. Zerstreute Spaltöffnungen. Periderm 2—6schichtig, auch in der Jugend ohne Antocyan. Gefässbündel bleiben lange getrennt; später sind die Gefässe in radialen central verbundenen Streifen gehäuft. Mark mächtig mit Milchsaftröhren am äusseren Umkreise. Milchsaftröhren in den Phloemtheilen zahlreich.

3. *Hedraeanthus Dinaricus* (A. Kerner).

Synonymia:

Campanula Dinarica A. Kerner in Ber. naturw. med. Ver. Innsbr. III. p. LXXI. (1872).
Edrajanthus Pumilio var. *maior* Visian. Flor. Dalm. Suppl. I. p. 74. (1872). pro p.
Edrajanthus Pumiliorum Maly in Herb. (!)

Descriptio: Suffruticosus, caespitosus, caespites forma Silenes acaulis formans. Rhizoma crassum, lignosum, ramosum, superne fusco-squamosum, in partibus iunioribus residuis foliorum annorum praecedentium siccatis, albo-micantibus obsitum, caules floriferos et rosulas foliorum steriles edens. Caules erecti vel ascendentes, saepe purpurascentes, tenues, simplices, uniflori, glabri vel pilis albis sparsis imprimis ad basin foliorum obsita, 3—7^{cm} longi, ca. 0·5^{mm} crassi. Folia rosularum sterilium et infima caulinorum erecta vel erecto-recurva, longe linearia, fere setacea, acutiuscula, margine longitudine tota folii inflexo ciliata, basin versus plano albo-ciliata, apice albo-penicillata, supra pilis griseis strictis adpressis dense obsita, infra glabra nitida, stomatibus utraque in pagina, inprimis in superiore, 25—35^{mm} longa, basi 1·5^{mm}, in parte media ca. 0·5^{mm} lata. Folia caulina pauca, 6—9, alterna, similia radicalibus, sed breviora, basi latiora, ut ea trinervia, 12—16^{mm} longa, basi ca. 1·5^{mm}, in parte superiore ca. 1^{mm} lata. Bracteae e basi late ovata paulatim attenuatae, obtusiusculae, inferiores 8—10^{mm} longae, margine in parte superiore involuto, ibidem supra albo-hirsutae; summae 6—8^{mm} longae, margine omnino plano apicem versus supra hirsutae; omnes albo ciliatae, in pagina inferiore glabrae nitidae, reticulatim nervosae, basi 2·5—3^{mm} latae. Flores terminales, solitarii, bracteati, erecti. Calyx campanulatus tubo glabro rotundato-conico, ca 3·5^{mm} longo, sursum 4^{mm} diametro, lobis quinque oblongis acutiusculis, apicem versus utraque in pagina adpresse pilosis, ca. 6^{mm} longis, 1·5^{mm} latis. Corolla tubiformi-campanulata, coeruleo-violacea, ultra tertiam partem in lobos quinque partita, glabra, solum in striis ab apice loborum ad basin decurrentibus pilis albis crispulis obsita, 12—15^{mm} longa, lobis trigonis acutiusculis, 6—8^{mm} longis, basi ca. 4^{mm} latis, apice penicillatis. Stamina quina, antheris linearibus obtusis, filamentis antheris multo brevioribus, basi late ovata margine pilosa, inter se conniventibus et germen tegentibus. Stilus filiformis, sursum clavatim incrassatus, ibidem breviter puberulus, corollam longitudine aequans vel paulo longior, stigmate bi- vel trilobo. Capsula erecta, calyce persistente, tubo campanulato membranaceo, sicco reticulatim nervoso, lobis reflexis induratis ciliatis, inaequaliter 3locularis, septis tenuibus, apice initio membrana tenui clausa, mox irregulariter dilacerante aperta. Semina ovato-elliptica, glabra vel tenuissime verruculosa, pallide fusca, compressa, ca. 1·5^{mm} longa, 1^{mm} lata, 0·5^{mm} crassa, hylo basilari obliquo.

Icones: Conf. tab. nostr. fig. 1—6.

Exsiccatae: Petter Plant. Dalm. exs. no. 144. (sub *Edraj. Dalmatico* DC.) pro p.

Distributio geographica: Planta rarissima adhuc in montibus solum Dalmatiae australis reperta. Crescit in locis saxosis apricis summi montis Javor ad Dolacz prope Spalato (Petter 1832!), in monte Mossor (Maly 1869!).

[1] Ich gedenke in diesem Abschnitte nicht eine Darstellung des anatomischen Baues der ganzen Pflanze zu geben, sondern nur unterscheidende oder sonst bemerkenswerthe Eigenthümlichkeiten kurz hervorzuheben.

[2] Ich erwähne, dass, wenn es nicht anders bemerkt ist, stets der Bau des Stammquerschnittes im zweiten Vegetationsjahre geschildert ist.

Floret: Julio 24.

Observatio: *Hedraeanthus Dinaricus* steht dem *H. Pumilio* Port. am nächsten, ist von ihm aber, abgesehen von mehreren weniger bedeutenden Merkmalen, durch die langen, schmallinealen Blätter, durch die zu langen zarten, blütentragenden Stengeln auswachsenden Seitenaxen stets leicht zu unterscheiden. Er nähert sich dadurch manchmal der Schattenform des *H. Pumilio*, mit der ihn auch Visiani in Suppl. flor. Dalm. verwechselt zu haben scheint, da er sich l. c. auf die von Maly am Mossor gesammelten Exemplare beruft, Maly jedoch daselbst beide Arten sammelte.

Die oben mitgetheilte Diagnose wurde auf Grund der im Herbare Kerner aufbewahrten Originalexemplare gegeben. Es sind dies blühende Exemplare, die Petter am Javor in Dalmatien sammelte und zugleich mit *H. Dalmaticus* DC. als no. 144. seiner Exsiccaten ausgab, obwohl die Planze von diesem vollkommen verschieden ist. Fruchtende Exemplare sammelte später Maly auf dem Mossor. Der letztgenannte vertheilte seine Pflanze als *Edrajanthus Pumiliorum* ohne die Absicht zu haben, sie dadurch von *H. Pumilio* Port. zu trennen, sondern bloss in Folge eines Schreibfehlers.

Hedraeanthus Dinaricus wird im Wiener botanischen Garten, gezogen aus Samen, die Maly mitbrachte, cultivirt. Die diese Pflanze von der vorhergehenden Art unterscheidenden Merkmale haben sich in Cultur constant erwiesen.

Anatomischer Bau: *a)* Blatt. Epidermis mit stark excentrisch verdickten Membranen und zartkörnigen Cuticularverdickungen. Trichome der Blattoberseite und des Blattrandes in ihrer ganzen Länge verkieselt. Spaltöffnungen auf beiden Blattflächen, oberseits ca. 40, unterseits ca. 12 pr. $\square^{mm}$. Athemhöhlen klein, unterseits grösser. Pallisadengewebe mächtig, 3—6schichtig, Schwammparenchym aus abgerundeten oder verlängerten Zellen gebildet. Centralnerv nur im Schwammparenchyme, Milchröhren nur im Centralnerv.

b) Stamm. Epidermis bleibt bis zum dritten Jahre erhalten. Zerstreute Spaltöffnungen. Periderm 3—7schichtig, in der Jugend die äusseren Schichten meist Anthocyan enthaltend. Gefässe in zerstreuten Gruppen, dazwischen grössere radial gestellte Gruppen. Mark mächtig mit gegliederten Milchsaftröhren im äusseren Umkreise. Milchsaftröhren in den Phloemtheilen zahlreich.

4. *Hedraeanthus serpyllifolius* (Visiani).

Synonymia:

Campanula serpyllifolia Vis. Plant. rar. in Dalm. rec. det. in „Flora“ 1829. I. Ergänzbl. p. 6. — Reichenb. Flor. Germ. exc. p. 299. (1830—33). — Petter Botan. Wegw. in d. Geg. v. Spalato, p. 26. (1832). — Hampe in „Flora“ 1832. p. 762. — Vis. Flor. Dalm. Vol. II. p. 136. (1847). — Walpers Annal. I. p. 469. (1848/49). Non *Campanula serpyllifolia* Bauh. Pin. p. 93.; Act. Upsal. 1820. p. 96. tab. 1. = *Linnaea borealis* L.

Edrajanthus serpyllifolius De Cand. Prod. syst. natur. VII. 3. p. 449. (1839). — Nym. Syllog. fl. Europ. p. 76. (1855). — Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. XIX. p. 109. (1860). — Pichler in Österr. botan. Zeitschr. XIX. p. 157. (1869). — Pančič Elench. plant. vasc. Crna gora lect. p. 63. (1875). — Nym. Conspect. flor. Europ. p. 486. (1878—82).

Edrajanthus thymifolius (Vis.) Nym. Conspect. flor. Europ. p. 486. (1878—82).

Descriptio: Caespitosus. Rhizoma crassum, lignosum, superne divisum, fuscum, in parte superiore reliquiis foliorum anni praecedentis siccatis albo-membranaceis tectum, caules floriferos et rosulas foliorum steriles edens. Caulis simplex ascendens, in parte inferiore humo adpressus, purpureus, sursum vel uno solum latere albo-retroflexo pilosus, pilis semper sparsis, foliis 3—7 obsitus, 2—8^{cm} longus, 0·5—1^{mm} crassus. Folia rosularum sterilium lineari-spatulata in basin longe attenuata, obtusa vel subemarginata, reticulatim nervosa, integra vel obsolete crenata, crenis utrinque 2—5, glabra, nitida, margine pilis albis strictis nonnunquam sparsis ciliata, 15—33^{mm} longa, 1·5—2·5^{mm} lata (parte latissima). Folia caulina sessilia, alterna, 3—7, spatulata, basi attenuata, obtusa vel emarginata, reticulatim nervosa, glabra, nitida, obsolete crenata, crenis utrinque 2—3, margine breviter ciliata, nonnunquam basin versus purpurascentia, 10—16^{mm} longa, 1·5—2^{mm} lata. Bracteae 2—4, ovato-oblongae vel lanceolatae, superne attenuatae acutiusculae, reticulatim nervosae, glabrae, nitidae, margine albo-ciliatae, cilis basin folii versus longioribus, apice folii penicillatim dispositis, integrae vel sub-

crenato-dentatae, dentibus utrinque 1—2, 6—12^{mm} longae, parte inferiore 1·5—2, superiore ca. 1^{mm} latae, pagina inferiore plerumque purpurascente. Flores solitarii, terminales, erecti, sessiles. Calyx campanulatus, atrorubens, quinquefidus, tubus campanulato-conicus, glaber, laciniae subulato-oblongae, acutae vel obtusiusculae, albo-ciliatae, tubo aequilongae vel eum superantes, ca. 5^{mm} longae, basi 1·5—2^{mm} latae. Corolla obscure violacea, campanulata, quinqueloba, 15—19^{mm} longa, glabra, lobis erecto-patentibus, ovatis, obtusiusculis, ad apicem et basin brevissime albo-ciliatis, ceterum glabris, reticulatim nervosis. Stamina quina antheris linearibus, obtusis, filamentis antheram brevioribus, basi late ovata, margine pilosa, inter se conniventibus et germen tegentibus. Stylus filiformis, sursum subclavatus, apice bi- vel trifidus, in parte superiore breviter pilosus, corolla aequilongus. Capsula erecta, calyce persistente, obconico-campanulato, membranaceo, reticulatim nervoso, lobis retroflexis vel horizontaliter patentibus, inaequaliter 3—4 locularis, septis tenuibus, apice membrana tenui clausa, mox apice lacerata, demum aperta, 5—6^{mm} longa, sursum 5—6^{mm} lata. Semina elliptica compressa, pallide fusca, margine pallidiore circumdata, hylo basilari obliquo, margine eodem cincto, ca. 1·5^{mm} longa, 0·75^{mm} lata, ca. 0·5^{mm} crassa.

Icones: Vis. Flor. Dalmat. p. 136. tom. I. tab. XV. (1847). — Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. XIX. tab. MDXC. II. fig. 9—13. — Tabulae nostrae fig. 11—14.

Exsiccatae: Petter Plant. Dalm. exs. no. 72. — Pichler Plant. exs. itin. ann. 1868, 1870, 1872. — Beck Plant. Bosn. et Herzeg. no. 39. s. *Wahlenbergia.*

Distributio geographica: *Hedraeanthus serpyllifolius* Vis. in parte australi Dalmatiae, in Bosnia, Herzegowina, Montenegro adhuc inventus est. Crescit ad saxa aprica in Dalmatia: in partibus elevatioribus montis Biokowo imprimis jugis Troglav et Sveti Jure; ca. 2000^{m} s. m. (Clementi, Visiani!, Petter!, Maly!, Pichler!, Studniczka!), in monte Orjen (Maly 1864!, Pichler 1868!), in monte Biela Gora (Maly 1869!); in Bosnia: in monte Vratto ca. 1700^{m} s. m. (Beck 1885!), in monte Zelen Gora (Knapp 1869!), in monte Treskavica ca. 1800^{m} s. m. (Beck 1885!); in Herzegowina: in monte Maglic-Planina (Beck 1885!), in alpibus Prenj-Planina (Beck 1885!, Degen 1886!), Prenj Bjelasnica (Beck 1885!) et Borožnica-Planina prope locum „Stan“ dictum (Degen 1886); in Montenegro: in summo monte Kom (Pančič 1875, Szyszylowicz 1886!).

Floret: Junio—Julio ☿.

Observatio: *Hedraeanthus serpyllifolius* Vis. nimmt unter den Arten der Section „Uniflori“ eine ganz selbständige Stellung ein. In der Stellung und im Baue der Blüthen, besonders der Fruchtknoten reiht er sich unmittelbar an dieselben an, weicht aber anderseits durch die glänzenden, kahlen, nur am Rande gewimperten und entfernt gekerbten Blätter, durch die verlängerten aufsteigenden Seitenaxen u. s. w. von ihnen bedeutend ab.

Alle charakteristischen Markmale erhalten sich an cultivirten Exemplaren. Ich sah solche aus dem Herbare Schott im Herbarium Haynald, ferner cultivirte Exemplare im botanischen Garten der Wiener Universität. Alle diese Exemplare stammten von jenen ab, die Maly 1855 auf dem Biokowo, dem Original-Standorte Visiani's gesammelt hatte. Die einzige Veränderung, die an den gezogenen Exemplaren zu bemerken war, war die Vergrösserung der Blüthentheile, wie ich Gleiches schon für *H. Pumilio* Port. und *H. Dinaricus* Kern. constatirt habe. (Kelchzipfel 7—9, Corolle — 26^{mm} lang.)

Anatomischer Bau: *a*) Blatt. Epidermis mit excentrisch verdickten, im übrigen glatten Membranen. Trichome nur am Blattrand, einzellig mit verkieselter Spitze. Spaltöffnungen auf beiden Blattflächen in gleicher Zahl, ca. 35 p. □^{mm}. Athemhöhlen ziemlich gross. Pallisadengewebe mächtig entwickelt, 4—6schichtig, Schwammparenchym aus abgerundeten oder schwach verzweigten Zellen zusammengesetzt. Milchröhren im Mittel- und in den stärkeren Seitennerven.

b) Stamm. Epidermis schwindet bald, ohne Spaltöffnungen. Periderm 6—9schichtig in der Jugend mit Anthocyan erfüllt. Gefässe in kleinen Gruppen im ganzen Holzringe zerstreut. Gegliederte Milchsaftröhren nur im Phloëm. Mark ohne Milchsaftröhren.

Sectio II. CAPITATI.

5. ***Hedraeanthus Kitaibelii*** De Candolle.

Synonymia:

Wahlenbergia Kitaibelii De Cand. Monogr. d. Campan. p. 131. (1830).

Edrajanthus Kitaibelii De Cand. Prod. syst. natur. Vol. VII. P. 2. p. 449. (1839). — Schur Sert. Flor. Transs. in Verh. siebenb. Ver. IV. p. 48. (1853). — Nym. Syll. flor. Europ. p. 76. (1855). — Heuffel Enum. plant. Ban. p. 120. (1858). — Reichenb. Icon. Flor. Germ. et Helv. Vol. XIX. p. 108. (1860) excl. spec. *Schlosseri* citat. — Schur. Enum. plant. Transs. p. 431. (1866). — Neilr. Aufzähl. d. Gef. Pfl. Ung. u. Slav. p. 148. (1866). — Panč. in Österr. bot. Zeitschr. XVII. p. 202. (1867). — Neilr. Veget. Verh. Croat. p. 105. (1868) pro p. — Neilr. Nachtrag zu Veg. Verh. Croat. in Verh. zool.-botan. Ges. XIX. p. 794. (1869). — Pantosc. Adn. ad flor. et faun. Herz. p. 55. (1871). — Boiss. Flor. Orient. Vol. III. p. 887. (1875). — A. Kerner Veget. Verh. d. mittl. u. östl. Ung. p. 315. (1877). — Simkovics in Mathem. és Term. Közl. XV. p. 580. (1878). — Nym. Conspect. flor. Europ. p. 486. (1882) pro p. — Petrov. Flor. agr. Nyss. p. 549. (1882).

Hedraeanthus Kitaibelii Griseb. Spicil. Flor. Rumel. et Bithyn. p. 292. (1845) pro p. — Griseb. et Schenk It. Hung. p. 334. (1852). — Panč. in Verh. zool.-bot. Ges. Vol. VI. p. 564. (1856).

Campanula Kitaibelii Maly Enum. pl. phan. Austr. p. 158. (1848) pro p. — Neilr. Nachtr. z. Mal. Enum. p. 142. (1861) pro p. — Sardagn. in Österr. botan. Zeitschr. Vol. XI. p. 178. (1861).

Edraianthus Croaticus Pantocs. Adn. ad flor. et faun. Herz. p. 55. (1874); non A. Kerner.

Campanula graminifolia W. Kit. Plant. rar. Hung. II. p. 166. (1805) exclus. syn. — Baumgart. Enum. stirp. magn. Transsilv. I. p. 155. (1816). — Host Flor. Austr. I. p. 268. (1827) pro p. — Reichenb. Flor. Germ. exc. p. 301. (1830—32) pro p. — Hampe in „Flora“ 1832. p. 762. (?) — Maly Enum. pl. phan. Austr. p. 158. (1848). — Schloss. et Vukot. Syll. flor. Croat. p. 72. (1857); non Linné.

Edrajanthus graminifolius Boiss. Flor. Orient. Vol. III. p. 887. (1875) pro p. — Panč. Elench. plant. vasc. Crna gora p. 68. (1875) pro p. — Nym. Consp. flor. Europ. p. 486. (1882) pro p.; non (Linné).

Edrajanthus tenuifolius Schur Sert. flor. Transs. in Verh. siebenb. Ver. IV. p. 48. (1853). — Nym. Conspect. flor. Europ. p. 486. (1882) pro p.; non (W. Kit.).

Descriptio: Caespitosus. Rhizoma lignosum, crassum, longe fusiforme, inferne simplex radices complures crassas edens, superne squamis fuscis e reliquiis foliorum emortuorum formatis vestitum, caules complures floriferos et fasciculos steriles foliorum edens. Caulis simplex, rarissime superne ramulum unum alterumve edens, erectus vel ascendens, glaber vel crispule villosus, foliis 6—12 obsitus, 6—12^{cm} longus, ca. 2^{mm} crassus (plerumqun 10—12^{cm} long.). Folia fasciculorum sterilium anguste linearia, in planta florifera 5—8^{cm} long., 1·5—2^{mm} lata, in planta fructifera 11—18^{cm} long., 1—1·5^{mm} lata, antice sensim longe attenuata, erecta vel curvata, acuta, integra vel remote subdentata, plana, basin versus crispule albo-ciliata, ceterum glabra vel in pagina utraque molliter griseo-hirsuta, postea glabrescentia. Folia caulina breviora, linearia, basi dilatata semiamplexicaulia, saepe fere amplexicaulia, indumento ei basalium conformi, integra vel plerumque dentata, in parte vaginali saepe purpurascentia, 20—40^{mm} longa, basi 3—7, supra 2—3^{mm} lata. Bracteae 6—12, purpurascentes, extimae e basi late ovata longe acuminatae, floribus aequilongae vel breviores, reflexae, dentatae, basi 9 supra 1·5—2^{mm} latae, ceterae e basi ovata in cuspidem recurvum attenuatae, 15—17^{mm} longae, basi 6—8^{mm} latae, dentatae, omnes reticulatim nervosae, margine crispule albo-ciliatae, ceterum glabriusculae vel in pagina superiore apicem versus, in pagina inferiore secundum nervum medianum albo-villosae, ad basin callose incrassatae. Flores 3—9 glomerulos terminales formantes, rarius unus alterve ramulum singularem terminans, uno tempore plerumque complures aperti, erecti, sessiles. Calyx campanulato-quinquefidus, tubus campanulato-angulatus, glaber, ca. 5—7^{mm} elongatas, laciniae 5 subulatae, elongatae, erectae, 11—13^{mm} longae, basi ca. 3^{mm} latae, crispule ciliatae, extus breviter villosae, inter lacinias lobis appendicularibus, brevibus, reflexis, ciliatis. Corolla violacco-caerulea calycem duplo superans, campanulato tubulosa, ad tertiam partem in lacinias 5 divisa, 22—24^{mm} longa, tubus sursum sensim modice ampliatus secundum strias e apice laciniarum decurrentes albo-villosus, ceterum glaber, laciniae 8—9^{mm} longae, basi ca. 6^{mm} latae, erectae, basi ciliatae, tenuiter reticulatim nervosae. Stamina quina antheris linearibus ca. 6^{mm} longis, filamentis antheram multo brevioribus, basi ovata pilosa. Stylus corolla brevior vel eam subaequans, 18—22^{mm} longus, subclavatus apice bifidus, sursum erecto-patenter hirsutus. Capsula erecta ventricoso-conica, sessilis vel breviter pedunculata, ca.

7—9^{mm} longa, superne 7—8^{mm} diametro, glabra, nitida, angulis parum prominentibus, tenuiter reticulatim nervosa, laciniis patentibus vel modice recurvis. Semina plana, ovales, pallide fusca, tenuissime verruculosa, ca. 1·75—2^{mm} longa, 1^{mm} lata, margine tenuiore.

Variat: *α mediterraneus.* Foliis radicalibus et caulinis in pagina utraque crispule pubescentibus griseis, bracteis exterioribus in pagina inferiore omnino, interioribus apicem solum versus griseo-pubescentibus, caulibus albo-villosis.

Syn.: *Edrajanthus Kitaibelii* Heldr. Herb. Graec. norm. n^{0}. 721.

β subalpinus. Planta elata, foliis longioribus et angustioribus, in planta florifera 6—11^{cm} longis, 1 -1·5^{mm} latis, glabriusculis, ciliatis, bracteis exterioribus longioribus, flores saepe superantibus, angustioribus, viribus.

Beck Plant. Bosn. et Herz. exs. n^{0}. 12..

γ alpinus. Planta pumila, foliis brevioribus et latioribus, in planta florifera 4—6^{cm} longis, 1·5—2·5^{mm} latis, glabris vel sparsim pilosis, ciliatis, bracteis exterioribus brevioribus, saepe extus pubescentibus, purpurascentibus.

Beck Plant. Bosn. et Herz. exs. n^{0}. 108.

Icones: Waldst. Kit. Plant. rar. Hung. Vol. II. tab. 154. — Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. Vol. XIX., Tab. MDLXXXVIII. Fig. I., II. 1—6. — Conf. icon. nostr. fig. 26—29.

Exsiccatae: Beck Plant. Bosn. et Herzeg. exs. no 108. (var. γ) et no. 12. (var. β). —· Heldr. Herb. Graec. norm. no. 721 (var. α).

Distributio geographica: *Hedraeanthus Kitaibelii* est specierum omnium maxime extensa. Area geographica extenditur ex montibus, quibus Transsilvania occidentem versus circumdata est et per montes Croatiae usque ad litora maris Adriatici et per Serbiam et Bosniam et Macedoniam occidentalem usque ad mt. Parnassum Graeciae. Huius speciei stationes notae sunt: Banatus: In rupestribus montis Domuglett ad Thermas Herculis, solo calc. (Heuffel 1829!, Rochel!, Wierzbiezki, Wuthchelich! Kerner!, Simkovics!); Transsilvania: In rupium fissuris et declivibus rupestribus montis Piatra Arszyetye (Baumgarten 1816!, Wolff!, Bielz!, Schur!, Fuss!) prope Petrosa et Rézbánya ut in monte Pietra Boghi, Pietra pulsului, Pietra Galbuia, Pietra muncelului, in declivibus montis Suprapietra poienile prope Vidra; solo calc.; 520—1300^{m} s. m. (Kerner!, Simkovics!); Croatia: Prope Ostarie et Segniam (Schlosser et Vuk. 1857), in monte Plisivica (Vukot.!), Sveti Brdo (Schloss. 1852), Kleck pr. Ogulin (Stur!), Biela Lašica ad pagum Razdolje; sol. calc.; 1500^{m} s. m. (Borbas 1876!); Dalmatia: In saxosis montis Velebit (Vukot. 1856, Maly!), Biokovo (Sardagna 1861!); Bosnia: Sine indicatione loci Sendtner in Herb. mus. Palat. Vind. prope Livno (Heckel!), in monte Trebovič pr. Sarajevo (Knapp 1869!, Beck 1885!, Degen 1886!), in rupestribus montis Romanja Planina (Beck 1885!), vallecularum Bistrizza, Lapisnica, Mostavica, Miljacka prope Sarajevo (Beck 1885!), in monte Treskavica (Beck 1885!); Herzegowina: In saxosis montis Gliva prope Trebinje, Koristna Greda prope Vuscia (Pantocsek), Maglic et Prenj Planina (Beck 1885!); Montenegro: In saxosis circa Manastir Duga et Vučie Gorne prope Gvošd Han (Pantocs), in graminosis montis Kom (Pantocs. 1872!, Szyszylowicz 1886!), montis Dziebeze, Hum Orahovski, Veliki Maglič (Szyszyl. 1886!); Serbia: In cacumine montis Kopaunik, 2000^{m} s. m., solo syenit., (Viquesn.), Suva Planina prope Nič (Petrovic 1886!), Vucji Kamen (Pančič 1867), Javor prope Užica (Walenta!); Macedonia: In monte Scardo vulgaris, inde per Macedoniam borealem extensus, copiose in herbosis montis Ljubatrin 1400^{m} s. m., solo calc.; in pratis alpinis montis Kobelitza, 1500—2200^{m} s. m., solo micaceo (sec. Griseb.); Graecia: In saxosis montis Parnassi, 1700—2000^{m} s. m. (Heldreich 1856).

Floret: Maio—Augusto ♃. (In regionibus montanis et subalpinis Majo—Julio, alpinis Julio-Augusto).

Observatio: De Candolle stellte seine *Wahlenbergia Kitaibelii* auf Grund jener Diagnose, die Waldstein und Kitaibel l. c. von *Campanula graminifolia* L. mit Benützung der Banater Pflanze gaben, auf, da er erkannte, dass diese *Campanula graminifolia* W. K. nicht mit der gleichnamigen Pflanze Linné's identisch sei, sondern eine eigene Art darstelle. Welche Pflanze nun Waldstein und Kitaibel mit dem Namen

C. graminifolia bezeichneten, dies geht mit voller Sicherheit aus der gegebenen Beschreibung und Abbildung, sowie aus der Bemerkung hervor (l. c.): „Habitat in montibus Banatus et Croatiae". Es ist dieselbe Pflanze, die ich im Vorhergehenden beschrieben habe. Wie aus dem Synonymenverzeichnisse hervorgeht, wurde dieser *Hedraeanthus Kitaibelii* (D. C.) weiterhin vielfach mit anderen Arten, so insbesondere mit *H. tenuifolius* W. K. *H. graminifolius* L. und *H. Croaticus* A. Kern verwechselt. Von allen ist er durch das ihn charakterisirende Merkmal, durch die herabgeschlagenen Anhängsel in den Kelchbuchten sofort zu unterscheiden. Manchmal sind diese Kelchanhängsel allerdings an einzelnen Blüthen eines Individuums nur schwach entwickelt, immer sind sie aber mit langen weissen Wimpern besetzt und dadurch auch an solchen Blüthen recht auffallend. Von *H. tenuifolius* W. K. unterscheidet sich unsere Pflanze überdies durch die grösseren Blüthen, viel breiteren Kelchzipfel, schmäleren Hüllblätter, durch die nie bis zur Spitze gewimperten und breiteren Laubblätter u. s. w.; von *H. graminifolius* L. und *H. Croaticus* A. Kern. durch die breiteren und stark gezähnten Stengelblätter, gezähnten Hüllblätter, längeren Kelchzipfel u. s. w.

Von den drei angeführten Varietäten findet sich die erste nur im Süden (Griechenland) vermengt mit der Stammform, erstere an sonnigen, letztere an feuchteren Standorten. Auch am Domuglett im Banate finden sich nach Heuffel an stark besonnten Stellen behaarte Formen, die dieser Varietät nahe kommen. Eine merkwürdige Form wurde von Pantocsek und neuerdings von Szyszylowicz am Kom in Montenegro gesammelt, dieselbe ist constant einblüthig, unterscheidet sich jedoch im Übrigen nicht von *Hedraeanthus Kitaibelii*. Pantocsek hat diese Form *Edrajanthus Kerneri* genannt; ich kann über die systematische Stellung derselben bei dem Mangel an Beobachtungen kein definitives Urtheil abgeben. Übrigens erwähnen schon Waldstein und Kitaibel l. c. p. 155 das vereinzelte Vorkommen einblüthiger Formen.

Exemplare, die Maly mehrere Jahre lang cultivirte und in Schott's Herbar aufbewahrte, beweisen, dass die für *H. Kitaibelii* charakteristischen Merkmale sich in der Cultur unverändert erhalten.

Anatomischer Bau: *a)* Blatt. Epidermis mit stark excentrisch verdickten Membranen ohne Cuticularsculpturen. Spaltöffnungen oberseits zahlreicher (35 p. □^{mm}) als unterseits (ca. 25 p. □^{mm}). Athemhöhlen klein. Pallisadengewebe mächtig entwickelt, 4—8schichtig, Schwammparenchym aus schwach verzweigten oder einfachen Zellen bestehend. Trichome nur im oberen Theile verkieselt. Milchsaftröhren in den Haupt- und Nebennerven.

b) Stamm. Epidermis lange bleibend, mit oder ohne Anthocyan. Junges Periderm farblos. Im jungen Stamme 6—12 Blattspurstränge, bald zum Holzringe verbunden; Gefässe in den Holzkörper in kleinen, nicht radiären Gruppen eingebettet. Gegliederte Milchsaftröhren in älteren Stämmen nur im Phloëm, im einjährigen vereinzelte im Mark, und zwar zunächst der Peripherie.

6. *Hedraeanthus tenuifolius* (Waldst. et Kitaibel).

Synonymia:

Trachelium capitatum hirsutum foliis gramineis Boccone, Icon. et Descr. rar. plant. p. 79. fig. II. (1674). — Raj. Hist. plant. I. p. 737. (1693). — Mor. Plant. hist. univ. Oxon. II. p. 461. sect. 5. fig. 41. (1715).

Campanula tenuifolia Waldst. et Kit. Plant. rar. Hung. Vol. II. p. 168. (1805). — Schultes Österr. Flor. ed. 2. n°. 915. (1807). — Röm. et Schult. Syst. veg. Vol. 5. p. 124. (1819) pro p. — Spreng. Syst. veg. Vol. I. p. 731. p. 82. (1825). — Sadler in Opiz Natur. Tausch. p. 721. (1825). — Reichenb. Flor. Germ. excurs. p. 301. (1830—32). — Pet. Bot. Wegw. in d. Geg. v. Spalato p. 26. (1832).? — Alsching. Flor. Jadr. p. 54. 1835). — Hampe in „Flora" 1832. p. 762. — Bertol. Flor. Ital. Vol. II. p. 490. (1835). — Vis. Flor. Dalm. II. p. 136. (1847) pro p. — Maly Enum. pl. phan. Austr. p. 158. (1848). — Pet. in Österr. bot. Zeitschr. II. p. 27. (1852). — Schloss. in Österr. bot. Zeitschr. II. p. 378. (1852). — Schloss. et Vukot. Syll. flor. Croat. p. 72. (1857). — Neilr. Nachtr. zu Maly's Enum. p. 142. (1861). — Kit. Additam. ad flor. Hung. ed. Kanitz p. 125. (1864). — Weiss in Verh. zool.-bot. Ges. XVI. p. 580. (1866). — Borbás in Math. és term. Közlem. XIV. p. 395. (1877). — Hirc Flor. okol. Bakarsk. p. 89. (1884).

Wahlenbergia tenuifolia De Cand. Monogr. d. Campanul. p. 133. (1830). — Archang. Compend. flor. Ital. p. 451. (1882).

Edrajanthus tenuifolius De Cand. Prodr. syst. nat. Vol. VII. P. 2. p. 449. (1839). — Nym. Syll. flor. Europ. ed. 1. p. 76. (1855) pro p. — Koch Syn. flor. Germ. et Helv. ed. 3. p. 410. (1857). — Reichenb. Icon. Flor. Germ. et Helv. Vol. XIX. p. 109. (1860), excl. plant. Graec. et Croat. — Neilr. Aufz. d. Gef. Pfl. Ung. u. Slav. p. 148. (1866). —

Neilr. Veg. Verh. Croat. p. 105. (1868. — Neilr. Nachtr. z. Veg. Verh. Croat. in Verh. zool.-bot. Ges. Vol. XIX. p. 794. (1869). — Pantocs. Adnot. ad faun. et flor. Herzeg. p. 55. (1874). — Lorinser Taschenb. d. Flor. Deutschl. u. d. Schw. p. 247. (1847). — Stossich in Österr. bot. Zeitschr. Vol. XXVI. p. 339. (1876). — Kugy in Österr. bot .Zeitschr. Vol. XXVII. p. 95. (1877). — Staub in Math. és term. Közlem. XIV. p. 383. (1877). — Borb. in Österr. bot. Zeitschr. Vol. XXVIII. p. 69. (1878). — Smith Fl. v. Fiume in Verh. zool.-bot. Ges. Vol. XXVIII. p. 267. (1878). — Pichler in Österr. bot. Zeitschr. Vol. XXIX. p. 154. (1879). — Nym. Consp. flor. Europ. p. 486. (1882) pro p.

Campanula graminifolia Host Syn. plant. Austr. p. 108. (1797) pro p. — Bartl. De lit. ac ins. mar. liburn. p. 42. (1820). — Bartl. Beitr. z. Flor. d. österr. Küstenl. p. 130. (1825). — Bartl. in Vis. Stirp. Dalm. specim. p. XXIII. (1827). — Host Flor. Austr. Vol. I. p. 268. (1827) pro p. — Reichenb. Flor. Germ. excurs. p. 301. n⁰. 2043. (1830—32) pro p. — Pet. Bot. Wegw. in d. Geg. v. Spalato p. 25. (1832). — Koch Syn. flor. Germ. et Helv. ed. 1. p. 472. (1837). — Vis. Flor. Dalm. Suppl. I. p. 72. (1872) pro p.; non Linné.

Edrajanthus Kitaibelii Neilr. Veg. Verh. Croat. p. 105. (1868) pro p.; non (De Candolle).

Campanula macrocephala Waldst. in sched., sec. Sprengel.

Descriptio: Caespitosus. Rhizoma lignosum, crassum, inferne simplex et radices complures crassas edens' superne ramosum squamis fuscis nitidis reliquiis foliorum annorum praecedentium vestitum, caules floriferos et fasciculos foliorum steriles edens. Caulis erectus vel ascendens, 7—15^{cm} longus, teres, simplex, saepe purpurascens, pilis albis strictis vel crispulis saepe deflexis vestitus. Folia radicalia longe et stricte linearia, 77—120^{mm} longa, ca. 1·5^{mm} lata, undique latitudine aequali versus basin solum modice dilatata, ibidem ca. 3^{mm} lata, erecta, acutiuscula, integra, glabra, marginibus regulariter setoso-ciliata, pilis albis rigidis versus extremitates foliorum spectantibus; caulina foliis basalibus consimilia, basi magis ampliata, semiamplexicaulia ibidem 4—5^{mm} lata, 50—60^{mm} longa, saepe remote et obsolete denticulata. Bracteae 8—14, rarissime purpurascentes, exteriores e basi late ovata longe lineari-acuminatae et in parte superiore foliis valde similes, floribus multo longiores, saepe reflexae, 30—50^{mm} longae, basi ca. 8—10, in parte superiore 2—2·5^{mm} latae, albo-setoso-ciliatae, ceterum glabrae, remote denticulatae, basi membranaceae, nervatura obtecta; interiores aliis similes, breviores et basi latiores 11·5—13^{mm} latae, 22—28^{mm} longae, hinc inde in pagina superiore apicem versus pilis albis crispulis adspersa. Bracteolae inter flores sitae desunt. Flores 6—15 glomerulos terminales densos formantes uno tempore persaepe plurimi aperti. Calyx profunde 5fidus; tubus pilosiusculus ovoideus, saepe irregularis et in floribus exterioribus latere exteriore convexus, in floribus interioribus angulatus, 3—4^{mm} longus; laciniae erectae, lineares, angustae, ca. 9^{mm} longae, in parte superiore ca. 0·5—0·75^{mm} latae, acuminatae, remote denticulatae. Corolla ca. 20^{mm} longa, violaceo-coerulea tubuloso-campanulata, ad medium 5fida, lobis acutis, ca. 10^{mm} longis, basi ca. 5^{mm} latis, tubo extus glabro, in striis ex apice loborum decurrentibus piloso, intus suturis pilis arachnoideis obsito. Stamina quina antheris linearibus, filamentis multo longioribus; filamenta basi squamulis ovato-triangularibus, villoso ciliatis. Stylus corolla paulo brevior, ca. 19^{mm} longus, apice bifidus, sursum breviter hirsutus, subclavatus. Capsula subpubescens, irregulariter et obtuse angulata; exteriores latere externo convexae, interno in angulum obsoletum eminente aut planiusculo; interiores 3—5-angulares uno alterove angulo obsoleto. Laciniae calycinae induratae, erectae vel erecto-patentes. Semina pallide fusca, plana, ca. 2·5^{mm} longa, ca. 1·2^{mm} lata, utrinque obtusa.

Icones: Boccone Icon. et descript. rar. plant. p. 79 fig. II. (ic. opt.!) — Moret. Plant. hist. univ. oxon. Vol. II. sect. 5. tab. 4. fig. 41. (ic. Bocconis reprod.!). — Waldst. Kitaib. Plant. rar. Hung. II. tab. 155. — Reichenb. Icon. Flor. Germ. et Helv. Vol. XIX. tab. MDLXXXIX. fig. I. 1—3. — Conf. tab. nostrae fig. 30—33.

Exsiccatae: Reichenbach Pl. exs. no. 734. — Petter Plant. Dalm. exs. no. 69. — Pichler Plant. exs. it. an. 1869, 1870, 1871, 1872.

Distributio geographica: *Hedraeanthus tenuifolius* habitat in litoribus borealibus et boreali-orientalibus maris Adriatici ab agro Tergestino usque ad Montenegro. Crescit in saxosis apricis vel in pratis rupestribus collium et montium. Specimina huius speciei vidi multis e locis, quorum adnotanda sunt: Istria: Prope Materia, ca. 1500^{m} s. m. (Tommasini! Marchesetti!), inter Lippa et Sopianes ca. 600^{m} s. m. (Tommasini!), in monte Pianona prope Sillodraz (Tommasini!); insulae maris Adriatici: Prope Giacomo insulae Lesinae (Petter

1852!, Tommasini!), in monte St. Nicolo ins. Lesinae, 700m s.m. (Witting 1884!), in montibus Podol 480m s.m. (Tommasini!) et Stersanez insulae Cherso (Tommasini!), in monte Ossero (Tommasini!), inter Korba di Smergo et urbem Cherso (Tommasini!), in monte Organ (Tommasini), prope Castelmuchio (Bartling) et ad Besca nuova (Borbas 1878) insulae Veglia, in Scoglio di S. Marko prope Fiume (Bartling 1828, Smith!); Croatia: In rupibus calcareis vallis Villena drágá ad pedem montis Plisiwicza non procul Korenicza (W. Kit! loc. class., Schlosser!), prope Visočica et in summo monte Plisiwicza (Schloss. et Vuk!), in monte Klek (Kugy 1877?), in graminosis ad Csaule (Borbas 1877!), ad Višnjevici, Martinščići, Kostrenah, Smrike (Hire 1881!) et Zala Draga prope Buccari, ad Portoré (Schlosser!, Kerner!, Pernhoffer!, Smith!), ad S. Catherina (Souklar 1864!, Rohl!, Smith!, Noë!) Drnnova, inter Sviluo et Cavlje (Smith), ad Grobnik prope Fiume (Bartl 1830!, Pittoni!, Pichler!, Tommasini!), ad Fiume sine indicatione loci (Neumayer 1821!, Müller 1830, Pichler!, Borbas!), inter Clana et Fiume, (Kerner 1864!), ad Verticca (Stossich 1876!); Dalmatia: Prope Ragusa (Boccone 1674!, Jabornegg! Ascherson!, Pichler!), in declivibus montis Biocovo ad Macarsca (Sardagna 1860!, Visiani!), ad Radostek prope Megline (Weiss 1866!), in montibus Prologh (Maly! Visiani!), Orjen (Maly 1869!) Mossor (Host!), ad Smilcich prope Zara (Alschinger 1832, Visiani), in monte Santo, Vellebit (Maly 1869!, Pichler!), in monte Verbizzo prope Spalato (Petter!), inter Verlica et Sinj (Visiani!) in Kninsko polje, ad Lastva, Pastrovichio et in demissis montium Snjesniza et Sella (Visiani); Herzegowina: In saxosis ca. Trebinje (Pantočs.?), in declivibus apricis vallis Zlatae pr. Konjicam (Degen 1886!); Montenegro: Ad Orahovo (Szyszylowicz 1886!).

Reichenb. Icon. Germ. et Helv. XIX. p. 109. refert, se vidisse specimina lecta in Sardinia et accepisse a Peterstein specimina lecta in Carinthia. Ego vidi in herb. Musei Palatini Vindob. specimina lecta a cl. Lieber „in Appenninis." Haec notationes omnes certe errore factae sunt, nam planta nostra nec in Sardinia, nec in Carinthia, nec in Apenninis crescit.

Floret: Majo—Julio ♃.

Observatio: Die erste Nachricht über vorliegende Pflanze finden wir bei Boccone, der dieselbe in Icon. et descr. rar. plant. p. 79. Fig. II (1674) als *Trachelium capitatum hirsutum foliis gramineis* beschrieb und ganz vortrefflich abbildete. Er erwähnt auch, dass er sie in seinem Garten in Sicilien aus Samen zog, die aus Ragusa stammten. Rajus und Morison citirten Boccone, ohne die Pflanze selbst gesehen zu haben. Später geriethen diese Angaben ganz in Vergessenheit, nur Bertoloni citirt in seiner Flora Italiana den Namen Boccone's als Synonym zum *Hedraeanthus graminifolius* L. Im Jahre 1805 beschrieben dann Waldstein und Kitaibel die Pflanze von neuem als *Campanula tenuifolia* und gaben gleichfalls eine sehr gute Abbildung. Diese, sowie Exemplare, welche ich vom Originalstandorte (Plisiwicza) sah, ergeben mit voller Sicherheit die Übereinstimmung mit der Ragusaner Pflanze (Boccone), nach der ich die vorstehende Beschreibung entwarf. Obwohl durch eine Reihe auffallender Merkmale charakterisirt, wurde *Hedraeanthus tenuifolius* vielfach, besonders häufig mit schmalblättrigen Formen des *H. Kitaibelii* D. C. verwechselt; die Unterschiede beider habe ich schon früher (pag. 13.) hervorgehoben. Von *H. graminifolius* L. unterscheidet sich *H. tenuifolius* W. K. durch die viel schmäleren Kelchzipfel, kleinen Blüthen, längeren und aus herzförmiger Basis plötzlich verschmälerten Bracteen, durch die längeren schmallinealen bis zur Spitze abstehend bewimperten Blätter u. s. w., alles Merkmale, die einen ganz eigenartigen Habitus bedingen, der allein die Vereinigung der beiden Pflanzen unmöglich macht. Was Vis. l. c. über diesen Punkt sagt, kann ich nicht als richtig bezeichnen, übrigens hat schon Borbas die Unhaltbarkeit des Standpunktes Visiani's nachgewiesen.

Auch cultivirt erhält sich *H. tenuifolius* unverändert; ich sah von Maly cultivirte Exemplare im Herbare Schott (Herb. Haynald) und nicht blühende im botanischen Garten der Wiener Universität.

Anatomischer Bau: *a)* Blatt. Epidermis mit stark excentrisch verdickten, oft in der Mitte papillösen Membranen, ohne Cuticularsculpturen. Trichome des Blattrandes an der Basis des Blattes nur an der Spitze verkieselt, amoberen Theile des Blattes ganz verkieselt. Spaltöffnungen oberseits und unterseits in gleicher Anzahl, ca. 32 p. □mm. Pallisadengewebe 4—6schichtig. Zellen des Schwammparenchyms abgerundet mit kleinen Intercellularen. Milchsaftröhren in Haupt- und Seitennerven.

b) Stamm. Epidermis lange bleibend mit stark verkieselten Trichomen, ohne Spaltöffnungen. Gefässe in radialen grösseren und dazwischen eingestreuten kleineren Gruppen. Milchsaftröhren nur im Phloëm, im Mark auch in der Jugend fehlend.

7. *Hedraeanthus graminifolius* (Linné).

Synonymia:

Trachelium Tragopogi folio montanum Column. Phytob. s. plant. hist. p. 25. (1592). — Bauhin. Hist. plant. p. 802. (1651).
Trachelium Tragopogi folio Clus. Hist. p. CIXXIII. (1601).
Campanula alpina Tragopogi folio Bauhin. Προδρ. theatr. bot. p. 94. (1623). — Raj. Hist. p. 736. (1693). — Cupan. Panphyt. Sic. I. p. 736. (1713). — Tournef. Inst. rei herb. I. p. 110. (1719). — Mor. Oxon. Vol. II. p. 884. sect. V. tab. I. fig. 9. (1715). — Cupan. Hort. Cathol. p. 35. (1796) et Suppl. p. 240. (1797).
Trachelium minus gramineum coerideo-violaceum Barrel. Plant. p. Gall. Hisp. Ital. obs. icon. p. 332. (1714).
Campanula graminifolia Linné Spec. plant. ed. 1. p. 166. (1753); Syst. veg. ed. XIII. p. 174. (1774). — Lam. Dict. Vol. I. p. 583. (1783). — Host Syn. plant. Austr. p. 108. (1797) pro p. — Pers. Syst. veg. p. 215. (1797). — Willd. Spec. plant. Vol. I. p. 902. (1797). — Sibth. et Sm. Flor. Graec. Vol. III. p. 5. tab. 206. (1801). — Sibth. et Sm. Flor. Graec. prodr. Vol. I. p. 138. (1806). — Tenore Flora Napolit. I. p. 68. (1811—15). — Sebast. et Maur. Flor. Roman. Prodr. p. 101. (1818). — Röm. et Schult. Syst. veg. V. p. 124. (1819) pro p. — Spreng. Syst. veg. Vol. I. p. 731. n°. 82. (1825) pro p. — Guss. Flor. Sicul. prodr. I. p. 245. (1827). — Reichenb. Flor. Germ. exc. p. 301. (1830—32) pro p. — Ten. Syll. plant. vasc. flor. Neap. p. 99. n°. 17. (1881). — Ten. Viag. in Abruz. p. 120. n°. 25. (1832). — Richter Codex bot. Linn. p. 179. (1835), — Bertol. Flor. Ital. II. p. 489. (1835). — Brocch. in Bibl. Ital. Tom. 28. p. 216. (sec. Bertol.). — Orsin. in Capell. Opusc. p. 280. pro p. (sec. Bertol.). — Schouw Posp. in Giorn. di fisic. e di conf. e Brugn. dec. 2. Tom. 7. p. 35. pro p. (sec. Bertol.). — Morett. in Addit. ad Schouw pro p.
Edrajanthus graminifolius De Cand. Prodr. syst. nat. Vol. VII. p. 448. (1839) excl. syn. Boccon. — Nym. Syll. flor. Europ. p. 76. (1855) pro p. — Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. Vol. XIX. tab. MDLXXXIII. (1860). — Boiss. Flor. Orient. Vol. III. p. 887. (1875). — Nym. Consp. flor. Europ. p. 486. (1882).
Wahlenbergia graminifolia De Cand. Monogr. Campan. p. 130. (1830) (excl. syn. Bocc. Mor. Raj.). — Archang. Consp. flor. Ital. p. 451. (1882).
Campanula tenuifolia Röm. et Schult. Syst. veg. Vol. V. p. 121. (1729) pro p. — Boiss. Flor. Orient. III. p. 887. (1875) pro p.; non W. Kit.
Edrajanthus tenuifolius Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. Vol. XIX. p. 109. (1860) pro p. — Nym. Consp. flor. Europ. p. 486. (1882) pro p.; non (W. Kit.).

Descriptio: Caespitosus. Rhizoma lignosum, longe fusiforme, fuscum, erectum vel obliquum, infra nudum, integer, supra reliquiis foliorum anni praecedentis siccatis albis vel ochraceis membranaceis obsitum, caules complures floriferos oppositos et fasciculos foliorum steriles edens. Caulis simplex erectus vel ascendens, plerumque purpurascens, molliter retroflexo-hirsutus, pilis albis tenuibus ad basin foliorum densius aggregatis crispulis, foliis 5—12 obsitus, 2—15^{cm} longus (plerumque ca. 6—7), 1—2^{mm} crassus. Folia rosularum sterilium et infima caulinorum tenues, lanceolato-linearia vel lineari-spatulata, acutiuscula, in basin paulatim attenuata, 30—78^{mm} (plerumque ca. 55^{mm}) longa, ad basin 2—3, parte attenuato 0·75—1·5, supra (parte latissimo) 1·5—2·5^{mm} lata, integra, plana, vel margine subinflexo, basin versus patenter breviter ciliata, glabra vel in pagina superiore pube brevi retroflexo obsita (solum in var. α tota villosa), in pagina inferiore fere semper glabra rarius pilis sparsis hirsuta. Folia caulina linearia, subacuta, semiamplexicaulia, erecto-patentia vel reclinata, pube ei basalium conformi, plana, parte vaginali saepe purpurascente, 25—45^{mm} longa, basi 3—4, supra 1·5—2^{mm} lata, stomatibus in pagina superiore numerosioribus. Bracteae 5—10, purpurascentes, nunquam floribus longiores, exteriores reflexae e basi ovata in laminam foliosam linearem attenuatae, acutiusculae, basi membranaceae, margine saepe inflexo, 22—28^{mm} longae, basi 5·5, supra 1·5—2^{mm} lata, interiores ovato oblongae, membranaceae, basi 5—6^{mm}, supra 1·5—2^{mm} latae, 15—20^{mm} longae, omnes in parte inferiore (membranaceo) glabrae (in var. α hirsutae), supra in pagina superiore retroflexo crispule hirsutae, patenter crispule albo-ciliatae, reticulatim nervosae. Flores 2—7 glomerulos terminales formantes, uno tempore plerumque 2—4 aperti, erecti, sessiles. Calyx campanulatus, quinquefidus, tubus campanulato-conicus glaber in nervis e laciniis decurrentibus crispule pilosus, ca. 5^{mm} longus, laciniae quinque erectae, acutae, ciliatae, nervo medio extus hirsutae, apicem versus purpurascentes, basin versus saepe dente accessorio erecto auctae et ibidem in marginem calycinum

connatae, 6—7^{mm} longae, basi 2^{mm} latae. Corolla violacea campanulata, ad partem tertiam in lobos quinque fissa, 18—20^{mm} longa, extus in striis ex apice loborum decurrentibus crispula hirsuta, reticulatim nervosa, lobis erecto-patentibus subacutis, basin versus longe ciliatis, 5—6^{mm} longis, basi 4—5^{mm} latis. Stamina quina antheris linearibus, filamentis anthera brevioribus, basi ovata pilosa. Stylus subclavatus apice bifidus, sursum hirsutus, ca. 15^{mm} longus, corolla brevior. Capsula calyce persistente indurato glabro reticulatim nervoso, lobis patentibus, bilocularis, septis mox dehiscentibus. Semina ovata plana, ca. 1·5^{mm} longa, 0·75—1^{mm} lata, pallide fusca.

Variat: α *australis.* In omnibus partibus vegetivis pilis albis griseis retroflexis villosus, elatus vel pumilus.

Syn.: *Wahlenbergia graminifolia* De Cand. Monogr. d. Campan. p. 130. (1830) excl. syn. — *Edrajanthus graminifolius* Boiss. Flor. Orient. Vol. III. p. 887. (1875). — Orphan. Plant. Graec. exc. n^{0}. 419.

β *elatus.* Caulibus elatioribus 12—20^{cm} longis, foliis anguste-linearibus, tenuibus, gramineis, 50—80^{mm} longis.

Syn.: *C. gr. caule foliis duplo longiore, elato* Ten. Fl. Nap. l. c.

γ *pusilla.* Caulibus pusillis, 4—7^{cm} longis, foliis lanceolatis vel lanceolato-linearibus, 30—50^{mm} longis.

Syn.: *C. gr. pusilla, incolucro colorato* Ten. l. c.

Icones: Column. Phytobas. s. plant. hist. p. 25 (1592). — Barrel. Plant. p. Gall. Hisp. Hal. observ. icon. p. 332. (1714). — Moris. Oxon. vol. 2. p. 454 sect. 5, tab. 1, fig. 9 (1715). — Sibth. et Sm. Flor. Graec. vol. III. p. 5, tab. 206. — Reichb. Ic. flor. Germ. et Helv. vol. XIX, tab. MDLXXXVIII. fig. III. 7—9 (1860). — Conf. tabulae nostrae fig. 15—17.

Exsiccatae: Heldr. Fl. Graec. exs. no. 2490. — Orphan. Fl. Gr. exs. no. 661. — Todar. Flor. Sic. exs. no. 1439. — Port. et Rig. pl. exs. it. Ital. I., II. Nr. 85. — III. Nr. 386 (sub *C. tenuifolia*). — Lo Jacon. Plant. Sic. rar. no. 17.

Distributio geographica: Area geographica *Hedraeanthi graminifolii* extenditur per montes Italiae mediae et australis, Siciliae et Graeciae. Var. α habitat in Sicilia et Graecia, var. β et γ in Italia et Sicilia altera loca subalpina, altera alpina praeferens. Loca natalia mihi adhuc nota: Italia: In Apennino Umbro (Parlatore! Octaviano!); in montibus Aprutiis: Vettore (Gemmi 1877) Corun, Gran Sasso d'Italia, Corno grande 2000^{m} s. m. (Levier 1875, Maly!, Marchesetti!), Velino, 1600—2400^{m} s. m. (Levier 1875), Coccorello 1900—2000 (Levier 1875), Sirente, 1700—2350^{m} s. m. (Levier 1882), Marrone (var. β et γ) (Levier 1872, Porta et Rigo!) Majella 2000—2600^{m} s. m. (Tenore!, Orsini, Gussone!, Groves!, Porta et Rigo!, Levier) Piano di cinque miglia (Tenore), in montibus Salmone vicinis (loc. ab. Linn. indic.); in monte Gennaro (Sebastiano); in monte Meta Campaniae sept. (var. β et γ Levier 1872); in montibus Cataracte et Pollino Calabriae, 1500—2000^{m} s. m., (Huter 1877!), prope Neapolim (Cyrillo!, Parreyo!). Sicilia: Prope Stala (Sibth.!), in montibus prope Castellamare, solo calc., var. α. (Gussone!, Tenore!, Strobl!) prope Busambra (Todaro!, Gussone, Lo Jacono!), monte Scalone et Codda di Polizzi 1000—1800^{m} s. m., var. α (Huet de Pavillon 1855!, Strobl!), prope Castelbuono var. α (1874!), in monte Quercada var. α (Heldr. 1840!). Graecia: In regione alpina montis Olympi Thessaliae, ca. 3000^{m} s. m., var. α et gen. (Heldreich 1851!, Orphanides!), in monte Parnasso (Guicciardi 1855!) pr. Maora lithana, 3000^{m} s. m. var. α. (Orphanides 1854!), in insula Zacyntho (Sibth. et Sm.).

Loca natalia probabiliter errore indicata: In monte Imperial pr. Ragusa (Pichler 1868!, edita sub nomine *H. tenuifol.*); in monte Velebit (Vukotinović 1856! in herb. Haynald); in monte Dormitor, Montenegro. (Pančić 1873! in herb. Levier).

Floret: Julio—Augusto ♃.

Observatio: *Hedraeanthus graminifolius* L. ist die am längsten bekannte *H.*-Art, die einzige, die Linné kannte. Linné's Diagnose ist zu kurz, um ein Erkennen der Pflanze zuzulassen, dagegen citirt er die Beschreibungen und Abbildungen älterer Autoren (Bauhin, Column., Barrel.) und fügt seiner Diagnose die Angabe bei: „Habitat in Italiae montibus, Aprutii Salmone vicinis". Aus alledem geht unzweifelhaft hervor,

dass Linné mit dem Namen *Campanula graminifolia* jene Art meinte, die nicht nur in den Abruzzen, sondern in allen mittel- und süditalienischen Gebirgen verbreitet ist und die ich im Vorhergehenden beschrieben habe. Die Kürze der Linné'schen Diagnose hat viele Botaniker zu falschen Deutungen verleitet und *Hedraeanthus graminifolius* wurde daher mit den meisten der anderen Arten vielfach verwechselt, so insbesondere mit *H. Kitaibelii*, *tenuifolius*, *Croaticus* und *caricinus*. In welcher Weise die beiden erstgenannten Pflanzen von *H. graminifolius* unterschieden werden können, habe ich schon hervorgehoben, in Bezug auf die Unterscheidung der beiden anderen Arten verweise ich auf die ihnen gewidmeten Besprechungen. De Candolle (Monogr. d. Camp.) beschrieb nach Exemplaren, die er aus Sicilien erhalten hatte, als *Wahlenbergia graminifolia* jene Varietät, die ich als *australis* bezeichnete. Dieselbe weicht durch ihre dichte, graue, Blätter und Stengel bekleidende Behaarung von der Stammform ziemlich ab und vertritt dieselbe weiter im Süden. Dass sie trotzdem nur als eine Varietät aufzufassen sei, geht einerseits daraus hervor, dass auch in Italien hie und da an besonders besonnten Orten behaarte Formen auftreten, anderseits aus dem Umstande, dass cultivirte Exemplare der var. *australis* allmälig ihr Indument verlieren und in die Stammform übergehen. (Ich sah von Maly cultivirte Exemplare aus Sicilien im Herbare der zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien).

Anatomischer Bau: *a)* Blatt. Epidermiszellen mit stark excentrisch verdickten Membranen ohne Cuticularsculpturen. Trichome gar nicht verkieselt oder nur die Spitzen mit kappenförmigem Kieselpanzer. An kahlen Formen finden sich zuweilen kleine papillenartige Verdickungen der Epidermiszellmembranen, die an behaarten Formen fehlen. (Reducirte Trichome.[1]) Spaltöffnungen beiderseits, gleichmässig vertheilt, ca. 32 pr. $\square^{mm}$. Pallisadengewebe 2—4schichtig, Schwammparenchym mit weiten Intercellularen. Milchsaftröhren in Haupt- und Seitennerven.

b) Stamm. Epidermis lange erhalten, ohne Spaltöffnungen. Periderm in der Jugend mit Anthocyan, 6—12schichtig. Gefässe in kleinen Gruppen zerstreut, hie und da in radiären Streifen. Milchsaftröhren nur im Phloëm, auch im jungen Stamme im Marke fehlend.

8. *Hedraeanthus Croaticus* A. Kerner.

Synonymia:

Campanula Croatica A. Kern. Ber. naturw. med. Ver. Innsbr. III. p. LXXI. (1872).

Edrajanthus Croaticus A. Kern. in Österr. bot. Zeitschr. XXIII. p. 6. (1873). — Roth Add. ad Consp. flor. Europ. p. 28. (1886).

Edrajanthus Kitaibelii Biasoletto Excurs. bot. sull'Schneeberg p. 68. (1846). — Lorins. Taschenb. d. Flor. Deutschl. u. d. Schweiz p. 247. (1847). — Koch Synops. fl. Germ. et Helv. ed. 3. p. 410. (1857). — Maly Flora v. Deutschl. p. 265. (1860). — Neilr. Veg. Verh. Croat. p. 105. (1868) pro p. — Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. XIX. p. 108. (1860) pro p. — Nym. Consp. flor. Europ. p. 486. (1882) pro p.; non De Cand.

Wahlenbergia Kitaibelii Archang. Comp. Flor. Ital. p. 451. (1882); non De Cand.

Campanula graminifolia Schloss. in Österr. bot. Zeitschr. II. p. 369. (1852). — Schloss. in Österr. bot. Zeitschr. VII. p. 248, 263, 270, 280. (1858). — Vis. Flor. Dalm. Suppl. p. 72. (1872) pro p.; non Linné.

Edrajanthus graminifolius Röm. et Schult. Syst. veg. Vol. V. p. 124. (1819) pro p. — Fleischm. Übers. d. Flora Krains p. 57. (1844); non (Linné).

Edrajanthus tenuifolius Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. XIX. p. 109. (1860) pro p. — Neilr. Veg. Verh. Croat. p. 105. (1868) pro p.; non (W. Kit.).

Edrajanthus caricinus Borb. in Österr. bot. Zeitschr. 1876. p. 280; non Schott.

Descriptio: Caespitosus. Rhizoma lignosum, longe fusiforme, fuscum, erectum, infra nudum radices edens, supra reliquiis foliorum anni praecedentis siccatis, albis vel ochraceis membranaceis obsitum, caules complures floriferos oppositos et fasciculos foliorum steriles edens. Caulis simplex erectus vel ascendens, plerumque purpurascens, molliter retroflexo hirsutus, pilis albis tenuibus crispulis, foliis 5—9 obsitus, 2—10^{cm} longus (plerumque ca. 5) 1—2^{mm} crassus. Folia rosularum sterilium et infima caulinorum tenues, lineari-spatulata, acutiuscula, in basin paulatim attenuata, 30—50^{mm} (plerumque ca. 35) longa, ad basin 1·5—2, parte attenuata 1, supra 1·5—2^{mm} lata, integra, rarius dentibus nonnullis obsoletis dentata, plana vel margine inflexo,

[1] Vergl. Heinricher in Ber. deutsch. bot. Ges. III. S. 4. (1885.)

basin versus patenter breviter ciliata, plerumque ceterum omnino glabra, rarius in pagina superiore pilis reflexis sparsis obsita. Folia caulina linearia subacuta, semiamplexicaulia, erecto-patentia vel recurvata, pube ei basilarium conformi, plana, 15—25^{mm} longa, basi 3, supra 1·5—2^{mm} lata, stomata inprimis in pagina superiore. Bracteae 6—12, purpurascentes, nunquam floribus longiores, exteriores reflexae vel erecto curvatae e basi late ovata in laminam brevem linearem foliosam attenuatae, acutiusculae, basi callose inerassatae, margine nunquam inflexo, plerumque dentato, dentibus 2—4, glabrae vel in pagina superiore sparsim crispule hirsutae, in pagina inferiore semper glabrae, in specimine uno alterove solum medio sparse hirsutae, ovato-oblongae, 13—16^{mm} longae, basi 5—7^{mm} latae; interiores ovato-oblongae, basi 6^{mm} latae, 10—12^{mm} longae; omnes patenter crispule albo-ciliatae, reticulatim nervosae. Flores 2—5 glomerulos terminales formantes, uno tempore plerumque 2—3 aperti, erecti, sessiles. Calyx campanulatus, quinquefidus, tubus obconicus, glaber ca. 5^{mm} longus, laciniae 5, erectae, acutae, ciliatae, ceterum glabrae, rarius in nervo medio crispule hirsutae, usque ad basin fissae, exappendiculatae, 7—9^{mm} longae, basi 2—3^{mm} latae. Corolla violacea, campanulata, ultra partem tertiam vel ad medium in lobos quinque fissa, 18—21^{mm} longa, extus glabra, reticulatim nervosa, lobis erecto-patentibus, subacutis, basin versus longe ciliatis, 9—10^{mm} longis, basi ca. 5^{mm} latis. Stamina quina, antheris linearibus, filamentis anthera brevioribus, basi ovata pilosa. Stylus subclavatus, apice bifidus, sursum hirsutus, ca. 18—20^{mm} longus, corolla aequilongus. Capsula bilocularis, septis tenuibus mox dehiscentibus, calyce persistente membranaceo glabro laciniis induratis patentibus vel reflexis. Semina ovata, plana, pallide fusca, ca. 1·5^{mm} longa, 1^{mm} lata.

Icones: Confer tabulae nostrae fig. 18—21.

Exsiccatae: Reichenb. Plant. exs. no. 2539.

Distributio geographica: *Hedraeanthus Croaticus* habitat in alpibus Carnioliae orientalis, Croatiae et regionis adiacentis Dalmatiae. Crescit in rupestribus apricis. Loca natalia adhuc nota sunt: Carniolia: In summo monte Albio (Schneeberg), solo calcareo, ca. 1700 mt. s. m. (Freyer 1827!, Heufler!, Biasoletto!, Deschmann!, Kerner!, Buek!, Tommasini!, Marchesetti!), in monte Götenizer Alpe et prope Polland (Fleischm. 1844). Croatia: In monte Santo, Vellebit, ca. 1700 mt. s. m. (Vukotinovic 1856! Pichler!), Kommesnizza (Pichler 1872!) Plisiwiza, Sladovac prope Karlopago, Visocica (Schlosser, Borbas), in rupestribus montis Klek ad pagum Mussulin potok, prope Ogulin, sol. calc., 1000 mt. s. m. (Borbas 1876!), Plieswica (Schlosser!), Krosica (Borbas 1875!). Dalmatia: In monte Prologh. (Pichler 1872!).

Loca natalia probaliter errore indicata: Croatia, ad Grobnik prope Fiume (Pichler 1869! an commutatus cum H. tenuifol.?); Italia, in montosis Campaniae, Malese, Miletto (Tenore 1821!).

Floret: Julio-Augusto ♃.

Observatio: *Hedraeanthus Croaticus* Kern. steht dem *H. graminifolius* (L.) am nächsten. Von *H. Kitaibelii* DC., mit dem er zumeist verwechselt wurde, ist er durch den Mangel der Anhängsel an den Kelchbuchten stets leicht zu unterscheiden. Die Unterschiede von *H. graminifolius* (L.) lassen sich in folgender Weise zusammenfassen: Die Blätter sind kürzer, relativ breiter und zumeist weniger behaart, die Bracteen zahlreicher, an der Basis callös verdickt, gezähnt, die Blüthen weniger zahlreich, die Kelche unbehaart mit längeren, tiefer getheilten Zipfeln, die Corolle aussen vollkommen kahl und tiefer getheilt, der Griffel endlich länger, nämlich so lang als die Corolle.

Anatomischer Bau: *a)* Blatt. Epidermis mit stark excentrisch verdickten Membranen, ohne Cuticularsculpturen, ohne Papillen. Trichome in der oberen Hälfte verkieselt. Spaltöffnungen oberseits zahlreicher, ca. 38 p. □^{mm}, unterseits ca. 25 p. □^{mm}. Athemhöhlen gross. Pallisadenzellen relativ kurz, das ganze Gewebe 2—3schichtig, Schwammparenchym aus abgerundeten Zellen bestehend, mit grossen Intercellularen. Milchsaftröhren in Haupt und Nebennerven.

b) Stamm. Epidermis lange, bis zum dritten Jahre erhalten, ohne Spaltöffnungen. Junges Periderm autocyanhältig, 2—5schichtig. Phloem mit grösseren Bastbündeln. Gefässe in kleineren Gruppen, hie und da radiär angeordnet. Mark mächtig, ohne Milchsaftröhren. Gegliederte Milchsaftröhren nur im Siebtheile.

9. ***Hedraeanthus caricinus*** Schott.

Synonymia:

Edrajanthus caricinus Schott Analect. botan. I. p. 6. (1854); Schott in Österr. bot. Zeitschr. Vol. V. p. 342. (1855). — C. Müller in Walp. Ann. Vol. V. p. 394. (1858). — Neilr. in Sitzungsb. d. kais. Akad. d. Wiss. Wien. Bd. LVIII. p. 5. (1868). — Neilr. Nachtr. z. d. Veg. Verh. Croat. in Verh. zool.-bot. Ges. Vol. XIX. p. 794. (1869). — Kugy in Österr. bot. Zeitschr. Vol. XXVII. p. 95. (1877). — Borb. in Österr. bot. Zeitschr. Vol. XXVI. p. 280. (1876) pro p. — Borb. l. c. XXVIII. p. 135. (1878), — Nym. Consp. flor. Europ. p. 486. (1882). — Roth Addit. ad consp. flor. Europ. p. 28. (1886)?

Campanula tenuifolia Vis. Flor. Dalm. Vol. II. p. 136. (1847) pro p.; non (W. Kit.).

Campanula graminifolia Vis. Flor. Dalm. Suppl. p. 75. (1872) pro p.; non L.

Descriptio: Caespitosus. Rhizoma lignosum, longe fusiforme, fuscum, erectum, infra nudum, radices edens, supra reliquiis foliorum annorum praecedentium siccatis pallescentibusque membranaceis obsitum, caules complures floriferos et fasciculos foliorum steriles edens. Caulis simplex erectus vel ascendens vel curvatus, purpurascens, densius retrorsum albo-villosus, foliis 5—10 obsitus, 3—10^{cm} longus (plerumque 7—8), 1—2^{mm} crassus. Folia fasciculorum sterilium anguste-lineari-spatulata, antice sensim longe angustata, curvata, integerrima vel remote calloso-denticulata, inferne retrorsum vel patenter ciliata, plerumque glabra vel in pagina superiore pilis reflexis crispulis mollibus hirsuta, 30—50^{mm} longa (plerumque ca. 35—40) ad basin 1·5—2, parte attenuato 1, superne 1·5—2^{mm} lata. Folia caulina breviora basi dilata, sessilia, semiamplexicaulia, linearia vel lineari-spatulata, indumento ei basalium conformi, 15—22^{mm} longa, 1·5—2^{mm} lata. Bracteae 6—10, purpurascentes, extimae (2—3) e basi anguste ovata longe subulato-acuminatae, flores subaequantes vel eis breviores, patentissimae, 13—17^{mm} longae, basi 3—4^{mm} latae; ceterae (5—7) e basi ovata adpressa in cuspidem (in exterioribus longiorem) recurvum angustatae, floribus semper breviores, 9—12^{mm} longae, basi 3—5^{mm} latae, omnes margine albo-villosae, in pagina exteriore (inferiore) dense molliter villosae, in pagina superiore solum in parte angustata, reticulatim nervosae, basi subcallose incrassatae, margine integro vel subdentato, dentibus 2—4. Flores 1—4 glomerulos terminales anthesi angustos, deinde ampliatos formantes, uno tempore plerumque 1—2 aperti, erecti, sessiles. Calyx campanulato-quinquefidus, tubus angulato-turbinatus, ca. 4—5^{mm} longus, in costis albo villosus, laciniae 5 subulatae, 5—7^{mm} longae, erectae, acutae, ciliatae, ceterum albo-villosae, usque ad basin fissae, exappendiculatae. Corolla violaceo-caerulea, calycem duplo-superans, campanulata, ultra tertiam partem in lacinias 5 divisa, 18—21^{mm} longa, tubus subaequalis vel sursum sensim ampliatus, extus in striis e apice laciniarum decurrentibus ciliatus, ceterum glaber, interne praesertim suturis barbatus; laciniae lanceolato-semiovales, acutae, ca. 8^{mm} longae, basi ca. 5^{mm} latae. Stamina quina antheris linearibus, filamentis anthera brevioribus, basi ovata pilosa. Stylus corolla fere aequilongus, subclavatus, apice bifidus, sursum hirsutus, ca. 18—21^{mm} longus. Capsula sessilis vel brevissime pedunculata, erecta, angulato-campanulata, laciniis induratis erectis, tubo reticulatim nervoso, angulis villosa, ca. 8—10^{mm} longa. Semina ovalia, plana, pallide fusca, albo marginata, 1·5—2^{mm} longa, 1—1·5^{mm} lata.

Icones: Confer tabulae nostrae fig. 22—25.

Exsiccatae: Petter Plant. exs. Dalm. no. 73. sub *E. tenuifol.* — Pichl. Plant. exs. it. ann. 1872.

Distributio geographica: Area geographica huius speciei extenditur a monte Klek Croatiae per Croatiam, Dalmatiam, Herzegowinam usque ad montem Lovčen in Montenegro. Hedraeanthus caricinus crescit in locis rupestribus, solo calcareo. Vidi specimina e Croatia: Sine indicatione loci in herb. Schott!, in rupestribus montis Klek prope Ogulin (Borbas 1876!, Kugy 1877), montis Lubičko brdo prope Ostaria (Borbas 1881!), in herbosis saxosis montis Visocica ad Divosello (Borbas 1881!), in monte Santo, Vellebit, 2000 mt. s. m. (Maly 1869!, Pichler 1869!, 1870!). Dalmatia: in summis montibus Laginatz et Kissovo (Pichler 1881!) in monte Sveti Juro, Biokovo, 1700 mt. s. m. (Studniczka 1875!), in summo monte Orjen (Pichler 1875!), in monte Wamesniza, Prologh (Pichler 1872!). Herzegowina: in cacumine montis Prenj Planina, ca. 2000 mt. s. m., in alpinis Boroznica planina, 2000 mt. s. m. (Degen 1886!). Montenegro: Sine indicatione loci (Maly 1855! herb. Schott), in monte Lovčen, ca. 2000 mt. s. m. (Huter 1867! Pichler 1868!, Maly!).

Porta et Rigo ediderunt anno 1877 *H. caricinum* una cum *H. graminifolio* lecto in Aprutiis sub nomine *H. tenuifolii* WK. Specimina *H. caricini*, probabiliter a Pichlero in Dalmatia vel Croatia lecta, certe errore cum eis *H. graminifolii* commicta sunt.

Floret: Junio-Julio ♃.

Observatio: Von der ihm zunächst stehenden Art, dem *H. Croaticus* A. Kern., weicht *H. caricinus* Schott durch folgende Merkmale ab: Durch die längeren, relativ schmäleren, stärker behaarten Blätter, die schmäleren, aussen dicht weiss wolligen Bracteen, die aus 1—4 Blüthen zusammengesetzten, zur Blüthezeit auffallend schmalen Köpfchen, den wolligen Kelch, die aussen zerstreut behaarten Corollen und endlich durch die an den Kanten wollige Kapsel.

Anatomischer Bau: *a)* Blatt. Epidermis mit stark excentrisch verdickten Membranen, ohne Cuticularsculpturen, ohne Papillen. Trichome sowie die Epidermiszellen schwach verkieselt. Spaltöffnungen beiderseits, oberseits ca. 32 p. □^{mm}, unterseits ca. 20 p. □^{mm}. Athemhöhlen gross. Pallisadengewebe aus kurzen Zellen gebildet, wenigschichtig. Schwammparenchym aus abgerundeten Zellen mit grossen Intercellularräumen bestehend. Milchsaftröhren sowohl im Haupt-, als in den Seitennerven.

b) Stamm. Epidermis lang, bis zum 3. Vegetationsjahre bleibend, ohne Spaltöffnungen. Periderm im Anfange ohne Anthocyan, 2—5schichtig. Phloem mit Bastbündeln. Gefässe in kleinen Gruppen, seltener auch in radialen Streifen. Jährlicher Zuwachs des Holzkörpers beträgt ca. 12 Holzzelllagen. Milchsaftröhren nur im Phloem, nie im Marke. Mark mächtig entwickelt.

10. *Hedraeanthus Dalmaticus* De Candolle.

Synonymia:

Wahlenbergia Dalmatica De Cand. Monogr. d. Campan. p. 134. (1830).

Edrajanthus Dalmaticus De Cand. Prodr. syst. nat. Vol. VII. p. 449. (1839). — Nym. Syll. flor. Europ. ed. 1. p. 76. (1855). — Nym. Consp. flor. Europ. p. 486. (1882).

Campanula Dalmatica Bertol. Flora Ital. Vol. II. p. 491. (1835) — Maly Enum. plant. phan. Austr. p. 157. (1848); non Tausch.

Campanula caudata Vis. Flor. Dalm. Vol. II. p. 136. tab. 33. (1847). — Walp. Ann. Vol. I. p. 469. (1848—49). — Vis. Flor. Dalm. Suppl. p. 74. (1872).

Edrajanthus caudatus Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. XIX. p. 109. (1860).

Edrajanthus tenuifolius Spreitzenh. in Verh. zool.-bot. Ges. Vol. XXVI. Sitzungsb. p. 97. (1876); non (W. Kit.).

Descriptio: Caespitosus. Rhizoma horizontale vel obliquum, fuscum, nudum, inferne radices nonnullos, superne caules complures et caudiculos fasciculos foliorum gerentes edens. Caulis ascendens vel erectus, 9—15^{cm} longus (plerumque ca. 12) simplex, purpurascens, glaber, nitidus, rarius in striis e basi foliorum decurrentibus sparse pilosus, teres, foliis 7—11 obsitus. Folia basalia lineari-lanceolata vel lineari-spatulata, 50—90^{mm} longa, basi 2—3, in parte superiore 3—4^{mm} lata, integra vel remote et obsolete dentato-crenata, glabra, sed fere ad medium margine pilis albis patentibus ciliata; caulina basalibus consimilia breviora, 2·5—3^{mm} lata, semiamplexicaulia, ad basin dense, apicem versus sparse albo-ciliata. Bracteae longissimae, exteriores flores multo superantes, basi ovata ca. 5—7^{mm} lata, longe attenuatae, foliosae, 30—45^{mm} longae, superne 2—3^{mm} latae; interiores breviores, basi late ovata, 7—8^{mm} lata, 22—30^{mm} longae, omnes basi plerumque rubescentes in pagina utraque glaberrimae, margine ad basin dense, apicem versus sparse pilis albis patentibus ciliatae integrae vel saepius remote et obsolete dentatae vel serratae, nervatura inconspicua. Flores 6—10 glomerulos terminales formantes, uno tempore plurimi unius glomeruli aperti, erecti. Calyx 6—7^{mm} longus, 5-fidus, tubus cylindricus superne ampliatus, pilosiusculus, lobi triangulares 2·2·5^{mm} longi et lati, subacuti nervo mediano brevissime laminam superante, reticulatim nervosi, pilis albis porrectis ciliati. Corolla tubuloso-infundibuliformis calycem multo superans, violaceo-caerulea, ca. 20^{mm} longa, fere ad medium quinqueloba, lobis ca. 9^{mm} longis, basi 3·5—4^{mm} latis, erectis, acutis, tubus extus glaber, intus ad suturas et basin loborum barbatus. Stamina quina corolla duplo breviora, antheris linearibus, ca. 3—5^{mm} longis, filamentis brevissimis basin versus in squamam ovato-cuneatam pilosam ca. 2·5^{mm} longam dilatatis. Stylus subclavatus, corollae aequilongus

vel brevior apice bifidus, sursum hirsutus, 16—19^{mm} longus. Capsula sessilis erecta, tubo calycis indurato angulato striato glabro, lobis patentibus induratis fere pungentibus glabris. Semina parva ovoidea, plana, fusca ca. 1^{mm} longa.

Icones: Visiani Flor. Dalm. vol. II. p. 136. tab. 33. (1847). — Reichenb. Icon. flor. Germ. et Helv. vol. XIX. tab. MDLXXXIX. Fig. II. 2—7. (1860.) — Confer tabulae nostrae fig. 39—42.

Exsiccatae: Petter Flor. Dalm. exs. no. 144. — no. 73. pr. p.

Distributio geographica: Area geographica Hedraeanthi Dalmatici parva a Fiume Littoralis Croatici usque ad Spalato litora maris Adriatici prosequitur, loca, in quibus adhuc inventus est, sunt: Dalmatia: „Ad orientem Salonae" (Biasoletto sec. Visiani), in montibus Karban (Fleischer!), Mossor (Visiani), ca. Spalato et Clissa (Visiani!), ad Koinsko prope Spalato (Petter!), inter Almissa et Duare (Spreitzenh. 1876!), in monte Promina (Maly! Visiani). Croatia: in rupibus calcareis litoralis Croatici (Schlosser 1852), ad Fiume (Neumayer!).

Floret: Maio—Julio ♃.

Observatio: *Hedraeanthus Dalmaticus* und *H. Serbicus* A. Kern. bilden eine von den übrigen *Hedraeanthus*-Arten sehr abweichende Gruppe. Das auffallendste Merkmal bilden die kurzen, die Form eines gleichseitigen Dreieckes besitzenden Kelchzipfel, die mit nach vorne gerichteten weissen Haaren dicht gewimpert sind. Ferner verleihen die breiten, kahlen entfernt gekerbten Blätter, die kahlen Stengel und grossen Bracteen den Pflanzen einen ganz eigenthümlichen Habitus.

Cultivirte alte Stöcke, sowie aus Samen gezogene, bewahren die oben angeführten Merkmale constant; dieselben treten sogar oft noch stärker hervor, da die Blätter breiter und weniger gewimpert werden. Ich sah cultivirte Exemplare im botanischen Garten der Wiener Universität und im Herbare Schott.

Anatomischer Bau: *a)* Blatt. Epidermis mit stark excentrisch verdickten Membranen, ohne Cuticularsculpturen und Papillen. Spaltöffnungen oberseits zahlreicher, ca. 48 pr. □^{mm}, unterseits ca. 14 p. □^{mm}. Schliesszellen in der Ebene der Epidermis, Athemhöhlen klein. Epidermis der Unterseite enthält Anthocyan. Palisadengewebe 3—5schichtig. Schwammparenchym wenig entwickelt, aus abgerundeten Zellen mit kleinen Intercellularräumen gebildet. Milchsaftröhren in Haupt- und Seitennerven. Mittelnerv die ganze Dicke des Blattes einnehmend.

b) Stamm. Epidermis bald schwindend, ohne Spaltöffnungen. Junges Periderm anthocyanhältig, 3—9schichtig. Gefässe in radialen Streifen stehend, nur sehr selten in kleineren Bündeln. Milchsaftröhren nur im Phloem. Mark mächtig.

11. *Hedraeanthus Serbicus* (A. Kerner).

Synonymia:

Campanula Serbica A. Kern. in Ber. naturw. med. Ver. Innsbr. Vol. III. p. LXXI. (1872).
Edrajanthus Serbicus Petrov. Flor. Nyss. p. 549. (1882). — Roth Addit. ad Consp. flor. Europ. p. 28. (1886).
Hedraeanthus Kitaibelii Griseb. Spicil. flor. Rumel. et Bith. p. 292. (1845) pro p.; non De Cand.
Hedraeanthus tenuifolius Panč. in Verh. zool.-bot. Ges. Vol. VI. p. 90. (1856). — Nym. Consp. flor. Europ. p. 486. (1882). pro p.; non (W. Kit.).

Descriptio: Caespitosus. Rhizoma horizontale vel obliquum, fuscum, nudum, inferne radices nonnullas, superne caules floriferos complures et caudiculos fasciculos foliorum gerentes edens. Caulis ascendens vel erectus, 12—18^{cm} longus (plerumque 15—16) simplex, purpurascens vel viridis, glaber sed in striis e basi foliorum decurrentibus sparse pilosus, teres, nitidus, foliis 11—19 obsitus. Folia basalia et inferiora caulinorum linearispatulata vel lineari-lanceolata 50—90^{mm} longa, basi 2—3, in parte superiore 3—4^{mm} lata, remote et obsolete crenata, glabra, sed margine imprimis in parte inferiore ciliata, caulina basalibus similia, breviora, 40—55^{mm} longa, in parte superiore 3—4^{mm} lata, semiamplexicaulia, ad basin dense, apicem versus sparse albo-ciliata, remote et obsolete crenata, obtusiuscula. Bracteae 6—12, exteriores longiores e basi latissima in partem

foliosam attenuatae, 25—32^{mm} longae, floribus breviores vel eis vix aequilongae, basi 8—9^{mm} latae, pars attenuata obsolete crenata, remote adpresse ciliata, pars basalis dense patenter ciliata. Bracteae interiores late ovatae, emarginatae vel in apicem brevissimam plexumque reflexam attenuatae, 16—19^{mm} longae, basi 12—15^{mm} latae, reticulatim nervosae, glabrae, patenter ciliatae, basi non rubescentes. Flores 6—12 glomerulos terminales formantes, uno tempore plurimi unius glomeruli aperti, erecti. Calyx 6—8^{mm} longus, 5 fidus, tubus cylindricus superne modice ampliatus, glaber, lobi triangulares, 2—3^{mm} longi et lati, acuti, nervo mediano laminam brevissime superante, reticulatim nervosi, pilis porrectis ciliati. Corolla tubuloso-campanulata, ad tertiam partem quinqueloba calycem multo superans, violaceo-coerulea, ca. 30^{mm} longa, lobis ca. 10^{mm} longis, basi 5^{mm} latis, erectis, acutis, tubus extus glaber, intus ad basin loborum barbatus. Stamina quina corolla duplo breviora antheris linearibus, ca. 8^{mm} longis, filamentis brevissimis, basin versus in squamam ovato-cuneatam, pilosam, ca. 3^{mm} longam dilatatis. Stylus subclavatus, corolla parum brevior, ca. 25^{mm} longus, apice bifidus, sursum brevissime hirsutus. Capsula erecta tubo superne sensim ampliato, striato, in striis piloso, lobis induratis, patentibus. Semina pallide fusca, planiuscula, ca. 1^{mm} longa.

Icones: Confer tabulae nostrae fig. 34—38.

Exsiccatae: Schultz Herb. norm. no. 1826.

Distributio geographica: *Hedraeanthus Serbicus* adhuc solum e montibus Serbiae australis notus est. In declivibus herbidis montis Rtanj prope Meksinak (Pančič 1847!), in monte Souha Planina prope Nisch (Petrovic 1884!), in monte Gobela (Pančič), ad Küstendil (Friedrichsthal!)

Floret: Junio ♃.

Observatio: Die einzige *Hedraeanthus*-Art, mit welcher vorliegende Pflanze verwechselt werden könnte, ist *H. Dalmaticus* DC. Die Verbreitungsgebiete beider sind allerdings weit getrennt und überdies unterscheidet sich *H. Serbicus* durch eine Reihe auffallender Merkmale von jenem; zunächst durch den höheren, reicher beblätterten Stengel, ferner durch die viel kürzeren und breiteren Bracteen, durch den kahlen Kelch und die viel grössere, bis zum dritten Theile der Länge gespaltene Corolle. *H. Serbicus* besitzt unter allen Arten die grössten Blüthen.

Anatomischer Bau: *a)* Blatt. Epidermis mit stark excentrisch verdickten Membranen, ohne Cuticularsculpturen und Papillen. Spaltöffnungen oberseits zahlreicher, ca. 45 pr. □^{mm}, unterseits ca. 18—20 pr. □^{mm}. Schliesszellen in der Ebene der Epidermis oder etwas hervorgehoben. Athemhöhlen klein. Epidermis der Unterseite mit oder ohne Anthocyan. Pallisadengewebe 3— 5schichtig, Schwammparenchym mit abgerundeten Zellen und kleinen Intercellularräumen. Milchsaftröhren anscheinend im Haupt- und Seitennerv.

b) Stamm. Epidermis bald schwindend, ohne Spaltöffnungen. Junges Periderm 4—7schichtig, anthocyanhältig. Gefässe in radialen Streifen und dazwischen eingestreuten kleineren Bündeln. Milchsaftröhren nur im Phloem. Mark mächtig.

Über die geographische und systematische Anordnung der *Hedraeanthus*-Arten.

Die Eingangs gegebene Schilderung des morphologischen Aufbaues der zur Gattung Hedraeanthus gehörenden Pflanzen ergab die Verwandtschaft dieser Gattung mit der Campanulaceen-Gattung *Wahlenbergia*, die ja auch in der systematischen Stellung ihren Ausdruck fand, welche dieser Gattung von früheren Autoren (De Candolle, Bentham und Hooker) angewiesen wurde, indem sie dieselbe geradezu als eine Section der Gattung *Wahlenbergia* unterordneten. Morphologische Beziehungen mit anderen Gattungen ergeben sich nur durch Vermittlung von *Wahlenbergia*. Um daher über die Stellung in's Klare zu kommen, welche *Hedraeanthus* innerhalb der Campanulaceen einnimmt, sowie um über die Entwickelungsgeschichte der Gattung Aufschluss zu erhalten, ist es nothwendig, deren Beziehungen zu jenem Genus in's Auge zu fassen. Damit sollen weniger die morphologischen Beziehungen gemeint sein, die ja bereits hervorgehoben wurden und nur die Verwandt-

schaft überhaupt ausdrücken können, sondern vor Allem der geographische Zusammenhang, aus dessen Betrachtung Folgerungen sich ergeben können.

Der Stamm *Wahlenbergia* (ich fasse unter diesem Begriffe die Gattung *Wahlenbergia* und jene kleinen Artengruppen, die entweder als Sectionen oder als eigene Gattungen aufgefasst werden können, zusammen) ist heute ein in seiner Hauptmasse tropisch australer. (Vergl. Karte III.) Die Mehrzahl der Arten in grosser Individuenzahl findet sich in West- und Süd-Afrika (28 Arten), Madagascar, Neuholland, Neuseeland, eine Art (*W. Linarioides*) bewohnt Südamerika, während nur eine kleine Artenzahl in engbegrenzten inselförmigen Verbreitungsbezirken dem borealen Florengebiete angehört. Zu den letzteren zählt man in erster Linie die Gattung *Hedraeanthus* mit 11 Arten, ferner *Wahlenbergia hederacea* und *nutabunda* in West-Europa, endlich eine kleine Anzahl von Arten am Ostabhange des Himalaya und in Japan.

Der Zusammenhang zwischen diesen vereinzelten und in inselförmigen Arealen auftretenden Angehörigen des Stammes *Wahlenbergia* mit der in der südlichen Hemisphäre in geschlossenen Verbreitungsbezirken vorkommenden Mehrzahl der Arten kann theoretisch in zweifacher Weise hergestellt werden. Entweder durch die Annahme einer in relativ neuer Zeit in der Richtung von Süden nach Norden erfolgten Ausbreitung — wobei allerdings zur Erklärung des mangelnden directen Zusammenhanges das Aussterben der Arten in den dazwischen gelegenen Gebieten angenommen werden müsste — oder durch die Vorstellung, dass wir es in den vereinzelten Arealen mit den Resten einer ehemals allgemein verbreiteten tropischen Vegetation, die sich in die südliche Hemisphäre zurückgezogen hat, zu thun haben. Gegen die erste dieser Annahmen spricht ausser der Nothwendigkeit der erwähnten Voraussetzung eine Reihe von Thatsachen. Zunächst der Umstand, dass die Formen der nördlichen Hemisphäre durchaus morphologisch wohlausgeprägte Typen sind, sogar in einzelnen Fällen den Charakter gesonderter Gattungen angenommen haben, so dass wir in ihnen nicht neu eingewanderte tropische Arten erblicken können, dann würde eine Verbreitung solcher Formen gerade an die Orte des heutigen Vorkommens Anforderungen an deren Ausbreitungsvermögen stellen, die thatsächlich nicht verwirklicht werden können und schliesslich würde eine solche Verbreitung nicht nur allen bisher gewonnenen pflanzengeographischen Erfahrungen widersprechen, sondern bei den heute herrschenden klimatischen Verhältnissen geradezu undenkbar sein. Wir gelangen schon damit zu der zweiten Vorstellung, die dahin geht, dass die heute in zerstreuten Arealen auf der nördlichen Hemisphäre vorkommenden Arten des Stammes *Wahlenbergia* als die Reste einer Flora anzusehen sind, die früher allgemeine Verbreitung besass, aber in Folge einer vom Nordpol her fortschreitenden, die nördliche Erdhälfte betreffenden Umbildung sich auf die südliche zurückgezogen hat. Diese Vorstellung stimmt nun vollkommen mit jenen überein, zu denen wir bei den Versuchen, die Entwicklung der heutigen verschiedenen Florenreiche aus der gleichmässig tropischen Flora der Kreideperiode zu erklären, gezwungen sind, und zu denen uns das wirklich erfolgte Eintreten einer solchen Umbildung, hervorgerufen durch die Eiszeit, volles Recht gibt. Eine wichtige Voraussetzung für diese Annahme ist aber die Feststellung, dass die Gattung *Wahlenbergia* wirklich so weit zurückreicht, dass Angehörige derselben an der Zusammensetzung der tropischen Kreideflora Antheil genommen haben können. Abgesehen davon, dass einer solchen Annahme nichts im Wege steht, lässt sich deren Richtigkeit auch aus der heutigen Geographie der Gattung in der südlichen Hemisphäre direct beweisen. Ein Blick auf die beigegebene Karte III zeigt die gleichmässige Verbreitung der *Wahlenbergien* auf allen südlichen Continenten. Eine solche allgemeine Verbreitung kann durch eine in jüngster Zeit erfolgte Wanderung unmöglich erklärt werden, dazu sind auch die Vertreter in den einzelnen Continenten zu sehr verschieden. Viel ungezwungener lässt sich diese allgemeine Verbreitung verstehen, wenn man sich vorstellt, dass sie schon zu einer Zeit erfolgte, in der die Configuration der Festländer noch nicht dieselbe war wie heute; dass diese Configuration früher eintrat als der Beginn der die nördliche Erdhälfte betreffenden Eiszeit, ist sicher.[1]

Die mithin vor Eintritt der Eiszeit in Europa und Asien verbreiteten *Wahlenbergien* wurden mit dem Fortschreiten der Vergletscherung und dem dadurch bedingten Klimawechsel in den von der Vergletscherung nicht

[1] Vergl. hierüber z. B. Drude: Die geogr. und syst. Anordnung d. Phanerog. S. 199. (1887.)

direct betroffenen Gebieten, gegen Süden zurückgedrängt in das Gebiet, in welchem sie noch heute zur mächtigsten Entfaltung kommen. Nur einzelne kleinere, an das rauhere Klima anpassungsfähige Formenkreise blieben zurück; in Westeuropa die Vorgänger der *Wahlenbergia hederacea* und *nutabunda*, im südöstlichen Europa und Kaukasus die Vorgänger unserer *Hedraeanthus*-Arten und endlich in Süd- und Ostasien einzelne Arten. Durch den sich bald bemerkbar machenden Einfluss der grossen central-asiatischen Bodenerhebungen und durch die damit in Zusammenhang stehende verschiedene Ausbildung der östlich und westlich gelegenen Florengebiete nahmen auch die asiatischen Wahlenbergien eine ganz andere Entwicklung als die europäischen, unter denen wieder die Bewohner der Küsten des atlantischen Oceans und des westlichen Mittelmeeres (*W. hederacea* und *nutabunda*) ganz andere Verhältnisse fanden als jene der Gebirge Südost-Europas, die wir nun specieller in's Auge fassen wollen.

Nebenbei sei bemerkt, dass auch andere Campanulaceen-Gattungen heute ähnliche Verbreitungsverhältnisse zeigen, wie die Gattung *Hedraeanthus*, daher vermuthlich eine ähnliche historische Entwicklung haben; ich verweise auf die Gattungen *Petramarula* und *Symphyandra*.

Der Einfachheit halber will ich die, jedenfalls *Hedraeanthus*-ähnlichen Wahlenbergien, die sich im Verlaufe der weiteren Entwicklung zu dem heutigen Genus herausgebildet haben, geradezu mit dem Namen *Hedraeanthus* bezeichnen. Jene Arten also, die das durch die Eiszeit bedingte Klima ertragen konnten und während dieser Zeit über den Südosten Europas verbreitet waren, konnten dem nun bald wieder vordringenden wärmeren Klima nicht gewachsen sein. Analog dem Zurückweichen der während der Eiszeit allgemein im Gebiete der Alpen verbreiteten borealen Pflanzen auf die Gipfel der Berge, zogen sich auch die *Hedraeanthus*-Arten auf die Erhebungen der Gebirgsketten zurück und so sehen wir denn auch heute noch dieselben zumeist als Gebirgspflanzen auftreten.

Betrachten wir nun die Art der Verbreitung der einzelnen Species näher, so finden wir zunächst zwei getrennte Verbreitungsgebiete: ein kleines im Gebiete des Kaukasus, ein zweites ausgedehntes in der apenninischen und Balkanhalbinsel (Vergl. Karte I). Es dürfte nicht zu gewagt sein, anzunehmen, dass ursprünglich diese beiden Gebiete zusammenhingen und erst durch das Vordringen des wärmeren Klimas getrennt wurden. In dem Hauptverbreitungsgebiete fällt wieder eine bedeutende Ansammlung von Arten in den Dinarischen Alpen auf (vergl. Karte II). Es zeigt sich hier ein „Vegetationscentrum", gebildet aus einer grösseren Zahl von Species, deren einzelne sich radial ausbreiten. Doch ist dieses Vegetationscentrum keinesfalls als ein solches im Sinne Griesebach's aufzufassen,[1] als ein Bildungsherd neuer Arten. Dagegen spricht vor Allem die morphologische Verschiedenheit der in diesem Centrum zusammen vorkommenden Arten. Eine viel einfachere und wahrscheinliche Erklärung ergibt sich aus dem oben Gesagten. Bei dem Zurückdrängen der *Hedraeanthus*-Arten auf die Gehänge und Gipfel der Gebirge stellten sich bald bestimmte, für die verschiedenen Arten verschiedene Höhenlinien heraus, bis zu welchen das Zurückdrängen erfolgte. Daher mussten auf allen Gebirgen, die niedriger als die niederste dieser Höhenlinien waren, die *Hedraeanthus*-Arten vollkommen aussterben (ich nenne als Beispiel den Monte Maggiore), auf höheren konnte die eine oder andere Art sich noch erhalten (z. B. Krainer Schneeberg, Biharia, Abruzzen etc.), während nur die im Verbreitungsgebiete gelegenen mächtigsten Erhebungen einer grösserer Artenzahl als Zufluchtsstätte dienen konnten (z. B. Biokovo, Mossor etc.).

Eine wichtige Stütze findet diese Anschauung in der Verbreitung einzelner Arten, so insbesondere des *Hedraeanthus graminifolius* L. Wäre das erwähnte Vegetationscentrum der Ausgangspunkt für die Artenbildung und der Verbreitung in postglacialer Zeit geworden, so wäre die Verbreitung der genannten Art in Italien und Sicilien einerseits und in Griechenland anderseits gar nicht erklärlich, da die Configuration des Landes heute eine solche nicht zuliesse; es muss daher dieses Areale entstanden sein zu einer Zeit, in der die genannten Länder in viel engerer Verbindung standen, in der aber auch die Ausbildung des in den Dinarischen Alpen gelegenen Vegetationscentrum noch nicht erfolgt war.[2]

---

[1] Vergl. Griseb. Veget. d. Erde I. S. 360. (1884).

[2] Dass eine solche Verbindung lange bestand, ergeben nicht nur die Resultate geologischer Untersuchungen (vergl. Suess Antlitz der Erde I. S. 345.), sondern auch die Verbreitungsbezirke der heute lebenden Thiere und Pflanzen. Nach

Das Vorkommen der Mehrzahl der *Hedraeanthus*-Arten lässt sich auf die dargestellte Weise vollkommen erklären, sie erscheinen darum auch als Gebirgspflanzen, die auf einer mehr oder minder grossen Anzahl von Höhenpunkten vorkommen; jene Arten, deren unterste Verbreitungsgrenze die niedrigste ist, sind darum die verbreitetsten (*H. Kitaibelii, graminifolius*), jene mit hochgelegenen Grenzen selten und vereinzelt (*H. Pumilio serpyllifolius, Dinaricus*).

Auf eine kleine Zahl von Arten scheint im ersten Momente die gegebene Erklärung nicht zu passen, ich meine die nicht alpinen, in der Hügel- und Bergregion vorkommenden (*H. Dalmaticus, Serbicus*). In ihnen scheinen Arten vorzuliegen, die nach oben und unten enge Verbreitungsgrenzen haben. In der Eiszeit mögen sie befähigt gewesen sein, nur noch am Meeresstrande ihr Fortkommen zu finden, das noch rauhere Klima der Gebirge vertrugen sie nicht. Ein wieder vordringendes wärmeres Klima brachte für sie ein zweites schädliches Extrem und drängte sie wieder von der Meeresküste in die höheren Theile des Landes zurück. So von oben und unten eingeengt, konnten sie sich nur in einem intermediären Streifen erhalten, und darum finden wir sie auch heute in zonenförmigen Verbreitungsbezirken (*H. Dalmaticus,* vergl. Karte II) oder in ganz vereinzelten Arealen (*H. Serbicus*).

In neuerer Zeit scheinen einzelne Arten wieder mehr befähigt zu sein, sich auszubreiten, sowohl in horizontaler als verticaler Richtung. Diess gilt hauptsächlich von zwei Arten, *H. Kitaibelii* und *H. graminifolius.* Eine gewisse Stütze erhält diese Ansicht durch den Umstand, dass beide Arten allein ein grösseres Variationsvermögen zeigen, also die Fähigkeit, sich an neu errungene Wohnsitze anzupassen. Die aufgeführten Varietäten haben den Werth von Formabänderungen, hervorgerufen durch äussere Bedingungen, für die es charakteristisch ist, dass durch Veränderung der äusseren Bedingungen auch neuerliche, entweder rückgängige oder fortschreitende Formveränderungen hervorgerufen werden können. Diess trifft bei den unterschiedenen Varietäten vollkommen zu; ich überzeugte mich davon nicht nur durch die Beobachtung cultivirter Exemplare, sondern auch durch Vergleich von Exemplaren, die an demselben Fundorte unter verschiedenen äusseren Bedingungen aufwuchsen.

Die Variation zeigt sich einerseits in der Ausbildung hochalpiner und subalpiner, anderseits in der Entwicklung südlicher, durch ihre dichte Behaarung ausgezeichneter Varietäten.[1] Diese Varietäten erhalten gerade durch ihre Behaarung ein so charakteristisches Ansehen, dass man sich versucht fühlt, sie als Arten von den Stammarten zu trennen, doch überzeugt man sich leicht von der Unbeständigkeit des unterscheidenden Merkmales. Bei der Untersuchung der Frage, worin denn die Fähigkeit, so ausserordentlich abweichende Varietäten zu bilden, ihren Grund hat, kam ich zu einer mir ziemlich wahrscheinlich erscheinenden Deutung einer bereits von anderer Seite gemachten Beobachtung. Heinricher[2] hat nämlich bei anderen Campanulaceen gefunden, dass Trichome bald entwickelt, bald rückgebildet als blosse Membranverdickungen erscheinen. Die gleiche Beobachtung machte ich bei *H. graminifolius.* An allen Blättern und Stengeln sind die Trichome als papillöse Membranverdickungen angelegt. Wenn die äusseren Bedingungen die Trichombildung nicht verlangen, respective nicht begünstigen, unterbleibt dieselbe und wir erhalten die kahl erscheinende Stammform; sobald das Bedürfniss nach einem Haarkleide eintritt, erfolgt die Weiterentwicklung der angelegten Trichome, und wir erhalten die behaarte Varietät. So sehen wir hier eine Eigenschaft, die in vielen anderen Fällen Arten trennt, nur als Kennzeichen einer Varietät auftreten.

In vielen Fällen vermag die kritische Betrachtung pflanzengeographischer Verhältnisse zu wichtigen Ergebnissen in der Frage nach dem Stammbaume, nach der historischen Entwicklung bestimmter Pflanzen-

---

Neumayr (vergl. diese Denkschriften 1879, S. 263) stimmt die Landschneckenfauna des Mte. Gargano mit jener Süd-Dalmatiens ganz überein, und eine gleiche Übereinstimmung bezüglich vieler Pflanzengattungen besteht zwischen Süd-Italien und Griechenland.

[1] Die Fähigkeit, im mediterranen Gebiete dicht behaarte Varietäten zu bilden, kommt nach Kerner (Pflanzenleben I. p. 293) zahlreichen Pflanzen zu, z. B. *Silene inflata* Sm., *Specularia Speculum* L., *Galium rotundifolium* Lin., *Mentha Pulegium* Lin. u. v. a.

[2] Heinricher in Berichte d. deutsch. bot. Gesellsch. III. S. 4. (1885).

gruppen führen und hierin bietet die Pflanzengeographie eine wesentliche Ergänzung der immer mangelhaften paläontologischen Ueberlieferung. So hat sich auch aus der Betrachtung der heutigen Verbreitung der *Hedraeanthus*-Arten ungezwungen eine Vorstellung von der historischen Entwicklung dieser Gattung ergeben. Die gewonnenen Resultate zeigen aber auch zugleich, dass die Frage nach der Abstammung der einzelnen Arten mit Sicherheit nicht gelöst, sondern nur mit Zuhilfenahme morphologischer Speculationen deren Beantwortung versucht werden könnte. Wir können unter den heute lebenden *Hedraeanthus*-Arten leicht vier Typen unterscheiden, den Typus des *H. Pumilio* (*Pumilio, Dinaricus, Owerinianus*), den des *H. serpyllifolius*, ferner den des *H. Dalmaticus* und *Serbicus* und schliesslich den Typus des *H. graminifolius* (*Kitaibelii, tenuifolius, caricinus, Croaticus*). Alle vier Typen scheinen aus vielfach schon früher erörterten Gründen frühzeitig gebildet zu sein und sich bis heute getrennt weiterentwickelt zu haben. Für eine Ableitung der einzelnen Arten innerhalb der Typen auseinander, besonders aber die Zurückführung derselben auf ältere hypothetische Formen fehlen aber Anhaltspunkte, die sichere Schlüsse zuliessen.

Tafelerklärung.

Fig. 1—6. *Hedraeanthus Dinaricus* (A. Kern.). 1. Ganze Pflanze, etwas vergrössert. 2. Kapsel. 3. Blüthe. 4. Äusseres Deckblatt, Oberseite. 5. u. 6. Innere Deckblätter, Unterseite. 2.—6. vergr.

„ 7—10. *Hedraeanthus Pumilio* (Port.). 7. Blüthe. 8. u. 9. Deckblätter (8. Oberseite, 9. Unterseite). 10. Laubblatt, Oberseite. 7.—10. schwach vergr.

„ 11—14. *Hedraeanthus serpyllifolius* (Vis.). 11. Blüthe, natürl. Gr. 12. Inneres Deckblatt, Oberseite. 13. Äusseres Deckblatt. 14. Stengelständiges Laubblatt. 12.—14. schwach vergr.

„ 15—17. *Hedraeanthus graminifolius* (L.). 15. Blüthe, natürl. Gr. 16. Inneres, 17. äusseres Deckblatt, Oberseite. Vergr.

„ 18—21. *Hedraeanthus Croaticus* A. Kern. 18. Blüthe, etwas vergr. 19., 20. Innere Deckblätter, Oberseite. 21. Äusseres Deckblatt, Oberseite. Vergr.

„ 22—25. *Hedraeanthus caricinus* Schott. 22. Blüthe, schwach vergr. 23. Inneres, 24. mittleres, 25. äusseres Deckblatt. 23. u. 24. Unterseite. 25. Oberseite. 23.—25. vergr.

„ 26—29. *Hedraeanthus Kitaibelii* De Cand. 26. Blüthe, natürl. Gr. 27. Inneres, 28. äusseres Deckblatt, Oberseite, schwach vergr. 29. Kelchzähne, vergr.

„ 30—33. *Hedraeanthus tenuifolius* (W.K.). 30. Blüthe, schwach vergr. 31. Inneres, 32. äusseres Deckblatt, Oberseite, etwas vergr. 33. Kelchzähne.

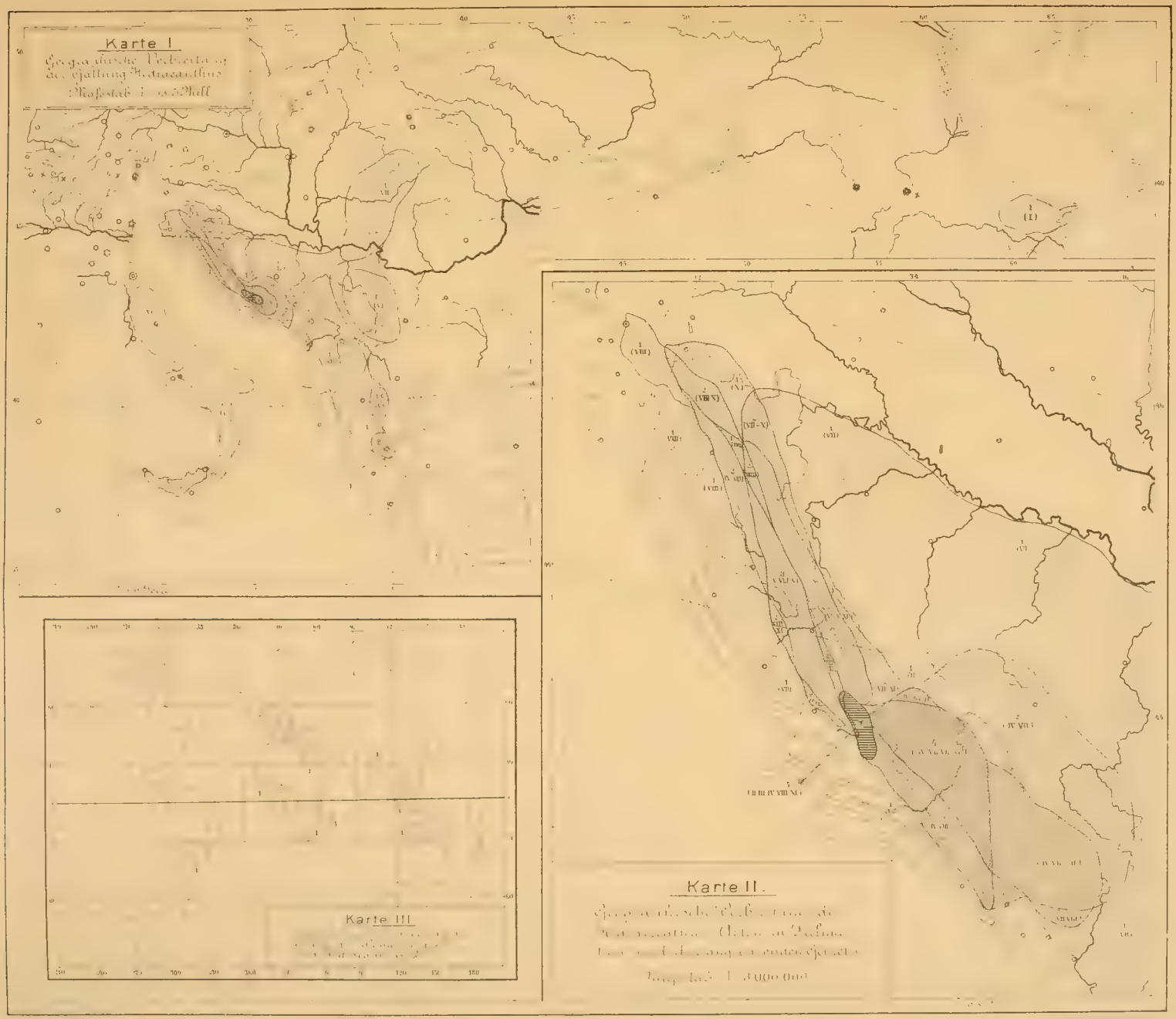
„ 34—38. *Hedraeanthus Serbicus* (A. Kern.). 34. Ganze Pflanze in natürl. Gr. 35. Einzelne Blüthe, natürl. Gr. 36. Inneres, 37. äusseres Deckblatt, Oberseite. 38. Kelchzähne.

„ 39—42. *Hedraeanthus Dalmaticus* De Cand. 39. Blüthe, etwas vergr. 40. Inneres, 41. äusseres Deckblatt, Oberseite, sehr wenig vergr. 42. Kelchzähne.

Erklärung der Karten.

Die mit gleichem Farbentone angelegten Flächen bezeichnen Gebiete mit gleicher Artenzahl. Die in Karte I und II eingetragenen arabischen Ziffern (1—5) bezeichnen die Zahl der in dem betreffenden Abschnitte vorkommenden Arten; die darunter gesetzten römischen Zahlen (I—XI) die Arten selbst, und zwar:

I	bedeutet	*Hedraeanthus*	*Omerinianus* Rupr.
II	„	„	*Pumilio* (Port.).
III	„	„	*Dinaricus* (A. Kern.).
IV	„	„	*serpyllifolius* (Vis.).
V	„	„	*Dalmaticus* De Cand.
VI	„	„	*Serbicus* (A. Kern.).
VII	„	„	*Kitaibelii* De Cand.
VIII	„	„	*tenuifolius* (W. Kit.).
IX	„	„	*graminifolius* (L.).
X	„	„	*Croaticus* A. Kern.
XI	„	„	*caricinus* Schott.


Karte I
Karte II.
Karte III

3 2044 093 283 307